

黄河下游主槽断面形态对水沙变化响应过程的模拟

王彦君^{1,2}, 吴保生¹, 钟德钰¹

(1. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084;
2. 长江科学院水利部江湖治理与防洪重点实验室, 武汉 430010)

摘要: 准确把握环境变化下前期水沙条件对当前河床形态调整的影响, 建立非平衡态河床形态调整的模拟方法, 对深化河床非平衡调整过程的认识至关重要。基于黄河下游花园口—利津河段 1965—2015 年的水沙和沿程 82 个大断面数据, 首先统计分析不同河段主槽断面形态参数(面积、河宽、水深和河相系数)的调整过程及其对水沙变化的响应规律; 进而以水沙因子作为主槽断面形态调整的主控因素, 采用滞后响应模型的多步递推模式, 建立了其对前期水沙条件变化的滞后响应模型。结果表明, 各河段面积、河宽和水深经历了减小—增加—减小—增加的变化过程, 并且其与 4 a 滑动平均流量和含沙量之间分别呈正相关和负相关; 而河相系数孙口以上段整体减小, 孙口以下段呈增加—减小—增加—减小的变化过程, 除花高段 1965—1999 年外, 其与流量呈负相关, 与含沙量呈正相关。滞后响应模型在黄河下游主槽断面形态对前期水沙条件响应过程的应用表明, 各参数模型计算值与实测值符合程度均较高, 模型能够很好地模拟主槽断面形态对水沙变化的响应调整过程, 模型计算结果显示主槽断面形态调整受当年在前的前 8 a 水沙条件的累积影响, 当年和前 7 a 水沙条件对当前断面形态的影响权重分别约为 30% 和 70%。本文模型有助于深化前期水沙条件对当前河床形态调整影响机理的认识, 并为未来不同水沙情形下主槽断面形态的预测提供了有效计算方法。

关键词: 黄河下游; 水沙变化; 主槽断面形态; 滞后响应模型

DOI: 10.11821/dlxb202007012

1 引言

黄河下游作为典型的冲积性河流, 河床形态与来水来沙关系密切, 由于流域来水来沙条件的不断变化, 导致河床处在不断的调整变化之中。但从较长时期的平均情况来看, 河流通过自动调整作用一般处于均衡状态, 其断面形态和流域因素之间存在某种定量关系, 称之为河相关系。从 Lacey^[1]最初归纳得到了均衡理论之后, Leopold 等^[2]将该均衡理论应用到河流中, 认为处于准平衡状态的天然河流, 断面形态与流量之间存在着简单的幂函数关系, 并将其称为水力几何形态, 之后研究者通过引入来沙因子和河床物质组成因子等进一步拓展了对冲积河流河相关系的认识^[3-5]。如陈绪坚等^[5]建立了河床演变均衡稳定数学模型, 并将其应用到黄河下游河槽断面形态计算中。但由于这些研究主要是针对处于平衡或准平衡条件下冲积河流河槽形态的分析, 并不适用于强人类活动影响下处于河床剧烈调整的非平衡态河流。

在气候变化、水库调节以及灌溉引水等共同影响下, 进入黄河下游的水沙条件发生

收稿日期: 2019-05-27; 修订日期: 2020-04-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(51639005); 国家重点研发计划(2017YFC0405202, 2016YFC0402406); 中央级公益性科研院所基本科研业务费(CKSF2019214/HL) [Foundation: National Natural Science Foundation of China, No.51639005; National Key R&D Program of China, No.2017YFC0405202, No.2016YFC0402406; Central Public-interest Scientific Institution Basal Research Fund of China, No. CKSF2019214/HL]

作者简介: 王彦君(1989-), 女, 河北邢台人, 博士, 研究方向为河流地貌学和河床演变学。E-mail: yanjun1113@126.com

了显著变化,来水来沙量减小、中小流量几率增大、洪水漫滩机会减小,对下游的河床冲淤演变及防洪安全产生了深远影响^[6-10]。为此,一类研究者从宏观定性的角度开展了大量关于环境变化下黄河下游河床演变规律和调整趋势的研究^[11-18];而另一类研究者通过建立断面形态变量与水沙因子之间的定量关系,初步模拟了河床断面形态随水沙变化的调整过程。如冯普林等^[19]基于黄河下游1973—1997年水沙和断面资料,建立了高村以下河段河槽断面形态指标与河段进口前期4 a几何平均水沙条件的定量关系;胡春宏等^[20]建立了黄河下游特定断面平滩面积与当年来水量和最大洪峰流量、宽深比与年平均来沙系数之间的定量关系;夏军强等^[21-22]建立了1999年小浪底水库运用以来黄河下游不同河段平滩河槽断面形态参数和平滩流量与4 a滑动平均流量和来沙系数的关系式。但采用滑动平均和几何平均等来考虑前期水沙条件的影响存在一定的经验性和任意性。

为了克服以滑动平均和几何平均等来反映前期影响的经验性和任意性,吴保生等^[23]根据河流自动调整原理和滞后响应特性,基于变率方程建立了河床演变的滞后响应模型,该模型阐明了前期水沙条件对河床演变的累积影响,能够很好地模拟河流非平衡态调整过程。该模型在黄河流域平滩流量、河床冲淤量、潼关高程升降、利津同流量水位和美国图特河北汉河床深泓点高程等过程的模拟中得到了较好的应用^[24-34],但是该模型对长时间序列主槽断面形态对水沙变化响应过程模拟的适用性有待进一步检验。

鉴于此,本文利用黄河下游1965—2015年沿程代表性水文站的水沙数据和淤积断面地形数据,在对大断面进行滩槽划分的基础上,采用夏军强等^[21]提出的河段平均参数计算方法,首先统计分析不同河段主槽断面形态调整变化过程及其对前期水沙条件的响应规律;进而,基于吴保生^[23,32]提出的冲积河流滞后响应模型,建立黄河下游不同河型河段主槽断面形态对水沙变化的滞后响应模型,实现对主槽断面形态调整过程的定量模拟,为黄河下游未来不同来水来沙情况下主槽断面形态的预测提供一定的理论支撑。

2 研究区概况

黄河发源于青海省巴颜喀拉山北麓约古宗列盆地,流经黄土高原及黄淮海大平原,于山东垦利县注入渤海,干流全长5464 km,流域总面积79.5万km²。河口镇以上为黄河上游,流域面积占全流域的51.3%,来水量占全河来水量的54%,来沙量仅占9%,是黄河流域的清水来源区;河口镇至桃花峪为黄河中游,流域面积占43.3%,来水量占32%,来沙量占90%,是黄河流域的主要产沙区;黄河下游流域面积仅占3%,从河南桃花峪起至山东利津河道全长786 km(图1),河道自1855年铜瓦厢决口改道以来已运行150多年^[35]。其中高村以上为游荡型河段,河长约207 km,两岸受大堤约束,有广阔的滩地,河道断面宽浅,水流散乱,主槽摆动频繁,河床极不稳定;高村至陶城铺为游荡向顺直微弯的过渡河段,河长约165 km,主槽基本上为单一外形,主流受到一定的控制;陶城铺至利津段为顺直微弯河段,河长约300 km,基本上都在控导工程控制以内,主槽比较稳定^[36-38]。下游沿程设有花园口、夹河滩、高村、孙口、艾山、泺口和利津7个水文测站,由于陶城铺断面距艾山较近,将孙口至陶城铺和陶城铺至艾山合并为孙口—艾山段(孙艾段),以便对比断面形态与水沙条件之间的关系。

3 数据来源与研究方法

3.1 数据来源

本文收集了黄河下游1965—2015年花园口至利津河段沿程82个淤积断面每年汛前和

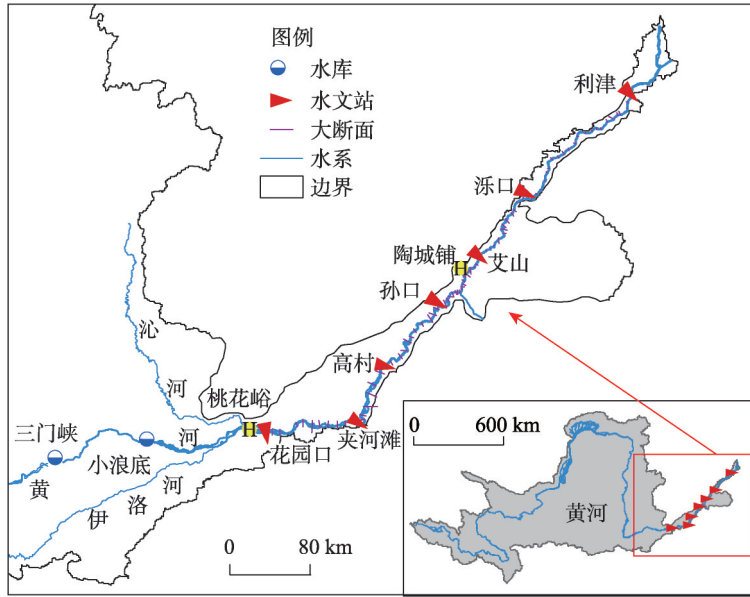


图1 研究区概况图

Fig. 1 Sketch of Lower Yellow River

汛后的实测大断面数据（2014年汛前数据除外）和花园口、高村、孙口和艾山4个水文站的水沙数据，数据主要来源于黄河流域水文年鉴和黄河水利委员会。

3.2 研究方法

3.2.1 河段平均的主槽形态参数 对沿程82个实测淤积大断面进行了滩槽划分，考虑到王彦君等^[39]研究中对沿程各断面滩槽划分的原则进行了较为详细的说明，本文仅以图2中游荡河段苏泗庄断面为例，简要说明滩槽划分的原则。首先根据左右滩唇点位置和高度低值确定平滩水位 Z 和平滩河宽；然后将平滩河槽内水深较大的部分作为主槽、而水深较小对行洪输沙能力贡献较小的部分划分为非主槽；进而计算平滩水位下主槽面积 A （图2中的阴影面积）、主槽河宽 B 、主槽水深 $h=A/B$ 和断面河相系数 $\xi=B^{0.5}/h$ 。本文中主槽面积、河宽、水深和断面河相系数均为平滩水位下主槽部分的断面形态参数。

黄河下游主槽断面形态沿程差异较大，特定断面的河槽形态难以反映河段整体的情况，为了对比不同河段主槽形态调整之间的差异，本文采用夏军强等^[21]提出的基于对数

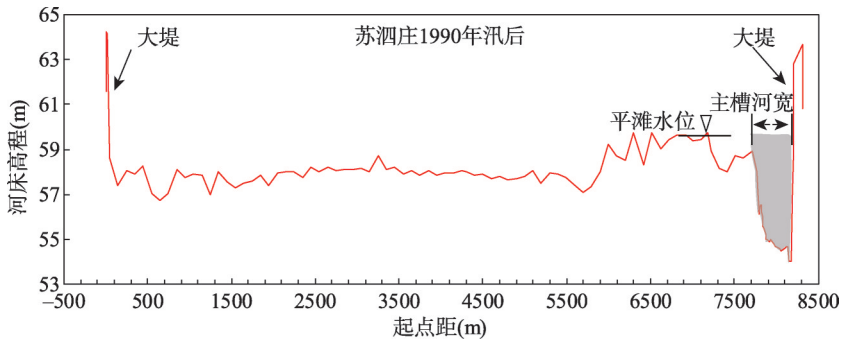


图2 黄河下游典型大断面

Fig. 2 Typical cross-sectional profile of Lower Yellow River

转换的几何平均和断面间距加权平均相结合的方法,计算河段平均的主槽断面形态参数:

$$\bar{G}_{mc} = \exp\left[\frac{1}{2L} \sum_{i=1}^{N-1} (nG_{mc}^{i+1} + \ln G_{mc}^i) \Delta x_i\right] \quad (1)$$

式中: \bar{G}_{mc} 为河段平均的主槽断面形态参数(面积、河宽、水深和河相系数); G_{mc}^i 和 G_{mc}^{i+1} 分别为第 i 、 $i+1$ 断面的主槽形态特征参数; Δx_i 为相邻两个断面($i, i+1$)之间的间距; L 为计算河段长度; N 为河段内布置的断面个数。

3.2.2 滞后响应模型 滞后响应模型又称变率模型,基于“变率原理”(Rate Law),假定河床的某一特征变量 y 受到外部扰动后的调整速率 dy/dt 与该变量当前值 y 和平衡值 y_e 之差成正比而建立^[23, 32]。在外界扰动不断变化的情况下,由于河床调整的滞后性,在一个给定的有限时段内,河床形态不一定能够调整至与现有扰动条件相适应的平衡状态,然而,无论河床调整是否达到平衡状态,本时段河床调整的结果都将作为下一个时段的初始条件 y_0 对河床演变产生影响,并由此使得前期水沙条件对后期河床演变产生影响。据此推导得到滞后响应模型的多步递推模式,考虑到初期条件对当前时段的影响权重最小,进一步得到调整前期水沙条件影响权重分布后的滞后响应模型^[32]为:

$$y_n = \sum_{i=n-\tau}^n \{\lambda_i y_{ei}\}, \quad \lambda_i = \frac{1 - e^{-\beta\Delta t}}{1 - e^{-(\tau+1)\beta\Delta t}} e^{-(n-i)\beta\Delta t} \quad (2)$$

式中: y_n 为第 n 年主槽断面形态参数值; y_{ei} 为第 i 年主槽断面形态参数平衡值; λ_i 为第 i 年权重系数; b 为调整速率参数,其值越大表示河床特征变量的调整速率越快; τ 为滞后年数; n 为递推时段数; i 为时段编号。对于含沙量较大的黄河而言,断面形态调整与水沙条件之间关系密切,通常采用汛期平均流量和来沙系数表示^[24-34]。由于来沙系数为含沙量与流量的比值和非汛期水沙条件同样对河道形态产生影响,所以为了更好地识别水沙条件对断面形态调整的影响,可以将主槽断面形态参数平衡值 y_e 表示为下式(3)中年平均流量和含沙量的形式:

$$y_e = K \times S^a \times Q^b \quad (3)$$

式中: S 和 Q 分别为年平均含沙量和流量 (kg/m^3 , m^3/s); K 、 a 和 b 为经验系数和指数。

将式(3)代入滞后响应模型的多步递推模式(2),得主槽断面形态参数 y_n 计算式:

$$y_n = \sum_{i=n-\tau}^n \{\lambda_i K S_i^a Q_i^b\}, \quad \lambda_i = \frac{1 - e^{-\beta\Delta t}}{1 - e^{-(\tau+1)\beta\Delta t}} e^{-(n-i)\beta\Delta t} \quad (4)$$

4 研究结果

4.1 进入下游水沙条件及主槽断面形态调整过程

4.1.1 来水来沙条件变化过程 1961年以来进入黄河下游花园口站的水沙条件变化过程如图3所示。结合中游的三门峡水库在1961—1964年、1965—1973年和1973年后分别采用蓄水拦沙、滞洪排沙和蓄清排浑的运用方式,多年调节的上游龙羊峡水库和中游小浪底水库分别于1986年和2000年开始运用以及天然来流变化的综合影响,1961年以来花园口站水沙条件可划分为1961—1964年三门峡水库蓄水拦沙期天然来流较丰的时段、1965—1973年三门峡水库滞洪排沙期来水来沙均较大的时段、1974—1980年来水来沙略为偏枯的时段、1981—1985年丰水少沙的时段、1986—1999年以中小流量较高含沙量洪水为主的少水少沙时段和2000—2015年以清水下泄为主的来水偏枯来沙极小的时段。不同阶段黄河下游花园口站来水来沙条件统计值如表1所示。其中,2000—2015年平均来沙量和含沙量分别仅为0.95亿t和3.73 kg/m^3 。

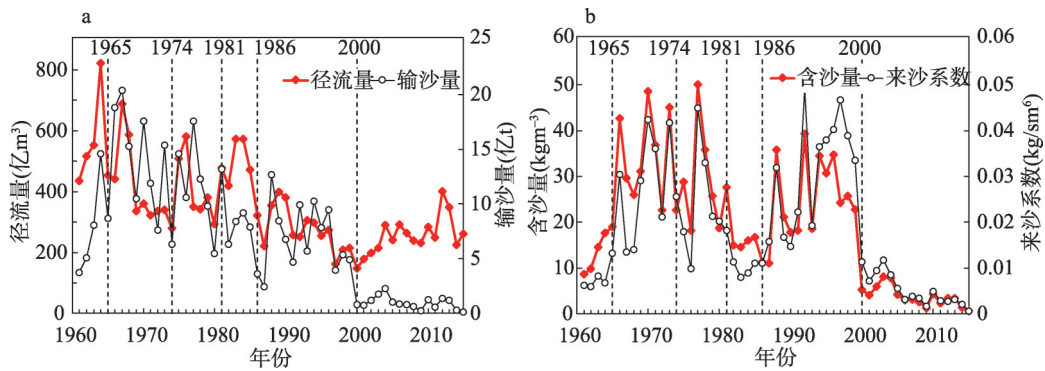


图3 花园口站来水来沙条件变化过程

Fig. 3 Temporal changes of water and sediment conditions at Huayuankou station

表1 不同时期花园口站来水来沙条件统计表

Tab. 1 Statistics of incoming water and sediment conditions at Huayuankou station in different periods

时期	1961—1964年	1965—1973年	1974—1980年	1981—1985年	1986—1999年	2000—2015年
径流量(亿m ³)	582.50	430.10	391.00	503.58	279.16	254.48
输沙量(亿t)	7.87	13.99	10.95	9.00	6.86	0.95
含沙量(kg/m ³)	13.50	32.54	28.00	17.86	24.57	3.73
来沙系数(kg·s/m ⁶)	0.0073	0.0239	0.0226	0.0112	0.0278	0.0046

4.1.2 主槽断面形态调整过程 基于花园口—利津河段沿程82个淤积断面1965—2015年每年汛前汛后实测的大断面数据，在对其进行滩槽划分的基础上，计算了每个断面各测次主槽面积 A 、河宽 B 、水深 h 和断面河相系数 ξ ；然后参考夏军强等^[21]研究方法，采用式(1)计算花夹段（花园口—夹河滩）、夹高段（夹河滩—高村）、高孙段（高村—孙口）、孙艾段（孙口—艾山）、艾浜段（艾山—浜口）和浜利段（浜口—利津）6个河段平均主槽断面形态参数，以汛前汛后的平均值作为年值。由于不同河段之间各变量绝对值差别较大，为便于对比，图4和图5分别给出1965—2015年各河段 A 、 B 、 h 和 ξ 多年平均值和相对值的变化过程，各变量相对值 y_{ri} 等于其绝对值 y_i 与其对应的多年平均值 \bar{y} 之比，即 $y_{ri} = y_i / \bar{y}$ 。

由图4可以看出，多年平均的主槽断面形态参数沿程变化规律表现为，面积花夹段最大，夹高段次之，高村以下段相差不大；河宽沿程整体减小，孙口以上段减小较快，

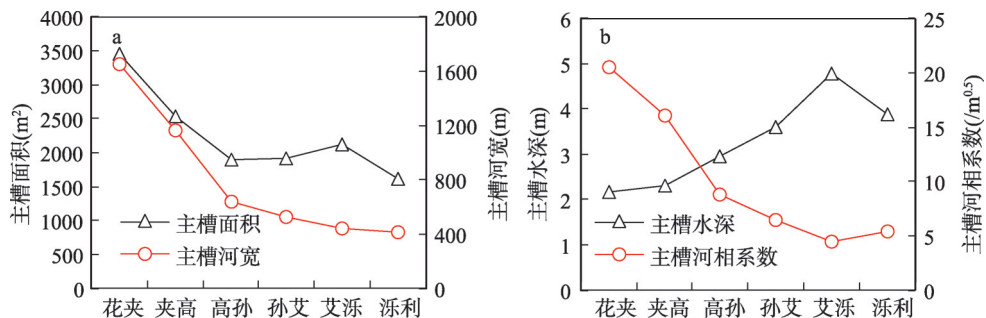


图4 各河段主槽断面形态参数多年平均值

Fig. 4 Annual average values of main-channel cross-sectional parameters in different reaches

孙口以下段相差不大;水深泺口以上段沿程增加,泺利段有所减小;断面河相系数泺口以上段沿程减小、泺利段有所增加。

由图5可以看出,各河段主槽面积变化过程和幅度整体比较一致,先后经历了1965—1973年快速减小、1974—1980年波动中略有增加、1981—1985年快速增加、1986—1999年快速减小和2000—2015年快速增加5个阶段;主槽河宽经历了快速减小、基本不变、快速增加、快速减小和小幅增加5个阶段,其调整变幅整体沿程减小;主槽水深经历了减小、波动中略有增加、增加、快速减小和快速增加5个阶段,其调整变幅2000年前沿程整体增加、2000年后沿程减小。由于各段主槽河宽和水深变幅差异较大,各段主槽断面河相系数变化过程差别亦较大。其中,花夹段经历了1965—1985年小幅波动,1986—2004年明显减小和2005—2015年小幅减小3个阶段;夹高段除1981—1985年有所回升外,整体减小;高孙段经历了1965—1973年波动不变、1974—1976年迅速减小、1977—1999年波动中小幅增加和2000年后明显减小的过程;孙口以下各段经历了1965—1973年增加,1974—1985年小幅减小,1986—1999年小幅增加和2000—2015年减小的过程。

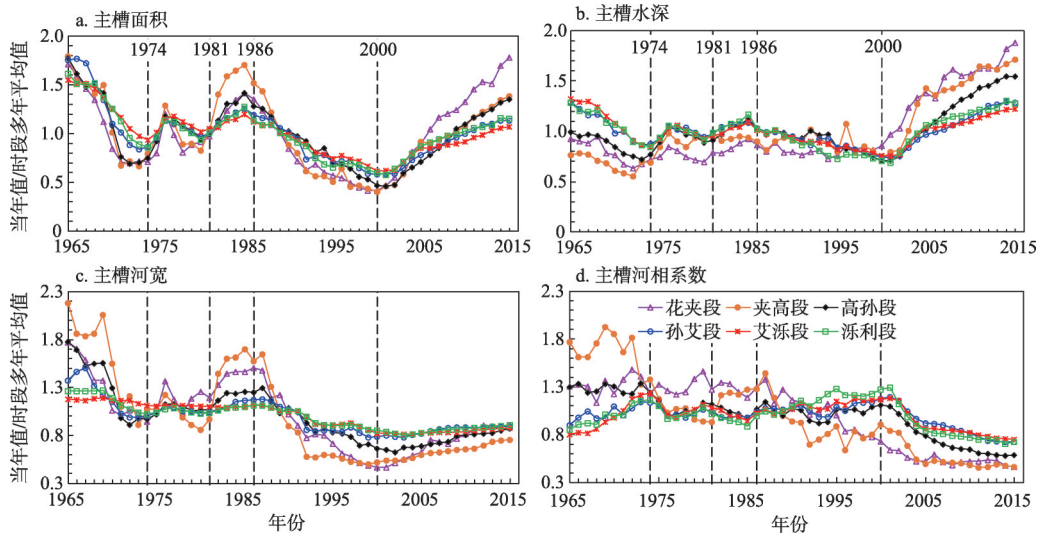


图5 不同河段主槽断面形态参数相对值的变化过程

Fig. 5 Temporal changes of relative main-channel cross-sectional parameters in different reaches

可见,主槽断面形态各变量调整过程和幅度花园口—高村段(花高段)较为一致、孙口以下段较为一致,而高孙段河宽与花高段较为一致、水深与艾山—利津段(艾利段)较为一致。结合沿程水文站的布设情况,将花园口—利津6个子河段,合并为花高段,高孙段、孙艾段和艾利段4个子河段,相应的入口水文测站为花园口、高村、孙口和艾山站。

4.2 主槽断面形态参数对水沙条件的响应

为了进一步分析不同河段主槽断面形态对水沙响应规律之间的异同,参考夏军强等^[21]研究方法,采用式(1)计算了花高段、高孙段、孙艾段和艾利段的平均主槽面积、河宽、水深和断面河相系数。进而,通过分析各河段主槽面积、河宽、水深和河相系数与包括不同年数的滑动平均水沙条件之间幂函数形式的决定系数得出,当滑动年数 $n=4$ 左右时,主槽面积和河宽与滑动平均流量、主槽水深和断面河相系数与滑动平均含沙量

之间的决定系数 R^2 达到最大, 之后随着 n 增加, 决定系数有所下降, 这与吴保生等^[25, 32]研究的黄河下游平滩断面形态调整与包括当年在内的前期 4 a 水沙条件有关的结果一致。因此, 为了分析主槽断面形态对水沙条件变化的响应规律, 将给出形态变量与前期 4 a 滑动平均流量和含沙量之间的关系。

4.2.1 主槽面积 图6给出了主槽面积与前期 4 a 滑动平均流量和含沙量之间的关系。可知, 各段面积与流量之间存在很好的正相关关系, 即流量越大、面积越大, 除花高段 2000 年后面积随流量增加的增幅较 2000 年前明显增大外, 其他河段各时期两者之间关系基本一致; 面积随流量增加的增幅沿程减小、花高段明显大于其下游河段。虽然表面上看各段面积与含沙量之间的关系比较散乱, 但各时期两者之间均呈明显的负相关, 即含沙量越大、面积越小, 而各时期两者之间关系存在差异的原因主要是其流量不同; 面积随含沙量增加的减幅沿程减小。

4.2.2 主槽河宽 图7给出了主槽河宽与前期 4 a 滑动平均流量和含沙量之间的关系。可知, 各河段河宽与流量之间呈现很好的正相关, 不同时段两者之间关系基本一致; 河宽随流量增加的增幅沿程减小, 花高段明显大于其下游河段。虽然表面上看各河段河宽与

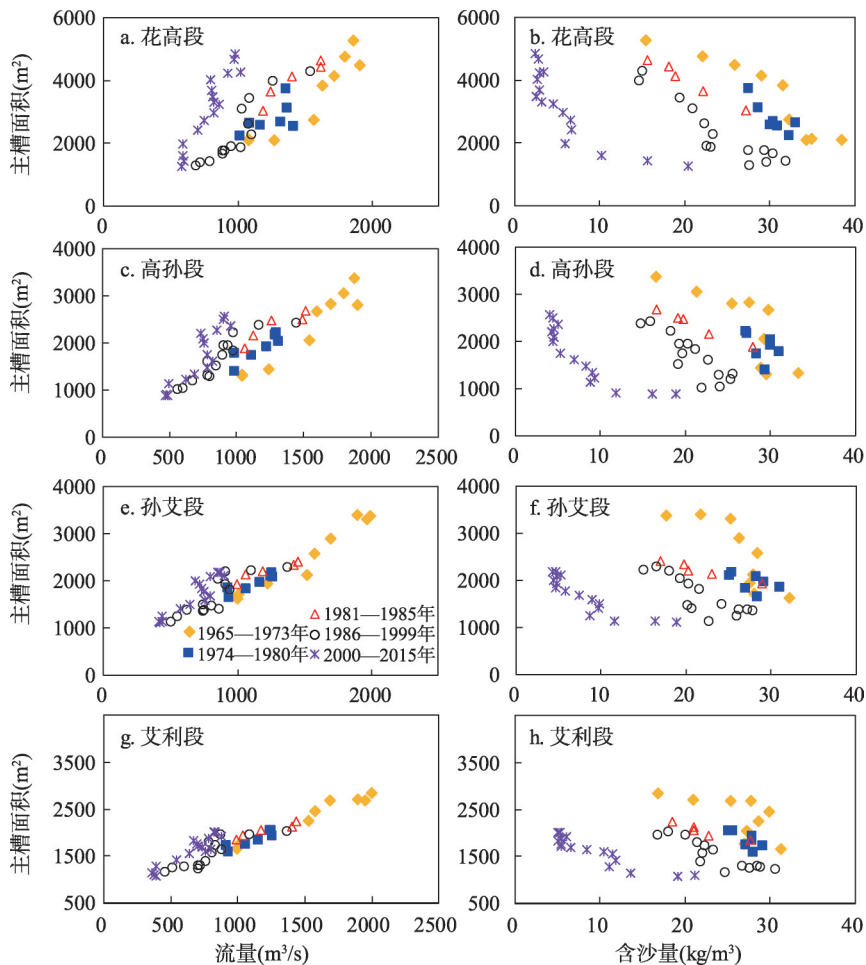


图6 不同河段主槽面积与前期 4 a 滑动平均水沙条件之间的关系

Fig. 6 Relationships between main-channel area and 4 a moving average water and sediment conditions in different reaches

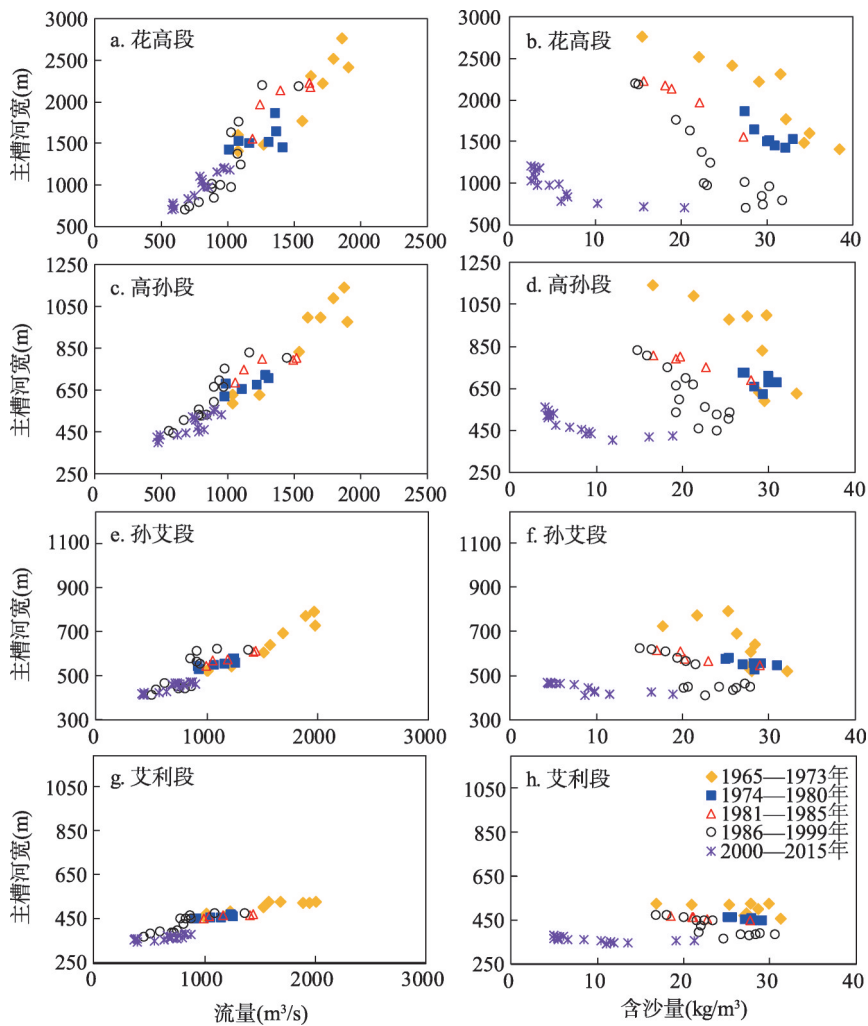


图7 不同河段主槽河宽与前期4 a滑动平均水沙条件之间的关系

Fig. 7 Relationships between main-channel width and 4 a moving average water and sediment conditions in different reaches

含沙量之间的关系比较散乱，但各时期两者之间呈明显的负相关；主槽河宽随含沙量增加的减幅沿程明显减小。

4.2.3 主槽水深 图8给出了主槽水深与前期4 a滑动平均流量和含沙量之间的关系。可知，各段水深与流量之间整体呈正相关，1965—1999年水深与流量之间的关系比较一致，而2000—2015年由于含沙量较之前明显降低，同流量下水深较之前明显增加，且由于低含沙量条件下自上而下的沿程冲刷2000年后同流量下水深的沿程差异减小；水深随流量增加的增幅1965—1999年沿程增加、艾利段明显偏大，而2000—2015年沿程差异不大。各河段水深与含沙量之间整体呈负相关，其中，1965—1999年花高段和高孙段两者之间关系较为一致，孙艾段和艾利段差别较大；而2000—2015年虽然流量较前期减小，但由于含沙量明显偏小，各段同流量下水深较前期均增加；水深随含沙量增加的减幅1965—1999年沿程增加，而2000—2015年沿程相差不大。

4.2.4 主槽断面河相系数 图9给出了主槽断面河相系数与前期4 a平均的流量和含沙量之间的关系。可知，河相系数与流量之间的关系沿程存在较大的差异，花高段1965—

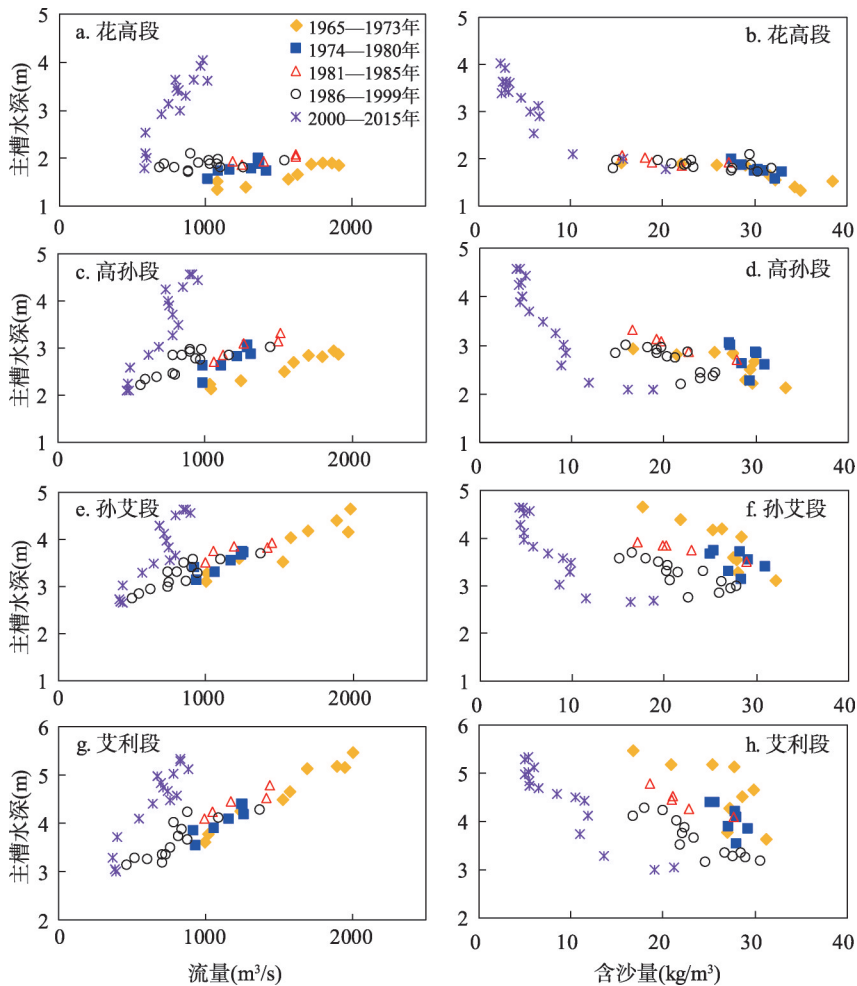


图8 不同河段主槽水深与4 a滑动平均水沙条件之间的关系

Fig. 8 Relationships between main-channel depth and 4 a moving average water and sediment conditions in different reaches

1999年两者整体呈正相关，而2000—2015年两者整体呈负相关；高孙段1965—1999年两者之间相关性不明显，2000—2015年两者之间呈负相关；孙艾段和艾利段两者之间均呈负相关，但2000—2015年同流量条件下河相系数较前期明显偏小；河相系数随流量变化的速率整体沿程减小。各河段不同时期河相系数与含沙量之间的关系差别较大，1965—1999年，花高段河相系数与含沙量之间关系较为散乱、河相系数随含沙量的增加小幅减小，高孙段和孙艾段河相系数随含沙量增加变化不大，艾利段河相系数随含沙量增加小幅增加；2000—2015年，各段河相系数随含沙量增加而增加，且随含沙量增加的增幅沿程减小。

对比各河段主槽面积、河宽、水深和断面河相系数与4 a滑动平均水沙条件之间的关系可知，面积、河宽和水深随流量增加而增加、随含沙量增加而减小；各变量随流量和含沙量变化的调整变幅面积、河宽沿程减小，而水深沿程增加，即断面调整花高段以河宽为主、艾利段以水深为主。河相系数整体随流量增加而减小，而随含沙量变化沿程差异较大，这主要是由于花高段水流条件与挟沙力之间的差异较大，当含沙量大于挟沙力时泥沙主要以横向贴边淤积为主河宽缩窄，而当含沙量小于挟沙力时泥沙优先以垂向冲

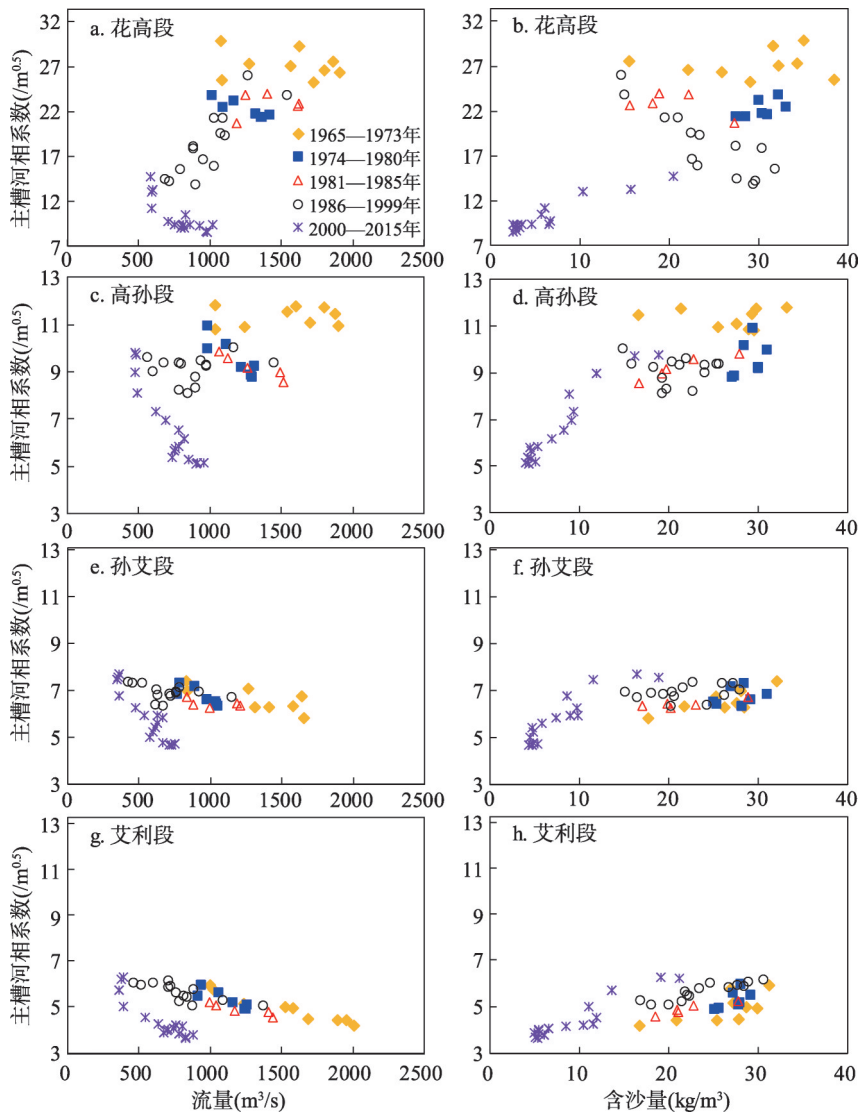


图9 不同河段主槽断面河相系数与前期4 a滑动平均水沙条件之间的关系

Fig. 9 Relationships between main-channel cross-sectional geomorphic coefficient and 4 a moving average water and sediment conditions in different reaches

刷为主水深增加，所以其河相系数随含沙量增加1965—1999年减小，而2000—2015年增加；水流经过花高段沿程调整后，含沙量与挟沙力之间的差异显著减小，并且漫滩洪水经过蓄滞洪区的调蓄流量减小，加之受控导工程和险工工程的限制，艾利段断面形态以垂向水深调整为主，所以河相系数随含沙量增加而增加^[39]。

4.3 黄河下游主槽断面形态参数模拟

基于黄河下游各河段入口站年平均流量和含沙量、各河段平均汛后主槽断面形态变量数据，根据式(4)主槽断面形态对前期年均流量和含沙量滞后响应模型的多步递推式，对沿程4个河段1965—2015年汛后主槽面积、河宽、水深和断面河相系数对水沙变化的响应过程进行了模拟计算，相应参数见表2。考虑到不同河段各主槽形态变量对水沙变化的滞后响应模拟效果随滞后响应年数的不同而不同，首先得到了各变量在不同滞

表2 式(4)中不同河段主槽断面形态变量计算参数

Tab. 2 Coefficient values of Eq. (4) for main-channel cross-sectional parameters in different reaches

河段	主槽面积(A)					主槽河宽(W)				
	K	a	b	β	R ²	K	a	b	β	R ²
花高段	0.69	1.34	-0.40	0.42	0.89	0.05	1.50	-0.12	0.35	0.86
高孙段	0.75	1.28	-0.38	0.40	0.86	1.13	0.93	-0.04	0.34	0.86
孙艾段	4.40	0.97	-0.21	0.37	0.89	11.12	0.57	-0.02	0.34	0.80
艾利段	23.35	0.71	-0.17	0.35	0.94	42.87	0.32	0.04	0.24	0.94
	主槽水深(h)					主槽断面河相系数(ζ)				
花高段	12.08	-0.13	-0.31	0.27	0.90	0.01	0.94	0.25	0.11	0.87
高孙段	0.64	0.36	-0.34	0.42	0.79	1.09	0.15	0.36	0.12	0.63
孙艾段	0.38	0.42	-0.21	0.42	0.88	10.26	-0.18	0.26	0.25	0.62
艾利段	0.45	0.43	-0.23	0.45	0.86	14.53	-0.29	0.30	0.31	0.71

后响应年数条件下的模拟结果，然后以计算值与实测值之间的决定系数R²为模拟效果的评判标准，通过对比不同滞后响应年数下的模拟效果，将滞后年数统一确定为 $\tau=7$ 。这与4.2节中得到的主槽断面形态与前期4~5 a滑动平均的年水沙条件相关性最高的结果并不矛盾，主要是由于滞后响应模型认为前期水沙条件随着距离当年时间越远，影响权重越小；而滑动平均假定前期各年水沙条件的作用权重相等，放大了前期水沙条件的影响权重，因此得到的前年水沙条件对主槽断面形态调整的作用年数略小于滞后响应模型。为此，下文将建立主槽断面形态变量对包括当年在内的前期8($\tau+1=8$) a水沙条件的滞后响应模型。

4.3.1 主槽面积 沿程4个河段主槽面积对前期8 a水沙条件滞后响应模型计算值与实测值的对比结果显示，各段面积模拟结果都比较满意，花高段、高孙段、孙艾段和艾利段计算值与实测值的决定系数R²分别为0.89、0.86、0.89和0.94（图10）。沿程各段流量指数a分别为1.34、1.28、0.97和0.71，含沙量指数b分别为-0.40、-0.38、-0.21和-0.17，a明显大于|b|，即面积对流量变化的响应调整速率大于其对含沙量变化的响应调整速率；响应速率 β 沿程各河段分别为0.42、0.40、0.37和0.35，沿程略有减小。

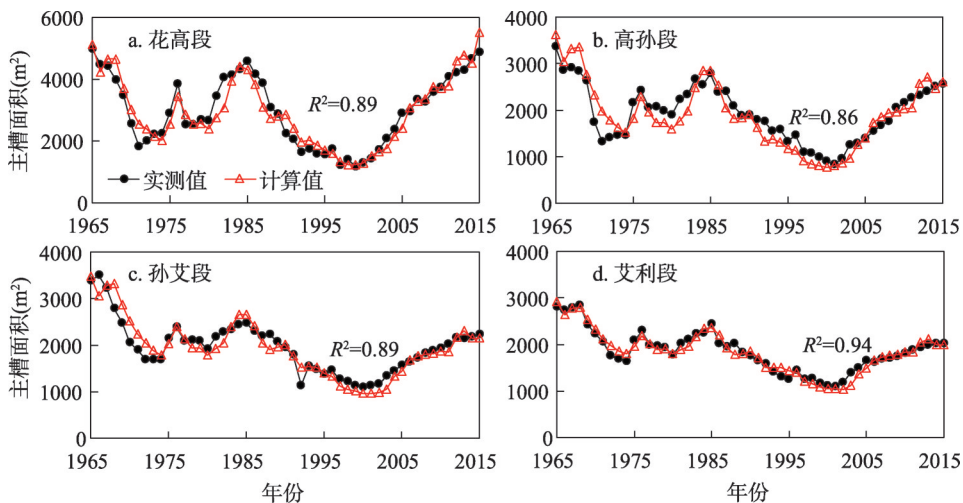


图10 不同河段主槽面积计算值与实测值比较

Fig. 10 Comparison between computed and measured main-channel area in different reaches

4.3.2 主槽河宽 沿程4个河段主槽河宽对前期8 a水沙条件滞后响应模型计算值与实测值的对比结果显示,各河段河宽的模拟结果整体较为满意,除个别年份计算值和实测值差别较大外,大部分年份两者符合都较好,花高段、高孙段、孙艾段和艾利段计算值与实测值的决定系数 R^2 分别为0.86、0.86、0.80和0.94(图11)。沿程各河段流量指数 a 分别为1.50、0.93、0.57和0.32,含沙量指数 b 分别为-0.12、-0.04、-0.02和0.04, a 明显大于 $|b|$,即流量为河宽的主要影响因素;响应调整速率 β 各河段分别为0.35、0.34、0.34和0.24,沿程减小。

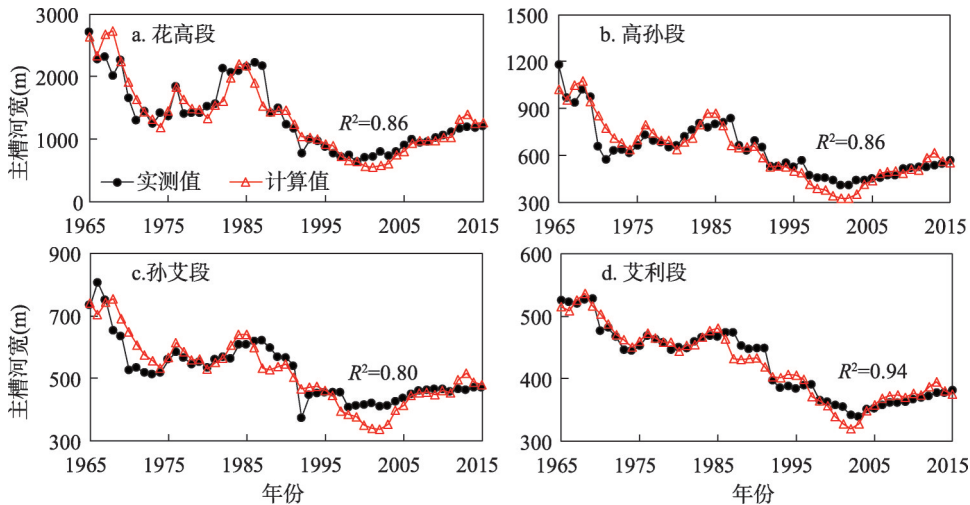


图11 不同河段主槽河宽计算值与实测值比较

Fig. 11 Comparison between computed and measured main-channel width in different reaches

4.3.3 主槽水深 沿程4个河段主槽水深对前期8 a水沙条件滞后响应模型计算值与实测值的对比结果可知,各河段水深的模拟结果整体较好,花高段、高孙段、孙艾段和艾利段水深计算值与实测值的决定系数 R^2 分别为0.90、0.79、0.88和0.86(图12)。花高段、高孙段、孙艾段和艾利段流量指数 a 分别为-0.13、0.36、0.42和0.43,含沙量指数 b 分别为-0.31、-0.34、-0.21和-0.23;各河段指数 a 和 b 绝对值的对比结果为花高段 $|a|$ 明显小于 $|b|$ 、高孙段 a 与 $|b|$ 较为接近、孙艾段和艾利段 a 大于 $|b|$,即花高段水深对含沙量变化响应敏感性大于流量,而孙艾段和艾利段水深对流量变化响应调整大于含沙量,高孙段流量和含沙量对水深的影响较为接近;响应调整速率 β 各河段分别为0.27、0.42、0.42和0.45,沿程增加。

4.3.4 主槽断面河相系数 沿程4个河段河相系数对前期8 a水沙条件滞后响应模型计算值与实测值的对比结果可知,各河段河相系数模拟结果较为满意,花高段计算值与实测值符合效果最优,除个别年份差别较大外其他年份符合都很好,决定系数 R^2 为0.87(图13);高孙段和孙艾段模拟结果整体能反映实测值的变化趋势,但对中间波动过程模拟效果较差, R^2 分别为0.63和0.62;艾利段两者间虽然存在一定差异,但变化趋势和幅度基本一致, R^2 为0.71。对比表2中各河段河相系数计算式中的参数可知,花高段、高孙段、孙艾段和艾利段流量指数 a 分别为0.94、0.15、-0.18和-0.29,含沙量指数 b 分别为0.25、0.36、0.26和0.30;花高段 a 明显大于 b 、即河相系数对流量变化响应敏感性明显大于含沙量,而高孙段 a 小于 b 、即河相系数对含沙量变化响应敏感性大于流量;孙艾段

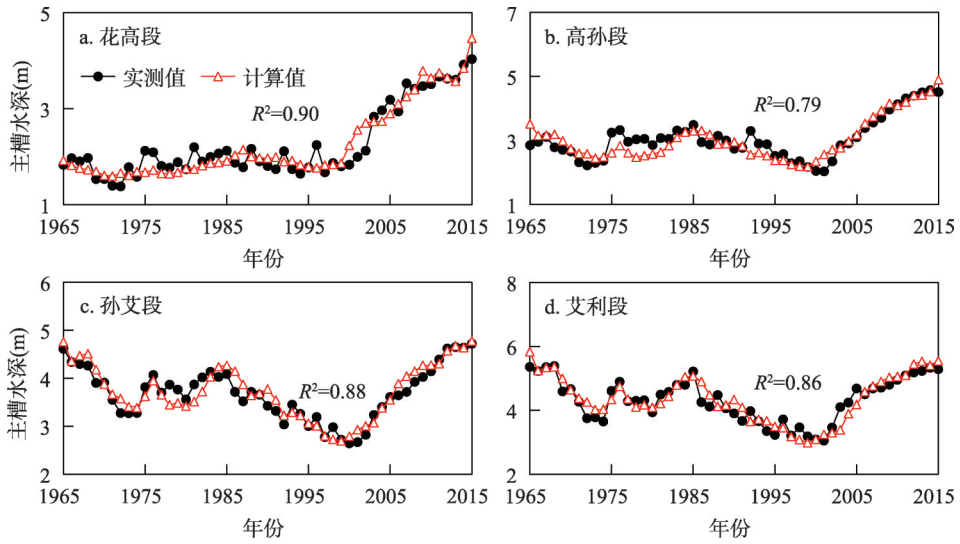


图 12 不同河段主槽水深计算值与实测值比较

Fig. 12 Comparison between computed and measured main-channel depth in different reaches

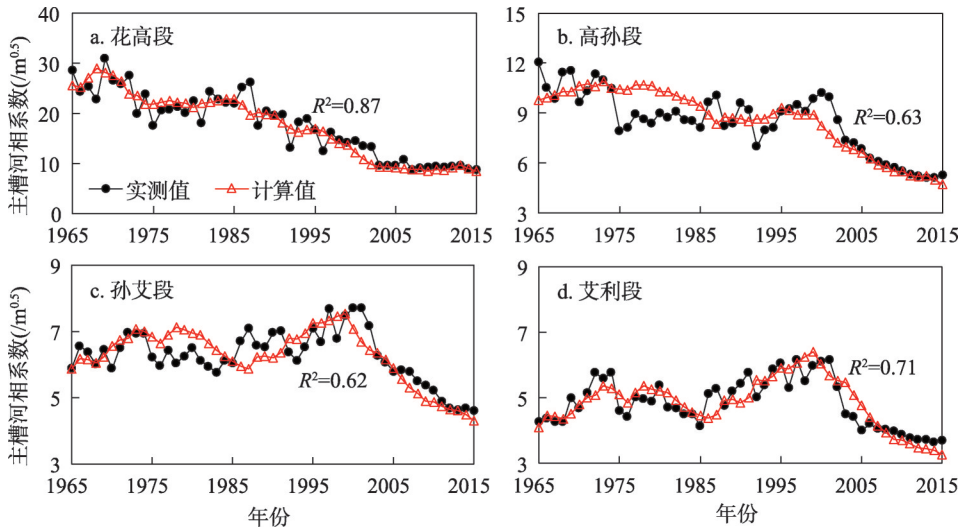


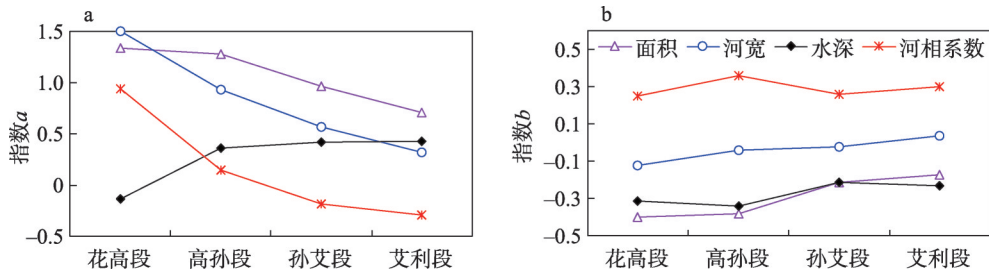
图 13 不同河段主槽断面河相系数计算值与实测值比较

Fig. 13 Comparison between computed and measured main-channel cross-sectional geomorphic coefficient in different reaches

和艾利段 $|a|$ 略小于 b ，即河相系数对含沙量变化响应的敏感性略大于流量。河相系数对水沙条件变化的响应速率 β 沿程各河段分别为0.11、0.12、0.25和0.31，沿程增加。

5 讨论

图 14 进一步给出了各河段主槽断面形态变量流量指数 a 和含沙量指数 b 的沿程变化过程。由表 2 和图 14 看出，由流量指数 a 和含沙量指数 b 的正负反映的主槽面积、河宽、水深整体与入口站年平均流量呈正相关、而与年平均含沙量呈负相关，断面河相系数花高段和高孙段与流量和含沙量均呈正相关、孙艾段和艾利段与流量呈负相关、与含沙量

图 14 主槽断面形态变量指数 a 和 b 的沿程变化Fig. 14 Downstream changes of exponents a and b of main-channel cross-sectional parameters

呈正相关, 与 4.2 节中, 各断面变量与前期 4 a 滑动平均流量和含沙量之间关系的结果基本一致。加之, 流量指数 a 对主槽面积、河宽和河相系数变量而言沿程减小、对主槽水深而言沿程增加, 意味着主槽面积、河宽和河相系数对流量变化的响应速率沿程减小、而主槽水深对流量变化的响应速率沿程增加, 这与游荡段主槽宽浅、比降大、随流量变化河床善冲善淤而其下段比降小、随流量变化河床冲淤变幅较小以及游荡段断面形态以横向河宽调整为主而其下段由于河岸较为稳定加之受两岸工程的约束以垂向水深的调整为主一致^[39]。主槽面积、河宽和水深与含沙量之间呈负相关、断面河相系数与含沙量呈正相关, 且主槽面积、河宽、水深和河相系数的含沙量指数 b 的绝对值沿程整体减小, 这主要是由于进入下游的超饱和或非饱和含沙水流经过沿程的不断调整, 经过一段距离后水流基本达到饱和, 挟沙水流含沙量的沿程调整主要集中在游荡性的高村以上河段、而高村以下河段水流含沙量沿程调整较小。可以看出, 黄河下游各段主槽断面形态变量的模型模拟结果与黄河下游主槽形态调整的规律相一致, 表明本文模拟结果的合理性。

鉴于主槽形态各变量之间的关系, 即 $A = W \times h$ 和 $\xi = \frac{W^{0.5}}{h}$, 可知理论上面积系数 K_A 等于河宽系数 K_w 与水深系数 K_h 之积, 即 $K_A = K_w \times K_h$; 面积指数 (a_A, b_A) 等于河宽指数 (a_w, b_w) 与水深指数 (a_h, b_h) 之和, 即 $a_A = a_w + a_h$ 、 $b_A = b_w + b_h$; 同理河相系数参数与河宽、水深之间的关系为 $K_\xi = \frac{K_w^{0.5}}{K_h}$ 、 $a_\xi = \frac{a_w}{2 - a_h}$ 、 $b_\xi = \frac{b_w}{2 - b_h}$ 。对表 2 中不同河段主槽断面形态参数滞后响应模型中的系数和指数进行分析, 可以得出面积和河相系数均符合上述要求, 进一步说明了模拟结果的合理性和一致性。

根据主槽断面形态各变量滞后响应模型的调整速率 β 得到了包括当年在内的前期 8 a 水沙条件对各主槽形态变量影响权重的沿程变化如图 15 所示。时间上, 花高段、高孙段、孙艾段和艾利段沿程 4 个河段当年水沙条件对主槽断面形态参数的影响权重, 面积分别为 36%、34%、33% 和 31%, 河宽分别为 31%、31%、31% 和 25%, 水深分别为 27%、36%、36% 和 37%, 断面河相系数分别为 18%、18%、26% 和 29%。平均来看, 当年水沙条件对当前主槽断面形态变量的影响权重约为 30%, 即前期水沙条件的累积影响约为 70%, 其中滞后 1 a、2 a 和 3 a 的水沙条件的影响权重分别约为 20%、15% 和 11%, 当 $n > 3$ 时, 前期水沙条件影响权重不足 10%, 且随 n 增加权重越来越小, 与滞后响应模型的特点相吻合。空间上, 当年水沙条件对主槽形态各变量的影响权重, 面积和河宽沿程略有减小, 水深沿程明显增加、花高段明显小于其下游河段, 断面河相系数沿程增加、孙艾段和艾利段明显大于其上游河段。可见, 河宽调整速率 β 沿程减小和水深调整速率 β 沿程增加与断面形态的调整方式游荡段以河宽为主、而顺直微弯段以水深为主与一致, 进一步验证了本文建立的滞后响应模型的可靠性。

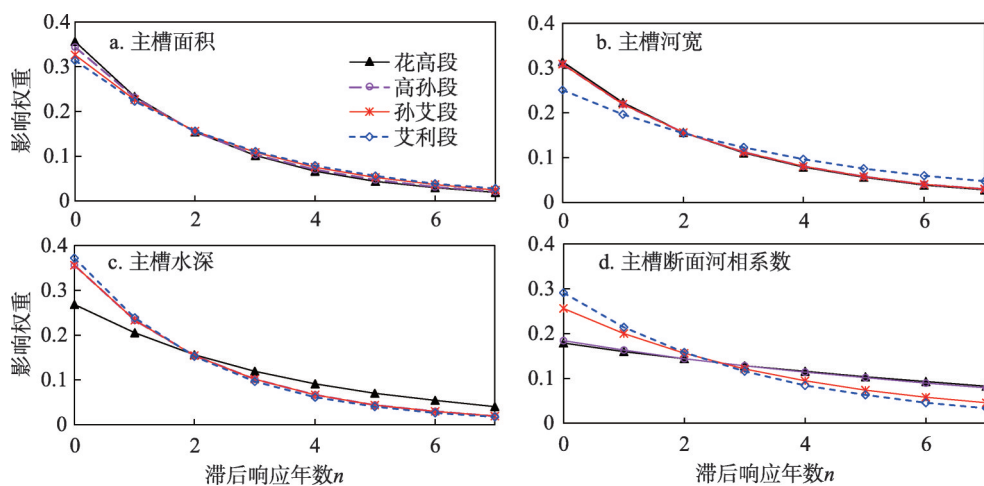


图 15 前期水沙对主槽断面形态各变量影响权重的沿程变化

Fig. 15 Downstream changes of weights of previous water and sediment conditions to main-channel cross-sectional parameters

需要说明的是, 由于黄河下游横断面形态十分复杂, 所以在滩槽划分的过程中会存在一定的人为误差, 这也给模拟结果的准确性带来一定的影响, 但整体来看, 以水沙因子作为黄河下游主槽断面形态调整的主要驱动因子, 采用滞后响应模型的多步递推模式, 可以较好地模拟不同河段主槽断面形态各变量的调整过程, 准确反映其整体的变化趋势, 可以用于长时期主槽断面形态调整趋势的预测。但因黄河下游河型复杂和模型中未考虑下游侵蚀基准面和河床组成等其他因素的影响, 今后还需要进一步深化对其形态调整规律的认识并对模型进行进一步的完善。

6 结论

(1) 1965年以来伴随着黄河下游水沙条件和主槽冲淤的阶段性变化, 不同阶段黄河下游各河段主槽断面形态变量变化幅度的沿程变化表现为面积较为一致, 河宽沿程减小, 水深2000年沿程增加、2000年后沿程减小。面积、河宽和水深与4 a滑动平均流量和含沙量之间分别呈正相关和负相关; 除花高段1965—1999年外, 断面河相系数与4 a滑动平均流量和含沙量之间分别呈负相关和正相关。

(2) 建立了黄河下游各河段主槽面积、河宽、水深和断面河相系数对水沙变化的滞后响应模型, 模型考虑了包括当年在内的前期8 a水沙条件对河道断面形态的累积影响, 各河段主槽断面形态变量计算值与实测值符合程度均较高, 显示本文建立的主槽断面形态变量对水沙变化的滞后响应模型能够很好模拟主槽断面形态对水沙变化的调整过程, 可用于预测未来不同水沙条件下主槽断面形态的调整趋势。

(3) 采用本文建立模型的计算结果表明, 当年和前期7 a水沙条件对当前主槽断面形态变量的影响权重分别约为30%和70%, 揭示了前期水沙条件对当前时段河床演变的重要作用。但由于黄河下游主槽断面形态调整除受水沙条件的影响外, 还受下游侵蚀基准面等其他因素的影响, 今后还有待进一步深化对断面形态调整规律的研究和优化改进本文建立的滞后响应模型。

参考文献(References)

- [1] Lacey G. Stable channels in alluvium. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 1929, 229: 259-292.
- [2] Leopold L B, Maddock T. The hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications. U.S. Geological Survey Professional Paper, 1953, 252.
- [3] Yu Jun. Exploration and application of hydraulic geometry in plain river. *Yangtze River*, 1982(3): 61-67. [俞俊. 平原河流河相公式的探求和应用. *人民长江*, 1982(3): 61-67.]
- [4] Ni Jinren, Zhang Ren. Methods and their relationships in studies of regime relations. *Acta Geographica Sinica*, 1992, 47(4): 368-375. [倪晋仁, 张仁. 河相关系研究的各种方法及其间关系. *地理学报*, 1992, 47(4): 368-375.]
- [5] Chen Xujian, Hu Chunhong. Regime theory on river bed evolution and its application in the Lower Yellow River. *Journal of Sediment Research*, 2006(3): 14-22. [陈绪坚, 胡春宏. 河床演变的均衡稳定理论及其在黄河下游的应用. *泥沙研究*, 2006(3): 14-22.]
- [6] Liu F, Chen S L, Peng J, et al. Temporal variability of water discharge and sediment load of the Yellow River into the sea during 1950-2008. *Journal of Geographical Sciences*, 2011, 21(6): 1047-1061.
- [7] Cui B L, Chang X L, Shi W Y. Abrupt changes of runoff and sediment load in the lower reaches of the Yellow River, China. *Water Resources*, 2014, 41(3): 252-260.
- [8] Wei Y H, Jiao J Y, Zhao G J, et al. Spatial-temporal variation and periodic change in streamflow and suspended sediment discharge along the mainstream of the Yellow River during 1950-2013. *Catena*, 2016, 140: 105-115.
- [9] Xia X H, Dong J W, Wang M H, et al. Effect of water-sediment regulation of the Xiaolangdi Reservoir on the concentrations, characteristics, and fluxes of suspended sediment and organic carbon in the Yellow River. *The Science of the Total Environment*, 2016, 571: 487-497.
- [10] Li X N, Zhong D Y, Zhang Y J, et al. Wide river or narrow river: Future river training strategy for Lower Yellow River under global change. *International Journal of Sediment Research*, 2018, 33(3): 271-284.
- [11] Peng Jun, Chen Shenliang, Liu Feng, et al. Erosion and siltation processes in the Lower Yellow River during different river courses into the sea. *Acta Geographica Sinica*, 2010, 65(5): 613-622. [彭俊, 陈沈良, 刘锋, 等. 不同流路时期黄河下游河道的冲淤变化过程. *地理学报*, 2010, 65(5): 613-622.]
- [12] Lu Zhongchen, Chen Shaofeng, Chen Hao. The evolutionary tendency forecast of channel morphology and river state of the wandering braided rivers in the Lower Yellow River. *Acta Geographica Sinica*, 2000, 55(6): 729-736. [陆中臣, 陈劭锋, 陈浩. 黄河下游游荡段河道平面形态与河势变化趋势预测. *地理学报*, 2000, 55(6): 729-736.]
- [13] Wang H J, Wu X, Bi N S, et al. Impacts of the dam-orientated water-sediment regulation scheme on the lower reaches and delta of the Yellow River (Huanghe): A review. *Global and Planetary Change*, 2017, 157: 93-113.
- [14] van Maren D S, Yang M, Wang Z B. Predicting the morphodynamic response of silt-laden rivers to water and sediment release from reservoirs: Lower Yellow River, China. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2011, 137(1): 90-99.
- [15] Wang S J, Li Y K. Channel variations of the different channel pattern reaches in the Lower Yellow River from 1950 to 1999. *Quaternary International*, 2011, 244(2): 238-247.
- [16] Wang H J, Wu X, Bi N S, et al. Impacts of the dam-orientated water-sediment regulation scheme on the lower reaches and delta of the Yellow River (Huanghe): A review. *Global and Planetary Change*, 2017, 157: 93-113.
- [17] Sun Z Y, Wang W Z, Li Y, et al. Can the narrowing of the Lower Yellow River by regulation result in non-siltation and even channel scouring? *Journal of Geographical Sciences*, 2016, 26(9): 1337-1348
- [18] Tian S M, Wang W H, Xie B F, et al. Fluvial processes of the downstream reaches of the reservoirs in the Lower Yellow River. *Journal of Geographical Sciences*, 2016, 26(9): 1321-1336.
- [19] Feng Pulin, Liang Zhiyong, Huang Jinchi, et al. Study on relation between the change of channel form and the series of water and sediment in the Lower Yellow River. *Journal of Sediment Research*, 2005(2): 66-74. [冯普林, 梁志勇, 黄金池, 等. 黄河下游河槽形态演变与水沙关系研究. *泥沙研究*, 2005(2): 66-74.]
- [20] Hu Chunhong, Chen Jianguo, Liu Dabin, et al. Studies on the features of cross section's profile in the Lower Yellow River under the conditions of variable incoming water and sediment. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2006, 37(11): 1283-1289. [胡春宏, 陈建国, 刘大滨, 等. 水沙变异条件下黄河下游河道横断面形态特征研究. *水利学报*, 2006, 37(11): 1283-1289.]
- [21] Xia J Q, Li X J, Zhang X L, et al. Recent variation in reach-scale bankfull discharge in the Lower Yellow River. *Earth Surface Processes and Landforms*, 2014, 39(6): 723-734.
- [22] Xia J Q, Li X J, Li T, et al. Response of reach-scale bankfull channel geometry to the altered flow and sediment regime in the Lower Yellow River. *Geomorphology*, 2014, 213: 255-265.
- [23] Wu Baosheng. Delayed response model for fluvial processes of alluvial rivers: I: Model development. *Journal of*

- Sediment Research, 2008(6): 1-7. [吴保生. 冲积河流河床演变的滞后响应模型: I. 模型建立. 泥沙研究, 2008(6): 1-7.]
- [24] Wu Baosheng. Delayed response model for fluvial processes of alluvial rivers: II. Model applications. Journal of Sediment Research, 2008(6): 30-37. [吴保生. 冲积河流河床演变的滞后响应模型: II. 模型应用. 泥沙研究, 2008(6): 30-37.]
- [25] Wu B S, Wang G Q, Xia J Q, et al. Response of bankfull discharge to discharge and sediment load in the Lower Yellow River. Geomorphology, 2008, 100(3): 366-376.
- [26] Wu B S, X J Q, Fu X D, et al. Effect of altered flow regime on bankfull area of the Lower Yellow River, China. Earth Surface Processes and Landforms, 2008, 33(10): 1585-1601.
- [27] Wu B S, Li L Y. Delayed-response model for bankfull discharge predictions in the Yellow River. International Journal of Sediment Research, 2011, 26(4): 445-459.
- [28] Wu B S, Zheng S, Colin R T. A general framework for using the rate law to simulate morphological response to disturbance in the fluvial system. Progress in Physical Geography, 2012, 36(5): 575-597.
- [29] Zheng S, Wu B S, Colin R T, et al. Morphological evolution of the North Fork Toutle River following the eruption of Mount St. Helens, Washington. Geomorphology, 2014, 208: 102-116.
- [30] Zheng S, Wu B S, Colin R T, et al. Case study of variation of sedimentation in the Yellow and Wei rivers. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, 141(3): 05014009. Doi: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000980.
- [31] Zheng Shan, Tan Guangmin, Wu Baosheng, et al. Calculation method for water stage at Lijin in response to delta evolution. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, 46(3): 315-325. [郑珊, 谈广鸣, 吴保生, 等. 利津水位对河口演变响应的计算方法. 水利学报, 2015, 46(3): 315-325.]
- [32] Wu Baosheng, Zheng Shan. Delayed Response Theory and Applications for Fluvial Processes. Beijing: China Water & Power Press, 2015. [吴保生, 郑珊. 河床演变的滞后响应理论与应用. 北京: 中国水利水电出版社, 2015.]
- [33] Zheng S, Wu B S, Wang K R, et al. Evolution of the Yellow River Delta, China: Impacts of channel avulsion and progradation. International Journal of Sediment Research, 2017, 32(1): 34-44.
- [34] Shao Wenwei, Wu baosheng, Wang Yanjun, et al. Simulation of sedimentation processes in dry and wet seasons in the Xiaobeiganliu reach of the Yellow River. Acta Geographica Sinica, 2018, 73(5): 880-892. [邵文伟, 吴保生, 王彦君, 等. 黄河小北干流汛期和非汛期冲淤过程模拟. 地理学报, 2018, 73(5): 880-892.]
- [35] Wu Baosheng, Zhang Yuanfeng, Shen Guanqing, et al. Study on the Conditions of Water and Sediment to Maintain the Stable Main Channel in the Yellow River. Zhengzhou: The Yellow River Water Conservancy Press, 2010. [吴保生, 张原锋, 申冠卿, 等. 维持黄河主槽不萎缩的水沙条件研究. 郑州: 黄河水利出版社, 2010.]
- [36] Wang Suiji. Analysis of effect of water and sediment load and evolution trend of the different channel patterns in the lower Yellow River. Acta Sedimentologica Sinica, 2009, 27(6): 1163-1171. [王随继. 黄河下游不同河型河道的水沙效应及演变趋势分析. 沉积学报, 2009, 27(6): 1163-1171.]
- [37] Wang Suiji. Comparison of depositional dynamics among the braided, meandering, and straight channel reaches in the lower Yellow River. Acta Sedimentologica Sinica, 2010, 28(2): 307-313, 330. [王随继. 黄河下游辫状、弯曲和顺直河段间沉积动力特征比较. 沉积学报, 2010, 28(2): 307-313, 330.]
- [38] Zheng Shan. Study on the simulation of non-equilibrium fluvial processes [D]. Beijing: Tsinghua University, 2013. [郑珊. 非平衡态河床演变过程模拟研究[D]. 北京: 清华大学, 2013.]
- [39] Wang Yanjun, Wu Baosheng, Shen Guanqing. Adjustment processes in main channel geometries of the Lower Yellow River before and after the operation of Xiaolangdi Reservoir during 1986-2015. Acta Geographica Sinica, 2019, 74(11): 2411-2427. [王彦君, 吴保生, 申冠卿. 1986—2015年小浪底水库运行前后黄河下游主槽调整规律. 地理学报, 2019, 74(11): 2411-2427.]

Simulation of the main-channel cross-section geometry of the Lower Yellow River in response to water and sediment changes

WANG Yanjun^{1,2}, WU Baosheng¹, ZHONG Deyu¹

(1. State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Key Laboratory of River Regulation and Flood Control of MWR, Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China)

Abstract: To understand the non-equilibrium morphological adjustment of a river to environmental changes, it is essential to (i) identify accurately how previous water and sediment conditions have impacted the current morphological adjustment of the river to environmental changes and (ii) establish a corresponding simulation method for non-equilibrium conditions. Based on water-discharge and suspended sediment concentration (SSC) data and 82 cross-sectional data for the Huayuankou-Lijin reach of the Lower Yellow River for 1965-2015, the adjustment processes of the main-channel geometry (area, width, depth, and geomorphic coefficient) and their responses to changes in water discharge and SSC for different reaches are analyzed statistically. Then, with the water and sediment conditions as the main controlling factors, a delayed response model (DRM) of the main-channel geometry subjected to previous changes in water discharge and SSC is established using the multi-step analytical model. The results show that the main-channel area, width, and depth decreased initially, then increased, then decreased again, and finally increased again. They were correlated positively with the 4 a moving average discharge and negatively with the 4 a moving average SSC. The main-channel geomorphic coefficient for the Huayuankou-Sunkou reach exhibited a decreasing trend, whereas that for the Sunkou-Lijin reach decreased initially, then increased, then decreased again, and finally increased again. Except for the Huayuankou-Gaocun reach for 1965-1999, the coefficient was correlated negatively with the 4 a moving average discharge and positively with the 4 a moving average SSC. In applying the DRM to the response of the main-channel cross-sectional geometry to previous water and sediment conditions in the Lower Yellow River, the calculated values of the main-channel morphological parameters for all the sub-reaches agree well with the measured values. This indicates that the DRM can be used to simulate the response adjustment process of the main-channel cross-sectional geometry to variations in the water and sediment conditions. The results of the established model show that the adjustment of the main-channel cross-sectional geometry is affected by the current discharge and SSC (30%) and those of the previous seven years (70%), where the numbers in brackets are the respective weight factors. The established model offers insights into the mechanism whereby previous water and sediment conditions influence the current morphological adjustment of the river, and it provides an effective method for predicting the magnitude and trend of the main-channel geometry under different incoming water and sediment conditions.

Keywords: Lower Yellow River; water and sediment changes; main-channel cross-section geometry; delayed response model