

引用格式:张红,蓝天,李志林.分形城市研究进展:从几何形态到网络关联[J].地球信息科学学报,2020,22(4):827-841. [Zhang H, Lan T, Li Z L. Advances in fractal cities: A shift from morphology to network[J]. Journal of Geo-information Science, 2020,22(4):827-841.] DOI: 10.12082/dqxxkx.2020.200160

分形城市研究进展:从几何形态到网络关联

张红^{1,2}, 蓝天³, 李志林^{2,3}

1. 华东师范大学城市与区域科学学院, 上海 200062;
2. 西南交通大学地球科学与环境工程学院, 成都 611756;
3. 香港理工大学土地测量与地理资讯系, 香港 999077

Advances in Fractal Cities: A Shift from Morphology to Network

ZHANG Hong^{1,2*}, LAN Tian³, LI Zhilin^{2,3}

1. School of Urban and Regional Science, East China Normal University, Shanghai 200062, China;
2. Faculty of Geosciences and Environmental Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China;
3. Department of Land Surveying and Geo-Informatics, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong 999077, China

Abstract: The city is an accumulation of human civilization. It is also a highly complex system where a large number of agents interact, leading to a form and dynamics seemingly difficult to understand. Many studies in geography, ecology, sociology, economy and physics have been carried out to explore the general rules or regularities beneath the large number and the diverse agents operating in a city. It is widespread accepted that cities are an emergent phenomenon ruled by self-organization. As the language of nature and the fourth generation language of geography, fractal geometry has been a very powerful tool to capture the self-organized properties of cities. Most of the current studies are limited to the geometric fractal, i.e., based on fractal geometry: a shape made of parts similar to the whole in certain ways. Fractal geometry offers the significant advantages of capturing the spatial distribution, expansion, and filling properties of geographical objects in a city, and also describes the relationships between ranks and sizes of cities in an urban system. However, certain information—such as the efficiency of structural organization and the variance of levels of linkage—is ignored. As increasingly noticed by researchers, to better understand the ways a system of cities actually functions, we need to pay more attention to urban networks because current rapid developments of information and technology enable people to connect ever more easily and closely and in many new ways. This article reviews the advances of fractal cities from three aspects, which are geometric fractal, network fractal and evolutionary fractal. The significance and great potentials of fractal theory in urban studies are presented. The main research progress including fractal dimensions, fractal models, empirical studies and fractal cities and fractal urban systems are briefly reviewed, both for geometric and network fractals. As cities keep evolving, we also briefly review the evolutionary fractal cities, that is, the allometric scaling of cities. Based on current limitations on fractal cities, we propose a research agenda for fractal cities including (1) the development of measures and empirical studies on the third type of geographic fractals; (2) the spatial dependence and scale effects of fractal urban networks;

收稿日期:2020-04-01;修回日期:2020-04-18.

基金项目:国家自然科学基金项目(51878558);四川省科技支撑计划项目(2020YJ0325)。[**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China, No.51878558; The Program of Science and Technology of Sichuan Province, China, No.2020YJ0325.]

作者简介:张红(1981—),女,湖北鄂州人,博士,副教授,主要从事空间复杂系统、城市地理学、空间信息量算研究。
E-mail: zhzy2011@163.com

(3) the coupling mechanics and influencing factors of fractal urban networks representing physical and non-physical urban spaces;(4) the DNA of a city from the perspective of fractals; and (5) the evolution simulation and policy intervention in fractal cities.

Key words: fractal city; morphology; urban networks; fractal geometry; network fractality; fractal dimension; allometric scaling

***Corresponding author:** ZHANG Hong, E-mail: zhzjy2011@163.com

摘要:城市是人类文明最主要的聚集地,也是一个开放复杂演化巨系统,认识其空间复杂性成为城市科学研究的热点和前沿。城市研究正呈现“从位置和场所向关联和流,从物质空间向城市网络空间”的转向。人类对城市的认识也从“空间是机器”转向“城市有机生命体”。分形是大自然的语言和地理学第四代语言,是挖掘城市空间自组织规律的有效工具,在揭示城市有机体复杂演化机制方面发挥重要作用。目前分形城市研究以指标构建和实证分析为主,缺乏系统的梳理和回顾;内容上侧重几何分形,复杂城市网络视角下的结构分形研究薄弱。本文简要回顾了近30余年来分形城市研究的发展历程,梳理了分形城市研究脉络:从城市形态的几何分形到城市结构与关联的网络分形,从静态分形特征到动态异速生长,并展望了分形城市未来研究方向。

关键词:分形城市;形态;城市网络;几何分形;网络分形;分形维;异速生长

1 分形城市研究从3个视角展开

城市是人类最伟大的发明^[1]。作为人类活动与自然环境碰撞最为频繁和剧烈的场所,城市一直是多学科关注的焦点,关于城市研究的各种思潮与流派不断涌现,呈现从城市场所^[2]向城市流空间^[3]、从物理空间^[4]向城市网络^[5]和有机体空间^[6]的转向。从城市几何学^[7],到城市流^[8],再到“流空间”理论^[3],城市的自组织复杂性逐渐引起重视。近年来,一些学者倡导从自组织理论角度来认识城市,认为理解城市的关键是拆解其物理形态,从城市网络结构^[5,9]和城市有机体过程^[10-12]来认知其组织演化中涌现的复杂性。一门从动力、产生、模式、过程、流和相互作用的角度来阐述城市自组织演化复杂性的“城市新科学”呼之欲出^[10-11]。相应地,一种侧重揭示城市自相似性规律的理论——分形,也呈现从城市形态分形,到城市网络结构分形,再到城市系统过程分形的发展脉络^[14-18],与城市新科学日益融合形成一门新的交叉分支学科——分形城市科学。

欧氏几何在表达与描述城市形态中曾发挥重要作用,但它在面对现实城市中大量复杂且不规则的事象(事物和现象)时局限明显。为此,Mandelbrot^[19]创造性地提出分形与分形维的概念,创立了一门新科学——“分形几何”(Fractal Geometry)^[20]。它被认为是大自然的语言和地理学的第四代语言^[21-22],为揭示城市自组织演化规律提供了全新的数理工具^[13,17]。分形几何与城市科学的结合,催生了一个

全新且重要的研究方向,即分形城市研究^[23]。许多测度方法得以发展^[24-29]。实证研究主要从3个视角展开:①基于几何分形视角,从空间密度、空间填充、空间“渗透”等多个角度揭示了城市边界及形态、交通网络、土地利用、地表形态、水系结构、旅游系统、人口分布、城乡聚落及城市体系的几何分形特征^[13-17,30]。②基于网络分形视角,从空间关联和拓扑网络角度,运用复杂网络分析手段,揭示城市体系空间作用和关联方式的分形特性^[18,31-35]。③从过程分形视角,引入异速生长方程,系统揭示城市人口—用地、规模—产出、道路供需系统、城市功能之间的异速生长演化规律^[10-11,36-38]。普遍认为,分形是大自然的优化结构,可以最大化实现空间填充和流运输^[17,22]。理论地理学“正在由基于距离的地理空间发展为基于维数的地理空间”^[37]。本文首先回顾了分形概念的演变,然后分别从几何分形、网络关联分形和过程分形3方面展开城市分形研究综述。

2 分形——大自然的达芬奇密码

自人类诞生以来,就一直在探索大自然的组成机理与运行规则。中国著名哲学家老子认为“人法地,地法天,天法道,道法自然”,即“道”是自然而然的。自然科学界中相对论、生物进化论、细胞学说等的创立,也不断证实“大自然是简单的,也是和谐的”。要实现对大自然的科学理解,首要需要准确

描述其形态或状态^[39]。长期以来,人类借助于欧氏几何来理解和描述世界,但欧氏几何无法描述自然界中十分复杂且极不规则的对象,如闪电、云朵、海浪等,分形几何^[19-20]应运而生,并从几何空间拓展至拓扑空间。

2.1 分形:从欧几里得几何到分形几何

在经典的欧几里得几何里,空间对象在欧氏空间中的维数都是整数维,如点、线、面和体分别为0维、1维、2维和3维。然而,在现实情况中,一些空间对象的欧几里得维数虽然相同,但它们的复杂性却不同^[40]。例如,具有相同起点和终点的曲线和直线都是1维,但是曲线的复杂程度明显大于直线(图1(a))。事实上,当曲线不断填充整个2维空间之后,1维的曲线将无限逼近2维平面(图1(b))。在这些情况中,整数维不能准确描述和区分这些空间对象的复杂性,亟需新的理论来定义空间对象的维数。

分形几何理论应运而生。该理论由Mandelbrot提出并发展^[19]。在这个新理论中,空间对象的维数值可以是分数值。1967年,Mandelbrot以英国海岸线为例,阐述了测量长度随测量尺度变化的现象及其根源——无穷嵌套层次与细节涌现,将局部与整体以某种方式相似的一类形体,称之为“分形”^[19]。广义分形既包括几何对象,也包括关于对象结构、功能或信息的数学模型^[21]。它是对事物的形状、形态与组织的分解、分割、分裂与分析的一种分析方法,一定程度上代表了从局部到整体来认识事物的过

程^[41]。分形的基本特征是自相似性,通过分形维数(简称分维)来刻画^[20]。

2.2 分形维:从整数维到分数维

实际上,Korčák^[42]和Richardson^[43]也曾指出类似的测量尺度问题,但Mandelbrot的独特贡献和创新之处在于他首次指出可以通过分形维测度和解释复杂事物和现象背后的原因,并给出几何分形维的数学表达式^[19]:

$$L = k \times \delta^{1-D} \quad (1)$$

式中: L 为海岸线长度; δ 为量测尺子的长度; k 为待定常数; D 为几何分形维。

分形维是分形对象、过程与数据的唯一且最重要的特征参数^[44],其数值可超过纯粹几何图形整数维的限制(图2)。

分形体的几何分形维数值越高,表示它的形态越复杂或越不规则,其传递的信息也就越多^[13,17,20]。当前许多学者对Mandelbrot的几何分形维进行了发展和改造,主要包括:量规法(Divider)、盒覆盖法(Box-counting)、像元扩张法(Pixel-dilation)和质量半径法(Mass-radius)等^[13-14,17]。

几何分形维数值的最终确定,取决于无标度区间的选择与分形特征的显著性判断,其判断标准主要有目测法^[46]、反S数学模型法^[28]、逐步加点法等^[29]。其中,盒覆盖法的无标度区间可由目测判定^[33],而面积一半径标度法等客观的标度区范围确定非常困难^[29]。分维值的科学估计关键在于置信水平和误差范围的控制,受样本和数据量影响显著:样本

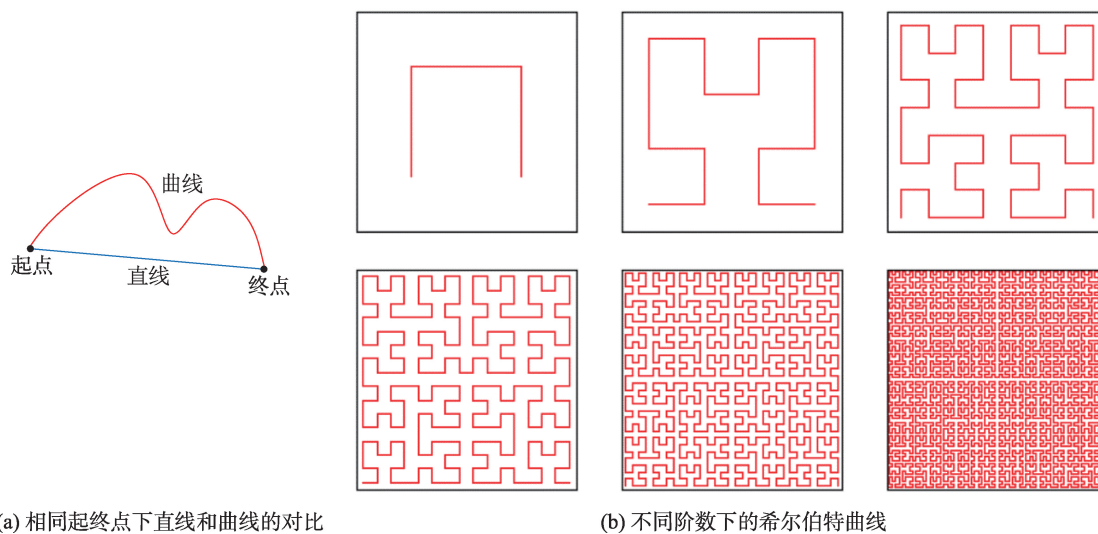


图1 线状空间对象的复杂性

Fig. 1 The complexity of linear spatial objects

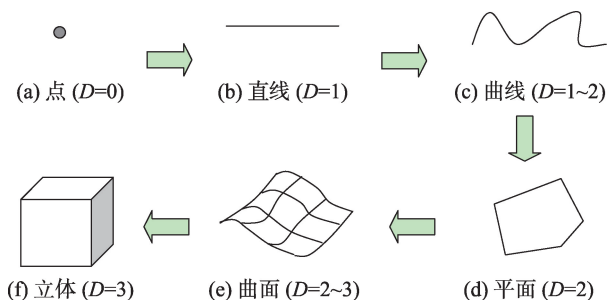


图2 空间对象的维数值^[45]

Fig. 2 The dimensions of spatial objects

量大,误差范围小,分维估计值则稳定,进而置信度较高^[47]。

2.3 分形自组织:从几何到网络

无论是欧氏几何还是分形几何,位置与距离都是其主要的考虑因素。但在某些研究中,距离与大小等是次要因素,拓扑连通或关联才是主要考虑。例如空间句法^[2]在对空间进行构形分析时,街道的长度、宽度与弯曲程度等几何信息通常被忽略,房间的朝向和面积也不那么重要,重点关注的是街道与街道之间、房间与房间之间的拓扑连通关系图(图3)。

在拓扑空间结构特性分析中,位置与形态等信息被忽略,关联与流才是主要的考虑因素^[48-49]。为了描述在拓扑空间中,节点连通方式在局部与整体尺度下的相似性特征,学者们将几何分形拓展至拓扑分形^[17,27]。现实世界中广泛存在各类抽象网络,

如人际关系网、兴趣爱好网、数字足迹网等,对于这类网络分形特征的描述,也可借鉴拓扑分形的思路,广义上的网络分形有助于揭示各类复杂网络的共同关联法则^[51]。

综上,分形是大自然的达芬奇密码,它为我们理解和认识大自然复杂性提供了有效的定量分析工具^[14-20]。学者们研究发现,自然界偏爱分形,因为分形体可以最大化填充空间且最优化流运输^[10,17,22]。随着研究的不断深入,几何分形也被拓展至网络分形,描述网络空间中要素关联方式的复杂性。

3 城市空间形态分形研究进展

城市是自然界的一部分,是自然因素和社会经济因子流动的地方^[50]。传统城市研究多基于还原论思想,用简化、分解的方式来探究城市组织规律,但这种方法受到信息超载和过于简化的局限^[17],难于解释城市特征“涌现”及演化的动力学机制。复杂性研究作为联系空间与地方的桥梁^[51],为理解城市提供了新视角。在城市地理学中,对严格的空间复杂性产生认识始于分形城市研究^[50]。作为地理学的第四代语言^[21],分形在揭示城市形态、等级与功能复杂性方面独具优势且硕果累累^[52-59]。当前几何分形城市研究主要集中于指标的构建与分形特征的挖掘。

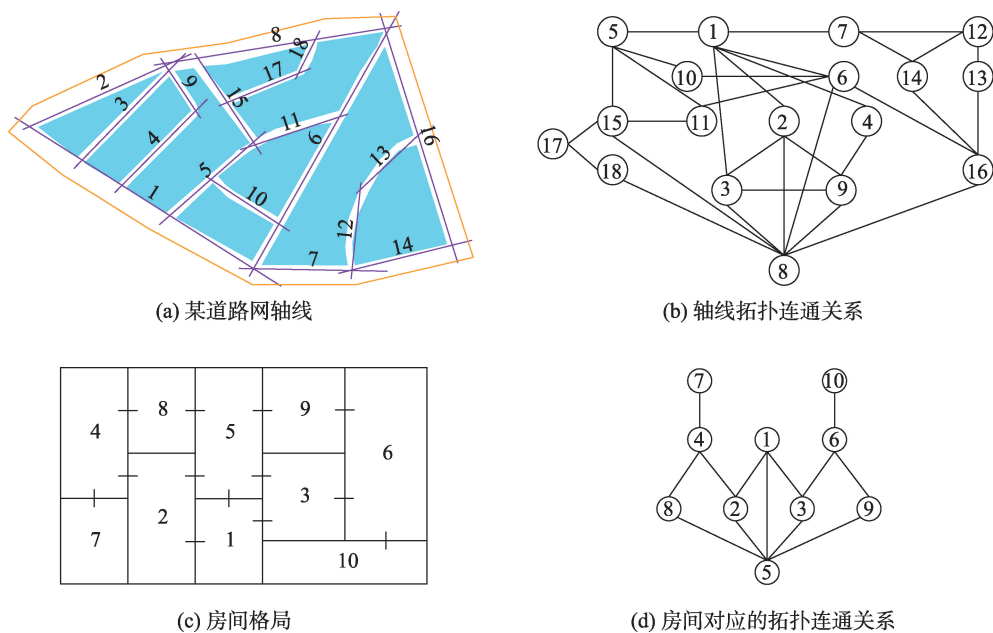


图3 空间句法中的拓扑连通关系图提取

Fig. 3 The derivation of topological connectivity graphs of streets and rooms in space syntax

3.1 城市空间形态的分形维数指标构建

如上所述,分形对象的特征通过分形维来描述。学者们提出了不同的分形维概念,用于定量刻画几何对象的细节程度、空间填充能力、“渗透”能力及空间密度的距离衰减特征等。上述特征与观察尺度密切相关。当前主要有2种定义观察尺度的方法,即圆形缓冲区法和规则格网法(图4)。通过改变尺度大小,统计各尺度下要素的数目、长度、分枝数、密度等特征,构建要素的几何长度、密度、分枝等特征随尺度变化的函数关系,即可得到对应的几何分形维。常见的城市空间形态分形维

数指标及含义如表1所示。

3.2 城市空间形态分形特征挖掘

分形是大自然的语言^[21],分形在城市研究中发挥了重要作用,加强了数学与地理学、计算机的联系,引发了城市科学的理论变革与技术更新。国际上,英国伦敦大学学院Batty教授与Longley教授自20世纪80年代中期开始,长期全面地对城市及城市系统的内部空间结构展开分形理论^[10,13,16]和实证研究^[60-65],系统建立了分形城市研究的理论体系和计算模型^[13];国内,北京大学陈彦光等^[17,27,29]创新性

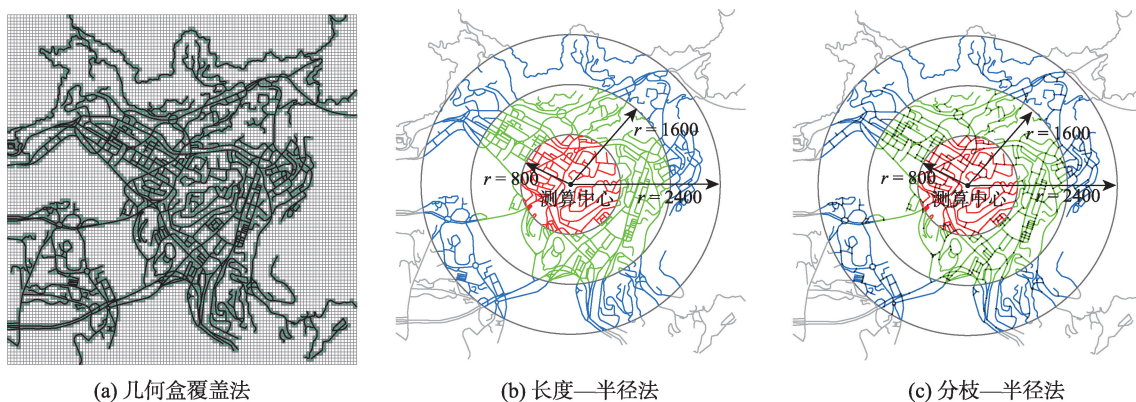


图4 常见的3种几何分形维计算原理示意

Fig. 4 Diagrams of the three most commonly used geometric fractal dimensions

表1 常见的城市空间形态分形维数指标及含义

Tab. 1 List of geometric fractal dimensions in urban studies

| 研究对象 | 名称 | 公式 | 变量涵义 | 地理意义 | 公式编号 |
|--------|---------|---|--|-------------------|------|
| 城市形态 | 面积-半径维数 | $S(r) \propto r^{D_s}$ | r 为圆半径, $S(r)$ 为半径范围内的城区面积, D_s 为面积-半径维数 | 空间渗透 | (2) |
| | 面积-周长维数 | $S(r) \propto L^{D_s}$ | r 为圆半径, $S(r)$ 和 L 分别为半径范围内的城区面积和周长, D_s 为面积-周长维数 | 形态紧凑性 | (3) |
| | 盒覆盖维数 | $N_g \propto r^{-D_g}$ | r 为盒子边长, N_g 为覆盖所有城区所需的最少盒子数, D_g 为网络结构分形维 | 空间填充能力 | (4) |
| 城市交通网络 | 长度-半径维数 | $L(r) \propto L_1 r^{D_l}$ | r 为圆半径, $L(r)$ 为半径为 r 的地域范围内交通网络总长度, L_1 为常数, D_l 即为分维 | 交通密度中心-外围变化 | (5) |
| | 分枝-半径维数 | $N(r) = N_1 r^{D_b}$ | r 为圆半径, $N(r)$ 为半径为 r 的圆形区域内交通网络分枝数目, N_1 为常数, D_b 为交通网络分枝数-半径维数 | 交通网络的区域“渗透”能力 | (6) |
| | 盒覆盖维数 | $N_g \propto r^{-D_g}$ | r 为盒子边长, N_g 为覆盖整个交通网络所需的最少盒子数, D_g 为盒覆盖分形维 | 交通网络的空间填充能力 | (7) |
| | 信息维数 | $D_q = -\lim_{r \rightarrow 0} \frac{I_q(r)}{\log r}$ | r 为圆半径, $I_q(r)$ 为 Shannon 信息熵, D_q 为信息结构分形维数 | 几何形态不均匀程度 | (8) |
| 城镇体系 | 半径维数 | $N(r) \propto r^{D_r}$ | r 为圆半径, $N(r)$ 为以中心城市为圆心的半径 r 范围内的城镇数目, D_r 为半径维数 | 从中心城市向周围腹地的密度衰减特征 | (9) |
| | 网格维数 | $N(r) \propto r^{-D_a}$ | r 为网格边长, $N(r)$ 为被城镇占据的网格数, D_a 为网格维数 | 城镇空间分布的均衡性 | (10) |
| | 等级维数 | $N(S) \propto S^{-D_s}$ | S 为城市规模, $N(S)$ 为规模大于 S 的城市个数, D_s 为城市等级体系的分形维数 | 城镇规模分布的异质性 | (11) |

发展了分形城市系统的分析模型和标度律理论,为分形城市研究做出了国际公认的重要贡献。

近年,分形城市研究领域不断扩展,从城市内部形态向内逐渐细化至城市建筑,向外逐渐扩展到城市体系,涉及微观、中观和宏观3个尺度。

(1)微观层次——城市建筑分形,主要涉及建筑分维数计算、分形视角下的建筑评判与比较,以及基于分形理论的建筑设计^[66]。如Bovill等^[67]运用盒覆盖方法计算了多种类型建筑的分维值,并对其进行比较。发现相较现代建筑而言,欧洲古代建筑具有更加丰富的视觉层级和细部特征,因而更加耐看,经久不衰。数学上表现为具有较高的盒覆盖几何分形维。建筑学家们主要针对建筑的外立面和建筑的空间构成,运用分形几何学,从建筑审美和城市设计视角,解析城市公园、城市街区、家居环境、建筑外观等建设和设计理念的“最优形态”^[13,66-67]。

(2)中观层次——城市内部分形,研究最为广泛,内容涉及城市边界^[68]、土地利用^[69]、城市交通^[70]、城市景观^[41]、人口分布^[17]、经济系统^[36]、城市化^[17]、区位及空间结构^[13,65]等方面。例如,文献^[61]采用Richardson提出的边界分维法计算了加迪夫市边界分维,揭示其具有多标度分形特征,计算得到的加迪夫市1886、1901和1922年行政边界的几何分形维分别为1.239、1.184和1.185,指出分维值的数值高低与运输技术、城市发展过程密切相关。

(3)宏观层次——城市分形研究主要集中于城市体系分形,包括城市等级—规模分布^[12,17]、城市间空间作用^[14,27]、中心地体系^[24,34]、城市网络^[17]等。代表性的工作如Arlinghaus^[24]探讨了Lösch中心地体系的分形机制,为深入理解人类聚落系统的生长与演化提供了新的思路,Batty^[71]通过城市等级钟理论揭示了城市等级规模与时空演化,陈彦光等基于多种分形指标,重构了中心地系统空间结构^[34],刘承良等创造性构建加权分形模型,多维度系统揭示了城乡道路网的分形演化复杂性规律^[30,70]。同时,城市分形演化及其与人类活动关系的研究也不断推进^[38,68,72],主要有水系分形与中心地分布^[73]、水系与道路^[74]、建成区分形与人口密度^[75]、道路分形与人口分布^[76]、交通分形与旅游景观等领域。大量的分形城市演化计算发现,分形与中心地理论、位序—规模法则、核心—边缘理论、空间自相似、空间梯度、空间尺度、空间对称性、城市生长等地理学核心概念紧密相关^[10,13,17]。城市几何分形维存在一定最优区间^[1.67, 1.75]^[17,30],理想城市的几何分形维数值

为 1.701 ± 0.025 ^[10,13];分形存在于一定的时空尺度,即存在一个何时、何地才具有分形的条件判断:空间上具有一个无标度区间;时间上存在一个分形体不断发育成熟的过程^[17,30]。

此外,分形方法与地图制图综合、地理空间抽样、智能体或数学模型、区域过程模拟和大数据挖掘等技术方法日益融合^[63,77-78]。代表性的工作有Batty和Longley^[13]提出的扩散限制凝聚(Diffusion-Limited Aggregation, DLA)模型和电介质击穿模型(Dielectric Breakdown Model, DBM)、关联渗流模型(Correlated Percolation Models)^[79]和局部最优的叶生长模型(Leaf Pattern Formation with Local Optimality)^[80]等。

综上,分形城市形态研究蓬勃发展,在分形指标构建、实证研究与地理意义的解释方面取得了重要进展,成为分形研究的主要方向之一。但分形几何主要关注整体与局部以某种方式表现出的形态相似性,难以揭示城市内部各种要素在多个尺度下表现出的网络关联方式复杂性,迫切需要将几何分形拓展至网络分形。

4 城市网络关联分形研究进展

城市是一个开放复杂的巨系统^[10,17],城市空间不断从几何空间向网络空间拓展。一方面,在城市化与信息化背景下,城市的位置与场所空间正被流空间重塑^[9,81],物质空间不断嵌套复杂的关联网络空间,时空复杂性更加凸显^[82]。传统的以几何为基础的分形理论与方法无法有效解释城市内部空间结构的重塑机制。城市内部空间自组织重构的规律及其与人类行为间的内在耦合机制亟待挖掘。另一方面,数字革命给城市带来了巨大的内生变化,真实世界和网络世界融合一体、日益交互。数据与“流”无处不在,成为城市的基础设施和基础资源^[19]。相对应地,城市分形也逐步突破位置与场所的限制,从几何分形拓展至网络分形。

4.1 城市网络关联的分形维指标构建

由于形态影响结构,作为形态分形体的城市事象,是否同时也是结构分形体?早在1983年就有物理学家设计了奇怪吸引子的分维模型^[83-85]。随后一些学者从欧氏距离和交通距离两个方面,构造了空间关联维数(乌鸦维数和乳牛维数),实证揭示出城镇体系空间作用和城市交通网络的分形性质^[17,27,58]。

以城镇体系为例,定义城市体系的空间关联函数为:

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_i \sum_j \theta(r - d_{ij}) \quad (i \neq j) \quad (12)$$

式中: r 为码尺; d_{ij} 为两个城镇 i, j 之间的距离; θ 为 Heaviside 函数,其取值为:

$$\theta(r - d_{ij}) = \begin{cases} 1, & \text{当 } d_{ij} \leq r \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } d_{ij} > r \text{ 时} \end{cases} \quad (13)$$

上述公式中,城镇 i 和 j 之间的距离主要有 2 种定义方式:① 欧氏距离即乌鸦距离;② 实际交通里程或乳牛距离。城镇体系空间关联维数可由下式得到:

$$C(r) \propto r^D \quad (14)$$

就揭示对象关联而言,空间关联维数与网络维数含义相似,反映了城镇体系要素空间分布的均衡性^[27]。其数值通常处于 0~2 之间。当 $D \rightarrow 0$ 时为高度集中的城镇分布,即形成一个首位城市;当 $D \rightarrow 2$ 时,表明城镇均匀分布^[17]。

空间关联维数的分析依赖于距离矩阵,其切

入点为对象,这一直也是复杂网络分析的重要内容。在复杂网络研究中,节点可以代表任何事象,而连线表示了节点间的丰富多样的关联关系。继 1998 年、1999 年统计物理学家发现复杂网络的小世界性^[86]和无标度性^[87]之后,纽约州立大学的 Maske 教授团队基于复杂网络视角提出了适用于一切网络的结构分形的概念和计算方法^[31]。随后,系列实证研究进一步证实道路网络、航空网络等复杂网络具有结构分形和自相似性^[18,88]。结构分形也与小世界性、无标度性一起,被称为复杂网络的 3 大基本特性^[89]。

复杂网络视角的结构分形计算方法包括盒覆盖法^[31]、谱分析代数法^[32]、体积结构算法^[90]、网络关联维数算法^[91]及模糊分形维算法^[92]等。其中,盒覆盖结构分形维直观且易于理解,是最常用的方法^[31]。图 5 和图 6 分别给出了盒覆盖结构分形维和体积结构分形维的计算原理示意图。由图 5 可知,盒覆盖法需要识别盒子的中心结点并判断其他结点的归

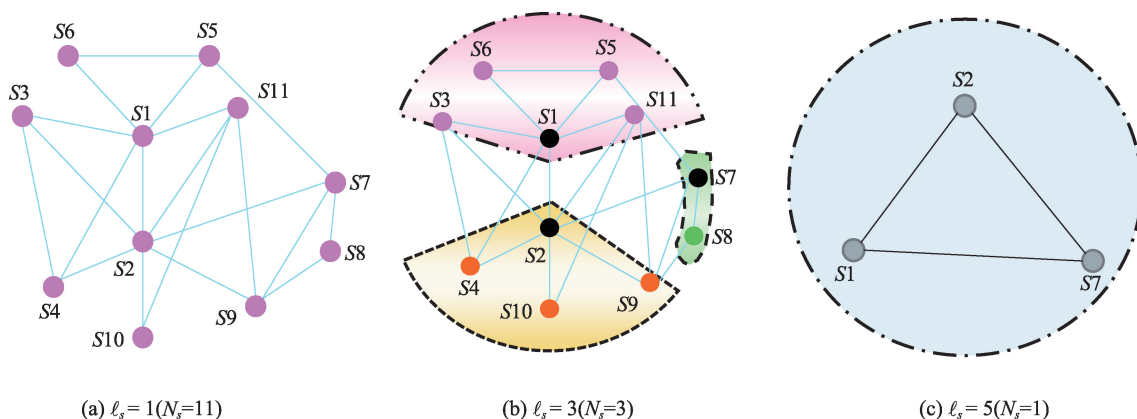


图 5 盒覆盖结构分形维计算原理^[18]

Fig. 5 The calculation of the box-covering structural fractal dimension

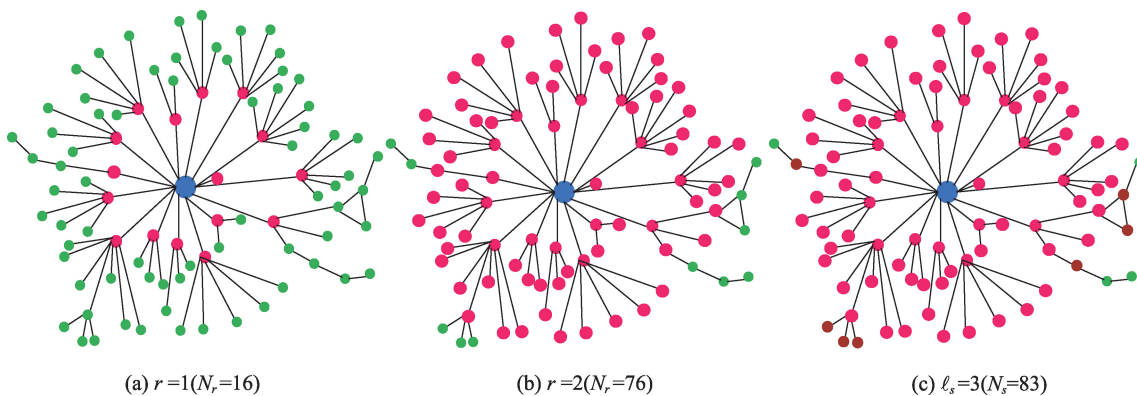


图 6 体积结构分形维计算原理

Fig. 6 The calculation of the volumetric structural fractal dimension

属,并需要计算出覆盖整个网络所需的最少盒子数。现实世界网络通常包含成千上万个节点,因此,求解 l_i 对应的最少盒子数 N_i 是一个NP难题^[93],主要通过压缩盒燃烧法(Compact-Box-Burning, CBB)和最大排除堆燃法(Maximum Excluded Mass Burning, MEMB)来解决^[31,93]。其中, MEMB方法更加稳健可靠^[93]。图6给出网络体积结构分形维的计算原理。研究表明,结构分形维数值越低,网络越规则,往往缺少明显的网络中心^[18]。

4.2 城市网络关联分形特征挖掘

虽然城市表现出纷繁复杂的外在形态,但城市结构组织遵循简单规则:城市平均全局特征可能由少数核心变量决定^[6,94],“尺度”成为理解“复杂世界简单法则”的钥匙^[11]。与分形几何相比,国内外关于城市结构分形的研究相对薄弱。主要从2个视角展开:

(1)从空间关联视角,从拓扑距离和空间距离2个方面构造空间关联维数^[17,27],较深入论证了城市体系相互作用与城市拓扑网络的分形性质^[17]。如陈彦光^[17]采用中国主要城市之间的欧氏距离、铁路和公路的里程数据考察城市网络的空间关联特征。构建了空间关联函数矩阵,绘制距离和城市两两间距离矩阵中满足阈值条件的累积点数的散点图,得到中国城市空间关联的标度关系。虽然采用交通里程代替欧氏距离时,距离范围将发生拓扑变形,但3种距离度量方式下的中国城市空间关联函数在一定范围内均是标度不变的,即城市体系的空间结构都具有分形性质。空间关联维数数值关系为:欧氏距离(1.4720)>铁路里程(1.3831)>公路里程(1.3155),这是因为公路网络比铁路网络更为完善,而铁路网络又比欧氏距离连接多样。类似地,可将上述分析中的空间距离替换成拓扑距离,从节点数—连接数的关系定义空间关联维数。

(2)从复杂网络视角,发展了结构分形维测度指标和算法^[18,33,35],并应用于城市交通网络。Zhang和Li^[18]以美国50个郡县道路网为例,采用盒覆盖方法挖掘了这些道路网的结构分形特征^[18],发现道路网是典型的结构分形体,其结构分形维数值为[2.94, 4.90],呈现结构自相似、小世界和无标度的特征;同时研究进一步指出,分形可能是城市网络的优化结构,因其有助于形成多尺度小世界和无标度特性,从而最大化实现流运输且增强网络的鲁棒性^[18]。随后, Lu等^[33]以美国95个大都市区道

路网为例,采用路径分析法探讨了城市道路网结构分形维对城市建成区环境的影响,证明了大都市区道路网同样也具有典型的结构分形特征,且结构分形维数值处在2.2~3.6。道路网结构分形值普遍小于万维网(4.1)、演员网(6.3)和航空网(4.2),意味着道路网的分形结构发育一定程度上受到地理环境限制^[18]。

综上,空间关联与结构分形为揭示城市网络结构连通方式复杂性提供了新的视角,但如何将城市分形统一在一个共同的理论框架下,例如“尺度”或“热动平衡”,仍是一个挑战性难题。城市多尺度分形特征的地理耦合与时序演化,城市规模、等级、形态、结构与功能间的关联方式与作用机理等问题仍待深入,传统城市分形的理论与技术框架亟需创新,以应对上述挑战。

5 城市成长过程分形(城市异速生长)的研究进展

异速生长是城市地理学研究的重要议题之一。城市异速生长系数与分维具有内在逻辑联系,大量理论和实证研究表明整个城市系统的演化过程实际上是分形重构和分维匹配的协调过程。异速生长关系本质上是一种分数维关系,异速生长的标度指数本质上是分维的函数或者分维之比^[17]。并且,异速生长与城市的许多问题,如人口密度、中心地理论、位序—规模分布等密切相关。

5.1 异速生长:概念与模型

数千年来,人类一直试图揭示生命起源与演化的奥秘。达尔文创立的自然选择进化论基于经验观察,在学术界产生了深远的影响,但难于解释“自然选择”的机理。生物学家克莱伯通过实验发现哺乳动物的基础代谢率与体重的 $3/4$ 次幂成正比,即著名的克莱伯定律^[95],启发了对生命的第四个维度的思考^[96]。科学家随后发现跨越27个数量级的不同生物体的新陈代谢无一例外均遵循某种幂律^[96],即器官成长时,身体某部分的大小和整体大小之间存在比率关系^[97]。

异速(Allometry)或异速生长(Allometric Growth)的概念最早由Otto Snell于1892年提出^[98],随后Thompson^[99]和Huxley^[100]对其进行了进一步阐述。异速生长原指生物体在生长过程中,身体某一部分的尺寸与整个身体的尺寸之间存在的下述形

式的幂律(power-law)依赖关系^[97]:

$$\frac{d_y}{d_t} / y = \beta \frac{d_x}{d_t} / x \quad (15)$$

异速生长后来被拓展为任何共变生物指标间的幂律关系^[100],分形与异速生长也被称为生命的第四个维度,共同高效维持有机生命体的各项机能^[22]。异速生长的一般表达式为:

$$y = \alpha \times x^\beta \quad (16)$$

式中: α 和 β 为常数, β 表示异速生长指数。

5.2 城市异速生长规律挖掘

城市与细胞十分类似,细胞借助于生命体内的新陈代谢网络来保证每一组分都能获取到生存所需的资源与能量,而城市则借助于各类基础设施和社会经济网络来维持城市活力。这些网络朝着最优化资源运输且最小化运输成本的方向不断演化^[11,22]。异速生长最早由Naroll和Von Bertalanffy于1956年引入城市研究^[103]。此后,学者们开展了广泛的实证研究^[14,17,36]。根据 β 数值大小及正负,有五种类型的异速生长^[14,102]: $\beta > 1$ 为正向(Positive)异速生长; $\beta = 1$ 为同速(Isometric)生长; $0 < \beta < 1$ 为负(Negative)异速生长; $\beta = 0$ 为独立发展(Independence); $\beta < 0$ 为反向(Inverse)异速生长。

需要注意的是,在早期的城市研究中,异速生长系数数量纲无法借助欧氏维度来解释,因此陷入尴尬境地^[37]。根据比例一致性原理,一个系统内2个要素比例关系的成立必须满足具有相同的量纲^[104]。对于具有不同量纲(或者说维数)的要素,必须要转换为相同的量纲才可以建立比例关系。然而,根据当时城市异速生长关系的观测数据(如城市人口与面积之间),城市内部要素在整数维的框架内进行量纲转换后的结果无法与观测数据相匹配。分形理论为解决城市异速生长关系的量纲问题提供了理论基础^[10,17],城市异速研究重新吸引了学者的目光。如今,异速生长与距离衰减规律及位序—规模法则一起,构成人文地理学的三大基本定律,成为理解地理系统无标度过程与模式的重要工具之一^[38,102]。事实上,异速生长的动力相似(Dynamic Similarity)过程在地理空间上的映射便是分形几何结构^[17]。

城市系统中的异速生长包括纵向异速和横向异速2种基本类型^[102]。纵向的异速生长是指某个实体在时间序列上的异速关系,通过时间序列数据

来分析;而横向的异速生长则指不同实体之间在某一个时间尺度上所存在的异速关系,通过截面数据来验证。早期的研究主要关注纵向异速,Naroll和Bertalanffy^[103]以瑞士、比利时、丹麦等国家为例,首次发现了城市人口与农村人口之间存在的异速关系。近些年,横向异速关系受到关注^[6,11,94],纵向和横向异速研究取得蓬勃发展^[17],主要集中于人口与自然或其他社会经济指标(如面积和GDP)。学者们发现了城市人口与城市各类基础设施及社会经济行为存在多种异速生长关联^[6]并给出城市的不同异速生长率。指出异速生长普遍存在于城市中。 $\beta = 1$ 对应于个体需求,如就业、居住、家庭用水等; $\beta < 1$ 通常表示基础设施具有与同规模生态系统相类似的规模经济特征, $\beta > 1$ 表明人口规模能对城市创新与社会经济等带来加速回报,这可能是因为人口规模增加会带来知识溢出、生产率提高,进而使得工资、收入与银行存款等加速增长^[36]。

最近,有学者开始关注城市复杂性与其他城市指标间的异速生长关联^[33,35]。分形城市复杂性包括丰富多姿的形态,也暗含纷繁多样的内部结构。前者可由几何分形维来刻画,而后者可借结构分形维来测度。在Lu和Tang^[105]的工作中,几何分形维数被当做一个复杂性指标来探究其与城市人口之间的关系。Lan等^[35]构建了香港道路网结构分维与城市社会经济指标(人口、GDP、二氧化碳排放和耕地面积)的正向与反向异速生长方程。发现香港道路网与人口存在略高于1($\beta = 1.581$)的正向异速生长关系,表明道路网的建设并不能完全满足居民的出行需求。结构分形维与二氧化碳排放间的较高的正向异速生长关系($\beta = 4.298$)则暗示缓慢改进道路网会导致长的交通等待和拥堵,进而引致大气污染。结构分形维与3种社会经济指标(包括GDP、商品进口和商品出口)非常高的正向异速生长关系表明道路交通的改善将对经济发展产生明显且巨大的推动作用。与耕地面积和农业用地之间则存在着反向的异速增长关系(比率指数分别为-2.857和-1.918),可能原因是道路网建设更方便人口流动,促进经济发展提供更多工作机会,使得部分人员放弃农业,导致农业用地荒废或弃置。

分形城市异速生长为深入理解城市组织与演化规律提供了重要思路。一方面,它进一步证实了城市的规律是不断演化而非亘古不变的。另一方面,它表明有关物种之间持续演化竞争的“红皇后

假说”同样存在于城市中^[106]：在瞬息万变的世界中，城市必须不断发展才能不被淘汰。但相对于其他生命有机体而言，城市的发展受到自然环境与规划控制等的共同影响，因而更加复杂。如何通过大数据分析，揭示城市有机生命体内部人流、物流、信息流的能量高效传输机理与能级跃迁路径、城市基因密码的功能与结构、城市“自然选择”过程与机理，以及如何将分形与异速生长有效融入城市规划，实现健康城市与城市可持续发展，仍然需要大量的探索。

6 分形城市未来研究方向

21世纪是城市的世纪^[10]。尽管城市在人类社会中的地位日益重要，我们对城市的科学理解和实际管理却仍然十分有限^[36,72]。在全球化和城市化成为常态的今天，城市的内涵不断丰富，“场所”和“交易”等概念不断拓展，城市网络更加复杂多样。分形是研究地理复杂性的重要工具之一，在城市复杂性研究中将发挥越来越重要的作用，大数据为分形城市研究提供了前所未有的研究机遇^[72,82]和理论挑战^[107]，关于分形城市未来研究，有5个方面值得进一步探讨。

6.1 第三种地理分形的模型构建与实证研究

几何分形维与结构分形维的计算都要求测量的尺度与测得的特征值遵循幂律关系，这对于地理对象而言“过于严格”^[108]。最近，Jiang^[109]提出将分形研究中的统计自相似拓展成似幂律分布，即用更为常见的对数正态分布或长尾分布来替代严格的幂律分布，并给出了“第三种地理分形”的定义，即“大的极少，小的极多”的幂律分布模式能被多次观察到的一类对象^[110]。此后，“第三种地理分形”被应用于城市规划^[111]、景观格局^[112]、居民行为分析^[49]等领域。

有学者指出，幂律分布系数和Ht指数都能刻画出地理对象的分形本质，但Ht指数不够准确，因为它忽略了细节变化。Gao等^[113-114]随后提出了Ht指数的系列改进指标，包括CRG指标、RA指标和两种统一指标。这些指标被认为更加稳定、对变化敏感且单调。然而，它们本质上仍然是一种层次划分方法，无法直观展现出对象在多个尺度下的自我复制过程与方式。需要借助于大量的实证研究与严

密的数学推导，将第三种地理分形由整数值拓展至“分数”值，将几何、形态与属性统一于“等级”框架，构建普适的泛分形理论与方法体系，拓展现有城市分形分析框架。

6.2 各类城市网络分形发育的空间依赖与尺度效应

相对于硕果累累的几何分形而言，城市网络分形尚处于起步阶段，相关研究仅见于道路网和城镇体系，亟需对不同类型、不同时空尺度大量城市网络的实证研究。复杂网络科学的发展，为从关联视角挖掘城市大数据背后的简单规则提供了重要工具^[11]。城市网络包括空间网络与非空间网络两种类型。前者如道路网、河网、移动轨迹网等，后者如旅游生态足迹网、人际关系网、知识创新网等。非空间网络也可以借由位置和距离转化成空间网络。大量研究表明，城市的形态、结构、生长与发育深受地理环境的限制^[13,79-80]。因此，需要通过各类城市网络分形特征的实证分析与比较分析，通过统计分析、空间分析与数学建模，揭示城市网络分形的空间依赖与尺度效应、地理环境的约束机制与作用途径等。

6.3 城市网络分形的耦合机制与地理驱动

“耦合”作为物理学的经典概念，为许多学科提供了一套阐述多主体相互作用的思路和方法^[115]。城市本身禀赋的复杂性无法用传统系统科学方法来解析^[10,17]，需要综合运用地理学、空间计量学、地理信息系统、复杂网络、分形几何、地图信息论等多学科理论与方法，从城市系统内在组分的耦合关系出发，解译、识别城市各类自然和人文要素在时间、空间和尺度上的各类耦合。包括通过多尺度大量城市网络的实证分析，解构城市网络在空间、要素、关系3个维度上的关联机制与作用路径；分析城市网络分形维数值的地带性、空间自相关性与集聚性特征；定量解析城市结构分形与用地破碎性、景观镶嵌性、关系等级性和功能多样性的协同演化规律及相互作用机制等。

6.4 城市DNA：城市分形的遗传与变异特性

空间句法理论认为，空间可以被有目的地“塑造”或“创造”出来，以实现人流、物流等的引导^[2]。但在网络与信息时代，位置(Location)与场所(Space)如何通过关联和“流”传输产生空间效应，进而影响人类活动仍然需要深入探讨^[10]。此外，城

市的活力与能量源自何方?在城市发展的宏观政策中如何体现对城市自身发展规律包括分形演化规律的尊重?这些问题仍然没有答案。一方面,数字孪生(Digital Twins)技术的发展为城市科学提供了重要的发展机遇,它使得近距离、多尺度、多维度、全息、实时监测城市有机生命体的发展历程成为可能。另一方面,相对于数据的快速获取而言,我们对城市大数据的理解与分析能力仍待提升。特别是,作为一个有机生命体,城市的生命密码是什么?形态与网络如何构成城市空间的双螺旋结构?城市分形体的双螺旋结构模型是什么?城市分形如何实现遗传和变异?生命物理学、生命信息学和人工智能技术将为破解上述谜团提供可能的思路。

6.5 城市网络演化的图景模拟与政策调控

城市图景模拟是城市规划的重要工具。城市图景模拟既要遵循城市规模、结构与格局演化的一般规律,也要体现宏观政策与规划策略的影响^[72,116]。传统城市模拟多借助基于微分方程的动力学模型或基于自动机、智能体等概念的离散动力学模型来建立,多在欧几里得空间表示^[117-118]。随着城市空间越来越向垂直和立体空间拓展,城市中越来越多的问题更适合被表示为要素关联网络或图的形式^[9,81]。最近流行的共享社会经济路径(Shared Socioeconomic Pathways, SSPs)为城市宏观发展提供了基本框架^[119]。元胞自动机、人工智能、图神经网络技术为模拟城市生长提供了强大工具。在可持续城市设计中,如何将设计嵌入在分形关系网络之中,凝聚各利益关联方的共识,构建兼顾效益与公平,满足多种发展目标的城市内部空间权衡与结构优化方法,仍然是一个挑战性难题。

参考文献(References):

- [1] Glaeser E. Triumph of the city: How our greatest invention makes us richer, smarter, greener, healthier, and happier[M]. New York, NY: Penguin Press, 2011.
- [2] Hillier B, Hanson J. The social logic of space[M]. London: Cambridge University Press, 1984.
- [3] Castells M. The informational city: information technology, economic restructuring, and the urban-regional process[M]. New York: Wiley-Blackwell, 1989.
- [4] Hillier B. Space is the machine: A configurational theory of architecture[M]. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 1996.
- [5] Proulx P. Determinants of the growth and decline of cities in north America. In: Kresl P, Gapper G. (eds) North American cities and the global economy: challenges and opportunities[M]. Thousand Oaks, CA: Sage, 1995.
- [6] Li X, Wang X, Zhang J, et al. Allometric scaling, size distribution, and pattern formation of natural cities[J]. Palgrave Communications, 2015,1:15017.
- [7] Soria Y, Puig A. Cerdá: the five bases of the general theory of urbanization[M]. Barcelona, Spain: Electa, 1999.
- [8] Geddes P. Civics: As applied sociology [M]. Boston, MA: Qontro Classic Books, 2010. (Original work published 1905).
- [9] 潘峰华,方成,李仙德.中国城市网络研究评述与展望[J].地理科学,2019,39(7):1093-1101. [Pan F H, Fang C, Li X D. The progress and prospect of research on Chinese city network[J]. Scientia Geographica Sinica, 2019,39(7): 1093-1101.]
- [10] Batty M. The new science of cities[M]. Cambridge: MA: MIT Press, 2013.
- [11] West G B. Scale: the universal laws of growth, innovation, sustainability, and the pace of life in organisms, cities, economies, and companies[M]. New York: Penguin Press, 2017.
- [12] Bettencourt L M A. The origins of scaling in cities[J]. Science, 2013,340:1438-1441.
- [13] Batty M, Longley P A. Fractal cities: A geometry of form and function[M]. San Diego, CA: Academic Press, 1994.
- [14] 刘继生,陈彦光.城市地理分形研究的回顾与前瞻[J].地理科学,2000,20(2):166-171. [Liu J S, Chen Y G. Fractal studies of urban geography in the past and future[J]. Scientia Geographica Sinica, 2000,20(2):166-171.]
- [15] 秦耀辰,刘凯.分形理论在地理学中的应用研究进展[J].地理科学进展,2003,22(4):426-436. [Qin Y C, Liu K. Research progress of fractal theory in geography[J]. Progress in Geography, 2003,22(4):426-436.]
- [16] Batty M. Cities and complexity: understanding cities with cellular automata, agent-based models, and fractals [M]. Cambridge, MA: The MIT Press, 2007.
- [17] 陈彦光.分形城市系统:标度·对称·空间复杂性[M].北京:科学出版社,2008. [Chen Y G. Fractal urban systems: Scaling, symmetry, and spatial complexity[M]. Beijing: Science Press, 2008.]
- [18] Zhang H, Li Z L. Fractality and self-similarity in the structure of road networks[J]. Annals of the Association of American Geographers, 2012,102(2):350-365.
- [19] Mandelbrot B B. How long is the coast of Britain? statistical self-similarity and fractional dimension[J]. Science, 1967,156(3775):636-638.

- [20] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature[M]. New York: W.H. Freeman, 1982.
- [21] 陈彦光, 陈文惠. GIS与地理现象的分形研究[J]. 东北师大学报(自然科学版), 1998(2):91-96. [Chen Y G, Chen W H. GIS and fractal studies of geographical phenomena[J]. Journal of Northeast Normal University, 1998(2):91-96.]
- [22] West G B, Brown J H, Enquist B J. The fourth dimension of life: fractal geometry and allometric scaling of organisms[J]. Science, 1999, 284(5420):1677-1679.
- [23] Portugali J. Self-organization and the city[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2000.
- [24] Arlinghaus S L. Fractals take a central place[J]. Geografiska Annaler: Series B, Human Geography, 1985, 67(2): 83-88.
- [25] Goodchild M F, Mark D M. The fractal nature of geographic phenomena[J]. Annals of the Association of American Geographers, 1987, 77(2):265-278.
- [26] 李后强, 艾南山. 具有黄金分割特征和分形性质的市场网络[J]. 经济地理, 1992, 12(4):1-5. [Li H Q, Ai N S. With gold segmentation features and fractal properties of the market network[J]. Economic Geography, 1992, 12(4):1-5.]
- [27] 刘继生, 陈彦光. 城镇体系空间结构的分形维数及其测算方法[J]. 地理研究, 1999, 18(2):171-178. [Liu J S, Chen Y G. Fractal dimension of spatial structure of an urban system and the methods of their determination[J]. Geographical Research, 1999, 18(2):171-178.]
- [28] 蔡金华, 龙毅, 毋河海, 等. 基于反S数学模型的地图目标分形无标度区自动确定[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2004, 29(3):249-253. [Cai J H, Long Y, Wu H H, et al. Automatic determination of fractal non-scale interval of map objects based on inverse 'S' mathematical model[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2004, 29(3):249-253.]
- [29] 陈彦光, 刘继生. 城市形态分维测算和分析的若干问题[J]. 人文地理, 2007, 22(3):104-109. [Chen Y G, Liu J S. On fractal dimension calculation and analysis of urban form[J]. Human Geography, 2007, 22(3):104-109.]
- [30] 刘承良. 城乡路网的空间复杂性[D]. 武汉: 华中师范大学, 2011. [Liu C L. Spatial complexity of the urban-rural road network[D]. Wuhan: Central China Normal University, 2011.]
- [31] Song C M, Havlin S, Makse H A. Self-similarity of complex networks[J]. Nature, 2005, 433(7024):392.
- [32] 王江涛, 杨建梅. 复杂网络的分形研究方法综述[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2013, 10(4):1-7. [Wang J T, Yang J M. The review on fractal research of complex network[J]. Complex Systems and Complexity Science, 2013, 10(4):1-7.]
- [33] Lu Z M, Zhang H, Southworth F, et al. Fractal dimensions of metropolitan area road networks and the impacts on the urban built environment[J]. Ecological indicators, 2016, 70:285-296.
- [34] Chen Y G. Fractal texture and structure of central place system[J]. Fractals, 2017, 28(1):2050008.
- [35] Lan T, Li Z L, Zhang H. Urban allometric scaling beneath structural fractality of road networks[J]. Annals of the American Association of Geographers, 2019, 109(3): 943-957.
- [36] Bettencourt L M A, Lobo J, Helbing D, et al. Growth, innovation, scaling, and the pace of life in cities[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2007, 104:7301.
- [37] 陈彦光. 城市异速标度研究的起源、困境和复兴[J]. 地理研究, 2013, 32(6):1033-1045. [Chen Y G. The rise, fall, and revival process of allometric scaling analysis in urban studies[J]. Geographical Research, 2013, 32(6):1033-1045.]
- [38] Chen Y G. Multi-scaling allometric analysis for urban and regional development[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2017, 465:673-689.
- [39] Kane G. The mysteries of mass[J]. Scientific American, 2005, 293(1):40-48.
- [40] Li Z L, Zhu Q, Gold C. Digital terrain modeling: principles and methodology[M]. New York: CRC Press, 2004.
- [41] 朱晓华. 地理空间信息的分形与分维[M]. 北京: 测绘出版社, 2007. [Zhu X H. Fractal and fractal dimensions of spatial geo-information[M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2007.]
- [42] Korčák J. Deux types fondamentaux de distribution statistique[J]. Bull. de L'Institut International de Statistique, 1938, 111:295-299.
- [43] Richardson L F. The problem of contiguity; an appendix to statistics of deadly quarrels[J]. General Systems Yearbook, 1961, 6:139-187.
- [44] Feder J. Fractals[M]. New York: Plenum Press, 2013.
- [45] LI Z L. Algorithmic foundation of multi-scale spatial representation[M]. Boca Raton, FL: CRC Press, 2006.
- [46] Benguigui L, Czamanski D, Marinov M, et al. When and where is a city fractal?[J]. Environment and Planning B: Planning and Design, 2000, 27(4):507-519.
- [47] 陈彦光. 城市形态的分维估算与分形判定[J]. 地理科学进展, 2017, 36(5):529-539. [Chen Y G. Approaches to estimating fractal dimension and identifying fractals of urban form[J]. Progress in Geography, 2017, 36(5):529-539.]
- [48] Jiang B, Claramunt C. Topological analysis of urban

- street networks[J]. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 2004,31:151-162.
- [49] Ma D, Omer I, Osaragi T, et al. Why topology matters in predicting human activities[J]. *Environment and Planning B: Urban Analytics and City Science*, 2019,46(7):12971-1313.
- [50] Lisa B, Short J. *Cities and nature*(2nd ed)[M]. London and New York: Routledge, 2013.
- [51] Portugali J. Complexity as a link between space and place [J]. *Environment and Planning A: Economy and Space*, 2006,38:647-664.
- [52] Portugali J. Self-organizing cities[J]. *Futures*, 1997,29: 131-138.
- [53] 岳文泽,徐建华,司有元等.分形理论在人文地理学中的应用研究[J].*地理学与国土研究*,2001,17(2):51-56. [Yue W Z, Xu J H, Si Y Y, et al. Application research of fractal theory in human geography[J]. *Geography and Territorial Research*, 2001,17(2):51-56.]
- [54] 刘继生,陈彦光.城市,分形与空间复杂性探索[J].*复杂系统与复杂性科学*,2004,1(3):62-69. [Liu J S, Chen Y G. Exploration of city, fractal and space complexity[J]. *Complex Systems and Complexity Science*, 2004,1(3): 62-69.]
- [55] 刘继生,陈彦光.作为CAS的复杂城市地理系统的SOC性质[J].*地理科学*,2007,27(2):129-135. [Liu J S, Chen Y G. SOC properties of complex urban geographic system as CAS[J]. *Scientia Geographica Sinica*, 2007,27(2): 129-135.]
- [56] 陈彦光.分形城市与城市规划[J].*城市规划*,2005(2):33-40,51. [Chen Y G. Fractal cities and city planning[J]. *China City Planning Review*, 2005(2):33-40,51.]
- [57] 陈彦光.简单,复杂与地理分布模型的选择[J].*地理科学进展*,2015,34(3):321-329. [Chen Y G. Simple, complex and the selection of geographical distribution model[J]. *Progress in Geography*, 2015,34(3):321-329.]
- [58] 刘承良,余瑞林,段德忠.武汉城市圈城乡道路网分形的时空结构[J].*地理研究*,2014,33(4):777-788. [Liu C L, Yu R L, Duan D Z. Spatio-temporal structure of urban and rural road network fractal in Wuhan urban circle[J]. *Geographical Research*, 2014,33(4):777-788.]
- [59] 刘承良,殷美元,黄丽.基于多中心性分析的中国交通网络互补性的空间格局[J].*经济地理*,2018,38(10):21-28. [Liu C L, Yin M Y, Huang L. The spatial pattern of complementarity of china's transportation network based on multi-centricity analysis[J]. *Economic Geography*, 2018,38(10):21-28.]
- [60] Batty M, Longley P A. The fractal simulation of urban structure[J]. *Environment and Planning A:Economy and Space*, 1986,18:1143-1179.
- [61] Batty M, Longley P A. Urban shapes as fractals[J]. *Area*, 1987,19:215-221.
- [62] Batty M, Longley P A. The morphology of urban landuse [J]. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 1988,15(4):461-488.
- [63] Batty M, Longley P A, Fotheringham A S. Urban growth and form: scaling, fractal geometry, and diffusion-limited aggregation[J]. *Environment and Planning A: Economy and Space*, 1989,2:1447-1472.
- [64] Batty M, Longley P A. Fractal-based description of urban form[J]. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 1987,14:123-134.
- [65] Batty M. Fractals: New ways of looking at cities[J]. *Nature*, 1995,377:574.
- [66] 冒卓影,冒亚龙,何镜堂.国外分形建筑研究与展望[J].*建筑师*,2016,2(4):13-20. [Mao Z Y, Mao Y L, He J T. Research and prospect of fractal architecture abroad[J]. *The Architect*, 2016,2(4):13-20.]
- [67] Bovill C. *Fractal geometry in architecture and design*[M]. Boston: Birkhauser, 1996.
- [68] Shen G Q. Fractal dimension and fractal growth of urbanized areas[J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2002,16(5):419-437.
- [69] 赵晶,徐建华,梅安新,等.上海市土地利用结构和形态演变的信息熵与分维分析[J].*地理研究*,2004,23(2):137-146. [Zhao J, Xu J H, Mei X A, et al. Information entropy and fractal dimension analysis of the evolution of land use structure and form in Shanghai[J]. *Geographical Research*, 2004,23(2):137-146.]
- [70] 刘承良,段德忠.武汉城市圈道路网空间生长的分形研究.*交通运输系统工程与信息*,2013,13(5):185-193. [Liu C L, Duan D Z. Fractal study on spatial growth of road network in Wuhan urban circle[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2013,13(5):185-193.]
- [71] Batty M. Rank clocks[J]. *Nature*, 2006,444(7119):592-596
- [72] Batty M. *Inventing future cities*[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 2018.
- [73] Woldenberg M J, Berry B J L. Rivers and central places: analogous systems?[J]. *Journal of Regional Science*, 1967 (7):129-139.
- [74] Liu C L, Duan D Z, Zhang H. Relationships between fractal road and drainage networks in Wuling mountainous area: another symmetric understanding of human-environment relations[J]. *Journal of Mountain Science*, 2014,11 (4):1060-1069.
- [75] Thomas I, Frankhauser P. Fractal dimensions of the built-up footprint: Buildings versus roads. fractal evidence

- from Antwerp (Belgium)[J]. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 2013,40(2):310-329.
- [76] Abundo C, Bodnar T, Driscoll J, et al. City population dynamics and fractal transport networks [J]. *Proceedings of the Santa Fe Institute's CSSS2013*, 2013.
- [77] 毋河海. 扩展分维在地图信息综合中的应用[J]. *测绘科学*, 2010,35(4):10-13. [Wu H H. Application of extended fractal dimension in map generalization[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2010,35(4):10-13.]
- [78] Murcio R, Masucci A P, Arcaute E, et al. Multifractal to monofractal evolution of the London street network[J]. *Physical Review E*, 2015,92(6):062130.
- [79] Makse H A, Havlin S, Stanley H E. Modelling urban growth patterns[J]. *Nature*, 1995,377(6550):608.
- [80] Barthélemy M, Flammini A. Modeling urban street patterns[J]. *Physical Review Letters*, 2008,100(13):138702.
- [81] 修春亮,魏冶,等. “流空间”视角的城市与区域结构[M]. 北京:科学出版社,2015. [Xiu C L, Wei Z, et al. *Urban and regional structure from the perspective of "flow space"*[M]. Beijing: Science Press, 2015.]
- [82] 程昌秀,史培军,宋长青,等. 地理大数据为地理复杂性研究提供新机遇[J]. *地理学报*, 2018,73(8):1397-1405. [Cheng C X, Shi P J, Song C Q, et al. Geographic big data provides new opportunities for geographical complexity research[J]. *Acta Geographica Sinica*, 2018,73(8):1397-1405.]
- [83] Hentschel H G E, Procaccia I. The infinite number of generalized dimension of fractals and strange attractors[J]. *Physica D*, 1983,8:433-435.
- [84] Grassberger P, Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractors[J]. *Physica D*: 1983,9:187-190.
- [85] Ben-Mizrachi A, Procaccia I, Grassberger P. Characterization of experimental (noisy) strange attractors[J]. *Physical Review A*, 1984,29:206-208.
- [86] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of 'small-world' networks[J]. *Nature*, 1998,393(6684):440-442.
- [87] Barabási A L, Albert R. Emergence of scaling in random networks[J]. *Science*, 1999,286(5439):509-512.
- [88] Guida M, Maria F. Topology of the Italian airport network: A scale-free small-world network with a fractal structure?[J] *Chaos, Solutions and Fractals*, 2007,31(3):527-536.
- [89] Newman M. *Networks* (2nd ed)[M]. Oxford: Oxford University Press, 2018.
- [90] Shanker O. Defining dimension of a complex network[J]. *Modern Physics Letters B*, 2007,21(6):321-326.
- [91] Wang X, Liu Z, Wang M. The correlation fractal dimension of complex networks[J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2013,24(5):1350033.
- [92] Zhang H, Hu Y, Lan X, et al. Fuzzy fractal dimension of complex networks[J]. *Applied Soft Computing*, 2014,25(11):514-518.
- [93] Song C M, Gallos L K, Havlin S, et al. How to calculate the fractal dimension of a complex network: The box covering algorithm[J]. *Journal of Statistical Mechanics; Theory and Experiment*, 2007,2007(3):P03006.
- [94] Batty M. The size, scale, and shape of cities[J]. *Science*, 2008,319(5864):769-771.
- [95] Kleiber M. Body size and metabolism[J]. *Halgardia*, 1932, 6(11):315-353.
- [96] West G B, Woodruff W H, Brown J H. Allometric scaling of metabolic rate from molecules and mitochondria to cells and mammals[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2002,99:2473-2478.
- [97] Huxley J S. *Problems of relative growth*[M]. London: Methuen and Co. Ltd., 1932.
- [98] Snell O. Die Abhängigkeit des Hirngewichts von dem Körpergewicht und den geistigen Fähigkeiten[J]. *Arch. Psychiatr*, 1892,23(2):436-446.
- [99] Thompson D'Arcy W. *On growth and form* [M]. Cambridge, MA: Cambridge University Press, 1992.
- [100] Huxley J S. *Problems of relative growth* (2nd ed)[M]. New York: Dover, 1972.
- [101] Nordbeck S. Urban allometric growth[J]. *Geografiska Annaler. Human Geography (Series B)*, 1971,53(1):54-67.
- [102] Chen Y G. Characterizing growth and form of fractal cities with allometric scaling exponents[J]. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2010:1-22.
- [103] Naroll R S, Von Bertalanffy L. The principle of allometry in biology and the social sciences[J]. *General systems yearbook*, 1956,1(Part II):76-89.
- [104] Lee Y. An allometric analysis of the US urban system: 1960-80[J]. *Environment and Planning A: Economy and Space*, 1989,21:463-476.
- [105] Lu Y, Tang J. Fractal dimension of a transportation network and its relationship with urban growth: A study of the Dallas-Fort Worth area[J]. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 2004,31(6):895-911.
- [106] Van Valen L. A new evolutionary law[J]. *Evolutionary Theory*, 1973,1:1-30.
- [107] 冯舒,孙然好,陈利顶. 基于土地利用格局变化的北京市生境质量时空演变研究[J]. *生态学报*, 2018,38(12):4167-4179. [Fen S, Sun R H, Chen L D. Spatio-temporal variability of habitat quality based on land use pattern change in Beijing[J]. *Acta Ecologica Sinica*, 2018,

- 38(12):4167-4179.]
- [108] Jiang B, Yin J J. Ht-index for quantifying the fractal or scaling structure of geographic features[J]. *Annals of the Association of American Geographers*, 2014,104(3): 530-540.
- [109] Jiang B. Geospatial analysis requires a different way of thinking: The problem of spatial homogeneity[J]. *Geo-Journal*, 2015,80(1):1-13.
- [110] Jiang B. Head/tail breaks for visualization of city structure and dynamics[J]. *Cities*,2015,43(3):69-77.
- [111] Long Y, Shen Y, Jin X. Mapping block-level urban areas for all Chinese cities[J]. *Annals of the American Association of Geographers*, 2016,106(1):96-113.
- [112] Zhang H, Wu Z W. A head/tail breaks-based method for efficiently estimating the absolute boltzmann entropy of numerical raster data[J]. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, 2020,9(2):103.
- [113] Gao P C, Liu Z, Xie M, et al. CRG index: A more sensitive ht-index for enabling dynamic views of geographic features[J]. *The Professional Geographer*, 2016,68(4): 533-545.
- [114] Gao P C, Liu Z, Liu G, et al. Unified metrics for characterizing the fractal nature of geographic features[J]. *Annals of the American Association of Geographers*, 2017, 107(6):1315-1331.
- [115] 宋长青,程昌秀,杨晓帆,等.理解地理“耦合”实现地理“集成”[J]. *地理学报*,2020,75(1):3-13. [Song C Q, Cheng C X, Yang X F. et al. Understanding geographic coupling and achieving geographic integration[J]. *Acta Geographica Sinica*, 2020,75(1):3-13.]
- [116] 张童,姚士谋,胡伟平,等.基于交通可达性的广佛都市区城市扩展的模拟与分析[J].*地理科学*,2018,38(5):737-746. [Zhang T, Yao S M, Hu W P. et al. Simulation of urban expansion in Guangzhou-Foshan metropolitan area under the influence of accessibility[J].*Scientia Geographica Sinica*, 2018,38(5):737-746.]
- [117] 黎夏,刘小平.基于案例推理的元胞自动机及大区域城市演变模拟[J].*地理学报*,2007,62(10):1097-1109. [Li X, Liu X P. Case-based cellular automaton for simulating urban development in a large complex region[J]. *Acta Geographica Sinica*, 2007,62(10):1097-1109.]
- [118] 冯永玖,刘妙龙,童小华,等.基于核主成分元胞模型的 城市演化重建与预测[J].*地理学报*,2010,65(6):665-675. [Feng Y J, Liu M L, Tong X H, et al. Kernel principal components analysis based cellular model for restructuring and predicting urban evolution[J]. *Acta Geographica Sinica*, 2010,65(6):665-675.]
- [119] Chen G, Li X, Liu X P. et al. Global projections of future urban land expansion under shared socio economic pathways[J]. *Nature Communications*, 2020,11:537.