

## 偶极玻色-爱因斯坦凝聚体中的各向异性耗散\*

赵珊珊<sup>1)</sup> 贺丽<sup>2)</sup> 余增强<sup>1)†</sup>

1) (山西大学理论物理研究所, 太原 030006)

2) (山西大学物理电子工程学院, 太原 030006)

(2020年1月6日收到; 2020年2月3日收到修改稿)

针对偶极相互作用的玻色-爱因斯坦凝聚体, 解析计算了点状杂质沿平行极化轴和垂直极化轴运动的能量耗散率, 证明了在超流临界速度更大的方向上耗散率也更高. 该结论为最近在<sup>162</sup>Dy原子气体中观测到的实验现象提供了理论支持. 对于一般的运动方向, 给出了耗散率在高速极限下以及临界速度附近的渐近形式. 结合数值计算的结果, 论证了耗散率随方向角的变化总是表现出与临界速度一致的各向异性.

**关键词:** 偶极玻色-爱因斯坦凝聚体, 各向异性超流, 朗道临界速度, 耗散

**PACS:** 03.75.Kk, 67.85.De, 67.30.hm

**DOI:** 10.7498/aps.69.20200025

## 1 引言

无阻尼运动是超流现象的基本特征之一. 对于一个在超流体中运动的大质量杂质而言, 仅当其速度大于超流体的朗道临界速度时才会产生能量耗散, 临界速度 $v_c$ 的取值由体系的元激发能谱决定<sup>[1,2]</sup>. 在各向异性超流体中,  $v_c$ 的大小与运动方向有关, 不同方向上的耗散行为也会表现出差异.

超冷原子气体作为高度可调控的量子多体系统为超流性的研究提供了一个理想平台. 实验上通常采用搅动激光束的方法模拟杂质的运动, 并通过观察原子云的加热效应测定玻色-爱因斯坦凝聚体(BEC)或费米超流体的朗道临界速度<sup>[3-7]</sup>. 最近, 德国 Wenzel 等<sup>[8]</sup>在具有偶极相互作用的<sup>162</sup>Dy原子 BEC 中首次观测到了各向异性的临界速度. 实验上发现, 相较于垂直极化轴的运动而言, 平行极化轴方向的临界速度更大, 耗散率也更高.

本文将通过理论计算对上述实验现象进行解

释. 利用线性响应理论和 Bogoliubov 近似, 考察了在偶极 BEC 中点状杂质沿不同方向运动的能量耗散率. 对于实验上观测的两个主轴方向, 解析地推导出耗散率随约化速度变化的函数形式, 从理论上证明了 Wenzel 等<sup>[8]</sup>发现的各向异性关系. 对于偏离主轴的运动方向, 我们给出了耗散率在高速极限下以及 $v_c$ 附近的渐近形式, 并结合数值计算的结果, 论证了耗散率与临界速度随方向角的变化趋势是普遍一致的.

## 2 模型和理论框架

考虑零温下一个大质量的点状杂质以速度 $v$ 在 $N$ 个磁性原子(如 Cr, Dy, Er 等<sup>[9-11]</sup>)形成的 BEC 中运动. 针对实验的情形, 设 BEC 原子的磁偶极矩被外场极化在 $z$ 方向. 杂质的运动方向与极化轴之间的夹角记为 $\theta_v$ . 采用接触势模型描述杂质与磁性原子之间的相互作用, 其哈密顿量为 $H_{IB} = U_{IB} \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_0 - \mathbf{v}t)$ ,  $U_{IB}$ 表示相互作用

\* 国家自然科学基金(批准号: 11674202)和山西省应用基础研究项目(批准号: 201601D011014, 201901D211187)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zqyu@sxu.edu.cn

用强度,  $\mathbf{R}_0$  为杂质在  $t = 0$  时刻的位置,  $\mathbf{r}_i$  为第  $i$  个原子的坐标.

在 BEC 原子的不断碰撞下, 杂质的动能一旦出现减损, 则意味着耗散的产生. 根据线性响应理论, 能量耗散率 (即单位时间内的平均能量变化) 可写为<sup>[12,13]</sup>

$$P(\theta_v, \mathbf{v}) = \frac{U_{\text{IB}}^2 n}{8m\pi^2 \hbar^4} \int d\mathbf{q} q^2 \delta(E_q - \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}), \quad (1)$$

其中  $E_q$  为 BEC 中动量为  $\mathbf{q}$  的准粒子激发能,  $q = |\mathbf{q}|$  为动量的大小,  $n$  和  $m$  分别为玻色子的密度和质量,  $\hbar$  为约化普朗克常数. 由于磁性原子间同时具有各向同性的 s 波相互作用和各向异性的偶极相互作用, 因此耗散率  $P$  不仅依赖于杂质的速度大小  $v$ , 也依赖于运动方向的极角  $\theta_v$ .

偶极 BEC 的元激发能谱可以在 Bogoliubov 近似下解得<sup>[14,15]</sup>

$$E_q = q \sqrt{q^2 / (4m^2) + c^2(\theta_q)}, \quad (2)$$

其中  $\theta_q$  为动量  $\mathbf{q}$  与极化轴之间的夹角,  $c(\theta_q) = \sqrt{c_{\parallel}^2 \cos^2 \theta_q + c_{\perp}^2 \sin^2 \theta_q}$  为长波极限下声子激发的声速. 在平行极化轴方向上, 声速取最大值  $c_{\parallel} = c_0 \sqrt{1 + 2\epsilon_{\text{dd}}}$ ; 在垂直极化轴方向上, 声速取最小值  $c_{\perp} = c_0 \sqrt{1 - \epsilon_{\text{dd}}}$ . 这里  $c_0$  表示仅考虑 s 波相互作用时的声速,  $\epsilon_{\text{dd}}$  是衡量偶极相互作用相对强度的无量纲参数. 本文将限于讨论  $c_0 > 0$  且  $0 < \epsilon_{\text{dd}} < 1$  的情形, 以保证元激发能谱是稳定的.

由 (1) 式可知, 产生耗散的必要条件是体系中出现满足关系式  $E_q = \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}$  的准粒子激发, 这意味着杂质的运动速度必须大于 BEC 的临界速度  $v_c$ . 与各向同性体系不同的是, 在各向异性超流体中,  $v_c$  并非简单地由运动方向的元激发能谱决定, 朗道提出的临界速度公式应做适当的推广<sup>[13,16]</sup>. 对于偶极 BEC, 已有理论工作给出<sup>[13]</sup>

$$v_c(\theta_v) = \frac{c_{\parallel} c_{\perp}}{\sqrt{c_{\parallel}^2 \sin^2 \theta_v + c_{\perp}^2 \cos^2 \theta_v}}. \quad (3)$$

在平行和垂直极化轴方向上,  $v_c$  分别达到最大和最小, 其取值与运动方向的 BEC 声速相等. 而在其他方向上, 临界速度则小于运动方向的声速.

(1) 式—(3) 式构成了本文理论计算的出发点. 以下为了对比不同方向的耗散行为, 我们把  $P$  重新表达为约化速度  $u \equiv v/v_c$  的函数. 于是, 在任意

方向上, 只有当  $u > 1$  时, 耗散率才不为 0.

### 3 主轴方向的能量耗散率

首先来考察实验观测的两个主轴方向.

当杂质沿平行极化轴方向运动时 ( $\theta_v = 0$  或  $\pi$ ), (1) 式中的被积函数仅与  $q$  和  $\theta_q$  有关, 代入 (2) 式中  $E_q$  的表达式并完成积分, 即可得到纵向耗散率为

$$P_{\parallel}(u) = A c_{\parallel}^3 \frac{u(u^2 - 1)^2}{u^2 - 1 + c_{\perp}^2/c_{\parallel}^2} \Theta(u - 1), \quad (4)$$

其中  $A \equiv U_{\text{IB}}^2 n m^3 / (\pi \hbar^4)$  是与速度及运动方向无关的常数,  $\Theta$  为 Heaviside 阶跃函数.

当杂质沿垂直极化轴方向运动时 ( $\theta_v = \pi/2$ ), 由于体系绕  $z$  轴具有旋转对称性, 不妨将  $\mathbf{v}$  取在  $x$  方向上. 按此设定, (1) 式中  $\delta$  函数的宗量写为  $E_q - qv \sin \theta_q \cos \phi_q$ , 其中  $\phi_q$  为动量  $\mathbf{q}$  在  $x-y$  平面内投影的方位角. 依次完成对  $\phi_q, \theta_q$  和  $q$  的积分后, 得到横向耗散率为

$$P_{\perp}(u) = A c_{\perp}^3 \frac{(u^2 - 1)^2}{\sqrt{u^2 - 1 + c_{\parallel}^2/c_{\perp}^2}} \Theta(u - 1). \quad (5)$$

显然, 由于元激发能谱的各向异性,  $P_{\parallel}$  与  $P_{\perp}$  的形式也是不同的. 易于验证, 当偶极相互作用参数  $\epsilon_{\text{dd}}$  趋于 0 时, (4) 式和 (5) 式均回到各向同性体系的结果<sup>[17,18]</sup>.

通过比较  $P_{\parallel}$  和  $P_{\perp}$  的大小很容易解释实验上观察到的各向异性耗散现象<sup>[8]</sup>. 由声速关系  $c_{\parallel} > c_{\perp}$  可知,  $\sqrt{u^2 - 1 + c_{\parallel}^2/c_{\perp}^2} > u > \sqrt{u^2 - 1 + c_{\perp}^2/c_{\parallel}^2}$ , 因此得到

$$\frac{P_{\parallel}(u)}{P_{\perp}(u)} = \frac{c_{\parallel}^3 u \sqrt{u^2 - 1 + c_{\parallel}^2/c_{\perp}^2}}{c_{\perp}^3 (u^2 - 1 + c_{\perp}^2/c_{\parallel}^2)} > 1. \quad (6)$$

(6) 式表明, 对于任意  $u > 1$  的约化速度, 在  $v_c$  更大的主轴方向上 (即平行极化轴方向上) 能量耗散率更高. 这个关系式为 Wenzel 等<sup>[8]</sup> 最近在  $^{162}\text{Dy}$  原子 BEC 中观测到的实验现象提供了简明、直观的理论依据.

### 4 能量耗散率的各向异性

现在进一步考察在一般方向上的耗散行为, 并对前述各向异性规律做更为普遍的推广.

对于给定的约化速度  $u$ , 可以用  $\partial P / \partial \theta_v$  来表

征能量耗散随运动方向的变化. 当耗散率与临界速度对方向角的依赖具有一致的变化趋势时,  $\partial P/\partial\theta_v$  与  $\partial v_c/\partial\theta_v$  符号相同. 这意味着, 若将  $P$  写为  $v_c$  和  $u$  的函数, 必然有

$$\frac{\partial}{\partial v_c} P(v_c, u) > 0. \quad (7)$$

下面就从三个方面来论证在偶极 BEC 中 (7) 式关系总是成立的.

首先, 考虑  $u \gg 1$  时的高耗散情形. 此时耗散率的主要贡献来自于大动量的准粒子激发, 能谱的各向异性不再重要. 将 (1) 式中的  $E_q$  作大  $q$  展开并保留至头阶项, 可以推出耗散率在高速极限下的

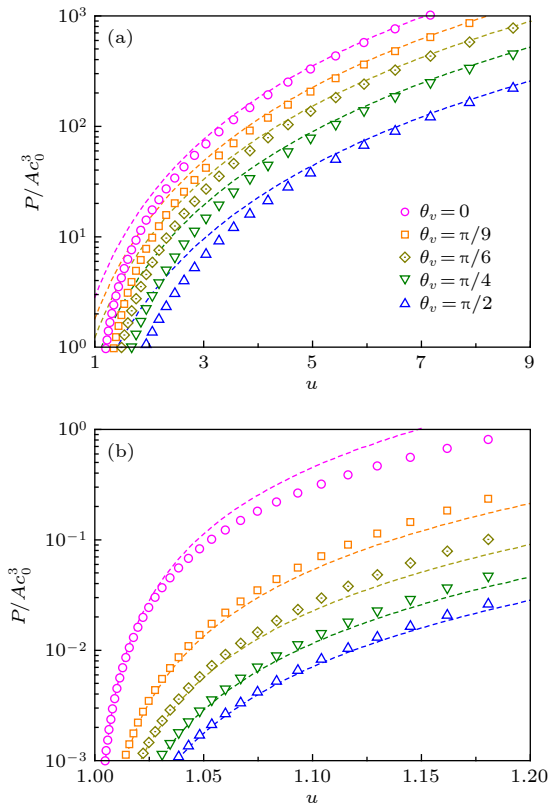


图 1 沿不同方向的能量耗散率  $P$  在 (a) 高耗散区间和 (b) 低耗散区间随约化速度  $u$  的变化曲线. 离散点为数值计算的结果, (a) 和 (b) 中的虚线分别对应于 (8) 式和 (9) 式给出的渐近表达式. 从上至下, 各曲线的临界速度分别为  $v_c = 1.41c_0, 1.22c_0, 1.07c_0, 0.89c_0, 0.71c_0$ . 两图采用的图例相同. 偶极相互作用参数取为  $\epsilon_{dd} = 0.5$

Fig. 1. Energy dissipation rate  $P$  as a function of reduced velocity  $u$  along different directions in (a) high dissipation regime and (b) low dissipation regime. Discrete symbols are numerical results, and dashed lines in (a) and (b) correspond to the asymptotic expressions (8) and (9), respectively. From up to bottom, the critical velocities for each line are given by  $v_c = 1.41c_0, 1.22c_0, 1.07c_0, 0.89c_0, 0.71c_0$ . The two plots use the same legend. The relative strength of dipolar interaction is set as  $\epsilon_{dd} = 0.5$ .

渐近形式为  $P = Av^3$ . 将该结果重新用  $v_c$  和  $u$  表示, 于是得到

$$P(v_c, u) = Av_c^3 u^3, \quad (u \gg 1). \quad (8)$$

显然, 不等式关系 (7) 式在此情形下是成立的.

其次, 再来考虑  $u$  略大于 1 时的低耗散情形. 此时耗散率的主要贡献来自于小动量的准粒子, 且激发动量的极角集中在  $\theta_c$  附近,  $\theta_c$  对应于  $v = v_c$  时产生声子激发的传播方向. 将 (1) 式中的被积函数在  $q = 0$  和  $\theta_q = \theta_c$  处作展开, 经过一系列较为繁琐的推导 (具体步骤见附录 A), 最终得出

$$P(v_c, u) = \frac{4Ac_{\parallel}^5 c_{\perp}^4 (u-1)^2}{(c_{\parallel}^2 + c_{\perp}^2 - v_c^2)^3}, \quad (u \rightarrow 1^+). \quad (9)$$

对于给定的  $u$ , (9) 式中的  $P$  是  $v_c$  的增函数, 因此在临界速度附近, 不等式 (7) 式也是成立的.

最后, 对于中等  $u$  值、中等耗散的情形, (1) 式中的积分无法得到简单的解析结果, 需要借助数值计算验证耗散率与临界速度的相关性. 图 1 给出了杂质沿不同方向运动时耗散率  $P$  随约化速度  $u$  的变化曲线. 可以看出, 在  $v_c$  更大的方向上耗散率也更高, 这表明不等式 (7) 式对于任意  $u > 1$  的速度区间都是成立的. 在  $u \gg 1$  和  $u \rightarrow 1^+$  两种极限情形下, 数值结果与前面推导出的渐近表达式符合得很好.

根据以上分析, 我们得出结论: 在偶极 BEC 中, 耗散率与临界速度随方向角的变化趋势总是一致的. 这个结论将 (6) 式描述的各向异性关系推广为更加普遍的形式, 也为实验未观测的非主轴方向上的耗散现象提供了新的理论预言.

## 5 结 论

在前文的计算中, 假定了每个元激发过程只会产生一个准粒子, 而没有考虑同时产生多个准粒子的元激发过程. 可以证明, 激发单个准粒子的临界速度一定小于等于激发多个准粒子的临界速度 (具体证明见附录 B). 因此, 当杂质速度由小及大逐渐增加时, 单粒子激发必然先于多粒子激发出现. 另一方面, 在 Bogoliubov 近似下, 密度扰动引起的元激发过程自然地分成了两类: 单粒子激发对应于原子从零动量态到非零动量态的跃迁, 多粒子激发对应于原子在非零动量态之间的跃迁. 由于占据零动量态的凝聚原子远远多于非凝聚原子, 所以多粒子激发对于耗散的贡献是可以忽略不计的.

综上所述, 本文运用线性响应理论, 全面考察了偶极 BEC 中点状杂质沿不同方向运动的能量耗散率. 在两个主轴方向上, 解析地得到了耗散率随约化速度变化的函数形式, 证明了平行极化轴方向的耗散率比垂直极化轴方向的更高, 从而定性地解释了实验上观测到的各向异性耗散现象. 此外, 我们还普遍地论证了, 耗散率与临界速度随方向角的变化趋势总是一致的, 这为进一步的实验研究提供了新的理论预言. 本文的结论对于探索其他冷原子体系 (如自旋-轨道耦合 BEC<sup>[19–21]</sup>) 的各向异性超流现象也有一定的借鉴意义.

## 附录 A

考虑杂质沿偏离主轴的方向运动. 根据体系的轴对称性, 不妨取速度  $\mathbf{v}$  在  $x$ - $y$  平面内投影的方位角  $\phi_v = 0$ . 将  $\mathbf{q} \cdot \mathbf{v} = qv(\sin\theta_q \cos\phi_q \sin\theta_v + \cos\theta_q \cos\theta_v)$  代入 (1) 式可算出  $\phi_q$  的积分, 再对  $\mathbf{q}$  和  $\theta_q$  做适当的变量替换后, 得到

$$P(v_c, u) = \frac{4}{\pi} A v_c^3 \int_0^\infty d\tilde{q} \int_{-1}^1 d\gamma_q \frac{\tilde{q}^3}{\sqrt{f(\gamma_q, \tilde{q})}} \Theta[f(\gamma_q, \tilde{q})], \quad (\text{A1})$$

其中  $\tilde{q} = q/(2m v_c)$  为约化动量,  $\gamma_q = \cos\theta_q$  和  $\gamma_v = \cos\theta_v$  分别为动量  $\mathbf{q}$  和速度  $\mathbf{v}$  相对于  $z$  轴的方向余弦, 二元函数  $f(\gamma_q, \tilde{q})$  的表达式为

$$f(\gamma_q, \tilde{q}) = u^2(1 - \gamma_v^2)(1 - \gamma_q^2) - \left\{ \sqrt{\tilde{q}^2 + [c_\perp^2 + (c_\parallel^2 - c_\perp^2)\gamma_q^2]/v_c^2} - u\gamma_q\gamma_v \right\}^2. \quad (\text{A2})$$

对于一般情形, (A1) 式中的积分并不能完整地解析算出. 下面重点讨论  $u$  略大于 1 时耗散率的渐近形式.

当杂质速度刚好达到  $v_c$  时, 触发耗散的准粒子为  $q \rightarrow 0$  的长波声子, 其传播方向的极角  $\theta_c$  满足关系  $c_\perp^2 \tan\theta_c = c_\parallel^2 \tan\theta_v$ <sup>[13]</sup>. 由于激发条件  $E_q = \mathbf{q} \cdot \mathbf{v}$  的等式两端随  $\mathbf{v}$  和  $\mathbf{q}$  连续变化, 故当杂质速度比  $v_c$  略大时, 贡献耗散的准粒子只出现在小动量区间, 且动量的极角集中在  $\theta_c$  附近. 据此分析, 可以将函数  $f(\gamma_q, \tilde{q})$  展开为

$$f(\gamma_q, \tilde{q}) \simeq \lambda_0 + \lambda_1(\gamma_q - \gamma_c) + \lambda_2(\gamma_q - \gamma_c)^2 + \lambda_3\tilde{q}^2, \quad (\text{A3})$$

其中  $\gamma_c = \cos\theta_c$ , 展开系数  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  由泰勒公式给出

$$\lambda_0 = \frac{c_\parallel^2 c_\perp^2 (u-1)}{v_c^2 (c_\parallel^2 + c_\perp^2 - v_c^2)} \left[ 1 + \frac{c_\parallel^2 + c_\perp^2 - 2v_c^2}{c_\parallel^2 - c_\perp^2} u \right], \quad (\text{A4})$$

$$\lambda_1 = \text{sgn}(\gamma_v) \frac{2c_\perp \sqrt{v_c^2 - c_\perp^2} (u-1) (c_\parallel^2 - c_\perp^2 - v_c^2 u)}{v_c^2 \sqrt{(c_\parallel^2 + c_\perp^2 - v_c^2)(c_\parallel^2 - c_\perp^2)}}, \quad (\text{A5})$$

$$\lambda_2 = \frac{(3c_\parallel^2 + c_\perp^2 - v_c^2)(v_c^2 - c_\perp^2)}{v_c^2 c_\parallel^2} u - u^2 - \frac{c_\parallel^2 - c_\perp^2}{v_c^2}, \quad (\text{A6})$$

$$\lambda_3 = \frac{v_c^2 - c_\perp^2}{c_\parallel^2 - c_\perp^2} u - 1. \quad (\text{A7})$$

$\lambda_1$  表达式中的因子  $\text{sgn}(\gamma_v)$  意为取  $\gamma_v$  的正负号.

易于验证, 当  $u \rightarrow 1$  时,  $\lambda_2$  和  $\lambda_3$  均小于零, 这表明在  $v_c$  附近函数  $f(\gamma_q, \tilde{q})$  可简化为一个抛物面. 在此近似下, 耗散率可由 (A1) 式解析地算出:

$$P(v_c, u) = A v_c^3 \frac{[\lambda_0 - \lambda_1^2/(4\lambda_2)]^2}{\sqrt{|\lambda_2|\lambda_3^2}}. \quad (\text{A8})$$

将 (A4) 式—(A7) 式中的展开系数代入 (A8) 式, 并将所得结果保留至  $u-1$  的平方阶, 即得到 (9) 式给出的渐近形式.

## 附录 B

触发耗散的元激发过程可以产生一个或多个准粒子. 元激发的能量、动量以及杂质速度之间满足关系式  $E_q + \mathbf{q} \cdot \mathbf{v} = 0$ . 对于多粒子激发过程,  $E_q$  和  $\mathbf{q}$  分别表示全体准粒子的总能量和总动量. 根据这个关系, 要同时激发  $j$  个准粒子, 杂质速度必须达到阈值

$$v_c^{(j)} = \min_{\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{v}} > 0} \frac{E_{\mathbf{q}_1} + E_{\mathbf{q}_2} + \cdots + E_{\mathbf{q}_j}}{(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 + \cdots + \mathbf{q}_j) \cdot \hat{\mathbf{v}}}, \quad (\text{B1})$$

其中  $\hat{\mathbf{v}}$  为运动方向的单位矢量, 最小值运算要求总的激发动量  $\mathbf{q}$  在速度方向的投影为正数. 当  $v$  足够小时, 如果任何单个或多个准粒子的激发过程都不会发生, 则杂质的运动状态可以一直无阻尼地保持下去. 因此, 耗散开始出现时对应的临界速度可一般性地写为

$$v_c = \min_j v_c^{(j)}, \quad (j = 1, 2, 3, \cdots). \quad (\text{B2})$$

根据单粒子激发的阈值速度  $v_c^{(1)}$  的定义, 任意一个准粒子的能量和动量均满足不等式  $E_{\mathbf{q}_i} \geq \mathbf{q}_i \cdot \mathbf{v}_c^{(1)}$ , 其中  $\mathbf{v}_c^{(1)} \equiv v_c^{(1)} \hat{\mathbf{v}}$ . 由此可知, 对于  $j \geq 2$  的多粒子激发过程, 必然有

$$E_{\mathbf{q}_1} + E_{\mathbf{q}_2} + \cdots + E_{\mathbf{q}_j} \geq (\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2 + \cdots + \mathbf{q}_j) \cdot \mathbf{v}_c^{(1)}. \quad (\text{B3})$$

将该结果与 (B1) 式对比, 即可推断, 产生多粒子激发的阈值速度一定大于产生单粒子激发的阈值速度,

$$v_c^{(j)} \geq v_c^{(1)}. \quad (\text{B4})$$

这意味着触发耗散的临界速度总是由单粒子激发过程决定的, 即

$$v_c = v_c^{(1)} = \min_{\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{v}} > 0} \frac{E_q}{\mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{v}}}. \quad (\text{B5})$$

上述结论作为朗道超流判据的推广, 同时适用于各向同性

体系与各向异性体系. 对于偶极 BEC, 将 Bogoliubov 近似下的元激发能谱代入 (B5) 式, 即得到 (3) 式给出的临界速度<sup>[13]</sup>.

## 参考文献

- [1] Landau L D 1941 *Phys. Rev.* **60** 356
- [2] Landau L D 1941 *J. Phys. USSR* **5** 71
- [3] Raman C, Köhl M, Onofrio R, Durfee D S, Kuklewicz C E, Hadzibabic Z, Ketterle W 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 2502
- [4] Onofrio R, Raman C, Vogels J M, Abo-Shaeer J R, Chikkatur A P, Ketterle W 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2228
- [5] Desbuquois R, Chomaz L, Yefsah T, Léonard J, Beugnon J, Weitenberg C, Dalibard J 2012 *Nat. Phys.* **8** 645
- [6] Miller D E, Chin J K, Stan C A, Liu Y, Setiawan W, Sanmer C, Ketterle W 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 070402
- [7] Weiner W, Morgener K, Singh V P, Siegl J, Hueck K, Luick N, Mathey L, Moritz H 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 095301
- [8] Wenzel M, Böttcher F, Schmidt J N, Eisenmann M, Langen T, Pfau T, Ferrier-Barbut I 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 030401
- [9] Griesmaier A, Werner J, Hensler S, Stuhler J, Pfau T 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 160401
- [10] Lu M, Burdick N Q, Youn S H, Lev B L 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 190401
- [11] Aikawa K, Frisch A, Mark M, Baier S, Rietzler A, Grimm R, Ferlaino F 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 210401
- [12] Pitaevskii L P, Stringari S 2016 *Bose-Einstein Condensation and Superfluidity* (New York: Oxford University Press) pp89-91
- [13] Yu Z Q 2017 *Phys. Rev. A* **95** 033618
- [14] Baranov M A 2008 *Phys. Rep.* **464** 71
- [15] Lahaye T, Menotti C, Santos L, Lewenstein M, Pfau T 2009 *Rep. Prog. Phys.* **72** 126401
- [16] Volovik G E 2009 *The Universe in a Helium Droplet* (New York: Oxford University Press) pp321-322
- [17] Kovrizhin D L, Maksimov L A 2001 *Phys. Lett. A* **282** 421
- [18] Astrakharchik G E, Pitaevskii L P 2004 *Phys. Rev. A* **70** 013608
- [19] Galitski V, Spielman I B 2013 *Nature* **494** 49
- [20] Goldman N, Juzeliūnas G, Öhberg P, Spielman I B 2014 *Rep. Prog. Phys.* **77** 126401
- [21] Zhai H 2015 *Rep. Prog. Phys.* **78** 026001

# Anisotropic dissipation in a dipolar Bose-Einstein condensate\*

Zhao Shan-Shan<sup>1)</sup> He Li<sup>2)</sup> Yu Zeng-Qiang<sup>1)†</sup>

1) (*Institute of Theoretical Physics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

2) (*College of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

( Received 6 January 2020; revised manuscript received 3 February 2020 )

## Abstract

The ability to support frictionless motion is one of the manifestations of superfluidity. An impurity immersed in a superfluid can move without dissipation below the critical velocity, which, according to the Landau criterion, is determined by the elementary excitation spectrum of the system. In a quantum gas of the ultracold atoms, the critical velocity can be measured by stirring a laser beam through the atomic cloud, and the emergence of dissipation can be observed via the heating effect above the threshold stirring speed. Recently, such a technique is exploited to study the superfluidity of the Bose-Einstein condensate (BEC) of <sup>162</sup>Dy atoms with dipole-dipole interactions. It is shown that both the critical velocity and the heating rate reflect the anisotropy of the underlying dipolar excitation spectrum.

In this work, we theoretically investigate the anisotropic dissipation of a point-like impurity moving through a dipolar BEC. For the motion along the principal axis, the dissipation rate above the critical velocity is analytically derived according to the linear response theory. At a given reduced velocity, we find the dissipation rate being of a higher value in the direction parallel to the dipole moment, which qualitatively explains the recent experimental observation in dysprosium atoms. Moreover, in the moving direction away from the principal axis, the asymptotic expressions for the dissipation rate are obtained in the high-speed limit, as well as in the regime close to the dissipation threshold. By combining these analytical results with the numerical calculations, we conclude that, in a dipolar BEC, the angular dependence of the dissipation rate always shows the same anisotropy as the critical velocity. Our predictions can be examined in the current experiments with cold atoms, and the results presented here may be also helpful in understanding the anisotropic superfluidity in other systems.

**Keywords:** dipolar Bose-Einstein condensate, anisotropic superfluidity, Landau critical velocity, dissipation

**PACS:** 03.75.Kk, 67.85.De, 67.30.hm

**DOI:** [10.7498/aps.69.20200025](https://doi.org/10.7498/aps.69.20200025)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11674202) and the Applied and Fundamental Research Program of Shanxi Province, China (Grant Nos. 201601D011014, 201901D211187).

† Corresponding author. E-mail: [zqyu@sxu.edu.cn](mailto:zqyu@sxu.edu.cn)