

专题：拓扑物理前沿与应用

## Majorana 准粒子与超导体-半导体异质纳米线\*

于春霖<sup>1)</sup> 张浩<sup>2)3)†</sup>

1) (中国长城量子实验室, 长沙 410006)

2) (清华大学物理系, 低维量子物理国家重点实验室, 北京 100084)

3) (北京量子信息科学研究院, 北京 100193)

(2020年2月4日收到; 2020年2月23日收到修改稿)

Majorana 准粒子是凝聚态物理版本的 Majorana 费米子. 由于 Majorana 准粒子间的交换操作服从非阿贝尔统计, 并基于此可构建更稳定的量子计算机, 近年来在凝聚态物理界引起广泛关注. 为帮助初学者快速理解 Majorana 准粒子的形成机理, 本文回顾了在一维超导体-半导体异质纳米线系统中 Majorana 准粒子模型的提出和理论演化过程, 介绍 Kitaev 链模型并分析了模型中各要素所起的作用. 还介绍了典型 Majorana 器件的构成和测量方法, 并结合最新的实验进展对探测到的零能电导峰进行了分析和述评. 最后对超越一维系统的超导体-半导体异质系统的实验前景进行了展望.

**关键词:** 拓扑物态, 马约拉纳零模, 半导体纳米线**PACS:** 73.63.-b, 73.63.Nm**DOI:** 10.7498/aps.69.20200177

## 1 引言

当今人类面临的很多迫切问题, 例如预测全球气候变化、开发新型药物等, 都需要超强的计算能力来找到解决方案. 随着晶体管尺寸趋近经典物理定律极限, 传统计算机的发展面临巨大挑战. 在这种背景下, 量子计算作为新型计算技术的代表被寄予厚望. 理论预言量子计算在一些特定的算法上会优于经典计算, 量子计算的优越性 (或称“量子霸权”) 近日也被谷歌公司宣称实现<sup>[1]</sup>. 然而, 可容错的量子计算机在实际工程上面临一个严峻挑战: 量子态退相干. 这是由于量子比特 (量子计算的基本单元) 和周围环境不可避免的相互作用所引起的对量子叠加态或纠缠态的破坏. 为了在一个量子态相干时间内进行足够多的量子门操作, 现今主流的量子

计算实现方式 (比如超导量子比特) 一般通过捆绑多个物理比特形成一个逻辑比特进行现场冗余纠错来解决退相干问题. 但是, 在当前物理比特的错误率下, 形成一个可大规模集成的逻辑比特所需的物理比特的数量可能高达成千上万个. 这给容错量子计算机的实现设置了一个巨大的技术障碍, 目前仍然没有实现一个逻辑量子比特.

为此, 理论物理学家在 21 世纪初的时候提出了利用物质的拓扑性来解决量子比特退相干的问题<sup>[2]</sup>. 这种思路是利用低维系统中遵循非阿贝尔统计的准粒子 (或称非阿贝尔任意子<sup>[3]</sup>, non-Abelian anyon) 来进行量子信息编码. 对这种任意子进行交换操作 (braiding operation, 俗称“辫织”), 操作的结果仅与系统全局的拓扑性 (也即交换的顺序) 相关, 从而使其免受一般局域性环境噪声的干扰. 因此, 非阿贝尔任意子被预言为可被用于实现自容错的拓扑量子计算机<sup>[4]</sup>.

\* 清华大学自主科研计划资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [hzquantum@mail.tsinghua.edu.cn](mailto:hzquantum@mail.tsinghua.edu.cn)

非阿贝尔任意子中被研究的最广泛的一种叫 Majorana 准粒子 (在不同语境下又称为 Majorana 零模态或 Majorana 束缚态), 它同时也是 Majorana 费米子<sup>[5]</sup>的凝聚态版本. 根据理论预测, Majorana 准粒子可存在于分数霍尔效应<sup>[6]</sup>、p 波超导体<sup>[7]</sup>、超导-拓扑绝缘体异质体系<sup>[8]</sup>、磁性原子链<sup>[9]</sup>或超导-半导体异质体系<sup>[10-13]</sup>等. 其中, 超导-半导体异质结构, 特别是其一维形态, 因为对材料合成要求较低且可用门电极进行调控等原因成为当前被研究最广泛的体系之一.

在这篇综述中, 我们将聚焦超导-半导体异质纳米线体系中的 Majorana 准粒子. 第一部分介绍 Majorana 准粒子的实现机理, 第二部分概述超导-半导体异质纳米线体系中 Majorana 准粒子的实验探测工作进展, 最后一部分展望 Majorana 准粒子的应用前景、技术挑战和应对方案.

## 2 Majorana 准粒子的实现机理

### 2.1 Majorana 费米子

在介绍 Majorana 准粒子之前有必要回顾一下 Majorana 粒子态 (即 Majorana 费米子) 的提出过程.

1928 年 Paul Dirac 将薛定谔粒子波动方程  $i\hbar \frac{d\psi}{dt} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V\right) \psi$  改写成了相对论版本的 Dirac 方程  $i\hbar \frac{d\psi}{dt} = (-i\hbar c \vec{\alpha} \nabla + \beta mc^2) \psi$ . 在这个新的兼容相对论的波动方程中, 波函数  $\psi$  变成包含 4 个分量的向量解, 其多余的自由度刚好可以描述粒子的自旋结构. Dirac 方程也预言了方程的负能解, 并最终导致反粒子概念的提出. Dirac 指出所有的费米子都存在与其对应的反粒子, 具有相同的质量, 自旋和相反的电荷<sup>[14]</sup>. 反粒子的假说很快被正电子的实验证据证实<sup>[15]</sup>.

在 Dirac 方程中, 系数  $\vec{\alpha}$  和  $\beta$  的选择需要满足很多约束条件以及非对易关系, 1937 年 Ettore Majorana 在考虑数学对称性的基础上找到了满足该约束条件的新一组系数以及所对应的解. 用现代的方程表现形式可记为:

$$(i\hbar \tilde{\gamma}^\mu \partial_\mu - mc) \tilde{\Psi} = 0$$

其中  $\tilde{\gamma}^\mu$  代表四个纯虚数矩阵. 在这种形式下, Majorana 方程给出了一组实数波动方程解  $\tilde{\psi}$ , 因

此其描述的粒子的波动方程满足  $\tilde{\psi} = \tilde{\psi}^\dagger$ . 用二次量子化的语言描述即粒子的产生算符和湮灭算符是相同的, 或者说此粒子等同于其反粒子. 这种粒子因此被命名为 Majorana 粒子.

Majorana 本人猜测中微子是一种 Majorana 粒子, 但至今尚未有定论.

### 2.2 Majorana 算符

在粒子物理学里, 电子的反粒子是正电子, 而在半导体中, 可将电子的反粒子看成是空穴, 也就是说, 从系统里拿走一个电子等同于创造一个空穴. 在二次量子化的表述中常用算符  $c_i^\dagger$  描述产生一个电子 (或者是湮灭一个空穴), 而其共轭算符  $c_i$  则描述在  $i$  态上创造一个空穴 (或者是湮灭一个电子). 因为电子是费米子, 需要遵循 Fermi-Dirac 统计, 因此  $c_i^\dagger$  和  $c_i$  遵循三个很关键的关系<sup>[16]</sup>.

- 1) 不相容:  $(c_i)^2 = (c_i^\dagger)^2 = 0$ ;
- 2) 反对易:  $\{c_i^\dagger, c_j\} \equiv c_i^\dagger c_j + c_j c_i^\dagger = \{c_i, c_j\} = \{c_i^\dagger, c_j^\dagger\} = 0, (i \neq j)$ ;
- 3) 完备性:  $\{c_i^\dagger, c_i\} = 1$ .

在遵循以上法则的基础上,  $c_i$  和  $c_i^\dagger$  可以写成实部和虚部分开的形式:

$$c_i = \frac{1}{2} (\gamma_{i,1} + i\gamma_{i,2}),$$

$$c_i^\dagger = \frac{1}{2} (\gamma_{i,1} - i\gamma_{i,2}).$$

据此, 新定义的  $\gamma_i$  算符可以被写成:

$$\gamma_{i,1} = c_i^\dagger + c_i,$$

$$\gamma_{i,2} = i(c_i^\dagger - c_i).$$

容易证明以上三条法则也适用于  $\gamma_i$ .  $\gamma_i$  是共轭对称的:  $\gamma_i^\dagger = \gamma_i$ , 即  $\gamma_i$  是 Majorana 算符.

### 2.3 Kitaev-Chain 模型

以上 Majorana 算符的推导只是一个数学游戏, 因为需要将一个电子  $c^\dagger$  空间上拆分成两个 Majorana 粒子 ( $\gamma_1$  和  $\gamma_2$ ) 才有物理意义. 但是 Majorana 算符作为一个电子的产生和湮灭算符的叠加给了理论学家们灵感, 如果把一个电子和一个空穴叠加起来即可产生一个中性的态. 例如, 超导体中的 Bogoliubov 准粒子便是电子和空穴的叠加态:  $b = uc_{\sigma 1}^\dagger + vc_{\sigma 2}$ , 其中  $\sigma = \uparrow, \downarrow$  为自旋. 可以看出, 当不考虑自旋且  $u = v$  时,  $b^\dagger = uc + uc^\dagger = b$ ,

即得到了 Majorana 准粒子态.

在这种想法的指导下, Alexei Kitaev 提出了一个一维无自旋超导体链的玩具模型, 见图 1(后来称为 Kitaev 链模型<sup>[18]</sup>). 在 Kitaev 链模型中, 电子自旋被略去(无自旋), 其哈密顿量的离散形式可写为

$$H_{\text{chain}} = -\mu \sum_i^N c_i^\dagger c_i - \sum_i^{N-1} \left( t c_i^\dagger c_{i+1} + \Delta c_i c_{i+1} + \text{h.c.} \right),$$

其中  $\mu$  是化学势,  $\Delta$  是 p 波超导配对势. 上式中的  $c_i^\dagger c_i$  是位置  $i$  的电子数算符, 第二项是电子从  $i$  跳跃到  $i+1$  所对应的动能, 第三项是相邻位置电子的 p 波超导配对势. 将 Majorana 算符  $\gamma_{i,1} = c_i^\dagger + c_i, \gamma_{i,2} = i(c_i^\dagger - c_i)$  代入 Kitaev 哈密顿量, 并记  $\tilde{c}_i = (\gamma_{i+1,1} + i\gamma_{i,2})/2$ , 则在  $\mu = 0, t = |\Delta| > 0$  时(此条件仅为了使推导简便, 其余情况不改变整体图像)哈密顿量可以改写为

$$H'_{\text{chain}} = -it \sum_{i=1}^{N-1} \gamma_{i,2} \gamma_{i+1,1} = 2t \sum_{i=1}^{N-1} \tilde{c}_i^\dagger \tilde{c}_i.$$

新的哈密顿量包括了除  $\gamma_{i,1}$  和  $\gamma_{N,2}$  外所有重新配对的  $\gamma$  算符. 也就是说有一对未配对的 Majorana 算符被留在了 Kitaev 链的两端.  $\gamma_{i,1}$  和  $\gamma_{N,2}$  可以被合并为一个非局域化的费米算符  $\tilde{c}_M = \frac{1}{2}(\gamma_{i,1} + i\gamma_{N,2})$ .  $\tilde{c}_M$  没有出现在哈密顿量里, 因此占据这个态所需要的能量为零. 换句话说, 这个态被占据和未被占据两种情况构成一个双重简并态, 这两个基态也就是拓扑简并态. 在理想情况下, 一个无限长 Kitaev 链两端的 Majorana 态是完全无耦合的, 因此对局域噪音是免疫的.

Kitaev 链模型的本质是在相邻一维费米态中间提供了除电子(移动)之外的其他耦合项, 即 p 波超导配对项, 使得原本的  $\gamma_i$  和  $\gamma_{i+1}^\dagger$  发生了位错配对, 从而遗留了两端未湮灭的 Majorana 态.

下一步便是如何在实验室里实现电子的这种无自旋超导配对.

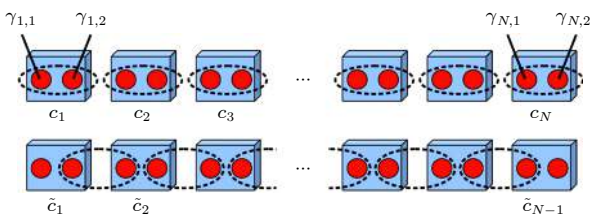


图 1 Kitaev 链模型示意图<sup>[17]</sup>  
Fig. 1. Schematic of Kitaev chain model<sup>[17]</sup>.

## 2.4 Kitaev 链的物理实现

无自旋临近电子配对模型在实际情况下对应的是自旋极化配对(也被称为自旋三重态配对), 因为这种超导模型的对称性与原子模型中的 p 轨道类似, 因此又常称为 p 波超导体(常见的 BCS 超导体则对应 s 波超导体). 本征的 p 波超导体在自然界中很罕见, 有些超导体被认为有可能是自旋三重态配对超导体, 例如  $\text{Sr}_2\text{RuO}_4$ , 但目前仍处于争论中<sup>[19]</sup>.

为了得到 p 波超导配对, Fu 和 Kane<sup>[8]</sup> 设想把传统的 s 波超导体和拓扑绝缘体耦合成一个异质体系后, 超导的临近效应会使得拓扑绝缘体表面的自旋锁定态出现 p 波配对的超导表面态, 而 Majorana 准粒子态就会出现在超导表面态的边缘、端点或漩涡处. 受此启发, Sau 等<sup>[10]</sup> 又证明了可以把上述人工结构中的拓扑绝缘体替换为实验室中更加常见的半导体而使得 Majorana 异质系统的实现更加容易. 他们预言的新系统为一个三明治系统: 一层具有强自旋轨道耦合 (spin-orbit interaction, SOI) 的半导体量子阱材料夹在一层铁磁绝缘体和一层超导体中间. 随后, Alicea<sup>[11]</sup> 又发现其实相对罕见的铁磁绝缘体也不是必须的, 可以用一个垂直于 SOI 场的外部磁场进行替代. 紧接着, Lutchyn 等<sup>[12]</sup> 和 Oreg 等<sup>[13]</sup> 又证明了具有强 SOI 的一维纳米线也可以实现一维版本的 Majorana 系统, 该系统数学上和 Kitaev 链模型等价.

因此, 利用具有强 SOI 的半导体纳米线 [例如砷化铟 (InAs)<sup>[20]</sup> 或者碲化铟 (InSb)<sup>[21]</sup>, 并将其与常见的 s 波超导体 [例如铌 (Nb) 或者铝 (Al)] 进行耦合, 在外加磁场的帮助下, 纳米线两端便可出现 Majorana 准粒子态(图 2). 为了清晰地分析在此模型中 SOI、超导体能隙  $\Delta$  和外加磁场  $B$  对 Majorana 准粒子产生的影响, 我们建立了数值模型对每个参数进行独立分析. 为此, 异质纳米线的

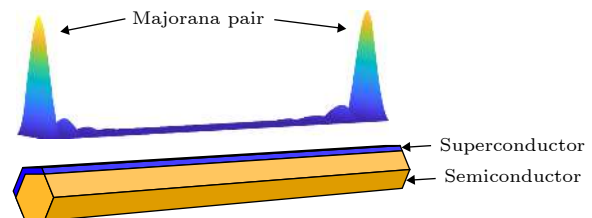


图 2 一维超导体-半导体异质结构与 Majorana 准粒子态波函数示意图

Fig. 2. Schematic sketch of a nanowire-superconductor hybrid structure and the wave function of the Majorana quasi-particle.



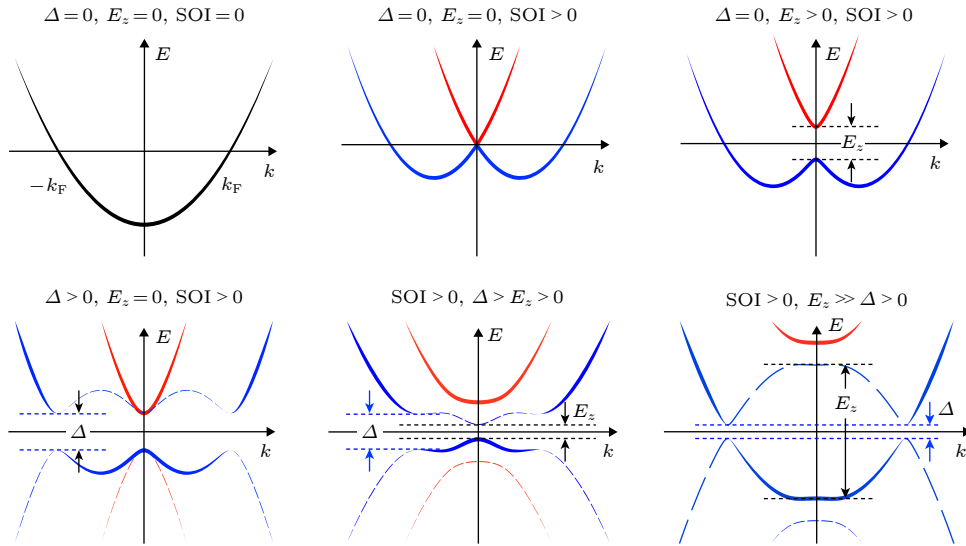


图3 超导体-半导体异质纳米线体系在不同的 $\Delta$ - $E_z$ - $\alpha$ 配置下的能量色散图谱 ( $\mu = 0$ )。其中, 蓝线和红线分别对应两个自旋分支 (SOI 方向投影), 实线对应粒子项分支, 虚线对应空穴项分支

Fig. 3. Energy dispersion of a superconductor-semiconductor hybrid nanowire at different  $\Delta$ - $E_z$ - $\alpha$  configurations with  $\mu = 0$ . Blue and red lines correspond to the two spin branch (along SOI direction), respectively, solid lines are particle branches, while dashed line are hole branches.

哈密顿量可以写为

$$H = \left( \frac{k_x^2}{2m} - \mu \right) \tau_y + \alpha k_x \sigma_y \tau_y + E_z \sigma_z + \Delta \tau_z,$$

其中第一项  $\left( \frac{k_x^2}{2m} - \mu \right) \tau_y$  是常规能量项,  $\mu$  是化学势; 第二项  $\alpha k_x \sigma_y \tau_y$  是 SOI 项, 这里  $\alpha$  为 Rashba 系数,  $\sigma_i$  和  $\tau_i$  则分别是自旋和粒子-空穴对应的泡利矩阵; 第三项  $E_z \sigma_z$  描述的是系统的塞曼能,  $E_z = \frac{1}{2} g \mu_B B$ ,  $g$  为 Lande  $g$  因子; 最后一项,  $\Delta \tau_z$  描述的是超导项,  $\Delta$  是由临近效应引入的有效超导能隙. 图3中给出了  $\Delta$ ,  $E_z$ ,  $\alpha$  三者在不同大小关系情况下的能量色散图谱. 由图可见, 当 SOI 和  $E_z$  都取非零值时, 纳米线在  $\mu = 0$  处形成了一个螺旋能隙 (helical gap), 在此能隙中的电子自旋在 SOI 方向上彼此反平行而在  $z$  轴方向上被外部磁场极化了. 如果在螺旋能隙内再引入超导配对, 则可形成自旋极化配对的超导环境, 再根据 Kitaev 模型可知,  $p$  波超导纳米线的两端将出现一对 Majorana 准粒子态. 这种系统的端态在量子隧穿运输测量中会以零能电导峰的形式出现在运输能谱中.

### 3 超导-半导体体系 Majorana 零模态的实验进展

在以上理论研究指导下, 实验上在超导体-半

导体纳米线复合系统中寻找 Majorana 准粒子迅速成为过去十年凝聚态物理研究的一个热点方向. 其实在 Majorana 准粒子相关理论提出之前, 针对强 SOI 半导体纳米线就已经有了很多实验研究. 例如, 对 InAs 和 InSb 纳米线的电子输运测量表明它们是强 SOI、高  $g$  因子、高迁移率材料<sup>[20-23]</sup>, 且可与超导体形成较好的耦合<sup>[24,25]</sup> 等.

2012 年荷兰 Delft 理工大学团队报道了在高转变磁场超导材料 NbTiN 与 InSb 纳米线的耦合系统图4(a)中观察到的零能电导峰信号作为 Majorana 存在的可能证据<sup>[26]</sup>, 且发现该零能电导峰与三维磁场的指向有关. 不久, Lund 大学和 Weizimann 研究所分别利用 InSb-Nb<sup>[27]</sup> 和 InAs-Al<sup>[28]</sup> 等结构观察到类似的零能电导峰.

这些零能电导峰实验用到的典型器件结构是由普通金属 (如钛/金等) 作为探测端与半导体纳米线连接, 被探测端则是将超导体覆盖到半导体上形成异质结构. 探测端与被探测端有一小段裸露的半导体纳米线, 可通过门电极控制其势垒高度从而形成隧穿结. 超导体-半导体异质结构部分也有相应的门电极用于调控其电势. 对这样的器件再施加一个与 SOI 垂直的磁场, 磁场足够强时即可诱发拓扑相变从而形成 Majorana 准粒子态.

比较理论所预测 Majorana 零能电导峰<sup>[30,31]</sup> 和实验探测的零能电导峰会发现有两个显著的不

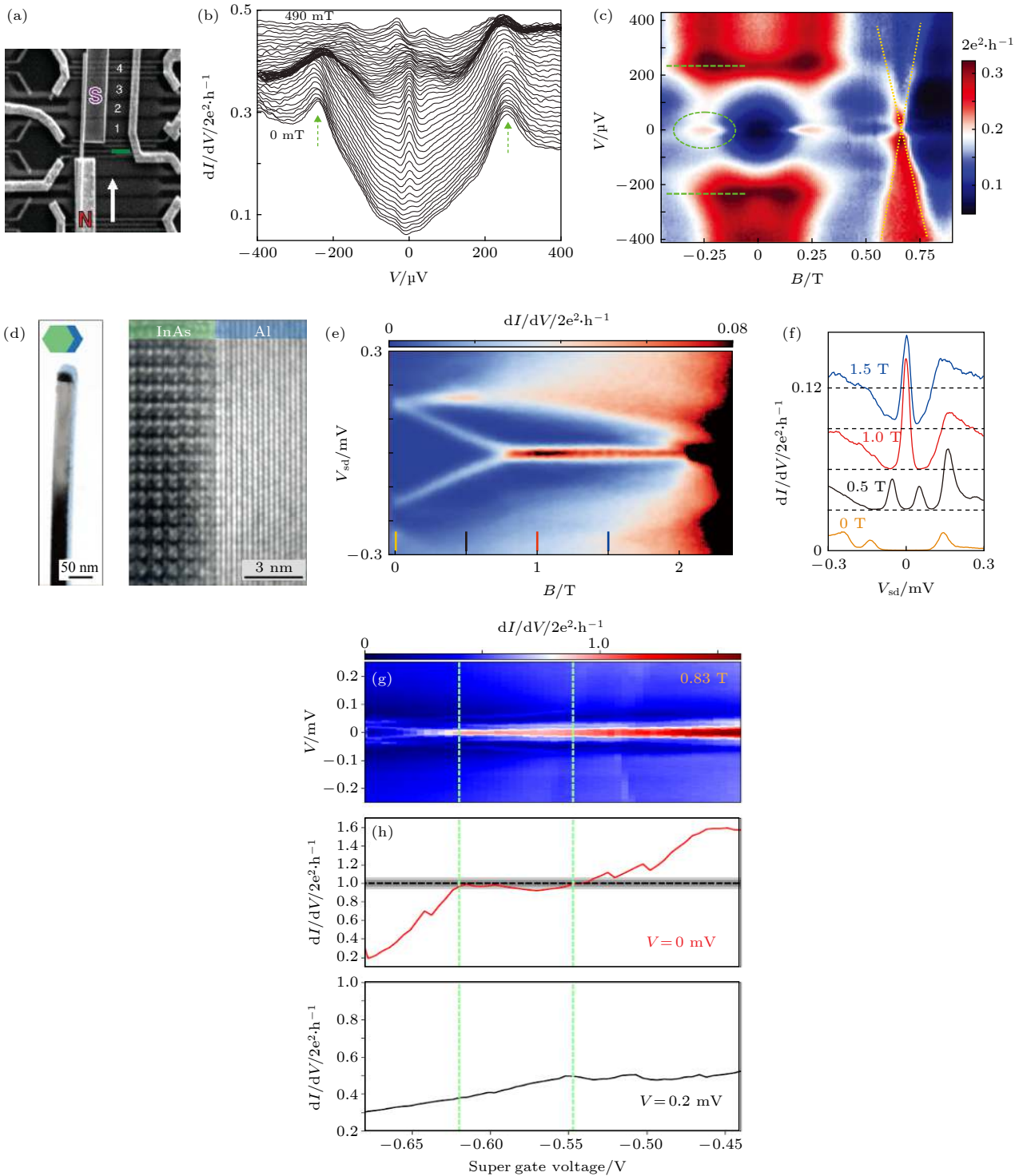


图 4 超导体-半导体异质器件与探测到的零能电导峰 (a)–(c) NbTiN-InSb 器件与零能电导峰<sup>[26]</sup>; (d)–(f) 全外延 Al-InAs 纳米线及纯净超导能隙中的零能电导峰<sup>[29]</sup>; (g), (h) 全外延 Al-InSb 纳米线器件中量子化的零能电导峰<sup>[40]</sup>

Fig. 4. Superconductor-semiconductor hybrid devices and the detected zero-energy conductance peaks: (a)–(c) NbTiN-InSb nanowire device and zero-energy conductance peak<sup>[26]</sup>; (d)–(f) Fully epitaxial Al-InAs nanowire and zero-energy conductance peak in hard gap<sup>[29]</sup>; (g), (h) Quantized zero-energy conductance peak in fully epitaxial Al-InSb nanowire devices<sup>[40]</sup>.

同点. 一是理论预测的 Majorana 引起的零能电导峰是处在超导体所形成的能隙中, 而实验所得的零能信号则是伴随很多杂态; 二是由于 Majorana 准粒子态引起的安德烈夫反射过程具有完美的粒子-

空穴对称性, 其引发的电导峰应该是一个值为  $2e^2/h$  的量子电导, 而实验中观察到零能电导峰并未出现量子化行为. 为了解决这些理论与实验的不一致性, 实验上对材料和器件的制备工艺的优化成为该

方向发展的瓶颈和突破口。

首先,与零能电导峰伴随的其他杂态一般被认为是由于器件中存在大量缺陷所致.这其中很大一部分原因要归结于超导体与半导体界面的不平整.在实验器件制备过程中,为了使超导体与半导体形成均匀的电接触,需要移除纳米线外面的氧化层.这个过程最先是通过氩离子轰击刻蚀的方式进行,但同时会对纳米线表面造成损伤而产生大量杂质.后来通过化学溶液有选择性地腐蚀掉氧化层并进行钝化<sup>[32]</sup>,器件的界面质量得到了显著提高,并在输运上表现出弹道运输的量子化电导平台<sup>[33,34]</sup>,但能隙内部的杂态数量(特别是在高磁场情况下)仍然较多<sup>[35]</sup>.

器件质量更大的突破来自于分子束外延(MBE)超导体-半导体生长技术日趋成熟所带来的原子级平整的界面<sup>[36]</sup>,从而直接导致无杂质态的近邻超导能隙<sup>[37]</sup>.利用MBE外延Al-InAs材料,纯净能隙中的零能电导峰很快也被探测到,实验信号的干净程度比上一代实验有了显著提高<sup>[38]</sup>.全外延技术很快也被成功应用到Al-InSb系统的生长上<sup>[39]</sup>.由于InSb本身的弹道运输特性和更小的系统耗散,配合以遮挡法形成的天然隧穿结,Majorana理论所预言的量子化的零能电导峰在实验中也很快被探测到<sup>[40]</sup>.

自第一代实验以来,零能电导峰虽然符合Majorana理论预言,但同时也有很多其他可能的平庸解释.随着材料和器件质量的不停优化以及理论模型的完善<sup>[41-46]</sup>,每当在更干净的器件中观察到信号质量更好的零能电导峰,一部分平庸的解释就会被排除掉,人们对纳米线体系中Majorana存在的信心就会进一步增加.迄今为止,当初大部分的平庸解释已被排除,但在极少数的条件下仍然有可能有平庸的解释.因此零能电导峰并不能成为Majorana准粒子态存在的最终证据,特别是有一些平庸Andreev束缚态在特定形状的势阱中仍有可能出现类似Majorana束缚态的信号<sup>[47-54]</sup>.该势阱通常要求电化学势在空间缓慢变化,故宽度更窄(高度更高)的隧穿结可能成为下一步努力方向<sup>[55]</sup>.最终能充分证明Majorana准粒子态及其拓扑特性的实验只有通过辫织操作来验证其非阿贝尔统计性<sup>[18,56]</sup>.

除零能电导峰外,另一个探测Majorana零模的输运手段是引入电子的充电能(charging energy).

将超导-半导体纳米线做成岛状器件结构时,库仑相互作用导致电子只能逐个通过该岛.而当超导能隙大于充电能时,电子能以库珀对的形式两两通过该岛,输运上表现为两电子周期的库仑阻塞峰.在此基础上加磁场后在岛的两端产生两个Majorana零模时,电子可以以‘隐形传态’的方式从岛一端的Majorana零模进去,然后从另一端的Majorana零模隧穿出来<sup>[57]</sup>,输运表现为单电子的库仑阻塞峰.这种从双电子到单电子的库仑阻塞峰的演变在解决了纳米线器件中杂质(hard gap)问题后也在实验上被观察到<sup>[58-60]</sup>.不过该实验手段也面临着和隧穿实验类似的问题:如何排除其他的平庸解释(比如Andreev束缚态)<sup>[54,61,62]</sup>.

该方向过去数年理论的进展大致可分为三个方面:1)提出其他可能的平庸解释,主要是细致研究Andreev束缚态和Majorana零模之间的相似与不同<sup>[46-48,50-53]</sup>.2)建立更精确的纳米线实验器件的理论模型.理论模型从简单的一维扩展到三维(多个子能带)<sup>[31]</sup>;研究无序(电化学势、自旋轨道耦合、超导配对等)带来的变化<sup>[48,50,63]</sup>;用Schrödinger-Poisson等自洽的方法研究纳米线器件中的门电极、超导半导体耦合等效应<sup>[42,43]</sup>.3)提出新的Majorana探测和辫织方案.第一代辫织方案要求用门电极实现对Majorana零模在空间上的快速移动<sup>[56]</sup>.这一方案因超导的屏蔽效应而在实验上非常具有挑战性.后来随着理论发展,不需要移动Majorana零模,只利用充电能和单电子在两个Majorana之间的隐形传态就可实现在数学上等价的辫织操作<sup>[64,65]</sup>.这种基于测量的辫织方案(measurement-based braiding)是当前实验努力的主流方向<sup>[66-68]</sup>.而基于此,实验上也实现了各种复杂的纳米线网络结构<sup>[39,69]</sup>,最近的突破是源自于选区外延生长技术的发展<sup>[70-72]</sup>.

## 4 展 望

除了非阿贝尔辫织操作这一长远目标,短期内利用超导-半导体纳米线还可以做很多相对容易的实验以揭示Majorana物理的不同方面<sup>[73]</sup>.例如,用来检验Majorana非局域特性的双端电导对照实验<sup>[74]</sup>,Majorana-量子点耦合实验<sup>[75]</sup>等.另外,比一维纳米线更加复杂的纳米线交叉结构<sup>[69]</sup>、纳米线网络结构<sup>[70]</sup>和二维拓扑材料体系<sup>[76]</sup>也被成功



合成出来,并展现出广阔的应用前景.特别地,多维体系对实现 Majorana 辫织操作<sup>[56]</sup>和最终的拓扑量子计算有着至关重要的意义.毫无疑问,接连不断的技术挑战和崭新的物理发现在未来 Majorana 器件研究中是并存的, Majorana 准粒子的研究才刚刚开始.

## 参考文献

- [1] Arute F, Arya K, Babbush R, Martinis JM 2019 *Nature* **574** 505
- [2] Kitaev A 2003 *Ann. Phys.* **303** 2
- [3] Wilczek F 1982 *Phys. Rev. Lett.* **49** 957
- [4] Nayak C, Simon S H, Stern A, Freedman M, Das Sarma S 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1083
- [5] Majorana E 1937 *Nuovo Cimento* **14** 171
- [6] Moore G, Read N 1991 *Nucl. Phys.* **360** 362
- [7] Read N, Green D 2000 *Phys. Rev. B* **61** 10267
- [8] Fu L, Kane C L 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 096407
- [9] Nadj-Perge S, Drozdov I K, Bernevig B A, Yazdani A 2013 *Phys. Rev.* **88** 020407
- [10] Sau JD, Tewari S, Lutchyn R M, Stanescu T D, Das Sarma S 2010 *Phys. Rev. B* **82** 214509
- [11] Alicea J 2010 *Phys. Rev. B* **81** 125318
- [12] Lutchyn R M, Sau J D, Das Sarma S 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 077001
- [13] Oreg Y, Refael G, Von Oppen F 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 177002
- [14] Dirac P A M 1931 *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **133** 60
- [15] Anderson C D 1933 *Phys. Rev.* **43** 491
- [16] Wilczek F 2009 *Nat. Phys.* **5** 614
- [17] Leijnse M, Flensberg K 2012 *Semicond. Sci. Technol.* **27** 124003
- [18] Kitaev A Y 2001 *Phys. Usp.* **44** 131
- [19] Hicks C W, Brodsky D O, Yelland E A, Gibbs A S, Bruin J A N, Barber M E, Edkins S D, Nishimura K, Yonezawa S, Maeno Y, Mackenzie A P 2014 *Science* **344** 283
- [20] Fasth C, Fuhrer A, Samuelson L, Golovach VN, Loss D 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 266801
- [21] Nilsson H A, Caroff P, Thelander C, Larsson M, Wagner J B, Wernersson L-E, Samuelson L, Xu H Q 2009 *Nano Lett.* **9** 3151
- [22] van Weperen I, Plissard S R, Bakkers E P A M, Frolov S M, Kouwenhoven L P 2013 *Nano Lett.* **13** 387
- [23] Nadj-Perge S, Frolov S M, Bakkers E P A M, Kouwenhoven L P 2010 *Nature* **468** 1084
- [24] Doh Y-J, van Dam J A, Roest A L, Bakkers E P A M, Kouwenhoven L P, De Franceschi S 2005 *Science* **309** 272
- [25] Nilsson H A, Samuelsson P, Caroff P, Xu H Q 2012 *Nano Lett.* **12** 26
- [26] Mourik V, Zuo K, Frolov S M, Plissard S R, Bakkers E P A M, Kouwenhoven L P 2012 *Science* **336** 1003
- [27] Deng M T, Yu C L, Huang G Y, Larsson M, Caroff P, Xu H Q 2012 *Nano Lett.* **12** 6414
- [28] Das A, Ronen Y, Most Y, Oreg Y, Heiblum M, Shtrikman H 2012 *Nat. Phys.* **8** 887
- [29] Deng M T, Vaitiekėnas S, Hansen EB, Danon J, Leijnse M, Flensberg K, Nygård J, Krogstrup P, Marcus C M 2016 *Science* **354** 1557
- [30] Rainis D, Trifunovic L, Klinovaja J, Loss D 2013 *Phys. Rev. B* **87** 24515
- [31] Stanescu T D, Lutchyn R M, Das Sarma S 2011 *Phys. Rev. B* **84** 144522
- [32] Gül Ö, Zhang H, De Vries F K, Van Veen J, Zuo K, Mourik V, Conesa-Boj S, Nowak M P, Van Woerkom D J, Quintero-Pérez M, Cassidy M C, Geresdi A, Koelling S, Car D, Plissard S R, Bakkers E P A M, Kouwenhoven L P 2017 *Nano Lett.* **17** 2690
- [33] Zhang H, Gül Ö, Kouwenhoven L P, et al. 2017 *Nat. Commun* **8** 16025
- [34] Kammhuber J, Cassidy M C, Zhang H, Gül Ö, Pei F, de Moor M W A, Nijholt B, Watanabe K, Taniguchi T, Car D, Plissard S R, Bakkers E P A M, Kouwenhoven L P 2016 *Nano Lett.* **16** 3482
- [35] Gül Ö, Zhang H, Bommer J D S, De Moor M W A, Car D, Plissard S R, Bakkers E P A M, Geresdi A, Watanabe K, Taniguchi T, Kouwenhoven LP 2018 *Nat. Nanotechnol.* **13** 192
- [36] Krogstrup P, Ziino N L B, Chang W, Albrecht S M, Madsen M H, Johnson E, Nygård J, Marcus C M, Jespersen T S 2015 *Nat. Mater.* **14** 400
- [37] Chang W, Albrecht S M, Jespersen T S, Kuemmeth F, Krogstrup P, Nygård J, Marcus C M 2015 *Nat. Nanotechnol.* **10** 232
- [38] Deng M T, Vaitiekėnas S, Hansen E B, Danon J, Leijnse M, Flensberg K, Nygård J, Krogstrup P, Marcus C M 2016 *Science* **354** 1557
- [39] Gazibegovic S, Zhang H, Bakkers E P A M, et al. 2017 *Nature* **548** 434
- [40] Zhang H, Liu C X, Gazibegovic S, et al. 2017 *arxiv* 1710.10701
- [41] Vaitiekėnas S, Deng M T, Nygård J, Krogstrup P, Marcus C M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 037703
- [42] Antipov A E, Bargerbos A, Winkler G W, Bauer B, Rossi E, Lutchyn R M 2018 *Phys. Rev. X* **8** 031041
- [43] Mikkelsen A E G, Kotetes P, Krogstrup P, Flensberg K 2018 *Phys. Rev. X* **8** 031040
- [44] De Moor M W A, Bommer J D S, Zhang H, et al. 2018 *New J. Phys.* **20** 103049
- [45] Bommer J D S, Zhang H, Gül Ö, Nijholt B, Wimmer M, Rybakov FN, Garaud J, Rodic D, Babaev E, Troyer M, Car D, Plissard S R, Bakkers E P A M, Watanabe K, Taniguchi T, Kouwenhoven L P 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 187702
- [46] Woods B D, Stanescu T D, Das Sarma S 2018 *Phys. Rev. B* **98** 035428
- [47] Moore C, Zeng C, Stanescu T D, Tewari S 2018 *Phys. Rev. B* **94** 155314
- [48] Kells G, Meidan D, Brouwer PW 2012 *Phys. Rev. B* **86** 100503
- [49] Lee E J H, Jiang X, Aguado R, Katsaros G, Lieber C M, De Franceschi S 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 186802
- [50] Liu C X, Sau J D, Stanescu T D, Das Sarma S 2017 *Phys. Rev. B* **96** 075161
- [51] Prada E, San-Jose P, Aguado R 2012 *Phys. Rev. B* **86** 180503
- [52] Reeg C, Dmytruk O, Chevallier D, Loss D, Klinovaja J 2018 *Phys. Rev. B* **98** 245407
- [53] Vuik A, Nijholt B, Akhmerov A, Wimmer M 2019 *SciPost Phys.* **7** 061
- [54] Cao Z, Zhang H, Lü H F, He W X, Lu H Z, Xie X C 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 147701
- [55] Car D, Conesa-Boj S, Zhang H, Op het Veld R L M, de Moor M W A, Fadaly E M T, Gül Ö, Kölling S, Plissard S R,

- Toresen V, Wimmer M T, Watanabe K, Taniguchi T, Kouwenhoven L P, Bakkers E P A M 2017 *Nano Lett.* **17** 7
- [56] Alicea J, Oreg Y, Refael G, von Oppen F, Fisher M P 2011 *Nat. Phys.* **7** 412
- [57] Fu L 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 056402
- [58] Albrecht S M, Higginbotham A P, Madsen M, Kuemmeth F, Jespersen T S, Nygård J, Krogstrup P, Marcus C M 2016 *Nature* **531** 206
- [59] Shen J, Heedt S, Borsoi F, van Heck B, Gazibegovic S, Op Het Veld R L M, Car D, Logan J A, Pendharkar M, Ramakers S J J, Wang G, Xu D, Bouman D, Geresdi A, Palmström C J, Bakkers E P A M, Kouwenhoven LP 2018 *Nat. Commun.* **9** 4801
- [60] Sherman D, Yodh J S, Albrecht S M, Nygård J, Krogstrup P, Marcus C M 2017 *Nat. Nanotechnol.* **12** 212
- [61] Liu D, Cao Z, Zhang H, Liu D E 2020 *Phys. Rev. B* **101** 081406
- [62] Chiu C K, Sau J D, Das Sarma S 2017 *Phys. Rev. B* **96** 054504
- [63] Takei S, Fregoso B M, Hui H Y, Lobos A M, Das Sarma S 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 186803
- [64] Hyart T, Van Heck B, Fulga I C, Burrello M, Akhmerov A R, Beenakker C W J 2013 *Phys. Rev. B* **88** 035121
- [65] Aasen D, Hell M, Mishmash R V, Higginbotham A, Danon J, Leijnse M, Jespersen T S, Folk J A, Marcus C M, Flensberg K, Alicea J 2016 *Phys. Rev. X* **6** 031016
- [66] Plugge S, Rasmussen A, Egger R, Flensberg K 2017 *New J. Phys.* **19** 012001
- [67] Karzig T, Knapp C, Lutchyn R M, Bonderson P, Hastings M B, Nayak C, Alicea J, Flensberg K, Plugge S, Oreg Y, Marcus C M, Freedman M H 2017 *Phys. Rev. B* **95** 235305
- [68] Vijay S, Fu L 2016 *Phys. Rev. B* **94** 235446
- [69] Fadaly E M T, Zhang H, Conesa-Boj S, Car D, Gül Ö, Plissard S R, Op het Veld R L M, Kölling S, Kouwenhoven L P, Bakkers E P A M 2017 *Nano Lett.* **17** 6511
- [70] Vaitiekenas S, Whiticar AM, Deng M T, Krizek F, Sestoft J E, Palmström CJ, Marti-Sanchez S, ArbiolJ, Krogstrup P, Casparis L, Marcus C M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 147701
- [71] Krizek F, Sestoft J E, Aseev P, Marti-Sanchez S, Vaitiekenas S, Casparis L, Khan SA, Liu Y, Stankevič T, Whiticar A M, Fursina A, Boekhout F, Koops R, Uccelli E, Kouwenhoven L P, Marcus C M, Arbiol J, Krogstrup P 2018 *Phys. Rev. Mater.* **2** 093401
- [72] Aseev P, Fursina A, Boekhout F, Krizek F, Sestoft JE, Borsoi F, Heedt S, Wang G, Binci L, Martí-Sánchez S, Swoboda T, Koops R, Uccelli E, Arbiol J, Krogstrup P, Kouwenhoven L P, Caroff P 2019 *Nano Lett.* **19** 218
- [73] Zhang H, Liu D E, Wimmer M, Kouwenhoven L P 2019 *Nat. Commun.* **10** 16025
- [74] Anselmetti G L R, Martinez E A, Ménard G C, Puglia D, Malinowski F K, Lee J S, Choi S, Pendharkar M, Palmström C J, Marcus C M, Casparis L, Higginbotham A P 2019 *Phys. Rev. B* **100** 205412
- [75] Deng M T, Vaitiekėnas S, Prada E, San-Jose P, Nygård J, Krogstrup P, Aguado R, Marcus C M 2018 *Phys. Rev. B* **98** 085125
- [76] Fornieri A, Whiticar A M, Setiawan F, Portolés E, Drachmann A C C, Keselman A, Gronin S, Thomas C, Wang T, Kallaher R, Gardner G C, Berg E, Manfra M J, Stern A, Marcus C M, Nichele F 2019 *Nature* **569** 89



SPECIAL TOPIC—The frontiers and applications of topological physics

# Majorana quasi-particles and superconductor-semiconductor hybrid nanowires<sup>\*</sup>

Yu Chun-Lin<sup>1)</sup> Zhang Hao<sup>2)3)†</sup><sup>1)</sup> (*China Greatwall Quantum Laboratory, Changsha 410006, China*)<sup>2)</sup> (*Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China*)<sup>3)</sup> (*Beijing Academy of Quantum Information Sciences, Beijing 100193, China*)

( Received 4 February 2020; revised manuscript received 23 February 2020 )

## Abstract

Majorana fermions are known for being their own anti-particles. As the condensed matter version of Majorana fermions, Majorana quasiparticles have drawn extensive interests for being an ideal candidate for building a fault-tolerant quantum computer, due to their non-abelian statistics. This paper provides an introduction for beginners to the rapidly growing research field of Majorana quasiparticles focusing on one dimensional semiconductor nanowire-superconductor hybrid system. We aim to help readers to quickly understand Majorana quasiparticles and its formation mechanism and the latest experimental results. We first review the theoretical model of the Majorana quasiparticles with its historical background. We then discuss the Kitaev chain and analyze its key elements. We also introduce typical Majorana devices and their corresponding measurement methods. Furthermore, we discuss the observation of robust signatures of Majorana zero modes in recent experiments, with particular attention to tunneling conductance measurements. Finally, we give prospects on future experiments for advancing one dimensional semiconductor nanowire-superconductor hybrid system.

**Keywords:** topological matters, Majorana zero modes, semiconductor nanowire**PACS:** 73.63.-b, 73.63.Nm**DOI:** [10.7498/aps.69.20200177](https://doi.org/10.7498/aps.69.20200177)

---

\* Project supported by the Initiative Scientific Research Program of Tsinghua University, China.

† Corresponding author. E-mail: [hzquantum@mail.tsinghua.edu.cn](mailto:hzquantum@mail.tsinghua.edu.cn)