

专题：统计物理和复杂系统

极化电场对可激发介质中螺旋波的控制*

潘军廷¹⁾ 何银杰²⁾ 夏远勋²⁾ 张宏^{2)†}

1) (浙江大学海洋学院, 舟山 316021)

2) (浙江大学物理学系, 浙江近代物理中心, 杭州 310027)

(2019年12月20日收到; 2020年1月17日收到修改稿)

螺旋波在不同的物理、化学和生物系统中普遍存在. 周期外场, 比如极化电场, 尤其是具有旋转对称性的圆极化电场可对螺旋波动力学产生重要影响. 本文综述了极化电场对可激发介质中螺旋波的控制, 包括共振漂移、同步、手征对称性破缺、多臂螺旋波的稳定、次激发介质中的螺旋波、三维回卷波湍流态的控制、心脏组织中螺旋波的去钉扎、心脏组织中螺旋波湍流态的控制等.

关键词: 极化电场, 可激发介质, 螺旋波, 控制**PACS:** 05.45.-a, 05.65.+b, 05.45.Xt**DOI:** 10.7498/aps.69.20191934

1 引言

许多生物膜、生理组织、化学反应系统都具有“可激发”的性质^[1]. 当此类系统的局部区域处于静息状态时, 对微扰是稳定的; 但对于较强的扰动将有一个快速的响应, 呈现激发状态, 最后回到静息状态. 螺旋波广泛地存在于各类可激发介质, 包括 Belousov-Zhabotinsky(BZ) 化学反应^[2]、一氧化碳在铂金表面的氧化反应^[3]、心脏组织^[4]等系统中. 心脏实验表明, 心律失常与螺旋波的自组织及螺旋波湍流态有密切关系^[4,5], 螺旋波的深入研究对心脏病研究将会产生重要影响. 另外, 与人们所熟悉的行波表现为平行的波前和波背完全一致地传播的情形不同, 螺旋波的波前和波背在顶点处融为一体, 形成具有奇异性结构的螺旋波端点. 此端点构成了螺旋波的组织中心, 是一个时空点拓扑缺陷(相位奇点), 研究螺旋波可为人们研究拓扑缺陷动力学提供一种有效的途径.

电场对螺旋波影响的实验和理论工作比较丰富, 包括直流电场和交流电场. 在 BZ 反应实验中, Steinbock 等^[6]发现直流电场可使螺旋波的漂移速度形成分别与电场方向平行和垂直的两个分量, 且其垂直分量的方向会因螺旋波的手征性不同而各异. Muñuzuri 等^[7]指出, 当交流电场频率成两倍于螺旋波频率时, 螺旋波会产生共振漂移. Zhang 等^[8]研究了直流、交流电场作用下的螺旋波漂移行为, 得到了螺旋波漂移速度的一个近似解析公式.

上述研究的外加电场, 只具有一个方向指向. 由于螺旋波绕其端点旋转, 具有旋转对称性, 人们希望外加的电场也具有旋转对称性. Chen 等^[9]通过把两个相互垂直且频率相同的交流电场叠加, 理论上提出了一个极化电场(图 1), 实现了外电场具有旋转对称性的特性. 通过调节两交流电场间的相位差, 可以得到不同模式的极化电场, 比如线极化、椭圆极化、圆极化电场等(图 2). 近来, Ji 等^[10]在 BZ 反应实验中实现了外加极化电场.

* 国家自然科学基金(批准号: 11675141)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: hongzhang@zju.edu.cn

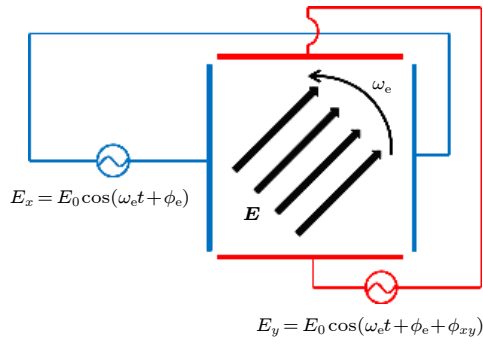


图 1 极化电场示意图^[11] E_x, E_y 表示两个相互垂直的交流电场, E_0, ω_e 分别是交流电场的振幅和频率, ϕ_e, ϕ_{xy} 分别是初相位和相位差

Fig. 1. Realization sketch of a polarized electric field^[11]: E_x, E_y are two ac electric fields perpendicular to each other, where E_0, ω_e are the amplitude and the frequency of the electric field, respectively, and ϕ_e, ϕ_{xy} are the initial phase and the phase difference, respectively.

描述螺旋波动力学的反应扩散方程一般可表述为^[12]

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon} f(u, v) + D_u \nabla^2 u, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= g(u, v) + D_v \nabla^2 v, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 u, v 是系统变量; f, g 代表反应函数 (f, g 的具体形式可参见文献 [12]); ε 描述介质的可激发性; D_u, D_v 是扩散系数. 系统 (1) 式可外加一极化电场 $E_x = E_0 \cos(\omega_e t + \phi_e), E_y = E_0 \cos(\omega_e t + \phi_e + \phi_{xy})$, 其中 E_x, E_y 表示两个相互垂直的交流电场.

如果研究的系统是化学系统, 比如 BZ 反应, 极化电场对系统的影响表现为^[13]: 方程 (1) 中, 第一个方程的右边加入 $M_u E_x \frac{\partial u}{\partial x} + M_u E_y \frac{\partial u}{\partial y}$, 第二

个方程的右边加入 $M_v E_x \frac{\partial v}{\partial x} + M_v E_y \frac{\partial v}{\partial y}$, 其中 M_u, M_v 表示离子迁移率. 本文第 2—7 节所研究的系统为化学系统.

如果研究的系统是心脏系统 (D_v 为零), 极化电场只对系统中的缺陷边界产生影响, 表现为在缺陷边界有一零流边界条件^[14]: $\mathbf{n} \cdot \nabla(u + \mathbf{E} \cdot \mathbf{r}) = 0$, 其中 \mathbf{n} 是缺陷边界处的法向矢量, \mathbf{r} 为缺陷边界处的点, u 为跨膜电压, $\mathbf{E} = (E_x, E_y)$ 为极化电场. 本文第 8 节和第 9 节所研究的系统为心脏系统.

2 螺旋波的共振漂移

极化电场下, Chen 等^[9] 研究得出, 当电场频率是螺旋波频率的 2 倍时, 螺旋波呈直线漂移, 即共振漂移. 当电场为圆极化电场, 且与螺旋波同向旋转时, 螺旋波的漂移速率最大; 反之, 当圆极化电场与螺旋波反向旋转时, 螺旋波不发生漂移. 另外, 通过改变极化电场的相位差, 可改变螺旋波的漂移速度.

近来, Li 等^[15] 基于响应函数理论^[16–18], 考虑方程 (1) 受弱电场扰动作用, 研究了弱极化电场下螺旋波的漂移行为. 研究解析给出了螺旋波的漂移速度公式, 且该公式适用于强激发及弱激发介质 (图 3). 当圆极化电场频率是螺旋波频率的 2 倍时, 研究得到顺时针旋转螺旋波的漂移速度公式为

$$\begin{aligned} |\dot{R}| &= 0.5\mu_2 E_0 \sqrt{2(1 + \sin \phi_{xy})}, \\ \Theta &= 2\Phi + \phi_e + 0.5\phi_{xy} + v_2 + 0.75\pi, \\ \phi_{xy} - 1.5\pi &\in (0, 2\pi), \end{aligned} \quad (2)$$

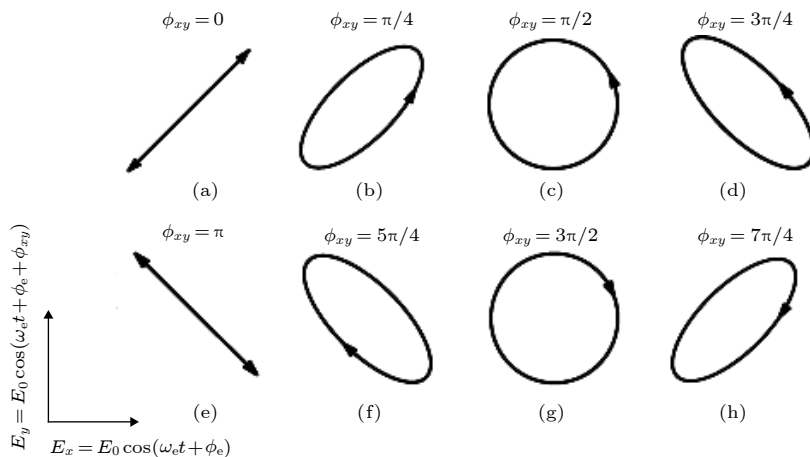


图 2 不同相位差的极化电场^[9]

Fig. 2. Polarized electric fields at different phase differences^[9].

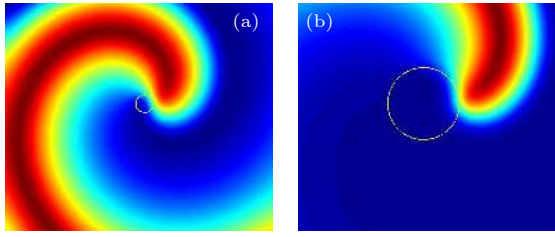


图3 无电场作用下, 顺时针旋转的螺旋波^[15] (a) 强激发介质; (b) 弱激发介质

Fig. 3. Clockwise (cw) rotating spiral waves without electric field^[15]: (a) Highly excitable medium; (b) weakly excitable medium.

其中 $|\dot{R}|$ 表示螺旋波的漂移速率; Θ 是漂移角; Φ 是螺旋波的初相位; μ_2, v_2 是漂移系数, 可由响应函数理论计算得到. 从方程(2)可看出, 当圆极化电场与螺旋波同向旋转时 ($\phi_{xy} = 0.5\pi$), 螺旋波的漂移速率 $|\dot{R}|$ 最大; 当圆极化电场与螺旋波反向旋转时 ($\phi_{xy} = 1.5\pi$), 螺旋波漂移速率 $|\dot{R}| = 0$. 当 Φ 或

ϕ_e 改变时, 漂移角 Θ 会均匀改变, 且 $\Delta\Theta = 2\Delta\Phi$ 及 $\Delta\Theta = \Delta\phi_e$. 当 ϕ_{xy} 改变时, 漂移的方向也会发生改变, 且 $\Delta\Theta = 0.5\Delta\phi_{xy}$. 研究表明, 理论结果与数值结果定量符合(图4).

3 螺旋波的同步

若周期外力使系统的振动模式受迫变为与外力驱动同频, 即出现了锁频现象. 锁频状态中, 外力振幅与频率差呈现出舌状关联, 即存在 Arnold tongue 区域^[19]. Chen 等^[20]数值研究了圆极化电场对螺旋波频率的影响, 发现当圆极化电场和螺旋波同向旋转, 且二者频率较为接近时, 原来处于严格旋转或漫游状态的螺旋波均可被圆极化电场同步(图5), 并与圆极化电场保持着恒定的旋转方向偏角. 锁频后, 圆极化电场强度与频率之间, 出现了 Arnold tongue 区域.

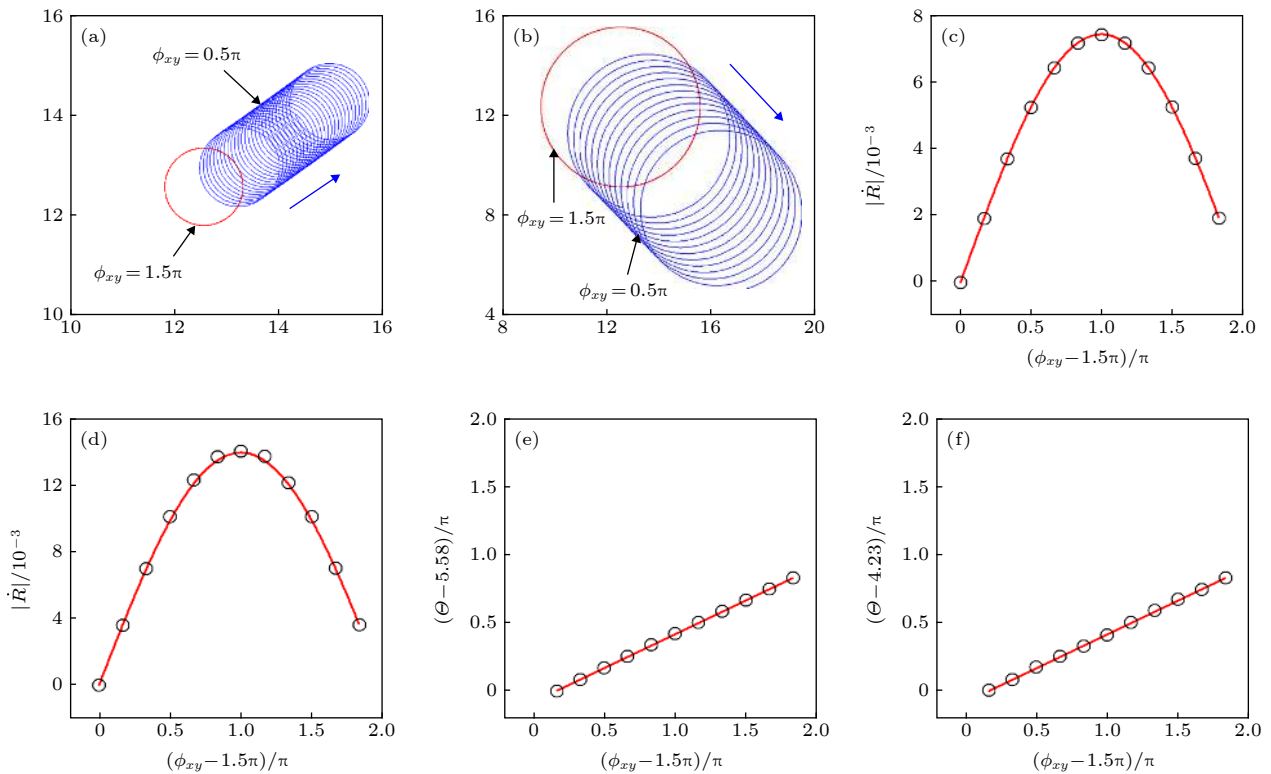


图4 极化电场作用下顺时针旋转螺旋波的漂移^[15] (a),(b) 顺时针 ($\phi_{xy} = 0.5\pi$)、逆时针 ($\phi_{xy} = 1.5\pi$) 旋转的圆极化电场作用下螺旋波的漂移, 其中, $\omega_e = 2\omega$, $\phi_e = 0$, $\Phi = 0$, ω 是螺旋波的频率; (c),(d) 漂移速率与相位差 ϕ_{xy} 的关系, 实线为理论结果, 圆圈为数值结果; (e),(f) 漂移角与相位差 ϕ_{xy} 的关系, 实线为理论结果, 圆圈为数值结果. 当漂移速率为 0 ($\phi_{xy} = 1.5\pi$), 无漂移角; (a),(c),(e) 强激发介质; (b),(d),(f) 弱激发介质

Fig. 4. Drifting behaviors of cw spirals under the influence of a polarized electric field^[15]: (a),(b) Drifting behaviors of spirals under the influence of a cw ($\phi_{xy} = 0.5\pi$) and a counterclockwise (ccw) ($\phi_{xy} = 1.5\pi$) circularly polarized electric fields (CPEFs) with $\omega_e = 2\omega$, $\phi_e = 0$, $\Phi = 0$, and ω being the frequency of the spiral waves; (c),(d) dependence of theoretical (lines) and numerical (circles) drift speeds on the phase difference ϕ_{xy} ; (e),(f) dependence of theoretical (lines) and numerical (circles) drift angles on the phase difference ϕ_{xy} . When the drift speed is 0 ($\phi_{xy} = 1.5\pi$), the drift angle cannot be defined. (a),(c),(e) Highly excitable medium; (b),(d),(f) Weakly excitable medium.

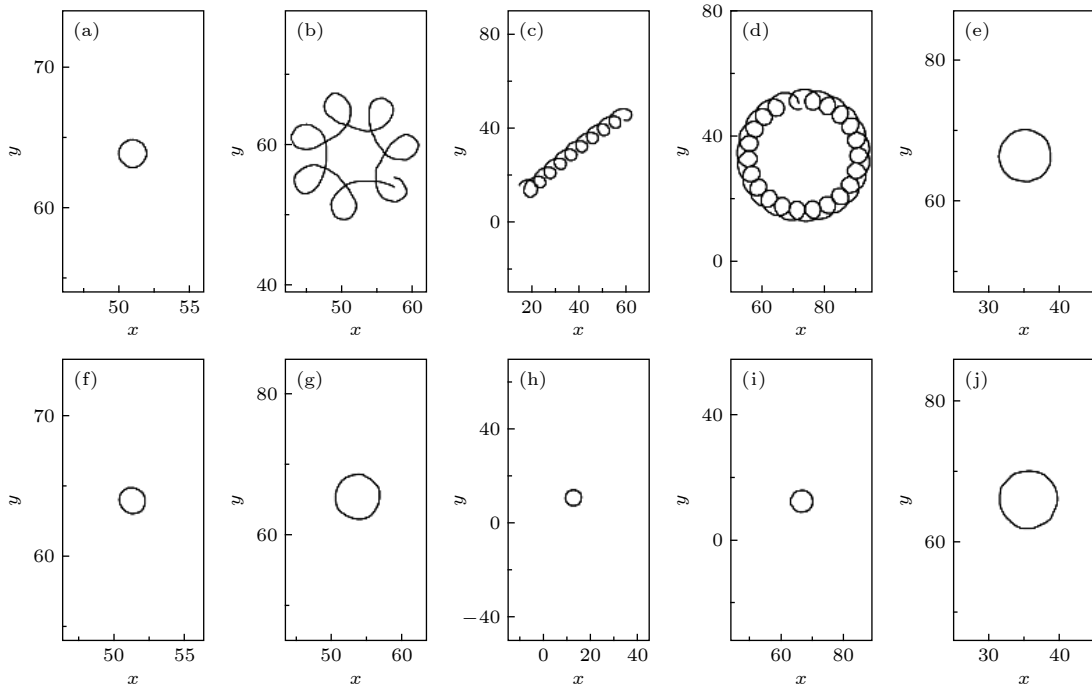


图 5 螺旋波端点轨迹^[20] (a)—(e) 无圆极化电场作用; (f)—(j) 有圆极化电场作用, 同一列上下两个图的介质尺寸相同
 Fig. 5. Trajectories of spiral tips without control (a)–(e) and under control (f)–(j) of CPEF^[20]. The size in the same column is identical.

近来, Li 等^[21] 基于响应函数理论, 对 Chen 等^[20] 的发现进行了理论研究, 解析给出了圆极化电场作用下, 螺旋波的稳定区域及同步条件, 从理论上得到了圆极化电场的 Arnold tongue 区域 (图 6), 理论和数值结果符合较好.

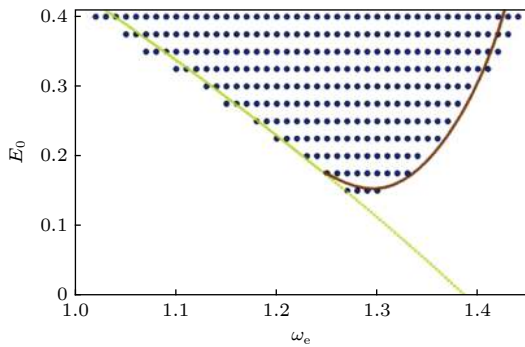


图 6 圆极化电场强度与频率之间的 Arnold tongue 区域^[21]
 实线为理论结果, 圆圈为数值结果

Fig. 6. Arnold tongue of the (ω_e, E_0) -plane of CPEF^[21]: Lines and circles denote the theoretical and the numerical results, respectively.

4 手征对称性破缺

螺旋波湍流态下, 系统中具有顺时针、逆时针旋转方向的螺旋波数目一般情况下一样多, 系统总体上呈现出手征对称性, 即零旋转手征对称性. 早年,

Nicolis 和 Prigogine^[22] 预言, 若反应扩散系统受手征性外场作用, 可能产生手征对称性破缺. 近来, Li 等^[23] 研究了圆极化电场对反应扩散系统中螺旋波湍流态手征性的影响, 发现外加的圆极化电场, 可使原先具有零旋转手征对称性的系统出现手征对称性破缺, 且使系统具有与圆极化电场的旋转手征性一致的手征性 (图 7). 研究利用漫游螺旋波, 进一步发现其原因在于, 外加的圆极化电场, 可使系统中与其同向旋转的螺旋波同步, 进而产生频移, 从而压制住具有另外旋转方向的螺旋波, 使得系统出现了手征对称性破缺 (图 8). 对于严格旋转的螺旋波, Li 等^[24] 理论分析和数值模拟发现, 与圆极化电场同向、反向旋转的螺旋波, 均可通过调节电场频率对其手征性进行控制.

5 多臂螺旋波的稳定

两个或多个相同手征性的螺旋波可以形成一个多臂螺旋波^[25], 其稳定性与它的周期密切相关^[26]. 比如, 当双臂螺旋波的周期小于一定临界值时, 两个螺旋波之间的排斥作用会增强, 使其衰退变成两个单臂螺旋波. Deng 等^[27] 研究发现, 与双臂螺旋波反向旋转的圆极化电场, 可使双臂螺旋波的周期

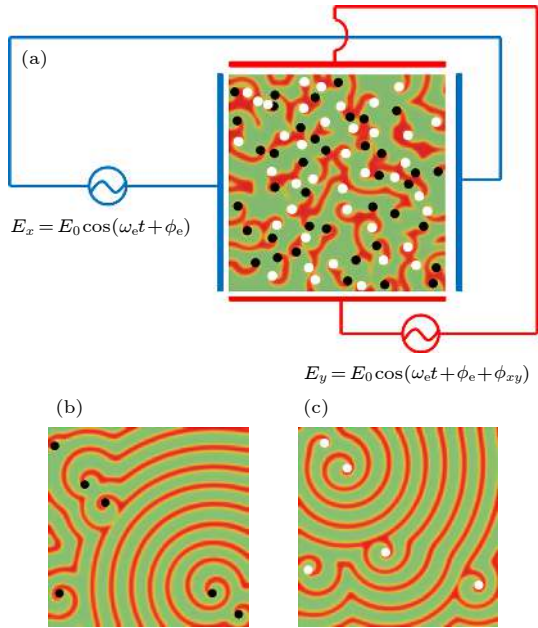


图 7 螺旋波湍流态中的手征对称性破缺^[23] (a) 螺旋波湍流态中逆时针(黑点)、顺时针(白点)旋转的螺旋波; (b) 在逆时针旋转的圆极化电场作用下, 系统中仅存留逆时针旋转的螺旋波; (c) 当(b)中的圆极化电场变成顺时针旋转后, 系统中仅存留顺时针旋转的螺旋波. $\omega_e = 1.25$, $E_0 = 0.20$

Fig. 7. Coherent state out of defect-mediated turbulence accompanied by chiral symmetry breaking^[23]: (a) An initial defect-mediated turbulence state consists of ccw spiral defects (black dots) and cw ones (white dots); (b) coherent state with only ccw spiral waves exists in the asymptotic state when the system is coupled to a ccw CPEF with $\omega_e = 1.25$ and $E_0 = 0.20$; (c) similar to (b) but with a cw CPEF, and in such a case, only cw spiral waves survive in the system.

增大, 进而减弱两个螺旋波之间的相互作用, 从而可使其处于稳定状态(图 9). 进一步研究表明, 外加的圆极化电场, 需要具有合适的强度和频率, 才可使双臂螺旋波稳定(图 10 给出了详细的相图).

6 次激发介质中的螺旋波

若介质的激发性只能维持平面波的传播, 但不能让螺旋波旋转起来, 则介质属于次激发介质^[28]. Jung 和 Mayer-Kress^[29,30] 提出, 噪声作用可助次激发介质产生螺旋波. Cai 等^[11] 发现, 圆极化电场可使次激发介质中原先不断收缩的半平面波不再收缩, 而是发生卷曲形成螺旋波(图 11). 所形成的螺旋波可处于严格旋转状态, 且与圆极化电场同步. 基于运动学关系^[31]

$$c_t = c_0 + c_B + c_E, \quad (3)$$

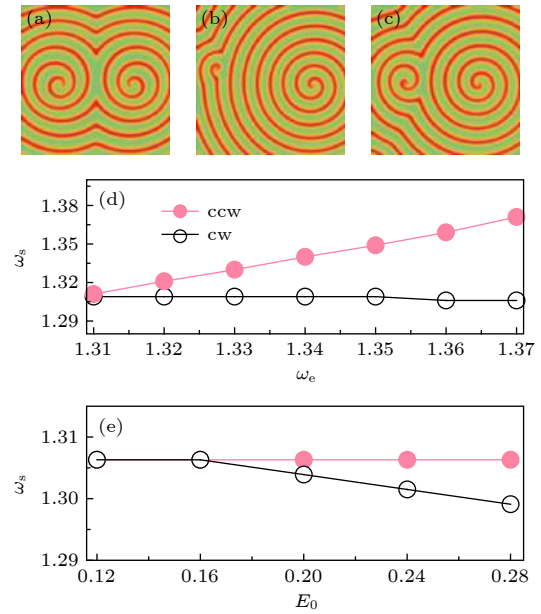


图 8 逆时针旋转圆极化电场作用下, 漫游螺旋波对的手征对称性破缺^[23] (a) $E_0 = 0$; (b) $E_0 = 0.10$, $\omega_e = 1.350 > \omega_0^{ms}$ ($\omega_0^{ms} \approx 1.309$), 其中 ω_0^{ms} 是无圆极化电场作用下, 漫游螺旋波的主频率; (c) $E_0 = 0.24$, $\omega_e = 1.307 < \omega_0^{ms}$; (d) 圆极化电场作用下, 逆时针旋转螺旋波频率 ω_s^{ccw} (实心圆圈) 及顺时针旋转螺旋波频率 ω_s^{cw} (空心圆圈) 与圆极化电场频率 ω_e 的关系, 其中 $E_0 = 0.10$; (e) 圆极化电场作用下, 逆时针旋转螺旋波频率 ω_s^{ccw} (实心圆圈) 及顺时针旋转螺旋波频率 ω_s^{cw} (空心圆圈) 与圆极化电场强度 E_0 的关系, 其中 $\omega_e = 1.307$

Fig. 8. Symmetry breaking of a meandering spiral pair under a ccw CPEF^[23]: (a) $E_0 = 0$; (b) $E_0 = 0.10$, $\omega_e = 1.350 > \omega_0^{ms}$ ($\omega_0^{ms} \approx 1.309$), where ω_0^{ms} is the principal frequency of the meandering spiral without the CPEF; (c) $E_0 = 0.24$, $\omega_e = 1.307 < \omega_0^{ms}$; (d) dependence of ω_s^{ccw} (the frequency of the ccw spiral wave) (full circles) and ω_s^{cw} (the frequency of the cw spiral wave) (open circles) on ω_e with $E_0 = 0.10$; (e) dependence of ω_s^{ccw} (full circles) and ω_s^{cw} (open circles) on E_0 with $\omega_e = 1.307$.

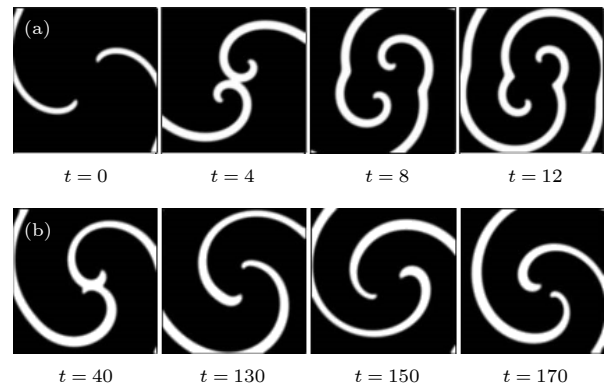


图 9 圆极化电场对双臂螺旋波的稳定作用^[27] (a) 无外场作用; (b) 有圆极化电场作用, $E_0 = 1.0$, $\omega_e = 1.22$

Fig. 9. Stabilization of two-armed spiral by CPEF^[27]: (a) Without external fields; (b) in the presence of a CPEF with $E_0 = 1.0$, $\omega_e = 1.22$.

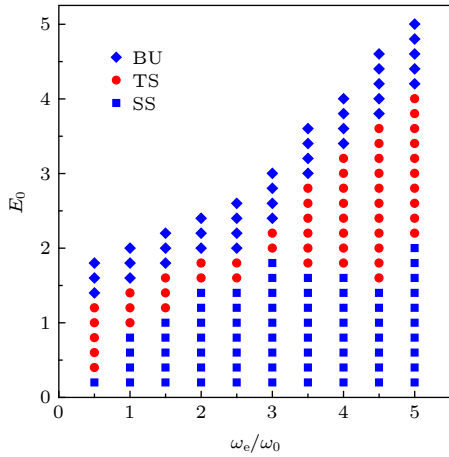


图 10 圆极化电场对双臂螺旋波作用的相图^[27] BU, TS 分别表示破碎、稳定区域; SS 表示电场过弱, 不足以稳定双臂螺旋波而使其衰减为单臂螺旋波的区域; $\omega_0 = 1.24$ 是单臂螺旋波的频率

Fig. 10. The phase diagram for the effects of CPEF on two-armed spiral^[27]: BU, TS denote the breakup and the stabilization regions, respectively, and SS means the region where the electric field is not strong enough to stabilize the two-armed spiral and it decays into two single-armed spirals. The frequency of the single-armed spiral $\omega_0 = 1.24$.

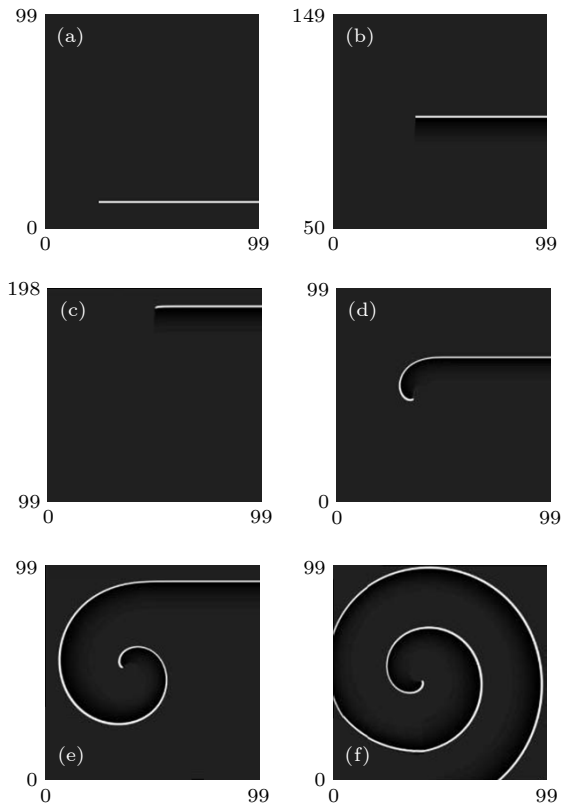


图 11 次激发介质中半平面波的演化^[11] (a)—(c) 无外场作用; (d)—(f) 有圆极化电场作用. $E_0 = 0.2$, $\omega_e = 0.2$
Fig. 11. The evolution of a broken plane wave in the subexcitable system without (a)–(c) and with (d)–(f) CPEFs^[11]. $E_0 = 0.2$, $\omega_e = 0.2$.

研究给出了圆极化电场使次激发介质产生螺旋波的定量解释. 方程 (3) 中, c_t 是半平面波端点的切向速度, c_0 表示平面波的速度. $c_B = c_0(B - B_c)/K$, 其中, $B = 4\sqrt{3}\epsilon/\Delta^3$ 表征介质的激发性, $\Delta = \delta^3 - 3\delta$ 由系统参数 δ 确定; $B_c = 0.535$ 是区分次激发介质 ($B > B_c$) 和激发介质 ($B < B_c$) 的临界值; $K \approx 0.63$ 是常数. $c_E = \gamma_{//}E_{//} + \gamma_{\perp}E_{\perp}$, 其中 $E_{//} = E_0 \cos \theta$, $E_{\perp} = E_0 \sin \theta$ 分别是与 c_t 平行和垂直的电场分量; $\gamma_{//} \approx -0.850$, $\gamma_{\perp} \approx 0.929$ 是常数; θ 是 c_t 与电场 E 之间的夹角 (图 12(a)). Hakim 和 Karma^[31] 提出, 方程 (3) 中, 若 $c_t < c_0$, 则介质可产生螺旋波. Cai 等^[11] 通过半解析分析, 得出与图 11 中的螺旋波对应的方程 (3) 中, $c_B + c_E < 0$ (图 12(b)), 即 $c_t < c_0$, 从而使得次激发介质中形成了螺旋波, 且数值与半解析结果取得了一致的结果 (图 12(c)). 值得提出的是, 图 11 中的系统参数 $B = 0.5515$, $c_0 \approx 0.8887$, 从而可有 $c_B > 0$. 因此, $c_B + c_E < 0$ 是圆极化电场作用的结果.

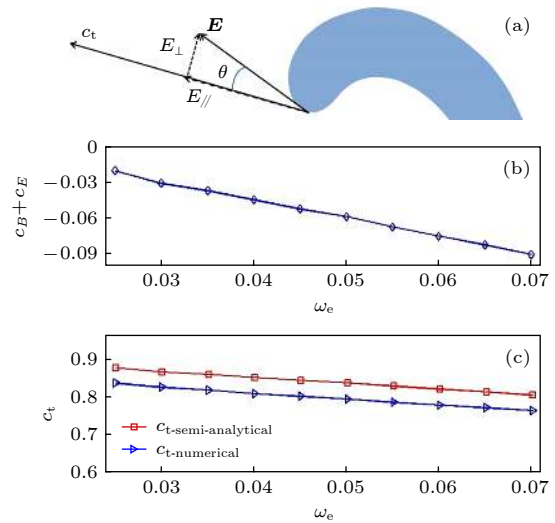


图 12 圆极化电场使次激发介质产生螺旋波的机制分析^[11], $E_0 = 0.1$ (a) 圆极化电场对螺旋波端点的作用示意图; (b) $c_B + c_E$ 随 ω_e 的变化关系; (c) c_t 的半解析解与数值解的比较

Fig. 12. The mechanism analyses for spiral waves sustained by CPEF in subexcitable media^[11], $E_0 = 0.1$: (a) The sketch of a spiral wave tip submitted to a CPEF; (b) results of $c_B + c_E$ varying with ω_e ; (c) the comparison of the semi-analytical c_t with the numerical c_t .

7 三维回卷波湍流态的控制

回卷波会因其奇异线张力为负而失稳成湍流

态^[32], 相反, 若奇异线张力为正, 则可使回卷波处于稳定状态. 在系统全空间加周期信号^[33], 或在系统的某一局部加一个较强的周期信号^[34], 这种张力为负引起的回卷波湍流态可以被控制到空间均匀状态. 最近, Li 等^[35]发现, 圆极化电场可抑制因张力为负引起的回卷波湍流态, 而使其从无序湍流态走向有序回卷波态(图 13). 其原因在于圆极化电场可使回卷波锁相, 进而将奇异线张力由负变为正, 以及具有较原先高些的频率. 研究进一步发现, 在圆极化电场频率与回卷波频率较为接近的范围

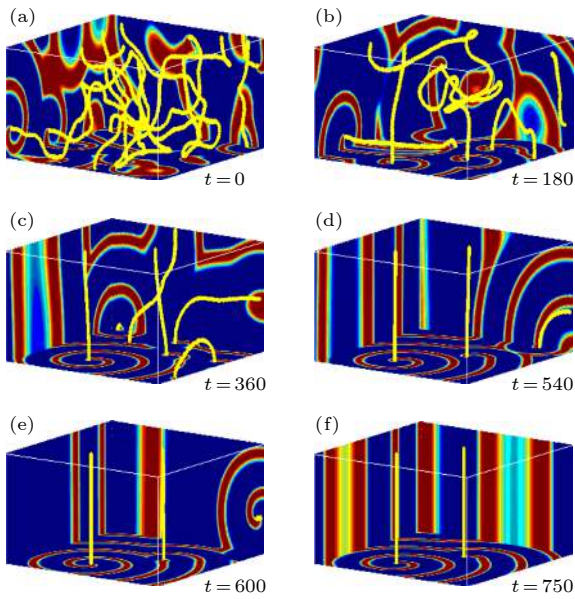


图 13 圆极化电场作用下, 回卷波湍流态从无序走向有序^[35] $E_0 = 0.4$, $\omega_e = \omega_0 = 1.2455$, 其中 ω_0 表示螺旋波的频率; $t = 0$, 施加圆极化电场作用; 黄线表示奇异线

Fig. 13. Ordering of scroll wave turbulence by switching on a ccw CPEF at $t = 0$ with $E_0 = 0.4$ and rotation frequency $\omega_e = 1.2455$ equal to the natural spiral wave frequency ω_0 ^[35]. Filaments are shown in yellow.

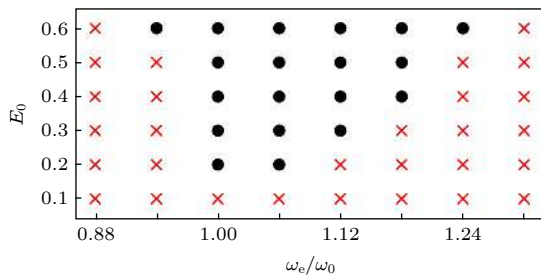


图 14 圆极化电场抑制(实心圆圈)回卷波湍流态的参数区域中, 电场强度 E_0 与归一化频率 ω_e/ω_0 的关系^[35], 交叉表示不能抑制回卷波湍流态

Fig. 14. Parameter region of scroll wave turbulence suppression (full circles) as a function of external field amplitude E_0 and normalized frequency ω_e/ω_0 ^[35]. Crosses denote failure of ordering turbulence.

内, 如此的回卷波湍流被抑制现象存在一定的范围(图 14). 另外, 基于响应函数理论, 研究发现圆极化电场下, 奇异线张力满足以下关系^[35]:

$$\Gamma_1 = \gamma_1 + g_{//} \frac{\Delta\omega}{M} + g_{\perp} \sqrt{E_0^2 - \left(\frac{\Delta\omega}{M}\right)^2}, \quad (4)$$

其中 Γ_1 , γ_1 分别表示回卷波在有、无外电场作用下的奇异线张力, E_0 为电场强度, $\Delta\omega$ 表征电场与回卷波之间的频差. M , $g_{//}$, g_{\perp} 三个参数可由理论计算得到. 数值计算与理论值取得一致的结果(图 15).

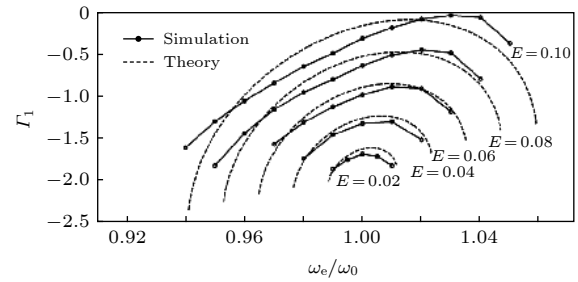


图 15 锁相回卷波的奇异线张力^[35]

Fig. 15. Filament tension of phase-locked scroll waves^[35].

8 心脏组织中螺旋波的去钉扎

心脏系统中, 螺旋波会引起心动过速, 若螺旋波被缺陷钉扎住而无法驱赶走, 则可能导致更严重的心脏疾病. 为了使螺旋波去钉扎, 人们研究发现, 匀强电场在缺陷边界处可产生激发波^[36–39], 进而可使螺旋波去钉扎. Feng 等^[40]发现, 相比于匀强电场, 圆极化电场作用下缺陷边界的膜电势分布呈动态的“太极图”状(匀强电场下, 呈静态的对称偶极子状), 且与圆极化电场同步旋转(图 16). 研究发现, 圆极化电场能有效地使螺旋波去钉扎(图 17). 由于圆极化电场作用产生的“太极图”式的膜电势分布, 即去极化及超极化区域可与电场动态同步旋转, 使得螺旋波的去钉扎较匀强电场更有效、所需的外加电压更低, 以及有更大的适用范围(图 18).

9 心脏组织中螺旋波湍流态的控制

心脏组织中的螺旋波湍流态, 会引起严重的心脏病, 比如心颤^[41]. 人们通常采用单个高压电击作用于心脏而使其恢复正常心电活动^[42–44], 但因其副作用太大^[43,44]而局限过大. 缺陷激发波法^[36–39]利用低电压匀强电场在缺陷边界产生激发波, 从而

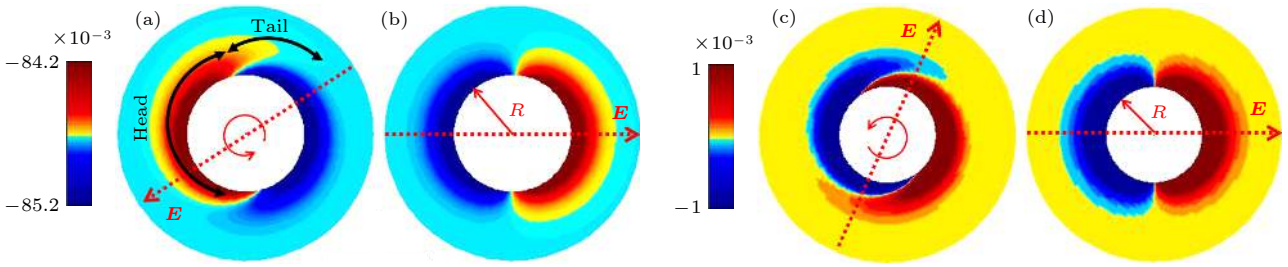


图 16 圆极化电场 (a)(c) 和匀强电场 (b)(d) 作用下的膜电势分布^[40] (a) Luo-Rudy 模型, $E_0 = 0.05 \text{ V/cm}$, $\omega_e = 0.2 \text{ rad/ms}$; (b) Luo-Rudy 模型, $E_0 = 0.05 \text{ V/cm}$; (c) Barkley 模型, $E_0 = 0.05$, $\omega_e = 4$; (d) Barkley 模型, $E_0 = 0.05$. R 表示缺陷半径, Luo-Rudy 模型中, $R = 0.32 \text{ cm}$; Barkley 模型中, $R = 3$. 红色点箭头表示电场方向, 红色曲线箭头表示圆极化电场逆时针旋转. 围绕缺陷的红色、蓝色分别表示去极化、超极化区域

Fig. 16. Distribution of the membrane potential induced by CPEF and uniform electric field (UEF)^[40]: (a) CPEF in Luo-Rudy model, $E_0 = 0.05 \text{ V/cm}$, $\omega_e = 0.2 \text{ rad/ms}$; (b) UEF in Luo-Rudy model, $E_0 = 0.05 \text{ V/cm}$; (c) CPEF in Barkley model, $E_0 = 0.05$, $\omega_e = 4$; (d) UEF in Barkley model, $E_0 = 0.05$. In Luo-Rudy model, the obstacle size $R = 0.32 \text{ cm}$, and in Barkley model, $R = 3$. The red dotted arrows represent the directions of electric fields. The red curved arrows mean CPEFs rotate counterclockwise. The red and the blue regions around obstacles demonstrate de-polarizations and hyper-polarizations, respectively.

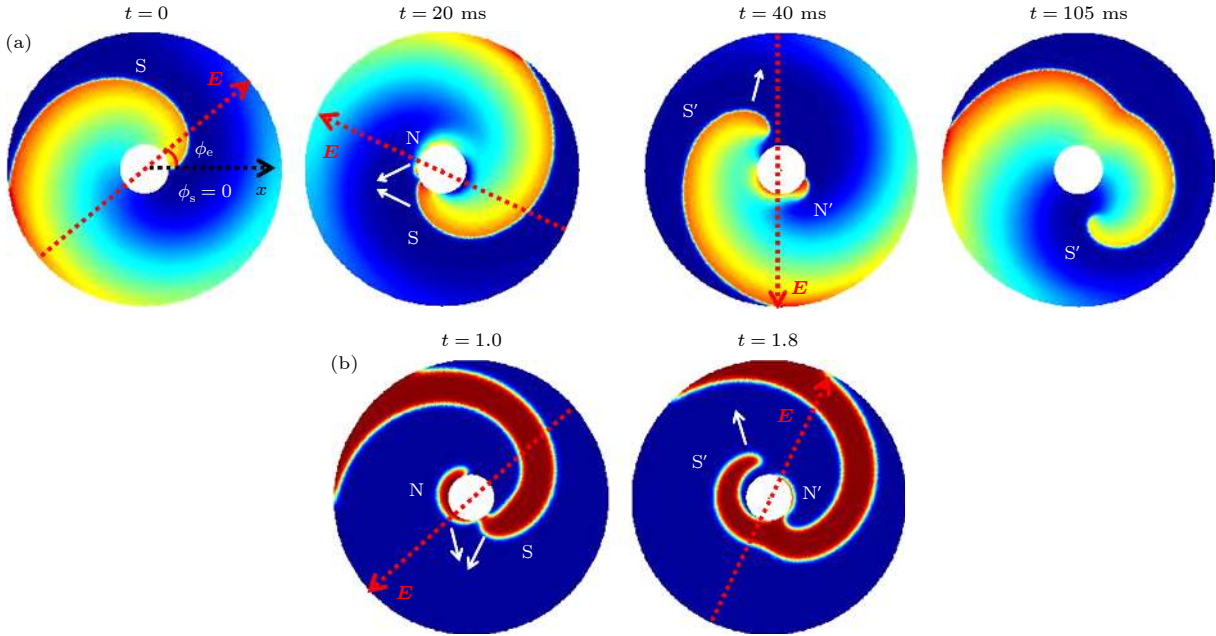


图 17 圆极化电场去除顺时针旋转的钉扎螺旋波^[40] (a) Luo-Rudy 模型, 螺旋波频率 $\omega_s = 0.136 \text{ rad/ms}$, 圆极化电场 $E_0 = 0.7 \text{ V/cm}$, $\omega_e = 0.1 \text{ rad/ms}$; 电场作用时间 $t = 0 - 46.2 \text{ ms}$, 圆极化电场相对于 x 轴的初相位为 ϕ_e ; 螺旋波相对于 x 轴的初相位 $\phi_s = 0$; (b) Barkley 模型, 螺旋波频率 $\omega_s = 1.024$, 圆极化电场 $E_0 = 1.8$, $\omega_e = 3.686$; 电场作用时间 $t = 0 - 6$. N 和 N' 表示不同时刻圆极化电场激发产生的激发波, S 和 S' 分别表示初始的钉扎螺旋波、去钉扎后的螺旋波. 白色箭头表示波的传播方向

Fig. 17. Unpinning the cw rotating anchored spiral by CPEF^[40]: (a) Luo-Rudy model, the frequency of spiral $\omega_s = 0.136 \text{ rad/ms}$; $E_0 = 0.7 \text{ V/cm}$, $\omega_e = 0.1 \text{ rad/ms}$; CPEF is applied from $t = 0$ to $t = 46.2 \text{ ms}$. ϕ_e is the initial phase of CPEF relative to x axis; ϕ_s is the initial phase of the anchored spiral front relative to x axis and sets as zero; (b) Barkley model, $\omega_s = 1.024$, $E_0 = 1.8$, $\omega_e = 3.686$; CPEF is applied from $t = 0$ to $t = 6$. N and N' represent different new waves nucleated by CPEF in different time. S and S' represent the initial anchored spiral and the new free spiral, respectively. White arrows are the propagation directions of waves.

可以去颤. 但该方法只能在缺陷邻近处有效而使其效率受限 (需要较多缺陷, 才能产生出较多的激发波去颤). Feng 等^[45] 发现, 圆极化电场在低电压下, 可使缺陷组织激发形成不断向外传播的圆形波, 且其频率可高于湍流波的频率 (图 19). 这些具有较

高频率的圆形波可抑制住心脏组织中的湍流态, 从而可以去颤 (图 20). 相对而言, 匀强电场虽也可使缺陷组织激发出圆形波, 但其频率几乎都是低于湍流波的频率 (图 21), 从而很难实现对湍流态的有效控制.

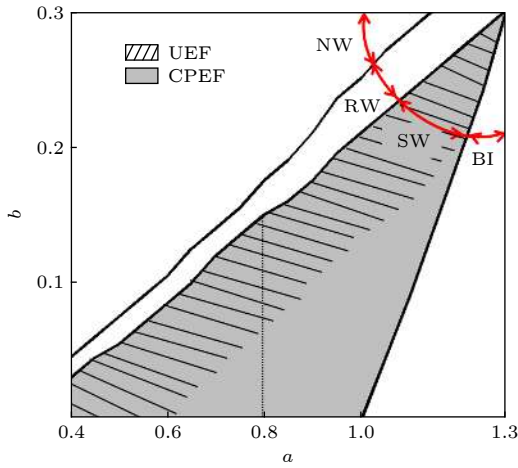


图 18 Barkley 模型中, 圆极化电场 (灰色区域) 和匀强电场 (阴影区域) 去除钉扎螺旋波的适用范围^[40] SW, NW, RW 和 BI 分别表示螺旋波、无波、收缩波和双稳区域; 圆极化电场 $E_0 = 1.8$, $\omega_e = 3.6 \omega_s$; 匀强电场 $E_0 = 7$

Fig. 18. Unpinning scope of CPEF (gray) and UEF (shaded) in Barkley model^[40]; SW, NW, RW and BI regions represent spiral waves, no wave, retracting waves and bi-stability, respectively; for CPEF, $E_0 = 1.8$, $\omega_e = 3.6 \omega_s$ and for UEF, $E_0 = 7$.

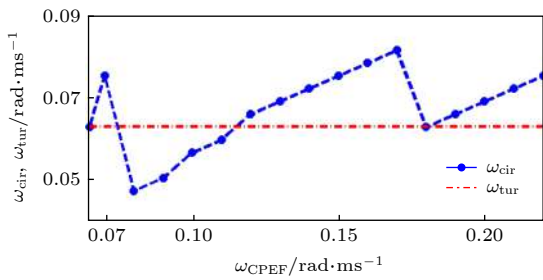


图 19 静息态下圆极化电场及其激发产生的圆形波列之间的频率关系^[45] $E_0 = 1.0 \text{ V/cm}$, $0.065 \text{ rad/ms} \leq \omega_{\text{CPEF}} \leq 0.22 \text{ rad/ms}$; ω_{cir} 是圆形波列的频率; ω_{tur} 是螺旋波湍流态的主频率

Fig. 19. The frequency relations between the circular wave train and CPEF in a two-dimensional quiescent medium^[45]: $E_0 = 1.0 \text{ V/cm}$, $0.065 \text{ rad/ms} \leq \omega_{\text{CPEF}} \leq 0.22 \text{ rad/ms}$; ω_{cir} is the frequency of the circular wave trains, and ω_{tur} is the dominant frequency of the spiral turbulence.

10 结 论

本文着重介绍了圆极化电场对可激发介质中螺旋波的控制. 由于具有旋转对称性, 圆极化电场可对螺旋波动力学产生独特而有效的影响, 并可基于运动学、响应函数等理论, 给出相应的理论解释.

近来, 人们通过对两对相互垂直的电极板通以交流电, 在 BZ 反应实验中实现了外加极化电场^[10]. 心脏实验方面, 人们一般把两对正负电极分别放置

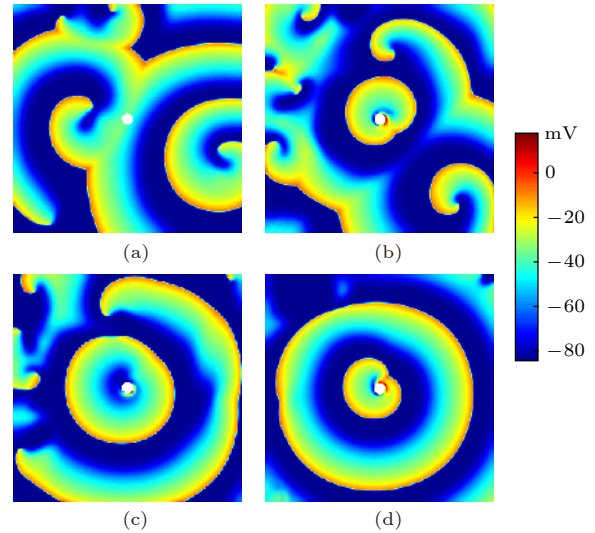


图 20 圆极化电场抑制螺旋波湍流态^[45] $E_0 = 1.0 \text{ V/cm}$, $\omega_{\text{CPEF}} = 0.14 \text{ rad/ms}$ (a) $t = 0$; (b) $t = 1000 \text{ ms}$; (c) $t = 1800 \text{ ms}$; (d) $t = 2800 \text{ ms}$

Fig. 20. Suppression of spiral turbulence by CPEF^[45]: $E_0 = 1.0 \text{ V/cm}$, $\omega_{\text{CPEF}} = 0.14 \text{ rad/ms}$: (a) $t = 0$; (b) $t = 1000 \text{ ms}$; (c) $t = 1800 \text{ ms}$; (d) $t = 2800 \text{ ms}$.

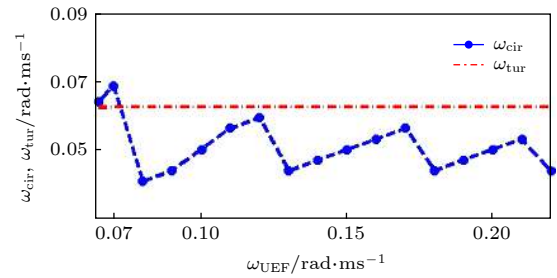


图 21 静息态下匀强电场及其激发产生的圆形波列之间的频率关系^[45] $E_0 = 1.0 \text{ V/cm}$, $0.065 \text{ rad/ms} \leq \omega_{\text{UEF}} \leq 0.22 \text{ rad/ms}$; 脉冲间隔为 10 ms ; ω_{cir} 是圆形波列的频率; ω_{tur} 是螺旋波湍流态的主频率

Fig. 21. The frequency relations between the circular wave train and UEF in a two-dimensional quiescent medium^[45]: $E_0 = 1.0 \text{ V/cm}$, $0.065 \text{ rad/ms} \leq \omega_{\text{UEF}} \leq 0.22 \text{ rad/ms}$; the pulse duration is 10 ms ; ω_{cir} is the frequency of the circular wave trains, and ω_{tur} is the dominant frequency of the spiral turbulence.

于心脏的四周, 然后通以直流电来对心脏产生作用 (文献 [38] 的图 5(D)). 很显然, 只要把其中的直流电换成交流电, 就可以类似于 BZ 反应实验一样, 在心脏实验中实现外加极化电场. 因此, 极化电场在心脏病研究方面, 也具有重要的意义. 希望本文介绍的数值及理论结果可以在实验上实现.

参考文献

[1] Winfree A T 2001 *The Geometry of Biological Time* (2nd ed.) (New York: Springer-Verlag) pp258–302

- [2] Winfree A T 1972 *Science* **175** 634
- [3] Jakubith S, Rotermund H H, Engel W, von Oertzen A, Ertl G 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 3013
- [4] Gray R A, Pertsov A M, Jalife J 1998 *Nature* **392** 75
- [5] Christoph J, Chebbok M, Richter C, Schröder-Schetelig J, Bittihn P, Stein S, Uzelac I, Fenton F H, Hasenfuß G, Gilmour Jr R F, Luther S 2018 *Nature* **555** 667
- [6] Steinbock O, Schütze J, Müller S C 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 248
- [7] Muñozuri A P, Gómez-Gesteira M, Pérez-Muñuzuri V, Krinsky V I, Pérez-Villar V 1994 *Phys. Rev. E* **50** 4258
- [8] Zhang H, Hu B, Hu G, Xiao J 2003 *J. Chem. Phys.* **119** 4468
- [9] Chen J X, Zhang H, Li Y Q 2006 *J. Chem. Phys.* **124** 014505
- [10] Ji L, Zhou Y, Li Q, Qiao C, Ouyang Q 2013 *Phys. Rev. E* **88** 042919
- [11] Cai M C, Pan J T, Zhang H 2012 *Phys. Rev. E* **86** 016208
- [12] Winfree A T 1991 *Chaos* **1** 303
- [13] Krinsky V, Hamm E, Voignier V 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 3854
- [14] Pumir A, Nikolski V, Hörning M, Isomura A, Agladze K, Yoshikawa K, Gilmour R, Bodenschatz E, Krinsky V 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 208101
- [15] Li T C, Gao X, Zheng F F, Pan D B, Zheng B, Zhang H 2017 *Sci. Rep.* **7** 8657
- [16] Biktashev V N, Holden A V 1995 *Chaos, Solitons Fractals* **5** 575
- [17] Biktasheva I V, Barkley D, Biktashev V N, Bordyugov G V, Foulkes A J 2009 *Phys. Rev. E* **79** 056702
- [18] Biktasheva I V, Barkley D, Biktashev V N, Foulkes A J 2010 *Phys. Rev. E* **81** 066202
- [19] Pikovsky A, Rosenblum M, Kurths J 2001 *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences* (Cambridge: Cambridge University Press) pp65–66
- [20] Chen J X, Zhang H, Li Y Q 2009 *J. Chem. Phys.* **130** 124510
- [21] Li T C, Li B W, Zheng B, Zhang H, Panfilov A, Dierckx H 2019 *New J. Phys.* **21** 043012
- [22] Nicolis G, Prigogine I 1981 *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **78** 659
- [23] Li B W, Deng L Y, Zhang H 2013 *Phys. Rev. E* **87** 042905
- [24] Li B W, Cai M C, Zhang H, Panfilov A V, Dierckx H 2014 *J. Chem. Phys.* **140** 184901
- [25] Agladze K I, Krinsky V I 1982 *Nature* **296** 424
- [26] Vasiev B, Siegert F, Weijer C 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 2489
- [27] Deng L Y, Zhang H, Li Y Q 2009 *Phys. Rev. E* **79** 036107
- [28] Mikhailov A S, Zykov V S 1991 *Physica D* **52** 379
- [29] Jung P, Mayer-Kress G 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 2130
- [30] Jung P, Mayer-Kress G 1995 *Chaos* **5** 458
- [31] Hakim V, Karma A 1999 *Phys. Rev. E* **60** 5073
- [32] Biktashev V N, Holden A V, Zhang H 1994 *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* **347** 611
- [33] Alonso S, Sagués F, Mikhailov A S 2003 *Science* **299** 1722
- [34] Zhang H, Cao Z J, Wu N J, Ying H P, Hu G 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 188301
- [35] Li T C, Gao X, Zheng F F, Cai M C, Li B W, Zhang H, Dierckx H 2016 *Phys. Rev. E* **93** 012216
- [36] Ripplinger C M, Krinsky V I, Nikolski V P, Efimov I R 2006 *Am. J. Physiol. Heart Circ. Physiol.* **291** H184
- [37] Cysyk J, Tung L 2008 *Biophys. J.* **94** 1533
- [38] Fenton F H, Luther S, Cherry E M, Otani N F, Krinsky V, Pumir A, Bodenschatz E, Gilmour Jr R F 2009 *Circulation* **120** 467
- [39] Luther S, Fenton F H, Kornreich B G, Squires A, Bittihn P, Hornung D, Zabel M, Flanders J, Gladuli A, Campoy L, Cherry E M, Luther G, Hasenfuss G, Krinsky V I, Pumir A, Gilmour Jr R F, Bodenschatz E 2011 *Nature* **475** 235
- [40] Feng X, Gao X, Pan D B, Li B W, Zhang H 2014 *Sci. Rep.* **4** 4831
- [41] Jalife J 2000 *Annu. Rev. Physiol.* **62** 25
- [42] Koster R W, Dorian P, Chapman F W, Schmitt P W, O'Grady S G, Walker R G 2004 *Am. Heart J.* **147** e1
- [43] Babbs C F, Tacker W A, VanVleet J F, Bourland J D, Geddes L A 1980 *Am. Heart J.* **99** 734
- [44] Santini M, Pandozi C, Altamura G, Gentilucci G, Villani M, Scianaro M C, Castro A, Ammirati F, Magris B 1999 *J. Interv. Card. Electrophysiol.* **3** 45
- [45] Feng X, Gao X, Tang J M, Pan J T, Zhang H 2015 *Sci. Rep.* **5** 13349

SPECIAL TOPIC—Statistical physics and complex systems

Control of spiral waves in excitable media under polarized electric fields*

Pan Jun-Ting¹⁾ He Yin-Jie²⁾ Xia Yuan-Xun²⁾ Zhang Hong^{2)†}

1) (*Ocean College, Zhejiang University, Zhoushan 316021, China*)

2) (*Zhejiang Institute of Modern Physics, Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China*)

(Received 20 December 2019; revised manuscript received 17 January 2020)

Abstract

Spiral waves are ubiquitous in diverse physical, chemical, and biological systems. Periodic external fields, such as polarized electric fields, especially circularly polarized electric fields which possess rotation symmetry may have significant effects on spiral wave dynamics. In this paper, control of spiral waves in excitable media under polarized electric fields is reviewed, including resonant drift, synchronization, chiral symmetry breaking, stabilization of multiarmed spiral waves, spiral waves in subexcitable media, control of scroll wave turbulence, unpinning of spiral waves in cardiac tissues, control of spiral wave turbulence in cardiac tissues, etc.

Keywords: polarized electric fields, excitable media, spiral waves, control

PACS: 05.45.-a, 05.65.+b, 05.45.Xt

DOI: [10.7498/aps.69.20191934](https://doi.org/10.7498/aps.69.20191934)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11675141).

† Corresponding author. E-mail: hongzhang@zju.edu.cn