# 确定大气边界层顶高度的新方法及数值实验\*

周建印1) 项杰1) 黄思训1)2)†

1) (国防科技大学气象海洋学院,南京 211101)

2) (国家海洋局第二海洋研究所,卫星海洋环境动力学国家重点实验室,杭州 310012)

(2019年12月29日收到; 2020年2月7日收到修改稿)

提出了一种确定大气边界层顶高度的数值微分新方法,该方法使用了正则化技术,把对弯角廓线求导数的数值微分问题转化为求目标泛函极小值的问题,采用双参数模型函数方法来选择正则化参数,最后利用最大梯度法确定边界层顶高度.首先通过两个数值实验验证了新方法的有效性,实验结果显示,随着掩星资料噪音的增多,由差分法和结合L曲线方案的数值微分方法得到的边界层顶高度波动增大,而通过双参数模型函数方法得到的高度很稳定,这说明新方法能够很好地过滤噪音,从而保留廓线的主要信息.随后基于2007—2011年1,4,7,10月的 COSMIC 弯角数据,利用新方法分析了全球海洋大气边界层顶高度的季节特征,并与用掩星资料自带的大气边界层顶高度数据 zbalmax 得到的季节分布进行对比.结果表明,两者的季节分布特征十分一致:海温相对周围海域高的区域,边界层顶高度较高,反之,边界层顶高度较低;在暖流经过的海域,边界层顶高度较高,在寒流经过的海域,边界层顶的高度相对较低.

关键词:边界层顶高度,正则化方法,双参数模型函数法,弯角梯度 PACS:02.60.Jh,02.60.Pn,98.52.Cf,92.60.Fm DOI: 10.7498/aps.69.20191992

# 1 引 言

行星边界层是对流层底层的大气,下垫面主要 通过热量辐射传输、摩擦阻力、水汽通量、污染物 排放以及地形对边界层发生作用<sup>[1]</sup>.边界层的结构 复杂多变,边界层顶高度随时空变化而变化,通常 定义为混合层 (常值通量层)与自由大气过渡的高 度<sup>[2]</sup>,高度变化范围在几百米到几千米之内.边界 层顶高度在数值预报模式中的边界层参数化方案 以及气溶胶的反演中有着重要的作用,具体表现 为:如果边界层顶高度太低,则边界层与云层解耦, 从而抑制了热量、水分和湍流动能从海洋表面到云 层的垂直传输,并可能加速云的消散;如果边界层 顶高度太高,则会形成积云而不是层状云<sup>[3]</sup>,所以 确定边界层顶高度是一项十分重要的工作. 边界层顶往往存在湿度、温度、折射率、气溶 胶粒子以及云滴的急剧变化<sup>[4]</sup>,无线电掩星探测获 得的弯角和折射率廓线在边界层顶处往往具有大 的垂直梯度,因此,最大梯度所在的高度被认为是 边界层顶高度<sup>[5]</sup>.在计算边界层顶高度的观测数据 方面,由于边界层顶高度的变化在几百米左右,而 被动红外和微波探测的分辨率在 1—2 km,故使用 分辨率大约在 20 m 的掩星资料计算边界层顶高度 更加精确,而且全球定位系统掩星探测 (global positioning system radio occultation, GPS-RO) 技术具有全天候、全球覆盖、长期稳定等优点,使 得在分析全球边界层顶高度时更具有优势.

前人在计算边界层顶高度上,提出了许多方法.Holzworth<sup>[6]</sup>通过从最高表面温度沿干绝热线随高度上升到与最近观测到的温度廓线的交点,来 得到最大混合层高度;Coulter<sup>[7]</sup>比较了由激光雷

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 91730304, 41875045, 41475021) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: huangsxp@163.com

<sup>© 2020</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

达、声雷达以及温度廓线得到的混合层顶高度,发 现激光雷达与声雷达探测的高度基本一致. Van Pul 等<sup>8</sup> 由无线电探空资料通过气块法 (parcel method)得到了边界层顶高度.在20世纪,Bianco 和 Wilczak<sup>[9]</sup> 基于模糊逻辑方法的混合深度识别算 法来确定边界层深度; Lokoshchenko<sup>[10]</sup>提出了 一种方法,即把参数积分(如不稳定能量)最大值 所在的高度作为混合层高度; Balsley 等<sup>[11]</sup>使用最 小风切变和最大 Brunt-Väisälä频率对夜晚稳定 边界层顶高度进行计算; Sokolovskiv 等<sup>[12]</sup>把 COSMIC 掩星探测折射率梯度的最大下降点的高 度确定为边界层顶高度, 2007年 Sokolovskiy 等<sup>[13]</sup> 又利用 COSMIC 掩星弯角资料对边界层顶高度进 行了计算; Baars 等<sup>[14]</sup> 修正了小波协方差方法, 利 用雷达资料得出边界层顶高度; Seidel 等<sup>[15]</sup> 用无 线电掩星资料比较了计算边界层顶高度的6个气 象要素 (如温度、湿度、折射率等), 结果显示折射 率和位温的梯度最小值得出的边界层顶高度较高; Dai 等<sup>[16]</sup> 使用多个外场观测项目中飞机测量的廓 线资料,重新计算了边界层顶高度; Yan 等[17] 把带 有正则化技术的数值微分方法应用于 COSMIC 掩星弯角资料来确定大气边界层顶高度.

正则化技术是苏联科学院院士吉洪诺夫 (Tikhonov A N)<sup>[18]</sup> 为了获得线性不适定问题稳定 的近似解而于1963年提出的.随着研究的深入, 正则化的方法得到了蓬勃的发展,目前常见的正则 化方法主要有 Tikhonov 正则化方法<sup>[19]</sup>, Lavrentiev 正则化方法<sup>[20]</sup>, 迭代正则化方法 (如 Tikhonov 迭 代方法<sup>[21]</sup>、Landweber 迭代方法<sup>[22]</sup>), 以及基于谱 理论的正则化方法 (如 TSVD (谱截断) 正则化方 法<sup>[23]</sup>)等.前人在大气科学领域中应用正则化方法 做了很多有意义的工作[24-28],而其中正则化方法 的一个关键环节是正则化参数的选择,常用的正则 化参数选择方法有 L 曲线准则<sup>[29-31]</sup>、广义交叉 验证准则<sup>[32,33]</sup>、Morozov偏差准则<sup>[34]</sup>等.其中, Morozov 偏差准则是一种应用非常广泛的后验选 取策略,但是此原则仍然不够理想,于是1984年 Morozov<sup>[35]</sup> 提出了吸收的 Morozov 准则 (damped Morozov principle), 它是通过求解吸收的 Morozov 偏差方程来得到正则化参数,但该方法在进行数 值求解时,收敛速度慢且计算量巨大.于是在 1998年, Kunisch 和 Zou<sup>[36]</sup> 提出单参数模型函数 法来求正则化参数,从此模型函数法为减少计算量

### 指出了一条明确的道路.

在 Yan 等<sup>[17]</sup>提出的带有正则化技术的数值 微分中,正则化参数的选择采用了 L 曲线方法 (因 此,该方法在下文中简称为 L 曲线方法),但是此 方法计算量大,且 L 曲线方法的收敛性问题在理 论上并没有得到解决.因此,本文提出一种计算大 气边界层顶高度的新的数值微分方法,其中仍然应 用了正则化技术,但是正则化参数的选择采用了双 参数模型函数方法.本文第2节首先介绍了研究所 用到的数据,然后介绍双参数模型函数方法的原理; 第3节进行数值实验,并与另外两种方法的结果作 比较,以验证方法的合理性;第4节应用双参数模 型函数方法得到全球海洋边界层顶高度的季节分 布特征,并与利用掩星资料自带的边界层顶高度得 到的结果作对比;第5节是总结.

# 2 数据与方法

## 2.1 数 据

FORMOSAT-3/COSMIC 是美国与中国台湾 合作的一个 GPS 掩星探测项目,本文使用的弯角 廓线数据来自 COSMIC 项目,包括 2007—2011 年 的 1,4,7,10 月份的全球的弯角数据 (https:// cdaac-www.cosmic.ucar.edu/cdaac/products.html), 总样本为 1074349 条廓线,其中平均每个月的数量 在 50000—70000 条,4和7月份比1和10月份数 量多 30000—40000 条 (图 1);同时,atmPrf文件 本身还自带了利用弯角数据得到的大气边界层顶



图 1 2007—2011 年 1, 4, 7, 10 月份掩星廓线数量的时间 分布

Fig. 1. Temporal distribution of the number of occultation profiles in January, April, July and October, 2007–2011.

高度数据 zbalmax. 考虑到数据不可避免会带有缺 省缺测等不足,所以从以下两方面进行质量控制. 1)筛选数据. 考虑到边界层顶基本都在 500 m 以 上,5 km 以下,所以本文采用这样的弯角数据, 即廓线的最低高度在 0.5 km 以上,最高高度在 5 km 以下. 2)控制数据长度.选择有效数据的长 度至少在 5 个以上,以减小由于数据缺少而带来的 误差.

#### 2.2 双参数模型函数方法

大气边界层顶常常会有温度或水汽压的急剧 变化 (温度急剧上升或水汽含量急剧下降),因此, 可以采用最大梯度法来确定边界层顶高度.近些年 来,使用"开环"跟踪技术之后,GPS 掩星资料在低 层大气的准确度有了显著提高,使得 GPS 掩星资 料可以提供更多有价值的低对流层 (尤其是离地 面 2 km 以下)大气的信息,但是由于水汽的影响, 低对流层 (尤其是离地面 2 km 以下)大气廓线数 据仍然含有负偏差.Yan 等<sup>[17]</sup>提出的数值微分方 法中,正则化参数的选择采用了 L 曲线法,由于 L 曲线法具有前面提到的两个缺陷,所以本文采用 双参数模型函数方法来确定弯角梯度.

#### 2.2.1 模型的构建

模型构建的基本思路与 Yan 等<sup>[17]</sup>相同,为了 文中叙述的方便,下面对模型的构建作简要介绍. 设弯角为连续可微的函数  $\alpha(z)$ ,弯角廓线的梯度 为 $\varphi(z) = \alpha'(z), z$ 为高度,范围为 $z_0 \leq z \leq z_n$ .

在高度范围  $I = [z_0, z_n]$ 中取  $z_i = z_0 + i \frac{z_n - z_0}{n}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,根据牛顿莱布尼兹公式可以得到

$$\alpha(z_{i+1}) - \alpha(z_{i-1}) = \int_{z_{i-1}}^{z_{i+1}} \varphi(z) dz,$$
  
 $i = 2, 3, \cdots, n-1,$  (1)

对于(1)式右侧,可以用辛普森法则近似为

$$\int_{z_{i-1}}^{z_{i+1}} \varphi(z) \mathrm{d}z \approx \frac{h}{3} \left( \varphi(z_{i-1}) + 4\varphi(z_i) + \varphi(z_{i+1}) \right),$$
$$i = 2, 3, \cdots, n-1. \tag{2}$$

其中,  $2h = z_{i+1} - z_{i-1} = 2(z_n - z_0)/n$ ,本文将廓 线等分为 n份,每一份高度 h为 10 m,误差为 error =  $-h^5/90\varphi^{(4)}(\xi)$ ,  $\xi \in [z_{i-1}, z_{i+1}]$ ,如果弯角 梯度变化剧烈,比如存在锋面过程等剧烈变化的天 气时,则误差不容忽视.

将(2)式代入(1)式可以得到

$$\alpha(z_{i+1}) - \alpha(z_{i-1}) = \frac{h}{3} \left( \varphi(z_{i-1}) + 4\varphi(z_i) + \varphi(z_{i+1}) \right),$$
  
$$i = 1, 2, \cdots, n-1.$$
(3)

经整理后可得到弯角梯度应满足的线性方程:

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}=\boldsymbol{b}, \tag{4}$$

其中

$$\boldsymbol{b} = \frac{3}{h} \left( \alpha \left( z_3 \right) - \alpha \left( z_1 \right), \dots, \alpha \left( z_{i+2} \right) \right. \\ \left. - \alpha \left( z_i \right), \dots, \alpha \left( z_n \right) - \alpha \left( z_{n-2} \right) \right)^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{X} = \left( \varphi \left( z_1 \right), \dots, \varphi \left( z_i \right), \dots, \varphi \left( z_n \right) \right)^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}_{(n-2) \times n}^{\mathrm{T}},$$

此时,问题归结为求线性方程(4)的解.

# 2.2.2 双参数模型函数方法的应用

考虑模型 (4),如果观测资料 **b**带有高频成分,则在反演大气弯角垂直梯度时,结果会产生较大的误差.所以,为了克服 (4)式的不适定性,本文把 (4)式转化为求解如下目标泛函极小值的问题:

$$J(x) = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{A}x - \boldsymbol{b}\|^2 + \frac{\alpha}{2} \|\boldsymbol{L}x\|^2 + \frac{\beta}{2} \|x\|^2, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{X} = \arg\min_{\boldsymbol{x}} J(\boldsymbol{x}) = (\alpha \boldsymbol{L}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{L} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A} + \beta \boldsymbol{I})^{-1} \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{b}, \quad (6)$$

其中 X 是满足泛函极小值的解,  $\alpha$ ,  $\beta$  是待求的双 正则化参数, 而矩阵 L 为一阶导数算子, 表示对 x 进行约束, 使得 x 的梯度变化不至于过于剧烈, 起到平滑的效果.

$$\boldsymbol{L} = \left[ \begin{array}{ccccc} -1 & 0 & 1 & & \\ & -1 & 0 & 1 & 0 \\ & & & \\ & & & \\ & & & -1 & 0 & 1 \end{array} \right]_{(n-2) \times n}$$

本文与 Yan 等<sup>[17]</sup> 文章中的不同之处是采用 双参数的模型函数方法<sup>[36-39]</sup> 来确定目标泛函中两 个参数的最优解,进而求解出弯角梯度,其基本技 术路线如下:

令目标函数
$$F(\alpha, \beta)$$
为  

$$F(\alpha, \beta) := \min_{x \in X} J(\alpha, \beta; x)$$

$$= \frac{1}{2} \|\mathbf{A}x - \mathbf{B}\|^2 + \frac{\alpha}{2} \|\mathbf{L}x\|^2 + \frac{\beta}{2} \|x\|^2, \quad (7)$$

此时吸收的 Morozov 偏差方程为

$$G(\alpha,\beta) := F(\alpha,\beta) + (\alpha^{\gamma} - \alpha) \frac{\partial F(\alpha,\beta)}{\partial \alpha} + (\beta^{\mu} - \beta) \frac{\partial F(\alpha,\beta)}{\partial \beta} - \frac{1}{2} \delta^{2} = 0, \quad (8)$$

式中 $\gamma > 1$ ,  $\mu > 1$ 为吸收系数,  $\delta$ 为误差水平. 因为 (8) 式是关于 $\alpha,\beta$ 的高度非线性方程, 用通常的迭 代方法求解结果并不理想 (比如 Newton 法和拟 Newton 法), 原因是他们只具有局部收敛的性质, 而且对初值的要求比较高.因此,我们采用近年来 得到广泛应用的模型函数法来确定正则化参数,模 型函数法的好处是不但计算量大大减少,而且还保 证了收敛性.模型函数有各种选择的方法<sup>[38,39]</sup>,为 简单起见采用线性模型函数 $m_k(\alpha,\beta) := T_k + \alpha C_k + \beta D_k$ 表示第 k次迭代的结果以逼近 $F(\alpha,\beta)$ ,其中

$$T_{k} = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{A}x_{k} - \boldsymbol{b}\|^{2}, \ C_{k} = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{L}x_{k}\|^{2}, \ D_{k} = \frac{1}{2} \|x_{k}\|^{2}.$$
(9)



![](_page_3_Figure_7.jpeg)

090201-4

将(9)式代入(8)式可得

$$G(\alpha,\beta) := m_k(\alpha,\beta) + (\alpha^{\gamma} - \alpha) \frac{\partial m_k(\alpha,\beta)}{\partial \alpha} + (\beta^{\mu} - \beta) \frac{\partial m_k(\alpha,\beta)}{\partial \beta} - \frac{1}{2} \delta^2 = 0.$$
(10)

确定正则化双参数的计算流程如图 2 所示.因为在 正则化方法中物理量往往是无量纲的,为了使正则 化中的量纲一致,将 $\alpha$ , $\beta$ 做了以下处理:将 $\alpha$ 扩大 500 × std (**b**)倍,将 $\beta$ 扩大 std (**b**)倍,这里 std(·) 表 示取标准差.

# 3 数值实验

本节比较了三种确定边界层顶高度的方法,分 别是模型函数法、差分法和L曲线方法.所用数据 是 2011 年 1, 4, 7, 10 月份的 COSMIC 弯角资料. 在处理之前先对数据进行质量控制, 然后借助 spline 插值法将资料插值到间隔为 10 m 的网格点 上. 双参数模型函数法的两个初始参数  $\alpha$ ,  $\beta$ 都取 为 1, 根据弯角的量级为 10<sup>-2</sup>, 故取  $\delta = 10^{-2}$ , 收敛 参数  $\varepsilon = 10^{-4}$ . 由差分法、L 曲线法以及模型函数 法计算出来的边界层顶高度分别记为  $H_{\rm d}$ ,  $H_{\rm L}$ ,  $H_{\rm M}$ .

掩星探测资料不可避免地会带有误差,为了比 较在存在噪声情况下几种方法的表现,本节将  $[-\delta, +\delta]$ 上的随机误差添加到弯角资料,由于在边 界层中弯角的量级为 $10^{-2}$ ,故令 $\delta \in [0.0001, 0.01]$ , 在带有噪声的弯角资料的基础上,通过与差分法 和L曲线法相比较,检验模型函数法在确定边界 层顶高度上是否具有准确性.

![](_page_4_Figure_8.jpeg)

图 3 选取了廓线 atmPrf\_C001.2011.182.05.

图 3 由差分法和模型函数法得到的弯角梯度廓线 (BA 表示弯角) (a) 弯角廓线添加随机误差  $\delta = 0.0025$ , 边界层顶高度  $H_{\rm M} = 1.2$  km,  $H_{\rm d} = 1.4$  km; (b) 弯角廓线添加随机误差  $\delta = 0.005$ , 边界层顶高度  $H_{\rm M} = 1.1$  km,  $H_{\rm d} = 1.4$  km; (c) 弯角廓线添加随机误差  $\delta = 0.0075$ , 边界层顶高度  $H_{\rm M} = 1.2$  km,  $H_{\rm d} = 1.8$  km; (d) 弯角廓线添加随机误差  $\delta = 0.01$ , 边界层顶高度  $H_{\rm M} = 1.2$  km,  $H_{\rm d} = 1.8$  km; (d) 弯角廓线添加随机误差  $\delta = 0.01$ , 边界层顶高度  $H_{\rm M} = 1.2$  km,  $H_{\rm d} = 3.7$  km

Fig. 3. Angle gradient profile obtained by the difference method and the model function method using the bending angle gradient profile (*BA* represents the bending angle): (a) Bending angle profile with uniform random error  $\delta = 0.0025$ , boundary layer top height  $H_{\rm M} = 1.2 \text{ km}, H_{\rm d} = 1.4 \text{ km}$ ; (b) bending angle profile with uniform random error  $\delta = 0.005$ , boundary layer top height  $H_{\rm M} = 1.1 \text{ km}, H_{\rm d} = 1.4 \text{ km}$ ; (c) bending angle profile with uniform random error  $\delta = 0.0075$ , boundary layer top height  $H_{\rm M} = 1.2 \text{ km}, H_{\rm d} = 1.8 \text{ km}$ ; (d) bending angle profile with uniform random error  $\delta = 0.0075$ , boundary layer top height  $H_{\rm M} = 1.2 \text{ km}, H_{\rm d} = 1.8 \text{ km}$ ; (d) bending angle profile with uniform random error  $\delta = 0.01$ , boundary layer top height  $H_{\rm M} = 1.2 \text{ km}, H_{\rm d} = 3.7 \text{ km}$ .

19.G18\_2013.3520\_nc,并且分别添加随机误差  $\delta = 0.0025, 0.005, 0.0075, 0.01$ ,比较了差分法和数 值微分结合模型函数方法得到的边界层顶高度.从 结果可以看出,图 3(a)是由带有误差 $\delta = 0.0025$ 的 弯角得到的弯角梯度,差分法得到的弯角梯度廓线 在一定水平范围内呈密集的锯齿状,其最小梯度 在 1.4 km 左右,数值微分方法结合模型函数法得 到的弯角廓线比较光滑,其最小梯度在 1.2 km 左 右,由图 3(b)—(d)可知,随着弯角资料误差的增 大, $H_M$ 始终稳定在 1.2 km 左右,而 $H_d$ 由 1.4 km (图 3(a)和图 3(b))变为 3.7 km(图 3(d)),变化幅 度超过 2 km,说明当掩星资料中存在观测误差时, 模型函数法能够很好地过滤噪声,保留主要信息, 得到的边界层顶高度的结果更加稳定.

图 4 给出了三种方法 (模型函数法、差分法、 L 曲线法)分别在两条添加误差后的弯角廓线 (atmprf\_C001.2001.182.00.22.G23\_2013.3520\_n c, atmPrf\_C001.2011.182.00.39.G20\_2013.3520\_ nc)上的表现,以结果的标准差衡量方法的稳定度.

![](_page_5_Figure_3.jpeg)

图 4 由差分法、L 曲线法和模型函数法得到的边界层顶 高度 (a) 三种方法基于廓线 1 得到的边界层顶高度,  $H_{true} =$  3.15 km, std( $H_M$ ) = 0.013, std( $H_L$ ) = 0.44, std( $H_M$ ) = 0.61; (b) 三种方法基于廓线 2 得到的边界层顶高度,  $H_{true} =$  4.55 km, std( $H_M$ ) = 0.020, std( $H_L$ ) = 0.89, std( $H_M$ ) = 1.19

Fig. 4. Height of the boundary layer obtained by the three methods: (a) Three methods to get the height of the boundary layer top based on profile 1,  $H_{\rm true} = 3.15$  km, std $(H_{\rm M}) = 0.013$ , std $(H_{\rm L}) = 0.44$ , std $(H_{\rm M}) = 0.61$ ; (b) three methods to get the height of the boundary layer top based on profile 2,  $H_{\rm true} = 4.55$  km, std $(H_{\rm M}) = 0.020$ , std $(H_{\rm L}) = 0.89$ , std $(H_{\rm M}) = 1.19$ .

由图 4(a) 可以看出, H<sub>M</sub>比较稳定,保持在 3.15 km 左右,而H<sub>d</sub>和 H<sub>L</sub>随着误差的增大,波动越来越大, 其中,H<sub>M</sub>,H<sub>d</sub>,H<sub>L</sub>的稳定度分别为 0.013, 0.44 和 0.61;同样由图 4(b)也可以看出,H<sub>M</sub>依然是比较 稳定,保持在 4.55 km 左右,而H<sub>d</sub>和 H<sub>L</sub>随着误差 的增大,波动也越来越大,其中H<sub>M</sub>,H<sub>d</sub>,H<sub>L</sub>的稳定 度分别为 0.02, 0.89 和 1.19. 由以上分析可以看出, 弯角资料的噪声越大,H<sub>d</sub>振荡程度就越强,H<sub>L</sub>振 荡的程度次之,而H<sub>M</sub>的稳定性则比较好,说明对 于含有噪声的弯角资料,模型函数法也能稳定地得 到边界层顶高度,所以模型函数法在确定边界层顶 高度时,准确性能得到保证.

# 4 全球边界层顶高度的季节特征

本节应用模型函数法,对海洋上边界层顶高度 的季节特征进行分析.图 5展示了 2007—2011年 的1,4,7,10四个月份年平均的边界层顶高度,可 以看出,1月份南半球的边界层顶达到最高,尤其 是中高纬度海洋上的边界层顶高度达到 2 km 以上; 4月份南半球的边界层顶高度开始降低,南美洲与 南极大陆南设得兰群岛之间的德雷克海峡附近降 低的程度最为明显, 而北极附近海域的边界层顶高 度也降低,原因在于北极的海冰覆盖面积在3月份 达到高峰,4月份海冰的面积比1月份多<sup>[40]</sup>,所以 4月份下垫面温度更低,相应的边界层顶高度也在 4月份比1月份低;七月份南半球中高纬度的边界 层顶高度在四个月份中最低,北半球的低纬度地区 边界层顶高度明显增高,如墨西哥湾地区、阿拉伯 地区以及日本海地区, 而受西太平洋副热带高压下 沉气流影响,我国东南沿海、孟加拉湾和菲律宾附 近海域边界层顶高度明显降低; 10月份南半球中 高纬边界层顶高度略有回升,北极海域边界层顶高 度开始降低,而此时我国东南沿海、孟加拉湾和菲 律宾附近海域边界层顶高度明显升高.

从以上现象分析可以得知,随着太阳直射点的 南北移动,海洋上的边界层顶高度呈现明显的季节 变化特征,边界层顶高度与海面的温度密切相关, 当海面的温度相对周围平均温度越低时,边界层顶 高度越低,反之,边界层顶高度就越高.但是四个 月份共同的特征是,在寒流流经的区域,边界层顶 高度普遍偏低,比如巴西寒流和加利福尼亚寒流, 暖流流经的区域边界层顶普遍较高,比如赤道暖

![](_page_6_Figure_1.jpeg)

图 5 用模型函数法得到的海洋 5 年平均的边界层顶高度 (所用资料为 2007—2011 年 1, 4, 7, 10 四个月份的掩星弯角的资料) (a) 1 月份平均边界层顶高度; (b) 4 月份平均边界层顶高度; (c) 7 月份平均边界层顶高度; (d) 10 月份平均边界层顶高度 Fig. 5. The 5-year average boundary layer height of the ocean obtained by the model function method, the data used is the bending angle profile of the four months of 2007–2011 in January, April, July, and October: (a) The average height of the boundary layer in January; (b) the average height of the boundary layer in April; (c) the average height of the boundary layer in July; (d) the average height of the boundary layer in October.

![](_page_6_Figure_3.jpeg)

图 6 海洋 5 年平均的边界层顶高度 (所用资料为 2007—2011 年 1, 4, 7, 10 四个月份的掩星自带 zbalmax 的资料) (a) 1 月份 平均边界层顶高度; (b) 4 月份平均边界层顶高度; (c) 7 月份平均边界层顶高度; (d) 10 月份平均边界层顶高度

Fig. 6. The 5-year average boundary layer height of the ocean obtained by the model function method, the data used is the zbalmax provided by CDAAC of the four months of 2007–2011 in January, April, July, and October: (a) The average height of the boundary layer in January; (b) the average height of the boundary layer in April; (c) the average height of the boundary layer in July; (d) the average height of the boundary layer in October. 流.图 6 展示了利用掩星自带的 zbalmax 的资料 求得的边界层顶高度的季节分布,通过与图 5 相比 较,可以看出模型函数法得到的边界层顶高度略 高,但两者边界层顶高度的时空分布十分一致,说 明模型函数法得到的季节特征具有准确性.

5 总 结

本文提出了一种确定边界层顶高度的新的数 值微分方法,通过模型函数法确定正则化项中的双 参数,从而得到弯角梯度,进而利用最大梯度法确 定边界层顶高度.文中展示了两个数值实验的结 果,从中可知,此方法最主要的优点在于,尽管掩 星资料中带有误差,但其基本不受噪声的影响,能 够很好地提取主要的信息,具有很好的稳定性和准 确性.

应用本文提出的方法,基于 2007—2011 年的 COSMIC 掩星弯角资料,研究了全球海洋边界层 顶高度的季节变化特征,着重分析了 1,4,7,10 四 个月份的年平均边界层顶高度,结果显示,随着太 阳直射点的南北移动,海洋上的边界层顶高度具有 明显的季节变化特征,其与海温密切相关,具体来 说,相对于周围海域的海温越低,边界层顶高度越 低,反之,边界层顶高度越高,延伸这一结论可以 得到,冷洋流对应着低边界层顶,暖洋流对应着高 边界层顶.为了验证结论的准确性,将其与利用掩 星资料自带的 zbalmax 得出来的边界层顶高度的 时空分布特征十分一致,说明通过双参数模型函数 法得到的季节特征具有准确性.

总之,经过数值实验中与差分法和L曲线法的比较,发现双参数模型函数法在求边界层顶高度时具有不可替代的优势,而且经过掩星资料自带的边界层顶高度数据zbalmax的验证,表明文中表述的海上边界层顶高度的季节特征具有准确性.我们下一步需要继续做的工作是进一步改进方法,使其适用于复杂天气条件下的大气波导的研究,以期得到更好的结果.

本文利用的数据来自 CDAAC 提供的 GPS 掩星资料, 在此谨表感谢! 感谢国防科技大学气象海洋学院周则明教 授对文章行文结构的建议, 感谢国防科技大学气象海洋学 院杜华栋副教授和闫申博士在编程方面的帮助, 感谢国防 科技大学气象海洋学院陈毓敏、徐海波和北京师范大学地

### 理学院孙铭扬对文章提供的修改建议.

#### 参考文献

- Stull R B 1999 An Introduction to Boundary Layer Meteorology (Vol. 13) (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers) pp3, 4
- [2] Seibert P, Beyrich F, Gryning S E, Joffre S, Rasmussen A, Tercier P 2000 Atmos. Environ. 34 1001
- [3] Zeng X, Brunke M A, Zhou M, Fairall C, Bond N A, Lenschow D H 2004 J. Clim. 17 4159
- [4] Chan K M, Wood R 2013 J. Geophys. Res. Atmos. 118 12
- [5] Ho S P, Peng L, Anthes R A, Kuo Y H, Lin H C 2015 J. Clim. 28 2856
- $[6] \quad \text{Holzworth G C 1964 Mon. Weather Rev. 92 235}$
- [7] Coulter R L 1979 J. Appl. Meteorol. Climatol. 18 1495
- [8] Van Pul W A J, Holtslag A A M, Swart D P J 1994 Bound.-Layer Meteorol. 68 173
- [9] Bianco L, Wilczak J M 2002 J. Atmos. Oceanic Technol. 19 1745
- [10] Lokoshchenko M A 2002 J. Atmos. Oceanic Technol. 19 1151
- [11] Balsley B B, Frehlich R G, Jensen M L, Meillier Y 2006 J. Atmos. Sci. 63 1291
- [12] Sokolovskiy S, Kuo Y H, Rocken C, Schreiner W S, Hunt D, Anthes R A 2006 Geophys. Res. Lett. 33 12
- [13] Sokolovskiy S V, Rocken C, Lenschow D H, Kuo Y H, Anthes R A, Schreiner W S, Hunt D C 2007 *Geophys. Res. Lett.* 34 18
- [14] Baars H, Ansmann A, Engelmann R, Althausen D 2008 Atmos. Chem. Phys. 8 7281
- [15] Seidel D J, Ao C O, Li K 2010 J. Geophys. Res. Atmos. 115 16
- [16] Dai C, Wang Q, Kalogiros J A, Lenschow D H, Gao Z, Zhou M 2014 Bound.-Layer Meteorol. 152 277
- [17] Yan S, Xiang J, Du H 2019 Adv. Atmos. Sci. 36 303
- [18] Tikhonov A N 1963 Dokl. Akad. Nauk SSSR 151
- [19] Willoughby R A 1979 SIAM Rev. Soc. Ind. Appl. Math. 21 266
- [20] Tautenhahn U 2002 Inverse Prob. 18 191
- [21] Zhang L Y 2011 M.S. Thesis (Jinan: Shandong University) (in Chinese) [张路寅 2011 硕士学位论文 (济南: 山东大学)]
- [22] Hanke M, Neubauer A, Scherzer O 1995 Numer. Math. 72 21
- [23] Shirangi M G, Emerick A A 2016 J. Pet. Sci. Eng. 143 258
- [24] Jiang Z H, Huang S X, He R, Zhou C T 2011 Acta Phys. Sin.
  60 068401 (in Chinese) [姜祝辉, 黄思训, 何然, 周晨腾 2011 物 理学报 60 068401]
- [25] Zhao Y L, Huang S X, Du H D, Zhong Q Q 2011 Acta Phys. Sin. 60 079202 (in Chinese) [赵延来, 黄思训, 杜华栋, 仲跻芹 2011 物理学报 60 079202]
- [26] Zhang L, Huang S X, Shen C, Shi W L 2011 Chin. Phys. B 20 514
- [27] Zhong J, Huang S X, Fei J F, Du H D, Zhang L 2011 Chin. Phys. B 20 064301
- [28] Xie Z C, Wang F, Yan J H, Ling K F 2015 Acta Phys. Sin.
   64 240201 (in Chinese) [谢正超, 王飞, 严建华, 岑可法 2015 物 理学报 64 240201]
- [29] Hansen P C 1992 SIAM Rev. Soc. Ind. Appl. Math. 34 561
- [30] Hansen P C 1994 Numer. Algorithms 6 1
- [31] Huang w, Liu L, Gao T C, Li S L, Hu S 2016 Spectrosc. Spect. Anal. 36 3620 (in Chinese) [黄威, 刘磊, 高太长, 李书 磊, 胡帅 2016 光谱学与光谱分析 36 3620]
- [32] Golub G H, Heath M, Wahba G 1979 Technometrics 21 215
- [33] Wen Y-W, Chan R H 2018 Inverse Prob. Imag. 12 1103

- [34] Scherzer O 1993 Computing **51** 45
- [35] Morozov V A 1984 Methods for Solving Incorrectly Posed Problems (New York: Springer-Verlag) pp65–70
- [36] Kunisch K, Zou J 1998 Inverse Prob. 14 1247
- [37]~ Lu S, Pereverzev S V 2011 Numer.~Math.~118 1
- [38] Wang Z W 2010 Ph. D. Dissertation (Nanjing: Southeast University) (in Chinese) [王泽文 2010 博士学位论文 (南京: 东

南大学)]

- [39] Liu J J 2005 Regularization Method and Application of Illposed Problems (Beijing: Science Press) pp83-89 (in Chinese)
  [刘继军 2005 不适定问题的正则化方法及应用 (北京: 科学出版 社) 第83—89页]
- [40] Wang D W, Yang X Q 2002 Acta Meteorol. Sin. 02 129 (in Chinese) [汪代维, 杨修群 2002 气象学报 02 129]

# New method of determining height of atmospheric boundary layer and numerical experiment<sup>\*</sup>

Zhou Jian-Yin<sup>1)</sup> Xiang Jie<sup>1)</sup> Huang Si-Xun<sup>1)2)†</sup>

1) (College of Meteorology and Oceanography, National University of Defense Technology, Nanjing 211101, China)

2) (State Key Laboratory of Satellite Ocean Environment Dynamics, Second Institute of Oceanography,

State Oceanic Administration, Hangzhou 310012, China)

(Received 29 December 2019; revised manuscript received 7 February 2020)

#### Abstract

In this paper, we propose a new method of numerical differentiation to determine the height of the top layer of the atmospheric boundary layer. In this method, a regularization technique is used to convert the problem of calculating the differential of the curve of the corners into the problem of finding the minimum value of the objective function. The two-parameter model function method is used to select the regularization parameters. Finally, the maximum gradient method is used to determine the top height of the boundary layer. Firstly, the effectiveness of the new method is validated through two numerical experiments. The experimental results show that as the noise of the occultation data increases, the fluctuation of the height of the boundary layer top obtained by the difference method and the numerical differentiation method combined with the L curve scheme increases. And the height obtained by the two-parameter model function method is very stable, which shows that the new method can filter the noise well, thereby retaining the main information about the profile. Then, based on the COSMIC angle data in January, April, July and October 2007-2011, the new method is used to analyze the seasonal characteristics of the height of the global oceanic and atmospheric boundary layer, compared with the seasonal distribution obtained by "zbalmax" with the occultation data. The results show that the seasonal distribution characteristics of the two data are very consistent: the height of the boundary layer is higher in the area where the sea surface temperature is higher than that in the surrounding sea area; on the contrary, the height of the boundary layer top is lower. In the sea area where the warm current passes, the height of the boundary layer is higher; in the sea area where the cold current passes, the height of the boundary layer is lower.

Keywords: boundary layer height, regularization method, two-parameter model function method, bend angle gradient

**PACS:** 02.60.Jh, 02.60.Pn, 98.52.Cf, 92.60.Fm

**DOI:** 10.7498/aps.69.20191992

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 91730304, 41875045, 41475021).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: huangsxp@163.com