

基于四波混频过程和线性分束器产生四组份纠缠*

余胜¹⁾ 刘焕章¹⁾ 刘胜帅^{1)†} 荆杰泰^{1)2)‡}

1) (华东师范大学, 精密光谱科学与技术国家重点实验室, 上海 200062)

2) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2020年1月6日收到; 2020年2月24日收到修改稿)

多组份纠缠是量子信息处理的重要资源, 它的产生通常涉及到许多复杂的线性和非线性过程. 本文从理论上提出了一种利用两个独立的四波混频过程和线性分束器产生真正的四组份纠缠的方案, 其中, 线性分束器的作用是将两个独立的四波混频过程联系起来. 首先应用部分转置正定判据研究了强度增益对四组份纠缠的影响, 结果表明, 在整个增益区域内都存在真正的四组份纠缠, 并且随着强度增益的增加, 纠缠也在增强. 然后研究了线性分束器的透射率对四组份纠缠的影响, 发现只要线性分束器的透射率不为 0 或 1, 该系统也可以产生真正的四组份纠缠. 最后, 通过研究该系统可能存在的三组份纠缠和两组份纠缠来揭示该系统的纠缠结构. 本文理论结果为实验上利用原子系综四波混频过程产生真正的四组份纠缠提供了可靠的方案.

关键词: 多组份纠缠, 四波混频, 线性分束器, 四组份纠缠, 纠缠结构

PACS: 03.67.Mn, 03.65.Ud, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.69.20200040

1 引言

多组份纠缠不仅在检验基本量子效应方面具有重要作用^[1], 而且在量子通信以及量子计算领域也有着广泛的应用^[2-5]. 在连续变量量子系统中, 已经有大量产生多组份纠缠的方案在理论上提出并在实验上实现^[6-12]. 在这些方案中, 比较典型的方法是利用光学参量振荡器和线性分束器网络产生的独立单模压缩光束来生成连续变量多组份纠缠^[9]. 此外, 另一种有效且简单的方法是在时域^[13]和频域^[14-16]中使用复用技术产生大规模连续变量簇态. 最近, 我们课题组已经在实验上证明了热铷原子蒸气池中的级联四波混频过程可以产生多个量子关联光束^[17-22], 并在理论上提出了产生真正的三组份纠缠^[23]和四组份纠缠^[24,25]的方案, 这种

级联是基于铷原子的双 Λ 能级结构. 不同于铷原子池的级联, 类原子系统能级级联的多波混频过程是基于类原子系统的 N 型能级结构, 这种级联不仅可以产生关联光束^[26-28], 而且关联和压缩可以通过修饰场引起的相对非线性相移来控制^[27]. 检验多组份量量子纠缠时, 有很多判据可供选择^[29-35]. 本文选择部分转置正定判据^[34,35].

由于强的非线性过程、空间多模性和可产生空间分离的非经典光束等优点, 热铷原子蒸气池中的四波混频过程是产生连续变量多组份纠缠的一项有前景的技术^[36]. 本文提出了一个基于两个独立的四波混频过程和一个线性分束器来产生真正的四组份纠缠的方案, 其中, 线性分束器的作用是将两个独立的四波混频过程联系起来. 然后, 应用部分转置正定判据从理论上研究了系统的纠缠特性对强度增益和线性分束器的透射率的依赖性, 证实

* 国家自然科学基金 (批准号: 11874155, 91436211, 11374104, 10974057)、上海市自然科学基金 (批准号: 17ZR1442900)、上海市科技创新计划 (批准号: 17JC1400401) 和国家基础研究计划 (批准号: 2016YFA0302103) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 852729711@qq.com

‡ 通信作者. E-mail: jtjing@phy.ecnu.edu.cn

了该系统存在真正的四组份纠缠. 此外, 为了更好地解释系统的纠缠结构, 研究了该系统中可能存在的三组份纠缠和两组份纠缠.

2 理论推导

图 1(a) 为由线性分束器连接的两个独立的四波混频过程的结构图. 该方案可以产生四组份纠缠的关键是引入了线性分束器, 它将两个独立的四波混频过程联系起来. 图 1(b) 为铷-85 D1 线的双 Λ 能级结构, 其中, 非线性相互作用强度极大地依赖于单光子失谐 Δ 和双光子失谐 δ .

在四波混频过程中, 湮灭的两个抽运光子会同时转换成一个探针光子和一个共轭光子. 在这里, 分别用 \hat{a} 和 \hat{b} 标记探针光子和共轭光子, 相互作用强度用 ε 表示, \hat{H} 表示相互作用哈密顿量. 在无耗尽及经典抽运近似条件下, 相互作用哈密顿量 \hat{H} 可以表示为

$$\hat{H} = i\hbar\varepsilon\hat{b}^\dagger\hat{a}^\dagger + \text{h.c.}, \quad (1)$$

其中 h.c. 表示厄米共轭项.

为了方便, 我们分别用 1, 2, 3 和 4 表示光束 C_1 , Pr_1 , Pr_3 和 C_3 . 由 (1) 式可得, 系统的输入输出

关系可以写为

$$\begin{aligned} \hat{a}_1 &= \sqrt{G_1}\hat{a}_{C_0} + \sqrt{g_1}\hat{a}_{Pr_0}^\dagger, \\ \hat{a}_2 &= \sqrt{\eta G_1}\hat{a}_{Pr_0} + \sqrt{\eta g_1}\hat{a}_{C_0}^\dagger \\ &\quad + \sqrt{(1-\eta)G_2}\hat{a}_{Pr_2} + \sqrt{(1-\eta)g_2}\hat{a}_{C_2}^\dagger, \\ \hat{a}_3 &= -\sqrt{(1-\eta)G_1}\hat{a}_{Pr_0} - \sqrt{(1-\eta)g_1}\hat{a}_{C_0}^\dagger \\ &\quad + \sqrt{\eta G_2}\hat{a}_{Pr_2} + \sqrt{\eta g_2}\hat{a}_{C_2}^\dagger, \\ \hat{a}_4 &= \sqrt{G_2}\hat{a}_{C_2} + \sqrt{g_2}\hat{a}_{Pr_2}^\dagger, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, \hat{a}_{Pr_0} 和 \hat{a}_{Pr_2} 为相干态注入, \hat{a}_{C_0} 和 \hat{a}_{C_2} 是真空态注入; G_1 和 G_2 分别是第一个四波混频过程和第二个四波混频过程的强度增益, 并且有 $G_k - g_k = 1$ ($k = 1, 2$); η 代表线性分束器的透射率. 为了方便分析, 假设光束 Pr_1 和 Pr_3 的相位差 ψ 为 0.

在这里, 分别将正交振幅算符和正交相位算符定义为 $\hat{X}_j = (\hat{a}_j^\dagger + \hat{a}_j)$, $\hat{Y}_j = i(\hat{a}_j^\dagger - \hat{a}_j)$, 其中 \hat{a}_j^\dagger 和 \hat{a}_j 是模式 j 的产生算符和湮灭算符. 正交振幅算符和正交相位算符的对易关系可以由产生算符和湮灭算符的对易关系推导得到, 它们的对易关系为 $[\hat{a}_j, \hat{a}_j^\dagger] = 1$, $[\hat{X}_j, \hat{Y}_j] = 2i$.

基于 (2) 式和上述分析, 本方案中的正交振幅算符和正交相位算符的输入输出关系可以表示为

$$\begin{pmatrix} \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \\ \hat{X}_3 \\ \hat{X}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{g_1} & \sqrt{G_1} & 0 & 0 \\ \sqrt{\eta G_1} & \sqrt{\eta g_1} & \sqrt{(1-\eta)G_2} & \sqrt{(1-\eta)g_2} \\ -\sqrt{(1-\eta)G_1} & -\sqrt{(1-\eta)g_1} & \sqrt{\eta G_2} & \sqrt{\eta g_2} \\ 0 & 0 & \sqrt{g_2} & \sqrt{G_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{X}_{Pr_0} \\ \hat{X}_{C_0} \\ \hat{X}_{Pr_2} \\ \hat{X}_{C_2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

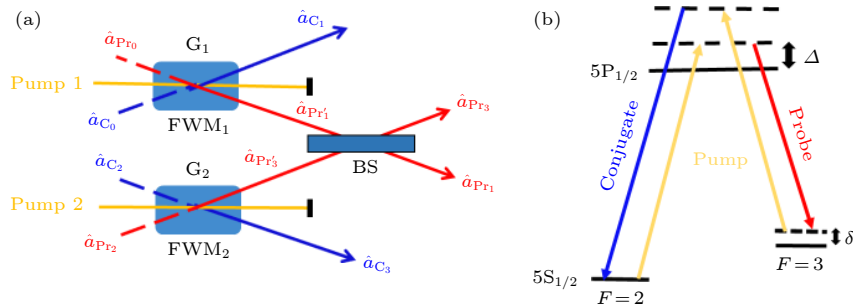


图 1 产生四组份纠缠的简化图及铷-85 D1 线的双 Λ 能级结构 (a) C_0 和 C_2 是真空态注入, Pr_0 和 Pr_2 是相干态注入; C_1 和 Pr_1 是第一个四波混频过程产生的孪生光束, C_3 和 Pr_3 是第二个四波混频过程产生的孪生光束; 光束 Pr_1 和 Pr_3 是光束 Pr_1 和 Pr_3 经过线性分束器混合后产生的; (b) 铷-85 D1 线的双 Λ 能级结构, Δ 和 δ 分别表示单光子失谐和双光子失谐

Fig. 1. A simplified diagram of quadripartite entanglement and an energy level diagram of rubidium-85: (a) C_0 and C_2 are vacuum states, Pr_0 and Pr_2 are coherent states; C_1 and Pr_1 are the twin beams generated by the first four-wave mixing process; C_3 and Pr_3 are the twin beams generated by the second four-wave mixing process; Pr_1 and Pr_3 are produced by mixing beams Pr_1 and Pr_3 through a linear beam splitter; (b) the double Λ energy level structure of D1 line in rubidium-85, Δ and δ represent one-photon detuning and two-photon detuning respectively.

和

$$\begin{pmatrix} \hat{Y}_1 \\ \hat{Y}_2 \\ \hat{Y}_3 \\ \hat{Y}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{g_1} & \sqrt{G_1} & 0 & 0 \\ \sqrt{\eta G_1} & -\sqrt{\eta g_1} & \sqrt{(1-\eta)G_2} & -\sqrt{(1-\eta)g_2} \\ -\sqrt{(1-\eta)G_1} & \sqrt{(1-\eta)g_1} & \sqrt{\eta G_2} & -\sqrt{\eta g_2} \\ 0 & 0 & -\sqrt{g_2} & \sqrt{G_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{Y}_{Pr_0} \\ \hat{Y}_{C_0} \\ \hat{Y}_{Pr_2} \\ \hat{Y}_{C_2} \end{pmatrix}. \quad (4)$$

在本方案中, 两个四波混频过程的强度增益 G_1 和 G_2 是相互独立的. 在这里分别用

$$\langle \hat{X}_j \hat{X}_k \rangle = \frac{\langle \hat{X}_j \hat{X}_k + \hat{X}_k \hat{X}_j \rangle}{2} - \langle \hat{X}_j \rangle \langle \hat{X}_k \rangle$$

和

$$\langle \hat{Y}_j \hat{Y}_k \rangle = \frac{\langle \hat{Y}_j \hat{Y}_k + \hat{Y}_k \hat{Y}_j \rangle}{2} - \langle \hat{Y}_j \rangle \langle \hat{Y}_k \rangle$$

$(j, k = 1, 2, 3, 4)$

来表示输出场的正交振幅算符和正交相位算符的协方差, 并且在 $j = k$ 情况下时, 其代表的是相应的正交算符的方差. 此外, 正交振幅算符和正交相位算符相互正交^[3], 即 $\langle \hat{X} \hat{Y} \rangle = \langle \hat{Y} \hat{X} \rangle = 0$. 因此, 所有光束的协方差如下:

$$\begin{aligned} \langle \hat{X}_1^2 \rangle &= \langle \hat{Y}_1^2 \rangle = G_1 + g_1, \\ \langle \hat{X}_2^2 \rangle &= \langle \hat{Y}_2^2 \rangle = \eta(G_1 + g_1) + (1-\eta)(G_2 + g_2), \\ \langle \hat{X}_3^2 \rangle &= \langle \hat{Y}_3^2 \rangle = (1-\eta)(G_1 + g_1) + \eta(G_2 + g_2), \\ \langle \hat{X}_4^2 \rangle &= \langle \hat{Y}_4^2 \rangle = G_2 + g_2; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \langle \hat{X}_1 \hat{X}_2 \rangle &= -\langle \hat{Y}_1 \hat{Y}_2 \rangle = 2\sqrt{\eta G_1 g_1}, \\ \langle \hat{X}_1 \hat{X}_3 \rangle &= -\langle \hat{Y}_1 \hat{Y}_3 \rangle = -2\sqrt{(1-\eta)G_1 g_1}, \\ \langle \hat{X}_1 \hat{X}_4 \rangle &= \langle \hat{Y}_1 \hat{Y}_4 \rangle = 0, \\ \langle \hat{X}_2 \hat{X}_3 \rangle &= \langle \hat{Y}_2 \hat{Y}_3 \rangle = -\sqrt{\eta(1-\eta)}(G_1 + g_1 - G_2 - g_2), \\ \langle \hat{X}_2 \hat{X}_4 \rangle &= -\langle \hat{Y}_2 \hat{Y}_4 \rangle = 2\sqrt{(1-\eta)G_2 g_2}, \\ \langle \hat{X}_3 \hat{X}_4 \rangle &= -\langle \hat{Y}_3 \hat{Y}_4 \rangle = 2\sqrt{\eta G_2 g_2}. \end{aligned} \quad (6)$$

这一节推导了由线性分束器连接的两个独立的四波混频过程的输出场表达式, 接下来将重点研究该系统产生真正的四组份纠缠的可能性以及系统的纠缠结构.

3 系统纠缠结构研究

3.1 四组份纠缠

这一节用部分转置正定判据^[34,35]来检验系统的四组份纠缠, 该判据是使用部分转置协方差矩阵 σ 的辛本征值来表示系统的纠缠特性, 如果所有的最小辛本征值 v 都小于 1, 则表示系统是不可分离的. 首先研究了这个方案产生四组份纠缠的可能性. 在四组份情形中, 需要检验七种可能的两分形式, 其中包括四种 1×3 形式和三种 2×2 形式, 这七种二分形式如表 1 所列.

表 1 四组份态的七种二分形式
Table 1. Seven partitions of quadripartite state.

数目	二分形式	数目	二分形式
1	1 234	2	2 134
3	3 124	4	4 123
5	12 34	6	13 24
7	14 23		

为了方便, 假设线性分束器的透射率 $\eta = 0.5$. 这里首先研究了四种 1×3 形式, 这种形式描述了每束光是如何与其他三束光纠缠的. 图 2 为四种 1×3 形式的最小辛本征值 v , 它们都是 G_1 和 G_2 的函数, 其中图 2(a)—(d) 分别是部分转置应用于光束 C_1 , Pr_1 , Pr_3 和 C_3 时的最小辛本征值 v . 在图 2 中, 对于任何 $G_1 > 1$, $G_2 > 1$, 最小辛本征值 v 都小于 1, 这表明每束光与剩余的三束光都存在纠缠, 并且纠缠随强度增益 G_1 和 G_2 的增大而增强. 此外, 可以看出, 图 2(b) 和图 2(c) 的最小辛本征值 v 是相同的, 这是系统的对称性导致的. 而当部分转置分别应用于光束 C_1 和 C_3 时, 其最小辛本征值 v 与另外一个四波混频过程的强度增益无关, 这说明它们的纠缠来源于对应的四波混频过程, 而与另外一个四波混频过程无关.

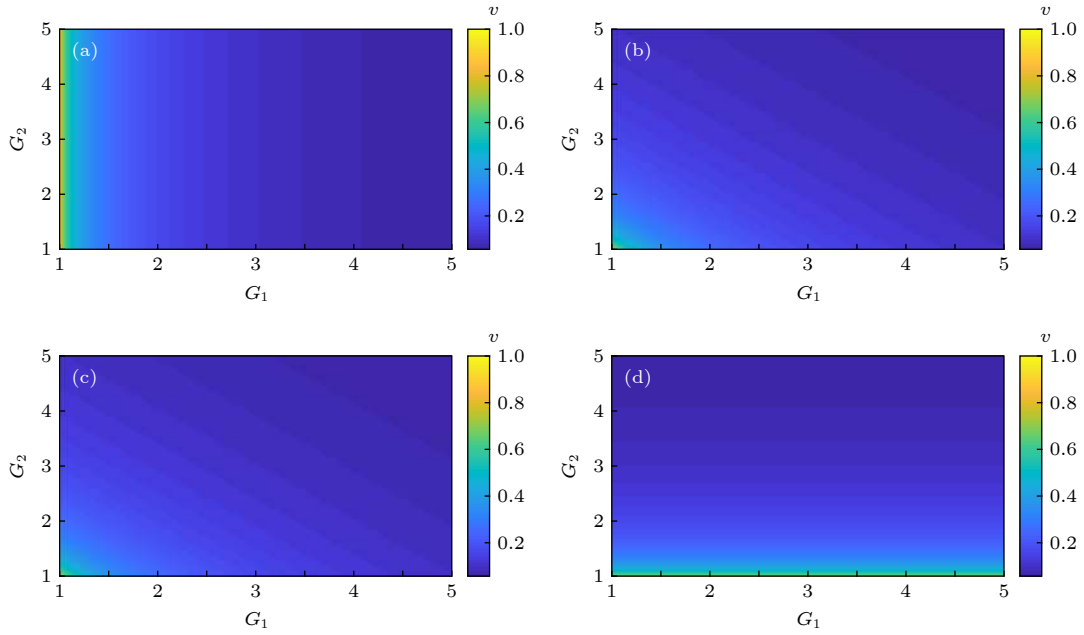


图 2 四种 1×3 情形的最小辛本征值 v , 其为强度增益 G_1 和 G_2 的函数 (a) C_1 被部分转置; (b) Pr_1 被部分转置; (c) Pr_3 被部分转置; (d) C_3 被部分转置

Fig. 2. The smallest symplectic eigenvalue v of all 1×3 scenarios, as a function of the power gains G_1 and G_2 : (a) C_1 is partially transposed; (b) Pr_1 is partially transposed; (c) Pr_3 is partially transposed; (d) C_3 is partially transposed.

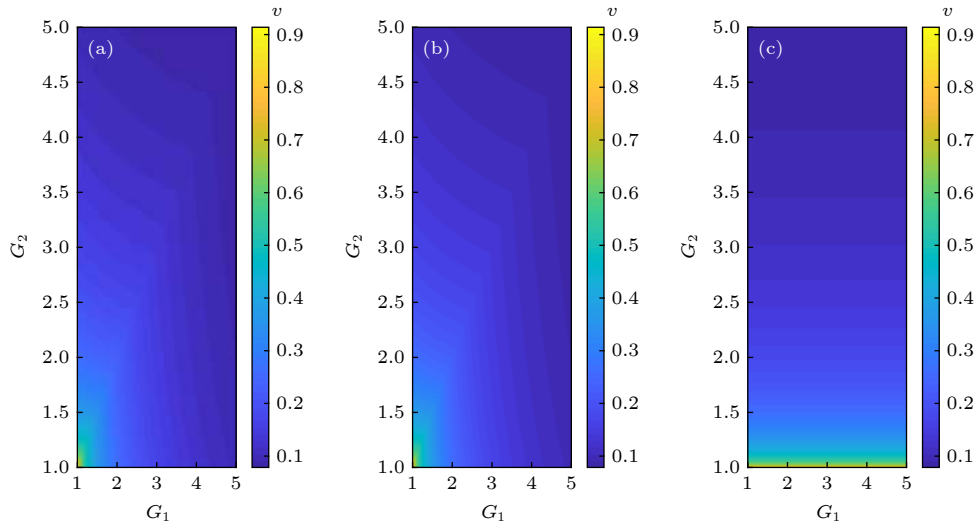


图 3 三种 2×2 情形的最小辛本征值 v , 其为强度增益 G_1 和 G_2 的函数 (a) C_1 和 Pr_1 被部分转置; (b) C_1 和 Pr_3 被部分转置; (c) C_1 和 C_3 被部分转置

Fig. 3. The smallest symplectic eigenvalues v of all 2×2 scenarios, as a function of the power gains G_1 and G_2 : (a) C_1 and Pr_1 are partially transposed; (b) C_1 and Pr_3 are partially transposed; (c) C_1 and C_3 are partially transposed.

同样地, 也研究了三种 2×2 形式, 这种形式是将部分转置应用于四束光中的任意两束光. 图 3 为三种 2×2 形式的最小辛本征值 v , 其为强度增益 G_1 和 G_2 的函数, 其中图 3(a)—(c) 分别是部分转置应用于光束 C_1 和 Pr_1 , C_1 和 Pr_3 以及 C_1 和 C_3 时的最小辛本征值 v . 由图 3 可得, 所有的最小辛本征值 v 都小于 1, 这表明在四组份系统中, 每

对光束都与其他光束纠缠, 并且强度增益 G_1 和 G_2 越大, 纠缠越强. 值得注意的是, 当部分转置应用于一对光束 C_1 和 C_3 时, 其最小辛本征值 v 与强度增益 G_1 无关, 并且只受强度增益 G_2 的影响. 换句话说, 它们的纠缠来源于第二个四波混频过程, 而与第一个四波混频过程无关.

基于上述的分析可知, 在线性分束器的透射

率 $\eta = 0.5$ 以及强度增益 $G_1 > 1, G_2 > 1$ 时, 系统所有的最小辛本征值 v 都小于 1, 并且随着强度增益 G_1 和 G_2 增加, 纠缠也在增强, 这表明本文系统可以产生真正的四组份纠缠.

在研究了强度增益 G_1 和 G_2 对四组份纠缠的影响之后, 研究线性分束器的透射率 η 对四组份纠缠的影响也十分必要. 在这里, 为了研究透射率 η 对四组份纠缠的影响, 假设两个四波混频过程的强度增益 $G_1 = G_2 = 3$. 图 4 中所有的最小辛本征值 v 都是透射率 η 的函数, 其中图 4(a)—(g) 分别是部分转置应用于光束 C_1, Pr_1, Pr_3, C_3 以及 C_1 和 Pr_1, C_1 和 Pr_3, C_1 和 C_3 时的最小辛本征值 v . 由图 4 可得, 在透射率 $\eta \neq 0$ 或 $\eta \neq 1$ 时, 系统存在真正的四组份纠缠. 此外, 有些最小辛本征值 v 与透射率 η 无关, 有些则与其紧密相关. 这是因为线性分束器仅连接了两束光, 这会导致部分最小辛本征值 v 与线性分束器的透射率 η 相关.

3.2 三组份纠缠

到目前为止, 我们已经证明该方案可以产生真正的四组份纠缠. 同时, 研究系统所产生的三组份纠缠和两组份纠缠将有助于进一步了解该系统的

纠缠结构. 在这里, 假设线性分束器的透射率 $\eta = 0.5$. 对于三组份态的纠缠特性, 我们是通过去除系统所产生的四束光中的一束光进行研究的. 很明显, 这里有四种可能的三组份态, 并且每种三组份态有三种 1×2 形式, 因此, 总共需要检验 12 个 1×2 形式的最小辛本征值 v . 图 5 给出了所有三组份态的最小辛本征值 v , 其中图 5(a)—(c) 是由光束 C_1, Pr_1 和 Pr_3 组成的三组份态的最小辛本征值 v , 图 5(d)—(f) 是由光束 C_1, Pr_1 和 C_3 组成的三组份态的最小辛本征值 v , 图 5(g)—(i) 是由光束 C_1, Pr_3 和 C_3 组成的三组份态的最小辛本征值 v , 图 5(j)—(l) 是由光束 Pr_1, Pr_3 和 C_3 组成的三组份态的最小辛本征值 v . 由图 5 可得, 在 $G_1 > 1, G_2 > 1$ 时, 所有三组份态的最小辛本征值 v 都小于 1, 并且强度增益 G_1 和 G_2 越大, 纠缠越强, 这表明输出场的四束光在去除其中的任意一束光之后仍存在真正的三组份纠缠. 此外, 由于系统的对称性, 三组份态 (C_1, Pr_1, C_3) 和 (C_1, Pr_3, C_3) 的最小辛本征值 v 是一样的. 而三组份态 (C_1, Pr_1, Pr_3) 和 (Pr_1, Pr_3, C_3) 的最小辛本征值 v 却是不一样的, 其最小辛本征值 v 分别受到两个独立的四波混频过程的强度增益影响.

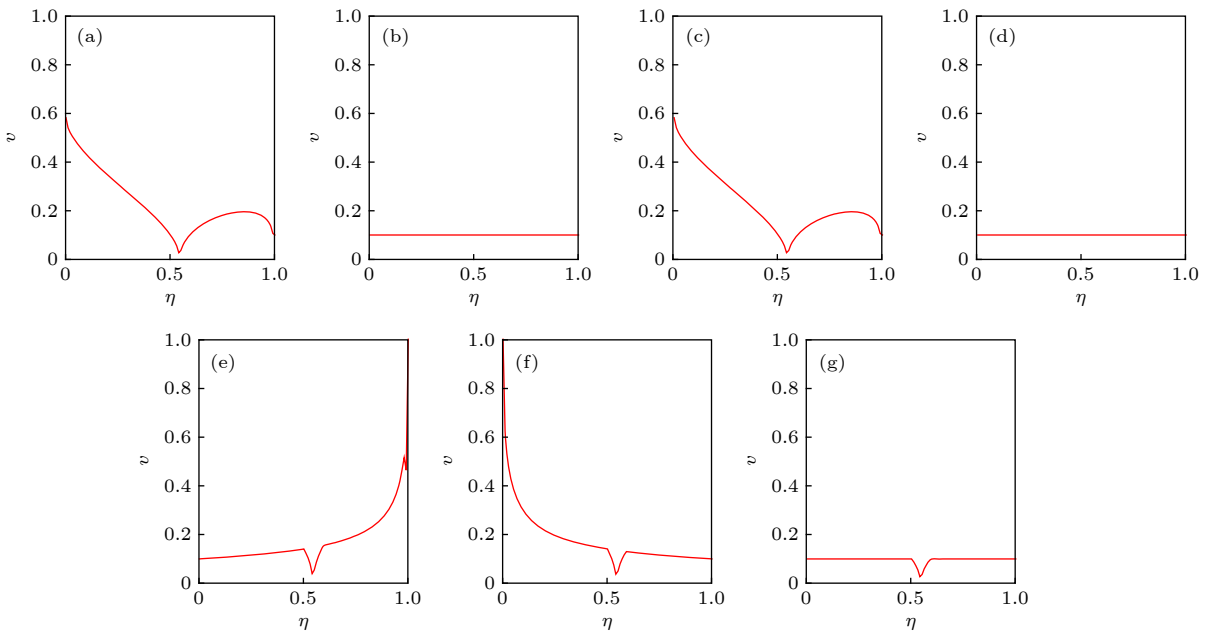


图 4 线性分束器的透射率 η 对四组份态的最小辛本征值 v 的影响 (a) C_1 被部分转置; (b) Pr_1 被部分转置; (c) Pr_3 被部分转置; (d) C_3 被部分转置; (e) C_1 和 Pr_1 被部分转置; (f) C_1 和 Pr_3 被部分转置; (g) C_1 和 C_3 被部分转置

Fig. 4. Effect of the transmissivity of the linear beam splitter on the quadripartite entanglement of the system: (a) C_1 is partially transposed; (b) Pr_1 is partially transposed; (c) Pr_3 is partially transposed; (d) C_3 is partially transposed; (e) C_1 and Pr_1 are partially transposed; (f) C_1 and Pr_3 are partially transposed; (g) C_1 and C_3 are partially transposed.

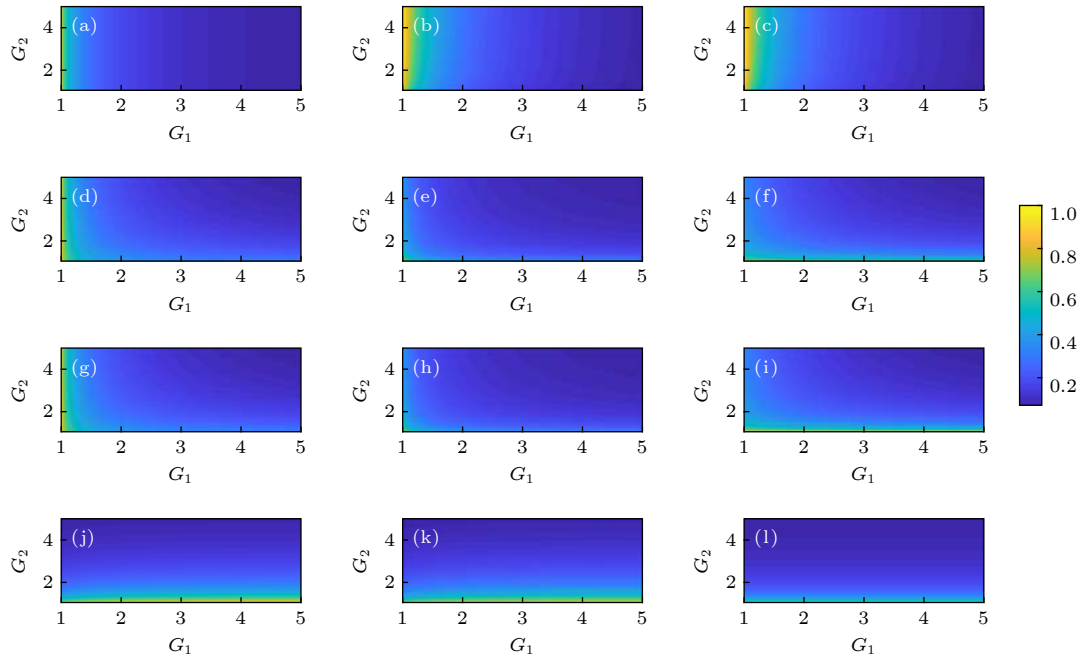


图 5 四个三组份态的最小辛本征值 v , 其为强度增益 G_1 和 G_2 的函数 (a)—(c) 是由 C_1 , Pr_1 和 Pr_3 组成的三组份态的最小辛本征值 v ; (d)—(f) 是由 C_1 , Pr_1 和 C_3 组成的三组份态的最小辛本征值 v ; (g)—(i) 是由 C_1 , Pr_3 和 C_3 组成的三组份态的最小辛本征值 v ; (j)—(l) 是由 Pr_1 , Pr_3 和 C_3 组成的三组份态的最小辛本征值 v

Fig. 5. The smallest symplectic eigenvalues v of all tripartite states as a function of power gains G_1 and G_2 : (a)–(c) The smallest symplectic eigenvalues v of tripartite state composed of C_1 , Pr_1 and Pr_3 ; (d)–(f) the smallest symplectic eigenvalues v of tripartite state composed of C_1 , Pr_1 and C_3 ; (g)–(i) the smallest symplectic eigenvalues v of tripartite state composed of C_1 , Pr_3 and C_3 ; (j)–(l) the smallest symplectic eigenvalues v of tripartite state composed of Pr_1 , Pr_3 and C_3 .

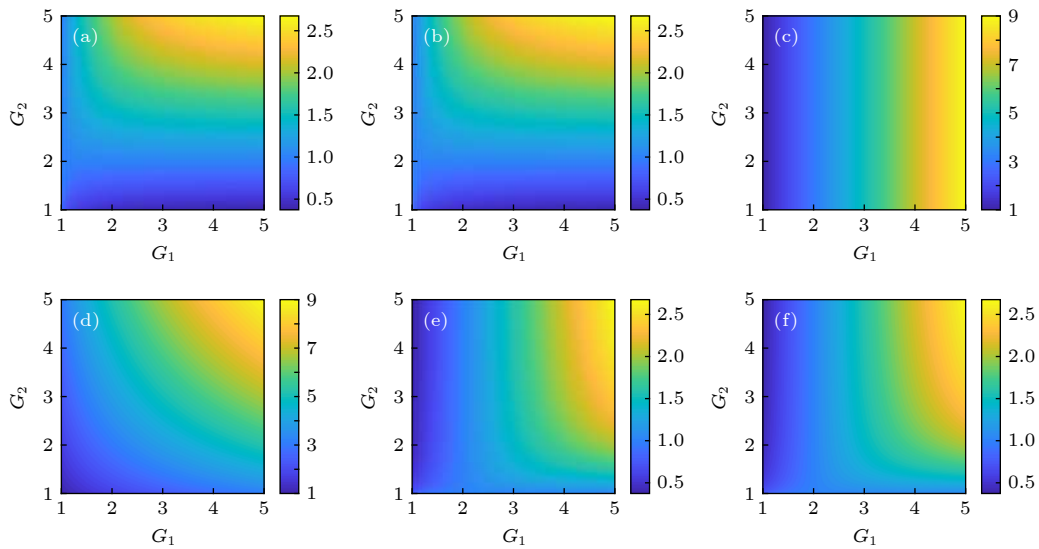


图 6 六种两组份态的最小辛本征值 v , 其为强度增益 G_1 和 G_2 的函数 (a) 由 C_1 和 Pr_1 组成的两组份态的最小辛本征值 v ; (b) 由 C_1 和 Pr_3 组成的两组份态的最小辛本征值 v ; (c) 由 C_1 和 C_3 组成的两组份态的最小辛本征值 v ; (d) 由 Pr_1 和 Pr_3 组成的两组份态的最小辛本征值 v ; (e) 由 Pr_1 和 C_3 组成的两组份态的最小辛本征值 v ; (f) 由 Pr_3 和 C_3 组成的两组份态的最小辛本征值 v

Fig. 6. The smallest symplectic eigenvalues v of all bipartite states as a function of power gains G_1 and G_2 : (a) The smallest symplectic eigenvalues v of bipartite state composed of C_1 and Pr_1 ; (b) the smallest symplectic eigenvalues v of bipartite state composed of C_1 and Pr_3 ; (c) the smallest symplectic eigenvalues v of bipartite state composed of C_1 and C_3 ; (d) the smallest symplectic eigenvalues v of bipartite state composed of Pr_1 and Pr_3 ; (e) the smallest symplectic eigenvalues v of bipartite state composed of Pr_1 and C_3 ; (f) the smallest symplectic eigenvalues v of bipartite state composed of Pr_3 and C_3 .

3.3 两组份纠缠

接下来将通过去除系统输出场中的任意两束光来研究剩余两束光的纠缠特性. 这里需要检验六种不同的两组份态的纠缠特性. 图 6 为所有的两组份态的最小辛本征值 v , 其中图 6(a)—(f) 分别是由 C_1 和 Pr_1 , C_1 和 Pr_3 , C_1 和 C_3 , Pr_1 和 Pr_3 , Pr_1 和 C_3 以及 Pr_3 和 C_3 组成的两组份态的最小辛本征值 v . 如图 6 所示, 有些两组份态 (例如由 C_1 和 C_3 组成的两组份态) 总不存在纠缠, 这是由于两个四波混频过程是相互独立而导致的. 而有些两组份态 (例如由 C_1 和 Pr_1 组成的两组份态) 的纠缠特性则随着强度增益 G_1 和 G_2 的增大而逐渐减小直至消失, 这是因为随着强度增益 G_1 和 G_2 的增大, 线性分束器引入的额外噪声迅速增大, 从而导致纠缠消失.

由于线性分束器的引入, 该系统存在真正的四组份纠缠和三组份纠缠, 并且随着强度增益 G_1 和 G_2 的增大, 纠缠也会逐渐增强. 至于系统两组份态的纠缠特性, 有些两组份态总是可分离的. 而有些两组份态的纠缠的存在与否却是有条件的, 即它们的纠缠特性受强度增益 G_1 和 G_2 的影响, 随着两个四波混频过程的强度增益 G_1 和 G_2 的增大, 这些两组份纠缠都会逐渐减小直至消失.

4 结 论

本文从理论上提出了一种利用两个独立的四波混频过程和线性分束器产生真正的四组份纠缠的方案, 两个独立的四波混频过程由线性分束器连接. 首先应用部分转置正定判据研究了强度增益对四组份纠缠的影响, 结果表明在整个增益区域内都存在四组份纠缠, 并且强度增益越大, 纠缠程度越强, 这表明本文系统能够生成真正的四组份纠缠. 然后研究了线性分束器的透射率对系统的四组份纠缠的影响, 发现只要线性分束器的透射率不为 0 或 1, 系统也存在真正的四组份纠缠. 最后, 通过研究该系统中可能存在的三组份纠缠和两组份纠缠揭示了系统的纠缠结构. 我们的理论研究为实验上利用原子系综四波混频过程产生真正的四组份纠缠提供了一个有效的方案.

参考文献

[1] Greenberger D M, Horne M A, Zeilinger A 1993 *Phys. Today* **46** 22

[2] Lloyd S, Braunstein S 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 1784
 [3] Braunstein S L, van Loock P 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 513
 [4] Kimble H J 2008 *Nature* **453** 1023
 [5] Bruß D, Macchiavello C 2011 *Phys. Rev. A* **83** 052313
 [6] Jing J T, Zhang J, Yan Y, Zhao F G, Xie C D, Peng K C 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 167903
 [7] Aoki T, Takei N, Yonezawa H, Wakui K, Hiraoka T, Furusawa A, van Loock P 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 080404
 [8] Yonezawa H, Aoki T, Furusawa A 2004 *Nature* **431** 430
 [9] van Loock P, Braunstein S L 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 3482
 [10] Coelho A S, Barbosa F A S, Cassemiro K N, Villar A S, Martinelli M, Nussenzveig P 2009 *Science* **326** 823
 [11] Armstrong S, Wang M, Teh R Y, Gong Q, He Q, Janousek J, Bachor H A, Reid M D, Lam P K 2015 *Nat. Phys.* **11** 167
 [12] Cassemiro K N, Villar A S 2008 *Phys. Rev. A* **77** 022311
 [13] Yokoyama S, Ukai R, Armstrong S C, Sornphiphatpong C, Kaji T, Suzuki S, Yoshikawa J I, Yonezawa H, Menicucci N C, Furusawa A 2013 *Nat. Photonics* **7** 982
 [14] Roslund J, De Araujo R M, Jiang S, Fabre C, Treps N 2014 *Nat. Photonics* **8** 109
 [15] Gerke S, Sperling J, Vogel W, Cai Y, Roslund J, Treps N, Fabre C 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 050501
 [16] Chen M, Menicucci N C, Pfister O 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 120505
 [17] Qin Z Z, Cao L M, Wang H L, Marino A M, Zhang W P, Jing J T 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 023602
 [18] Cao L M, Qi J, Du J J, Jing J T 2017 *Phys. Rev. A* **95** 023803
 [19] Liu S S, Wang H L, Jing J T 2018 *Phys. Rev. A* **97** 043846
 [20] Wang W, Cao L M, Lou Y B, Du J J, Jing J T 2018 *Appl. Phys. Lett.* **112** 034101
 [21] Cao L M, Wang W, Lou Y B, Du J J, Jing J T 2018 *Appl. Phys. Lett.* **112** 251102
 [22] Wang H L, Fabre C, Jing J T 2017 *Phys. Rev. A* **95** 051802
 [23] Wang H L, Zheng Z, Wang Y X, Jing J T 2016 *Opt. Express* **24** 23459
 [24] Lv S C, Jing J T 2017 *Phys. Rev. A* **96** 043873
 [25] Lv S C, Jing J T 2018 *Opt. Commun.* **424** 63
 [26] Abdisa G, Ahmed I, Wang X X, Liu Z C, Wang H X, Zhang Y P 2016 *Phys. Rev. A* **94** 023849
 [27] Li C B, Jiang Z H, Zhang Y, Zhang Z Y, Wen F, Chen H X, Zhang Y P, Xiao M 2017 *Phys. Rev. Appl.* **7** 014023
 [28] Zhang D, Li C B, Zhang Z Y, Zhang Y Q, Zhang Y P, Xiao M 2017 *Phys. Rev. A* **96** 043847
 [29] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 865
 [30] Giedke G, Kraus B, Lewenstein M, Cirac J I 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 167904
 [31] Duan L M, Giedke G, Cirac J I, Zoller P 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2722
 [32] Serafini A, Adesso G, Illuminati F 2005 *Phys. Rev. A* **71** 032349
 [33] Peres A 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 1413
 [34] Simon R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2726
 [35] Werner R F, Wolf M M 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3658
 [36] McCormick C F, Boyer V, Arimondo E, Lett P D 2007 *Opt. Lett.* **32** 178

Generation of quadripartite entanglement based on four-wave mixing process and linear beam splitter*

Yu Sheng¹⁾ Liu Huan-Zhang¹⁾ Liu Sheng-Shuai^{1)†} Jing Jie-Tai^{1)2)‡}

1) (*State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, East China Normal University, Shanghai 200062, China*)

2) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

(Received 6 January 2020; revised manuscript received 24 February 2020)

Abstract

As a crucial quantum resource in quantum information processing, multipartite entanglement plays an important role not only in the field of testing basic quantum effects, but also in the applications of quantum network, quantum communication and quantum computing. The generation of multipartite entanglement usually involves many complex linear processes and nonlinear processes. In this paper, we theoretically propose a scheme for generating genuine quadripartite entanglement by linking two independent four-wave mixing (FWM) processes with one linear beam splitter (BS). Here, we use one linear BS to mix the probe beams amplified by two independent FWM processes. We first set the transmissivity of the linear BS to be 0.5 and study the effect of the intensity gain of the system on quadripartite entanglement by applying the positivity under partial transposition (PPT) criterion. The results show that there exists genuine quadripartite entanglement in all gain regions, and the degree of entanglement increases with intensity gain increasing. And then, the dependence of quadripartite entanglement on the transmissivity of the linear BS is studied when the intensity gains of two independent FWM processes are both set to be 3. We find that the transmissivity of the linear BS can affect the entanglement properties of the system. At the same time, we also find that the system can generate genuine quadripartite entanglement when the transmissivity of the linear BS is not equal to 0 or 1. Finally, in order to reveal the entanglement structure of the system, we further investigate the dependence of the possible tripartite entanglement and bipartite entanglement on the intensity gain of the system by using the PPT criterion. The results show that there exists the genuine tripartite entanglement in this system, and the degree of entanglement increases as the intensity gain increases. However, there exists no genuine bipartite entanglement in this system, some of bipartite states are always separable, and the entanglement of the other bipartite states gradually become weak and eventually disappear with the increase of the intensity gain. Our theoretical result provides a simple and reliable scheme for generating genuine quadripartite entanglement by using FWM process in atomic ensemble and linear BS.

Keywords: multipartite entanglement, four-wave mixing, linear beam splitter, quadripartite entanglement, entanglement structure

PACS: 03.67.Mn, 03.65.Ud, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.69.20200040

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11874155, 91436211, 11374104, 10974057), the Natural Science Foundation of Shanghai, China (Grant No. 17ZR1442900), the Program of Scientific and Technological Innovation of Shanghai, China (Grant No. 17JC1400401), and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2016YFA0302103).

† Corresponding author. E-mail: 852729711@qq.com

‡ Corresponding author. E-mail: jtjing@phy.ecnu.edu.cn