

基于稀疏阵列的电磁矢量传感器多输入多输出 雷达高分辨角度和极化参数联合估计*

谢前朋 潘小义[†] 陈吉源 肖顺平

(国防科技大学, 电子信息系统复杂电磁环境效应国家重点实验室, 长沙 410073)

(2019年12月15日收到; 2020年2月2日收到修改稿)

针对双基地电磁矢量传感器多输入多输出 (electromagnetic vector sensors multiple-input multiple-output, EMVS-MIMO) 雷达参数估计精度以及角度参数配对问题, 通过设计一种新的稀疏阵列和采用自动参数配对算法来实现高分辨的角度参数和极化参数联合估计. 首先, 通过设计稀疏的发射阵列和接收阵列来实现对 EMVS-MIMO 雷达阵列孔径的扩展; 然后, 提出平行因子-三线性分解算法对接收数据的三阶张量模型进行求解. 所提出的平行因子-三线性分解算法能够实现二维发射角、二维接收角、极化相位角和极化相位差的联合参数自动配对; 且针对估计得到的发射导向矢量矩阵和接收导向矢量矩阵, 根据旋转不变特性可以实现高精度的发射俯仰角和接收俯仰角测量. 在得到精确的发射俯仰角和接收俯仰角之后, 相应的发射和接收方位角、极化角和极化相位差可以通过矢量叉积算法来进行估计. 相比于现有算法, 所提出的算法能够避免高维数据奇异值分解以及额外的参数配对过程; 且通过稀疏阵列设计, 角度参数估计精度能够进一步地提升, 仿真结果表明所提出的算法具有优良的角度参数估计性能.

关键词: 稀疏阵列, 双基地电磁矢量传感器多输入多输出雷达, 平行因子-三线性分解, 联合参数估计

PACS: 43.60.Jn, 43.60.Cg, 84.40.Xb

DOI: 10.7498/aps.69.20191895

1 引言

多输入多输出 (multiple-input multiple-output, MIMO) 雷达参数估计是当前研究的一个热点问题, 相比于使用相关波形的常规相控阵雷达, 其通过发射相互正交的信号波形能够实现高的角度分辨率、灵活可控的波形设计以及阵列自由度的提升^[1-3]. 根据阵列的配置方式, MIMO 雷达可分为利用空间多样性的统计 MIMO 雷达和利用波形多样性的集中式 MIMO 雷达^[4]. 并且, 集中式 MIMO 雷达可以进一步地划分为单基地 MIMO 雷达和双基地 MIMO 雷达. 其中, 单基地 MIMO 雷达由于发射阵和接收阵距离较近, 相应的发射角

(direction-of-departure, DOD) 和接收角 (direction-of-arrival, DOA) 是相同的; 而双基地 MIMO 雷达由于发射阵和接收阵相距较远, 其 DOD 和 DOA 是不同的. 本文主要针对双基地 MIMO 雷达的角度参数估计展开研究.

近年来, 为了实现双基地 MIMO 雷达的角度参数估计, 许多优良的算法被提出. 在文献^[5,6]中, 谱峰搜索类算法二维 Capon 估计器和二维 MUSIC 估计器被提出. 但是, 为了确保 DOD 和 DOA 的估计精度, 二维谱峰搜索类算法由于需要较小的搜索间隔, 具有较高的计算复杂度. 为了降低计算代价, 相应的降维 Capon 和降维 MUSIC 算法在文献^[5,6]中也被提出. 相比于二维谱峰搜索类算法, 降维类算法仅需要一维谱峰搜索过程. 并且,

* 国家自然科学基金 (批准号: 61701507, 61890542, 61890540).

[†] 通信作者. E-mail: mrpanxy@nudt.edu.cn

降维类算法在降低计算复杂度的同时也能保持良好的估计精度. 为了避免谱峰搜索过程, 文献 [7] 利用旋转不变技术 (estimated signal parameters via rotational invariance technique, ESPRIT) 来实现对双基地 MIMO 雷达 DOD 和 DOA 的联合估计. 但是, 文献 [7] 所提的算法需要额外的角度参数配对过程. 在文献 [8] 中, 一种修正的自动参数配对 ESPRIT 算法被提出. 文献 [9] 提出多项式求根 MUSIC 算法来实现对 DOD 和 DOA 的角度参数估计. 文献 [10,11] 提出联合对角化算法来实现对双基地 MIMO 雷达的角度参数的自动配对, 并且所提出的算法相比于 ESPRIT 算法具有更高的估计精度. 为了充分利用匹配滤波之后阵列接收数据的多维特性, 文献 [12] 提出三阶张量方法. 文献 [13] 利用高斯色噪声的空时非相关特性, 通过构建延时相关的四阶张量矩阵来实现对双基地 MIMO 雷达中色噪声的抑制. 为了进一步地利用发射相关增益来提高角度参数估计精度, 文献 [14] 利用波束空间变化技术来实现对发射波形进行约束, 从而把发射信号的能量和接收信号的能量集中到 DOD 和 DOA 所在的区域. 针对冲击噪声背景下宽带双基地 MIMO 雷达的角度参数估计问题, 文献 [15] 利用 Sigmoid 变化来实现对联合 DOD 和 DOA 角度参数估计性能的提升. 针对双基地 MIMO 雷达发射阵列以及接收阵列阵元损坏背景下的 DOD 和 DOA 估计问题, 文献 [16,17] 利用图像熵和低秩块 Hankel 矩阵补全技术来实现对丢失数据的恢复.

尽管以上所提出的算法能够实现良好的参数估计性能, 但它们主要针对标量发射阵列和标量接收阵列背景下的双基地 MIMO 雷达角度参数估计问题. 相比于标量阵列, 电磁矢量传感器阵列 (electromagnetic vector sensors, EMVS) 不仅能够提供角度信息, 同时也能够提供极化信息. 一个电磁矢量传感器通常利用三个相互正交的电偶极子和三个相互正交的磁偶极子来实现对电场和磁场的测量 [18]. 为了实现双基地 EMVS-MIMO 雷达的角度参数估计, 文献 [19] 从发射 EMVS 阵列和接收 EMVS 阵列中提取出旋转不变特性来实现对 2D-DOD 和 2D-DOA 的估计. 但是, 文献 [19] 提出的 ESPRIT-Like 算法需要进行高维矩阵的奇

异值分解. 为了避免高维奇异值分解的计算复杂度, 文献 [20] 利用传播算子 (propagator method, PM) 来实现对信号子空间的近似. 文献 [21] 进一步考虑利用 EMVS-MIMO 雷达阵列接收数据的多维特性, 提出基于协方差高阶奇异值分解的 2D-DOD 和 2D-DOA 联合估计算法. 在文献 [19–21] 中, 面临的共性问题在于为了实现 2D-DOD 和 2D-DOA 的参数配对, 需要进行构建额外的配对优化函数, 并且, 在进行发射俯仰角和接收俯仰角参数估计的时候, 需要进行合适的参数选择来实现旋转不变关系的构建. 如果不能选择合适的旋转不变参数, 那么估计得到的角度信息将会产生较大的误差或者导致参数估计算法失效. 因此, 为了进一步提升双基地 EMVS-MIMO 的角度参数和极化参数的估计性能, 本文通过设计新型的稀疏发射 EMVS 阵列和稀疏接收 EMVS 阵列来实现对阵列孔径的提升. 同时为了避免 2D-DOD 和 2D-DOA 角度参数配对和额外旋转不变参数的选择, 本文提出利用平行因子-三线性分解 (PARAFAC-TALS) 算法来实现对角度参数和极化参数的估计. 所提出的算法既能够充分利用匹配滤波之后接收阵列数据的多维特性, 同时又能够避免高维数据的奇异值分解. 仿真实验证明, 针对双基地 EMVS-MIMO 雷达的角度参数和极化参数联合估计, 所提出的算法具有较高的参数估计精度以及较低的计算复杂度.

2 信号模型

如图 1 所示, 考虑一个包含 M 个稀疏 EMVS 发射阵列和 N 个稀疏 EMVS 接收阵列的双基地 EMVS-MIMO 雷达系统, 其中发射稀疏阵列和接收稀疏阵列均包含两个稀疏子阵. 对于发射稀疏阵

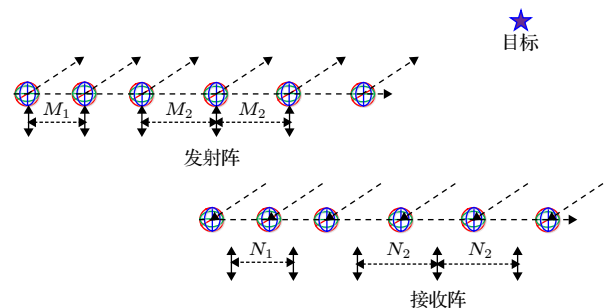


图 1 稀疏阵列 EMVS-MIMO 雷达系统

Fig. 1. EMVS-MIMO radar system with sparse linear array.

列, 第一个稀疏子阵的阵列个数为 M_1 且阵元间距为 $M_1\lambda$, 第二个稀疏子阵的阵列个数为 M_2 且阵元间距为 $M_2\lambda$, 其中 λ 表示发射信号的波长. 第一个发射子阵和第二个发射子阵的阵元间距为 $M_1\lambda$. 对于接收稀疏阵列, 第一个稀疏子阵的阵列个数为 N_1 且阵元间距为 $N_1\lambda$, 第二个稀疏子阵的阵列个数为 N_2 且阵元间距为 $N_2\lambda$. 第一个接收子阵和第二个接收子阵的阵元间距为 $N_1\lambda$. 因此, 发射稀疏阵列和接收稀疏阵列的阵元位置可以表示为

$$\begin{aligned} L_t &= L_{t1} \cup L_{t2}, \\ L_{t1} &= \{0, M_1\lambda, 2M_1\lambda, \dots, M_1(M_1 - 1)\lambda\}, \\ L_{t2} &= \{(M_1^2 + M_2)\lambda, (M_1^2 + 2M_2)\lambda, \dots, \\ &\quad (M_1^2 + M_2(M_2 - 1))\lambda\}, \\ L_r &= L_{r1} \cup L_{r2}, \\ L_{r1} &= \{0, N_1\lambda, 2N_1\lambda, \dots, N_1(N_1 - 1)\lambda\}, \\ L_{r2} &= \{(N_1^2 + N_2)\lambda, (N_1^2 + 2N_2)\lambda, \dots, \\ &\quad (N_1^2 + N_2(N_2 - 1))\lambda\}. \end{aligned} \quad (1)$$

假设目标的个数为 K , 则稀疏 EMVS 发射导向向量和稀疏 EMVS 接收导向向量为

$$\mathbf{a}_{t_k} = \mathbf{q}_{t_k} \otimes \mathbf{c}_{t_k}(\theta_{t_k}, \phi_{t_k}, \gamma_{t_k}, \eta_{t_k}), \quad (3)$$

$$\mathbf{a}_{r_k} = \mathbf{q}_{r_k} \otimes \mathbf{c}_{r_k}(\theta_{r_k}, \phi_{r_k}, \gamma_{r_k}, \eta_{r_k}), \quad (4)$$

其中, $\mathbf{q}_{t_k} = [1, e^{-j2\pi d_{t2} \sin \theta_{t_k} / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_{tM} \sin \theta_{t_k} / \lambda}]^T$ 对应发射俯仰角的导向向量矩阵,

$$\mathbf{q}_{r_k} = [1, e^{-j2\pi d_{r2} \sin \theta_{r_k} / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_{rM} \sin \theta_{r_k} / \lambda}]^T$$

对应接收俯仰角的导向向量矩阵. $\mathbf{c}_{t_k}(\theta_{t_k}, \phi_{t_k}, \gamma_{t_k}, \eta_{t_k})$ 和 $\mathbf{c}_{r_k}(\theta_{r_k}, \phi_{r_k}, \gamma_{r_k}, \eta_{r_k})$ 表示对应于发射阵列和接收阵列的电磁矢量传感器的空间响应.

$$\begin{aligned} &\mathbf{c}_{t_k}(\theta_{t_k}, \phi_{t_k}, \gamma_{t_k}, \eta_{t_k}) \\ &= [\mathbf{e}_{t_k}, \mathbf{h}_{t_k}]^T = \mathbf{F}_{t_k}(\theta_{t_k}, \phi_{t_k}) \mathbf{g}_{t_k}(\gamma_{t_k}, \eta_{t_k}), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &\mathbf{c}_{r_k}(\theta_{r_k}, \phi_{r_k}, \gamma_{r_k}, \eta_{r_k}) \\ &= [\mathbf{e}_{r_k}, \mathbf{h}_{r_k}]^T = \mathbf{F}_{r_k}(\theta_{r_k}, \phi_{r_k}) \mathbf{g}_{r_k}(\gamma_{r_k}, \eta_{r_k}), \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{F}_{t_k}(\theta_{t_k}, \phi_{t_k})$ 和 $\mathbf{F}_{r_k}(\theta_{r_k}, \phi_{r_k})$ 表示维度为 6×2 的空间角度位置矩阵, $\theta_{t_k}, \theta_{r_k} \in [0, \pi)$ 表示俯仰角, $\phi_{t_k}, \phi_{r_k} \in [0, 2\pi)$ 表示方位角; $\mathbf{g}_{t_k}(\gamma_{t_k}, \eta_{t_k})$ 和 $\mathbf{g}_{r_k}(\gamma_{r_k}, \eta_{r_k})$ 表示维度为 2×1 的极化状态矢量, $\gamma_{t_k}, \gamma_{r_k} \in [0, \pi/2)$ 表示极化角, $\eta_{t_k}, \eta_{r_k} \in [-\pi, \pi)$ 表示极化相位差. 发射 EMVS 和接收 EMVS 的空间角度位置矩阵和极化状态矢量可以表示为

$$\mathbf{F}_{t_k}(\theta_{t_k}, \phi_{t_k}) = \begin{bmatrix} \cos \phi_{t_k} \cos \theta_{t_k} & -\sin \theta_{t_k} \\ \sin \phi_{t_k} \cos \theta_{t_k} & \cos \phi_{t_k} \\ -\sin \phi_{t_k} & 0 \\ -\sin \phi_{t_k} & -\cos \phi_{t_k} \cos \theta_{t_k} \\ \cos \phi_{t_k} & -\sin \phi_{t_k} \cos \theta_{t_k} \\ 0 & \sin \theta_{t_k} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\mathbf{F}_{r_k}(\theta_{r_k}, \phi_{r_k}) = \begin{bmatrix} \cos \phi_{r_k} \cos \theta_{r_k} & -\sin \phi_{r_k} \\ \sin \phi_{r_k} \cos \theta_{r_k} & \cos \phi_{r_k} \\ -\sin \theta_{r_k} & 0 \\ -\sin \phi_{r_k} & -\cos \phi_{r_k} \cos \theta_{r_k} \\ \cos \phi_{r_k} & -\sin \phi_{r_k} \cos \theta_{r_k} \\ 0 & \sin \theta_{r_k} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{g}_{t_k}(\gamma_{t_k}, \eta_{t_k}) = \begin{bmatrix} \sin \gamma_{t_k} e^{j\eta_{t_k}} \\ \cos \gamma_{t_k} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\mathbf{g}_{r_k}(\gamma_{r_k}, \eta_{r_k}) = \begin{bmatrix} \sin \gamma_{r_k} e^{j\eta_{r_k}} \\ \cos \gamma_{r_k} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

于是, 根据矢量叉积算法, 归一化波印廷矢量可以表示为

$$\begin{bmatrix} u_{t_k} \\ v_{t_k} \\ w_{t_k} \end{bmatrix} \triangleq \frac{\mathbf{e}_{t_k}}{\|\mathbf{e}_{t_k}\|} \times \frac{\mathbf{h}_{t_k}^*}{\|\mathbf{h}_{t_k}\|} = \begin{bmatrix} \sin \theta_{t_k} \cos \phi_{t_k} \\ \sin \theta_{t_k} \sin \phi_{t_k} \\ \cos \theta_{t_k} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} u_{r_k} \\ v_{r_k} \\ w_{r_k} \end{bmatrix} \triangleq \frac{\mathbf{e}_{r_k}}{\|\mathbf{e}_{r_k}\|} \times \frac{\mathbf{h}_{r_k}^*}{\|\mathbf{h}_{r_k}\|} = \begin{bmatrix} \sin \theta_{r_k} \cos \phi_{r_k} \\ \sin \theta_{r_k} \sin \phi_{r_k} \\ \cos \theta_{r_k} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

因此, 从公式 (11) 和 (12) 可以看出, 如果能够得到归一化波印廷矢量, 那么就可以对发射俯仰角、发射方位角、接收俯仰角和接收方位角的角度参数进行提取. 并且, 从极化状态矢量中可以提取相应的极化状态角和极化相位差.

由于双基地 EMVS-MIMO 雷达发射信号波形和接收信号波形的正交性, 匹配滤波之后的阵列接收数据可以表示为^[19]

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= ((\mathbf{Q}_t \odot \mathbf{C}_t) \odot (\mathbf{Q}_r \odot \mathbf{C}_r)) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \\ &= (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \end{aligned} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{A}_t = [\mathbf{a}_{t1}, \mathbf{a}_{t2}, \dots, \mathbf{a}_{tK}]$ 和 $\mathbf{A}_r = [\mathbf{a}_{r1}, \mathbf{a}_{r2}, \dots, \mathbf{a}_{rK}]$ 分别表示发射导向向量矩阵和接收导向向量矩阵, $\mathbf{n}(t)$ 表示加性高斯白噪声矢量. 对于 L 个采样快拍, 总的阵列接收数据可以表示为

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r) \mathbf{S} + \mathbf{N}. \quad (14)$$

从公式 (14) 可以看出, 双基地 EMVS-MIMO 雷达的阵列接收数据满足多维张量结构, 如果直接对公式 (14) 进行协方差矩阵的求解, 则会破坏接

收数据的空时特性. 因此, 为了充分考虑发射阵列、接收阵列和采样快拍之间的内在联系, 这里采用张量结构来对阵列接收数据进行处理.

3 基于张量结构的 PARAFAC 算法

3.1 角度参数和极化参数联合估计

为了实现对阵列接收数据的张量求解, 这里首先给出 PARAFAC 分解的定义 [22]:

定义 1[PARAFAC 分解] 一个维度为 $M \times N \times L$ 的三阶张量 \mathbf{X} 的 PARAFAC 分解定义为

$$\mathbf{X}_{i,j,k} = \sum_{f=1}^F a_{i,f} b_{j,f} c_{k,f}, \quad (15)$$

其中, F 表示核数; $a_{i,f}$, $b_{j,f}$ 和 $c_{k,f}$ 分别表示加载矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times F}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{N \times F}$ 和 $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^{K \times F}$ 的第 (i, f) , (j, f) 和 (k, f) 个元素. 并且, 根据公式 (15), 对应于三阶张量 \mathbf{X} 的三个不同维度的联立方程可以进一步地表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{:,j,:} &= \mathbf{A} \mathbf{D}_j(\mathbf{B}) \mathbf{C}^T, \quad j = 1, 2, \dots, M, \\ \mathbf{X}_{:, :, k} &= \mathbf{B} \mathbf{D}_k(\mathbf{C}) \mathbf{A}^T, \quad k = 1, 2, \dots, K, \\ \mathbf{X}_{i, :, :} &= \mathbf{C} \mathbf{D}_i(\mathbf{A}) \mathbf{B}^T, \quad i = 1, 2, \dots, M, \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{D}_j(\mathbf{B})$, $\mathbf{D}_k(\mathbf{C})$ 和 $\mathbf{D}_i(\mathbf{A})$ 表示对角矩阵, 其对角线上的元素分别为加载矩阵 \mathbf{A} , \mathbf{B} 和 \mathbf{C} 的第 i , j 和 k 行的元素.

因此, 根据 PARAFAC 分解的定义, 公式 (14) 的阵列接收数据可以进一步地重新表示为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_t \mathbf{D}_1(\mathbf{A}_r) \\ \mathbf{A}_t \mathbf{D}_2(\mathbf{A}_r) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_t \mathbf{D}_{6N}(\mathbf{A}_r) \end{bmatrix} \mathbf{S} + \mathbf{N} \in \mathbb{C}^{36MN \times L}. \quad (17)$$

相应地, 关于 \mathbf{A}_t 和 \mathbf{A}_r 的联立方程可以表示为

$$\mathbf{Y}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r \mathbf{D}_1(\mathbf{S}) \\ \mathbf{A}_r \mathbf{D}_2(\mathbf{S}) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_r \mathbf{D}_L(\mathbf{S}) \end{bmatrix} \mathbf{A}_t^T + \mathbf{N}_t \in \mathbb{C}^{6NL \times 6M}, \quad (18)$$

$$\mathbf{Y}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{S}^T \mathbf{D}_1(\mathbf{A}_t) \\ \mathbf{S}^T \mathbf{D}_2(\mathbf{A}_t) \\ \vdots \\ \mathbf{S}^T \mathbf{D}_{6M}(\mathbf{A}_t) \end{bmatrix} \mathbf{A}_r^T + \mathbf{N}_r \in \mathbb{C}^{6ML \times 6N}. \quad (19)$$

为了实现对发射导向矢量矩阵 \mathbf{A}_t , 接收导向

矢量矩阵 \mathbf{A}_r 和信号矩阵 \mathbf{S} 的求解, 这里采用三线性迭代最小二乘算法. 根据公式 (17), (18) 和 (19), 关于 \mathbf{A}_t , \mathbf{A}_r 和 \mathbf{S} 的最小二乘估计可以表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{S}} & \|\mathbf{Y} - (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r) \mathbf{S}\|_F, \\ \min_{\mathbf{A}_t} & \|\mathbf{Y}_t - (\mathbf{A}_r \odot \mathbf{S}^T) \mathbf{A}_t^T\|_F, \\ \min_{\mathbf{A}_r} & \|\mathbf{Y}_r - (\mathbf{S}^T \odot \mathbf{A}_t) \mathbf{A}_r^T\|_F. \end{aligned} \quad (20)$$

令 $\tilde{\mathbf{A}}_r$, $\tilde{\mathbf{A}}_t$ 和 $\tilde{\mathbf{S}}$ 分别表示估计得到的加载矩阵, 则

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{S}} &= (\tilde{\mathbf{A}}_t \odot \tilde{\mathbf{A}}_r)^\dagger \mathbf{Y}, \\ \tilde{\mathbf{A}}_t^T &= (\tilde{\mathbf{A}}_r \odot \tilde{\mathbf{S}}^T)^\dagger \mathbf{Y}_t, \\ \tilde{\mathbf{A}}_r^T &= (\tilde{\mathbf{S}}^T \odot \tilde{\mathbf{A}}_t)^\dagger \mathbf{Y}_r. \end{aligned} \quad (21)$$

三线性迭代最小二乘算法的原理在于, 对于给定的 \mathbf{Y} , $\tilde{\mathbf{A}}_t$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}_r$, 利用最小二乘拟合求解 $\tilde{\mathbf{S}}$; 对于给定的 \mathbf{Y}_t , $\tilde{\mathbf{S}}$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}_r$, 利用最小二乘拟合求解 $\tilde{\mathbf{A}}_t$; 对于给定的 \mathbf{Y}_r , $\tilde{\mathbf{S}}$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}_t$, 利用最小二乘拟合求解 $\tilde{\mathbf{A}}_r$. 经过多次迭代求解, 能够得到最优的 $\tilde{\mathbf{S}}$, $\tilde{\mathbf{A}}_t$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}_r$. 在本文仿真中, 三线性迭代最小二乘的停止准则为达到所设置的迭代收敛次数或估计误差小于门限值, 迭代次数和门限值分别设置为 200 和 10^{-6} .

对于利用 PARAFAC-TALS 多次迭代得到的加载矩阵 $\tilde{\mathbf{S}}$, $\tilde{\mathbf{A}}_t$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}_r$, 其中的发射导向矢量矩阵和接收导向矢量矩阵是一一对应的. 这种一一对应关系意味着包含在 $\tilde{\mathbf{A}}_t$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}_r$ 中的 2D-DOD 和 2D-DOA 是自动配对的, 其自动参数配对特性是 PARAFAC 算法的固有特性. 因此, 本文所提的算法相比于文献 [19–21] 中的算法不需要进行构建额外的配对优化函数. 下面分别针对估计得到的发射导向矢量矩阵和接收导向矢量矩阵进行发射俯仰角、发射方位角、发射极化角、发射极化相位差和接收俯仰角、接收方位角、接收极化角、接收极化相位差的估计.

对于估计得到的发射导向矢量矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}_t$, 首先可以利用选择矩阵来实现对发射俯仰角 θ_{tk} , $k = 1, 2, \dots, K$ 的高精度参数估计. 定义如下的选择矩阵:

$$\begin{cases} \mathbf{J}_{t1} = [\mathbf{I}_{M_1-1} | \mathbf{0}_{(M-M_1+1) \times 1}], \\ \mathbf{J}_{t2} = [\mathbf{0}_{(M_1-1) \times 1} | \mathbf{I}_{M_1-1} | \mathbf{0}_{(M-M_1) \times 1}], \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} \mathbf{J}_{t3} = [\mathbf{0}_{(M_2-1) \times M_1} | \mathbf{I}_{M_2-1} | \mathbf{0}_{(M_2-1) \times 1}], \\ \mathbf{J}_{t4} = [\mathbf{0}_{(M_2-1) \times M_1} | \mathbf{0}_{(M_2-1) \times 1} | \mathbf{I}_{M_2-1}]. \end{cases} \quad (23)$$

因此, 发射俯仰角 $\theta_{t_k}, k = 1, 2, \dots, K$ 满足如下的旋转不变特性

$$(\mathbf{J}_{t1} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\mathbf{A}}_t = (\mathbf{J}_{t2} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\Phi}_{t1}(\theta_t), \quad (24)$$

$$(\mathbf{J}_{t3} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\mathbf{A}}_t = (\mathbf{J}_{t4} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\Phi}_{t2}(\theta_t), \quad (25)$$

其中,

$$\tilde{\Phi}_{t1}(\theta_t) = \text{diag} [e^{-j2\pi M_1 \sin \theta_{t1}}, e^{-j2\pi M_1 \sin \theta_{t2}}, \dots, e^{-j2\pi M_1 \sin \theta_{tK}}]$$

表示第一个稀疏子阵的旋转不变因子,

$$\tilde{\Phi}_{t2}(\theta_t) = \text{diag} [e^{-j2\pi M_2 \sin \theta_{t1}}, e^{-j2\pi M_2 \sin \theta_{t2}}, \dots, e^{-j2\pi M_2 \sin \theta_{tK}}]$$

表示第二个稀疏子阵的旋转不变因子. 于是, $\tilde{\Phi}_{t1}(\theta_t)$ 和 $\tilde{\Phi}_{t2}(\theta_t)$ 的估计可以表示为

$$\tilde{\Phi}_{t1}(\theta_t) = (\mathbf{J}_{t2} \otimes \mathbf{I}_6)^\dagger (\mathbf{J}_{t1} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\mathbf{A}}_t, \quad (26)$$

$$\tilde{\Phi}_{t2}(\theta_t) = (\mathbf{J}_{t4} \otimes \mathbf{I}_6)^\dagger (\mathbf{J}_{t3} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\mathbf{A}}_t. \quad (27)$$

进一步地, 估计得到的发射俯仰角的正弦值可以表示为

$$\tilde{\mu}_{t1k}^{\text{fine}} = \left(\frac{\angle \tilde{\Phi}_{t1}(\theta_t)_{(k,k)}}{2\pi M_1} \right), k = 1, 2, \dots, K, \quad (28)$$

$$\tilde{\mu}_{t2k}^{\text{fine}} = \left(\frac{\angle \tilde{\Phi}_{t2}(\theta_t)_{(k,k)}}{2\pi M_2} \right), k = 1, 2, \dots, K. \quad (29)$$

从公式 (28) 和 (29) 可以看出, 由于发射稀疏子阵的阵元间距大于半个波长, 所以上估计得到的发射俯仰角是高精度周期模糊的. 根据模糊周期与阵元间距的对应关系, 稀疏发射子阵 1 和稀疏发射子阵 2 的所有高精度稀疏模糊值可以表示为

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{t1k}^{\text{fine}, m_1} &= \tilde{\mu}_{t1k}^{\text{fine}} + m_1/M_1, \\ [(-1 - \tilde{\mu}_{t1k}^{\text{fine}}) M_1] &\leq m_1 \leq [(1 - \tilde{\mu}_{t1k}^{\text{fine}}) M_1], \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{t2k}^{\text{fine}, m_2} &= \tilde{\mu}_{t2k}^{\text{fine}} + m_2/M_2, \\ [(-1 - \tilde{\mu}_{t2k}^{\text{fine}}) M_2] &\leq m_2 \leq [(1 - \tilde{\mu}_{t2k}^{\text{fine}}) M_2]. \end{aligned} \quad (31)$$

因此, 为了得到高精度的无模糊发射俯仰角的正弦值, 对于

$$[(-1 - \tilde{\mu}_{t1k}^{\text{fine}}) M_1] \leq m_1 \leq [(1 - \tilde{\mu}_{t1k}^{\text{fine}}) M_1]$$

和

$$[(-1 - \tilde{\mu}_{t2k}^{\text{fine}}) M_2] \leq m_2 \leq [(1 - \tilde{\mu}_{t2k}^{\text{fine}}) M_2]$$

所对应的所有模糊值, 寻找满足如下约束的 $(\tilde{m}_1, \tilde{m}_2)$:

$$(\tilde{m}_1, \tilde{m}_2) = \arg \min_{(m_1, m_2)} \left| \tilde{\mu}_{t1k}^{\text{fine}, m_1} - \tilde{\mu}_{t2k}^{\text{fine}, m_2} \right|. \quad (32)$$

并且, 对于求得的 $(\tilde{m}_1, \tilde{m}_2)$, 最终的无模糊发射俯仰角的正弦值可以表示为

$$\tilde{\mu}_{t_k}^{\text{fine}} = \frac{\tilde{\mu}_{t1k}^{\text{fine}, \tilde{m}_1} + \tilde{\mu}_{t2k}^{\text{fine}, \tilde{m}_2}}{2}, k = 1, 2, \dots, K. \quad (33)$$

因此, 相应的高精度发射俯仰角可以被表示为

$$\tilde{\theta}_{t_k}^{\text{fine}} = \arcsin \left(\frac{\tilde{\mu}_{t_k}^{\text{fine}}}{2\pi} \right), k = 1, 2, \dots, K. \quad (34)$$

当利用解模糊算法得到所有目标的发射俯仰角之后, 可以利用矢量叉积算法来实现对归一化波印廷矢量的求解. 首先, 对于估计得到的发射导向矢量矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}_t$ 进行极化参数矩阵的提取. 于是, 发射的电磁矢量传感器阵列的空间响应 $\tilde{\mathbf{C}}_t(\theta_t, \phi_t, \gamma_t, \eta_t)$ 可以表示为

$$\begin{aligned} &[\tilde{\mathbf{c}}_t(\theta_{t1}, \phi_{t1}, \gamma_{t1}, \eta_{t1}), \dots, \tilde{\mathbf{c}}_t(\theta_{tK}, \phi_{tK}, \gamma_{tK}, \eta_{tK})] \\ &= \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left(\tilde{\mathbf{A}}_t(6m-5:6m, :) \tilde{\Phi}_t^{1-m}(\theta_t) \right), \end{aligned} \quad (35)$$

其中, $\tilde{\mathbf{A}}_t(6m-5:6m, :)$ 表示 $\tilde{\mathbf{A}}_t$ 的第 $6m-5$ 到 $6m$ 行的元素,

$$\tilde{\Phi}_t(\theta_t) = \text{diag} [\tilde{\Phi}_{t1}(\tilde{\theta}_t^{\text{fine}}), \tilde{\Phi}_{t2}(\tilde{\theta}_t^{\text{fine}})]$$

对应于已估计得到的发射稀疏阵列的旋转不变因子. 根据公式 (11), 发射 EMVS 阵列的归一化波印廷矢量可以表示为

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_{t_k} \\ \tilde{v}_{t_k} \\ \tilde{w}_{t_k} \end{bmatrix} \triangleq \frac{\tilde{\mathbf{e}}_{t_k}}{\|\tilde{\mathbf{e}}_{t_k}\|} \times \frac{\tilde{\mathbf{h}}_{t_k}^*}{\|\tilde{\mathbf{h}}_{t_k}\|} = \begin{bmatrix} \sin \tilde{\theta}_{t_k} \cos \tilde{\phi}_{t_k} \\ \sin \tilde{\theta}_{t_k} \sin \tilde{\phi}_{t_k} \\ \cos \tilde{\theta}_{t_k} \end{bmatrix}. \quad (36)$$

因此, 发射阵列的方位角 $\tilde{\phi}_{t_k}$ 可以表示为

$$\tilde{\phi}_{t_k} = \arctan \left(\frac{\tilde{v}_{t_k}}{\tilde{u}_{t_k}} \right), k = 1, 2, \dots, K. \quad (37)$$

在得到相应的发射方位角和发射俯仰角 $(\tilde{\theta}_{t_k}^{\text{fine}}, \tilde{\phi}_{t_k})$, $k = 1, 2, \dots, K$ 之后, 极化状态矢量可以通过如下方程得到

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{g}}_{t_k}(\tilde{\gamma}_{t_k}, \tilde{\eta}_{t_k}) &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{g}}_{1t_k} \\ \tilde{\mathbf{g}}_{2t_k} \end{bmatrix} = [\tilde{\mathbf{F}}(\tilde{\theta}_{t_k}^{\text{fine}}, \tilde{\phi}_{t_k})]^\dagger \tilde{\mathbf{C}}_t, \\ k &= 1, 2, \dots, K. \end{aligned} \quad (38)$$

相应地, 极化相位角和极化相位差 $(\tilde{\gamma}_{t_k}, \tilde{\eta}_{t_k})$,

$k = 1, 2, \dots, K$ 可以表示为

$$\begin{cases} \tilde{\gamma}_{t_k} = \arctan \left[\frac{\tilde{g}_{1t_k}}{\tilde{g}_{2t_k}} \right], \\ \tilde{\eta}_{t_k} = \angle \tilde{g}_{1t_k}. \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (39)$$

并且, 经过以上处理过程得到的发射角度估计参数和发射极化参数是自动配对的. 因此, 额外的参数配对过程也能够避免.

为了实现对接收角度参数和极化参数的联合估计, 下面针对估计得到的接收导向矢量矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}_r$ 进行处理. 首先, 为了得到高精度的接收俯仰角 $\theta_{r_k}, k = 1, 2, \dots, K$, 定义如下的选择矩阵:

$$\begin{cases} \mathbf{J}_{r1} = [\mathbf{I}_{N_1-1} | \mathbf{0}_{(N-N_1+1) \times 1}], \\ \mathbf{J}_{r2} = [\mathbf{0}_{(N_1-1) \times 1} | \mathbf{I}_{N_1-1} | \mathbf{0}_{(N-N_1) \times 1}], \end{cases} \quad (40)$$

$$\begin{cases} \mathbf{J}_{r3} = [\mathbf{0}_{(N_2-1) \times N_1} | \mathbf{I}_{N_2-1} | \mathbf{0}_{(N_2-1) \times 1}], \\ \mathbf{J}_{r4} = [\mathbf{0}_{(N_2-1) \times N_1} | \mathbf{0}_{(N_2-1) \times 1} | \mathbf{I}_{N_2-1}]. \end{cases} \quad (41)$$

从而可以得到满足如下旋转不变特性的接收俯仰角 $\theta_{r_k}, k = 1, 2, \dots, K$.

$$(\mathbf{J}_{r1} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\mathbf{A}}_r = (\mathbf{J}_{r2} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\Phi}_{r1}(\theta_r), \quad (42)$$

$$(\mathbf{J}_{r3} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\mathbf{A}}_r = (\mathbf{J}_{r4} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\Phi}_{r2}(\theta_r), \quad (43)$$

其中,

$$\tilde{\Phi}_{r1}(\theta_r) = \text{diag} [e^{-j2\pi N_1 \sin \theta_{r1}}, e^{-j2\pi N_1 \sin \theta_{r2}}, \dots, e^{-j2\pi N_1 \sin \theta_{rK}}]$$

和

$$\tilde{\Phi}_{r2}(\theta_r) = \text{diag} [e^{-j2\pi M_2 \sin \theta_{r1}}, e^{-j2\pi M_2 \sin \theta_{r2}}, \dots, e^{-j2\pi M_2 \sin \theta_{rK}}]$$

分别表示接收阵列的第一个稀疏子阵和接收阵列的第二个稀疏子阵的旋转不变因子. 因此, $\tilde{\Phi}_{r1}(\theta_r)$ 和 $\tilde{\Phi}_{r2}(\theta_r)$ 的估计可以被表示为

$$\tilde{\Phi}_{r1}(\theta_r) = (\mathbf{J}_{r2} \otimes \mathbf{I}_6)^\dagger (\mathbf{J}_{r1} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\mathbf{A}}_r, \quad (44)$$

$$\tilde{\Phi}_{r2}(\theta_r) = (\mathbf{J}_{r4} \otimes \mathbf{I}_6)^\dagger (\mathbf{J}_{r3} \otimes \mathbf{I}_6) \tilde{\mathbf{A}}_r. \quad (45)$$

进一步地, 估计得到的高精度接收俯仰角的正弦值可以表示为

$$\tilde{\mu}_{r1k}^{\text{fine}} = \left(\frac{\angle \tilde{\Phi}_{r1}(\theta_r)_{(k,k)}}{2\pi N_1} \right), \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (46)$$

$$\tilde{\mu}_{r2k}^{\text{fine}} = \left(\frac{\angle \tilde{\Phi}_{r2}(\theta_r)_{(k,k)}}{2\pi N_2} \right), \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (47)$$

同样地, 由于接收稀疏子阵的阵元间距大于半

个波长, 所以根据公式 (46) 和 (47) 得到的高精度发射俯仰角满足周期模糊特性, 且针对稀疏子阵 1 和稀疏子阵 2 的所有的高精度稀疏模糊值可以表示为

$$\tilde{\mu}_{r1k}^{\text{fine}, n_1} = \tilde{\mu}_{r1k}^{\text{fine}} + n_1/N_1,$$

$$\lceil (-1 - \tilde{\mu}_{r1k}^{\text{fine}}) N_1 \rceil \leq n_1 \leq \lfloor (1 - \tilde{\mu}_{r1k}^{\text{fine}}) N_1 \rfloor, \quad (48)$$

$$\tilde{\mu}_{r2k}^{\text{fine}, n_2} = \tilde{\mu}_{r2k}^{\text{fine}} + n_2/N_2,$$

$$\lceil (-1 - \tilde{\mu}_{r2k}^{\text{fine}}) N_2 \rceil \leq n_2 \leq \lfloor (1 - \tilde{\mu}_{r2k}^{\text{fine}}) N_2 \rfloor. \quad (49)$$

因此, 为了解决以上稀疏阵列接收俯仰角的模糊问题, 对于

$$\lceil (-1 - \tilde{\mu}_{r1k}^{\text{fine}}) N_1 \rceil \leq n_1 \leq \lfloor (1 - \tilde{\mu}_{r1k}^{\text{fine}}) N_1 \rfloor$$

和

$$\lceil (-1 - \tilde{\mu}_{r2k}^{\text{fine}}) N_2 \rceil \leq n_2 \leq \lfloor (1 - \tilde{\mu}_{r2k}^{\text{fine}}) N_2 \rfloor$$

所对应的所有模糊值, 寻找满足如下约束的 $(\tilde{n}_1, \tilde{n}_2)$:

$$(\tilde{n}_1, \tilde{n}_2) = \arg \min_{(n_1, n_2)} \left| \tilde{\mu}_{r1k}^{\text{fine}, n_1} - \tilde{\mu}_{r2k}^{\text{fine}, n_2} \right|. \quad (50)$$

针对得到的满足如上条件约束的 $(\tilde{n}_1, \tilde{n}_2)$, 高精度无模糊的接收俯仰角的正弦值可以表示为

$$\tilde{\mu}_{r_k}^{\text{fine}} = \frac{\tilde{\mu}_{r1k}^{\text{fine}, \tilde{n}_1} + \tilde{\mu}_{r2k}^{\text{fine}, \tilde{n}_2}}{2}, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (51)$$

最终, 相应的高精度接收俯仰角为

$$\tilde{\theta}_{r_k}^{\text{fine}} = \arcsin \left(\frac{\tilde{\mu}_{r_k}^{\text{fine}}}{2\pi} \right), \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (52)$$

当得到所有的接收俯仰角之后, 接收阵列的电磁矢量传感器的空间响应 $\tilde{\mathbf{C}}_r(\theta_r, \phi_r, \gamma_r, \eta_r)$ 可以表示为

$$\begin{aligned} & [\tilde{\mathbf{c}}_r(\theta_{r1}, \phi_{r1}, \gamma_{r1}, \eta_{r1}), \dots, \tilde{\mathbf{c}}_r(\theta_{rK}, \phi_{rK}, \gamma_{rK}, \eta_{rK})] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\tilde{\mathbf{A}}_r(6n-5:6n, :) \tilde{\Phi}_r^{1-n}(\theta_r) \right), \end{aligned} \quad (53)$$

其中, $\tilde{\mathbf{A}}_r(6n-5:6n, :)$ 表示 $\tilde{\mathbf{A}}_r$ 的第 $6n-5$ 到 $6n$ 行的元素, $\tilde{\Phi}_r(\theta_r) = \text{diag} [\tilde{\Phi}_{r1}(\tilde{\theta}_r^{\text{fine}}), \tilde{\Phi}_{r2}(\tilde{\theta}_r^{\text{fine}})]$ 对应于已估计得到的接收稀疏阵列的旋转不变因子. 根据公式 (12), 接收 EMVS 阵列的归一化波印廷矢量可以表示为

$$\begin{bmatrix} \tilde{u}_{r_k} \\ \tilde{v}_{r_k} \\ \tilde{w}_{r_k} \end{bmatrix} \triangleq \frac{\tilde{\mathbf{e}}_{r_k}}{\|\tilde{\mathbf{e}}_{r_k}\|} \times \frac{\tilde{\mathbf{h}}_{r_k}^*}{\|\tilde{\mathbf{h}}_{r_k}\|} = \begin{bmatrix} \sin \tilde{\theta}_{r_k} \cos \tilde{\phi}_{r_k} \\ \sin \tilde{\theta}_{r_k} \sin \tilde{\phi}_{r_k} \\ \cos \tilde{\theta}_{r_k} \end{bmatrix}. \quad (54)$$

相应地, 接收阵列的方位角 $\tilde{\phi}_{r_k}$ 可以表示为

$$\tilde{\phi}_{r_k} = \arctan\left(\frac{\tilde{v}_{r_k}}{\tilde{u}_{r_k}}\right), k = 1, 2, \dots, K. \quad (55)$$

在得到相应的接收方位角和接收俯仰角 $(\tilde{\theta}_{r_k}^{\text{fine}}, \tilde{\phi}_{r_k})$, $k = 1, 2, \dots, K$ 之后, 接收阵列的极化状态矢量可以通过如下方程得到:

$$\tilde{\mathbf{g}}_{r_k}(\tilde{\gamma}_{r_k}, \tilde{\eta}_{r_k}) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{g}}_{1r_k} \\ \tilde{\mathbf{g}}_{2r_k} \end{bmatrix} = \left[\tilde{\mathbf{F}}(\tilde{\theta}_{r_k}^{\text{fine}}, \tilde{\phi}_{r_k}) \right]^\dagger \tilde{\mathbf{C}}_r, \quad (56)$$

$$k = 1, 2, \dots, K.$$

因此, 接收阵列的极化相位角和极化相位差 $(\tilde{\gamma}_{r_k}, \tilde{\eta}_{r_k})$, $k = 1, 2, \dots, K$ 可以表示为

$$\begin{cases} \tilde{\gamma}_{r_k} = \arctan\left[\frac{\tilde{\mathbf{g}}_{1r_k}}{\tilde{\mathbf{g}}_{2r_k}}\right], k = 1, 2, \dots, K, \\ \tilde{\eta}_{r_k} = \angle \tilde{\mathbf{g}}_{1r_k}. \end{cases} \quad (57)$$

最终, 经过以上的算法处理, 得到的对应于发射 EMVS 阵列和接收 EMVS 阵列的发射俯仰角、发射方位角、发射极化角、发射极化相位差和接收俯仰角、接收方位角、接收极化角、接收极化相位差能够保证良好的估计精度. 因此, 所提出的算法充分利用了稀疏阵列的孔径扩展能力以及 PARAFAC-TALS 的自动参数配对特性.

3.2 克拉美罗界 (Cramer-Rao Bound) 以及计算复杂度分析

为了实现对所提算法性能的评价, 这里给出相应的 CRB 下界限以及所提算法的计算复杂度. CRB 表示参数无偏估计的下界, 在衡量参数估计性能中具有重要的意义. 对应于发射阵列和接收阵列需要估计的四维参数分别为 $(\theta_t, \phi_t, \gamma_t, \eta_t)$ 和 $(\theta_r, \phi_r, \gamma_r, \eta_r)$, 根据文献 [23], 关于四维发射参数和四维接收参数的随机 CRB 可以表示为

$$\text{CRB} = \frac{\sigma^2}{2L} \left[\text{real} \left(\left(\mathbf{D}^H \mathbf{\Pi}_A^\perp \mathbf{D} \right) \oplus \left(\mathbf{R}_s \otimes \mathbf{1}_{8 \times 8} \right) \right) \right]^{-1}, \quad (58)$$

其中, $\mathbf{A} = (\mathbf{A}_t \odot \mathbf{A}_r)$ 表示双基地 EMVS-MIMO 雷达的联合发射接收矩阵, $\mathbf{\Pi}_A^\perp = \mathbf{I}_{36MN} - \mathbf{A}\mathbf{A}^\dagger$ 表示矩阵 \mathbf{A} 的投影矩阵, \oplus 表示 Hadamard 乘积, \mathbf{R}_s 表示多快拍信号协方差矩阵, $\mathbf{1}_{8 \times 8}$ 表示维度为 8×8 的全 1 矩阵. \mathbf{D} 表示联合发射接收矩阵 \mathbf{A} 对四维发射参数 $(\theta_t, \phi_t, \gamma_t, \eta_t)$ 和四维接收参数 $(\theta_r, \phi_r, \gamma_r, \eta_r)$ 的联合导数矢量矩阵, 其具体形式如下:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta_t}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \phi_t}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta_r}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \phi_r}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \gamma_t}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \eta_t}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \gamma_r}, \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \eta_r} \end{bmatrix}, \quad (59)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta_t} = \frac{\partial \mathbf{Q}_t}{\partial \theta_t} \odot \mathbf{C}_t \odot \mathbf{Q}_r \odot \mathbf{C}_r + \mathbf{Q}_t \odot \frac{\partial \mathbf{C}_t}{\partial \theta_t} \odot \mathbf{Q}_r \odot \mathbf{C}_r, \quad (60)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \phi_t} = \mathbf{Q}_t \odot \frac{\partial \mathbf{C}_t}{\partial \phi_t} \odot \mathbf{Q}_r \odot \mathbf{C}_r, \quad (61)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta_r} = \mathbf{Q}_t \odot \mathbf{C}_t \odot \frac{\partial \mathbf{Q}_r}{\partial \theta_r} \odot \mathbf{C}_r + \mathbf{Q}_t \odot \mathbf{C}_t \odot \mathbf{Q}_r \odot \frac{\partial \mathbf{C}_r}{\partial \theta_r}, \quad (62)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \phi_r} = \mathbf{Q}_t \odot \mathbf{C}_t \odot \mathbf{Q}_r \odot \frac{\partial \mathbf{C}_r}{\partial \phi_r}, \quad (63)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \gamma_t} = \mathbf{Q}_t \odot \frac{\partial \mathbf{C}_t}{\partial \gamma_t} \odot \mathbf{Q}_r \odot \mathbf{C}_r, \quad (64)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \eta_t} = \mathbf{Q}_t \odot \frac{\partial \mathbf{C}_t}{\partial \eta_t} \odot \mathbf{Q}_r \odot \mathbf{C}_r, \quad (65)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \gamma_r} = \mathbf{Q}_t \odot \mathbf{C}_t \odot \mathbf{Q}_r \odot \frac{\partial \mathbf{C}_r}{\partial \gamma_r}, \quad (66)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \eta_r} = \mathbf{Q}_t \odot \mathbf{C}_t \odot \mathbf{Q}_r \odot \frac{\partial \mathbf{C}_r}{\partial \eta_r}. \quad (67)$$

因此, 通过以上详细推导, 可以得到相应的 CRB 表达式. 为了进一步验证算法的性能, 所提算法的计算复杂度如表 1 所示. 同时为了对比, 表 1 中也列出了文献 [19] 中的 ESPRIT-Like 算法、文献 [20] 中的 PM-Like 算法和文献 [21] 中 Tensor 子空间算法的计算复杂度. 四种算法的仿真软件平台为 MATLAB R2018a, 硬件平台为 Lenovo ThinkPad X1 Carbon 笔记本, 其处理器为 Intel Core i7-6500U, CPU 为 2.5 GHz, 电脑内存为 8 GB. 在进行时间统计时, 信噪比设置为 10 dB, 快拍数为 100. 运行时间能够实现对各算法计算复杂度的直观对比. 从表 1 中给出的各算法的平均运行时间可以看出, 相比于其他算法, 本文算法具有较低的计算复杂度. 如图 2 所示, 进一步考虑 10 元发射阵列和 10 元接收阵列条件下, 目标数 $K = 3$ 时, 各种不同算法的计算复杂度随快拍数 L 的变化关系. 从图 2 也可以看出, 所提算法相比于 ESPRIT-Like 算法、PM-Like 算法和 Tensor 子空间算法具有较低的计算复杂度. Tensor 子空间算法由于需要对四维矩阵进行奇异值分解, 因此在四种算法中具有最高的计算复杂度.

表 1 不同算法的计算复杂度对比

Table 1. Computational complexity comparison of different methods.

算法类型	计算复杂度	计算时间/s
ESPRIT-Like算法 [19]	$o((6M)^2(6N)^2L + (6M)^3(6N)^3 + 2K^26(N + M - 2) + 6K^3 + 7(M + N)K^2 + 12K + 36MN(36MN - K) + (36MN - K)K^2)$	28.332
PM-Like算法 [20]	$o((6M)^2(6N)^2L + 72MKNK^2 + 2K^26(N + M - 2) + 6K^3 + 7(M + N)K^2 + 12K + 36MN(36MN - K) + (36MN - K)K^2)$	2.0698
Tensor子空间算法 [21]	$o((6M)^2(6N)^2L + 4(6M)^3(6N)^3 + 2K^26(N + M - 2) + 6K^3 + 7(M + N)K^2 + 12K + 36MN(36MN - K) + (36MN - K)K^2)$	109.880
所提算法	$o(\kappa(3K^3 + 108MNKL + 3K^2) + \kappa(3K^2(36MN + 6NL + 6ML)) + 2K^26(N + M - 2) + 6K^3 + 7(M + N)K^2 + 12K)$	0.5684

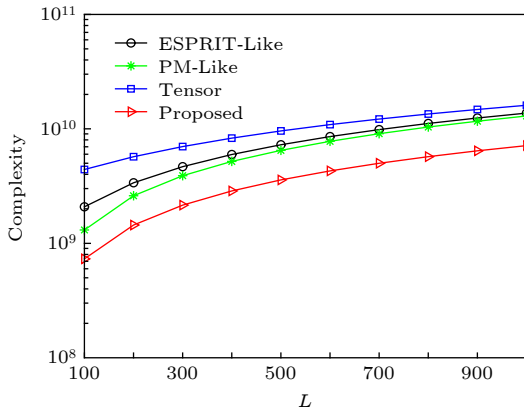


图 2 不同算法的计算复杂度随快拍数的变化

Fig. 2. Comparison of computational complexity versus different snapshots number.

4 仿真实验

为了验证所提算法的有效性,下面通过不同的仿真实验来开展所提算法与文献 [19] 中的 ESPRIT-Like 算法、文献 [20] 中的 PM-Like 算法和文献 [21] 中 Tensor 子空间算法的性能对比. 如图 1 所示,发射阵列和接收阵列均采用稀疏 EMVS 阵列. 其中,发射阵元个数 $M = 10 (M_1 = 3, M_2 = 7)$,接收阵元个数 $N = 10 (N_1 = 3, N_2 = 7)$. 并且,为了实现算法的有效对比,利用 ESPRIT-Like 算法、PM-Like 算法和 Tensor 子空间算法进行参数估计时仍然采用文献 [19–21] 中使用的均匀半波长 EMVS 阵列,并设置相同的发射阵元数和接收阵元数. 假设入射目标的个数 $K = 3$,并且各个信号之间相互独立,相应的发射俯仰角、发射方位角、发射极化角、发射极化相位差和接收俯仰角、接收方位角、接收极化角、接收极化相位差如表 2 所示. 其中表 2 中的第一个参数对应发射 EMVS 阵列,第二个参

数对应接收 EMVS 阵列. 噪声设置为相互独立的零均值加性高斯白噪声,并且信号和噪声之间相互独立.

表 2 目标回波参数表

Table 2. Parameters of target signals.

目标	方位角 $\theta/(^\circ)$	俯仰角 $\phi/(^\circ)$	极化角 $\gamma/(^\circ)$	极化相位差 $\eta/(^\circ)$
1	40/24	15/21	10/42	38/17
2	20/38	25/32	22/33	48/27
3	30/16	35/55	45/60	56/39

4.1 算法的角度参数自动配对特性

首先,通过星座图来验证所提算法的角度参数自动配对的有效性. 在仿真中,快拍数 L 设置为 200,信噪比设置为 10 dB. 利用 100 次蒙特卡洛仿真实验结果来绘制如图 3 所示的星座图. 从图 3(a) 和图 3(b) 可以看出,所提出的 PARAFAC-TALS 算法能够实现 2D-DOD 和 2D-DOA 的自动参数配对;从图 3(c) 到图 3(f) 可以看出,所提出的 PARAFAC-TALS 算法也能够实现发射阵列四维参数和接收阵列四维参数的自动角度配对. 因此,所提算法的自动参数配对性能得到了有效的验证.

4.2 信噪比对算法的影响

下面进一步验证信噪比对算法性能的影响,其入射信号个数和快拍数与第一个实验相同. 信噪比的变化范围为 -10 dB 到 30 dB,变化的步长为 5 dB. 在每个信噪比条件下蒙特卡洛仿真实验次数为 200. 均方误差的定义为 $RMSE = \sqrt{\frac{1}{KI} \sum_{i=1}^I \|\tilde{\vartheta} - \vartheta\|^2}$,

其中 $\tilde{\vartheta}$ 表示估计得到的角度或极化参数, ϑ 表示真

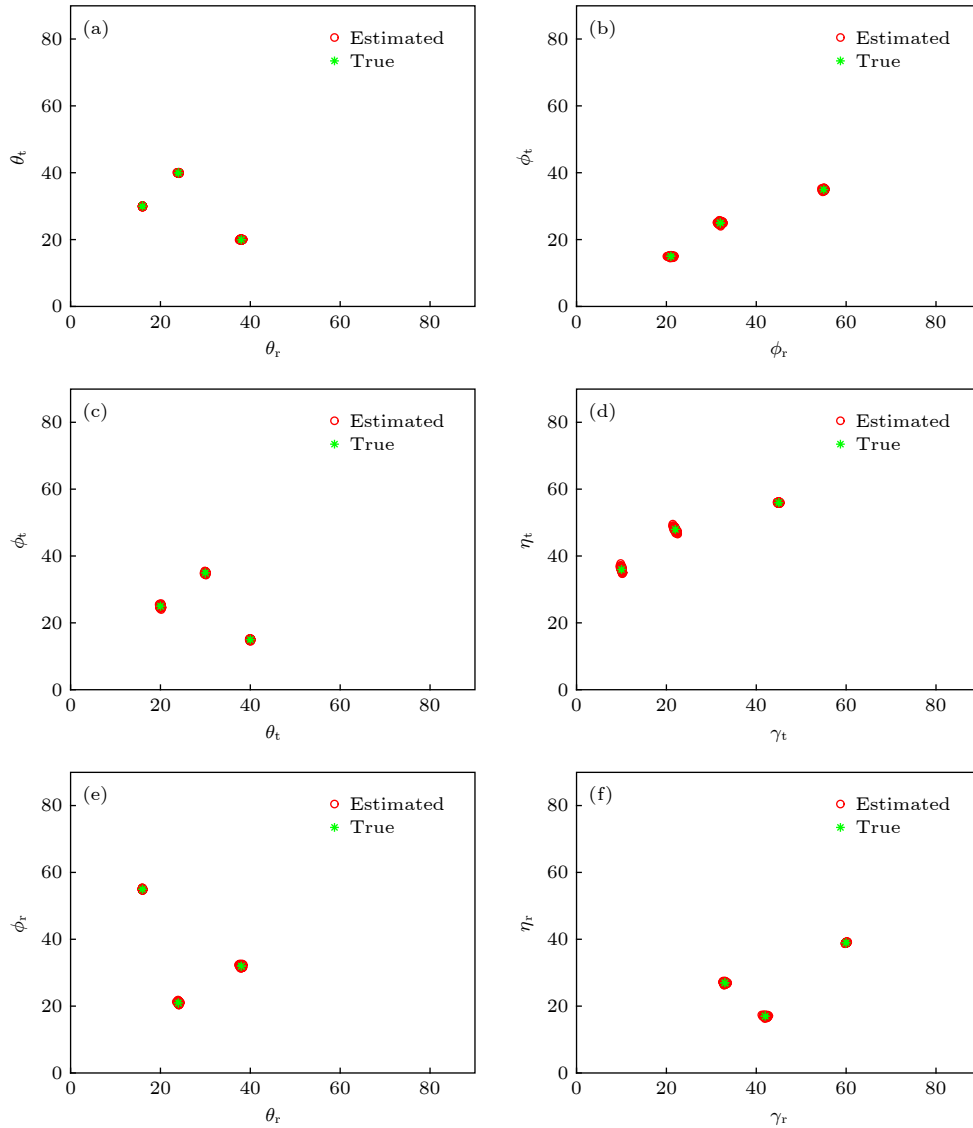


图 3 所提算法角度参数和极化参数估计星座图 (a) 发射俯仰角和接收俯仰角; (b) 发射方位角和接收方位角; (c) 发射俯仰角和发射方位角; (d) 发射极化角和极化相位差; (e) 接收俯仰角和接收方位角; (f) 接收极化角和极化相位差

Fig. 3. Scatter plot of the angle parameters and polarization parameters by using the proposed method: (a) Scatter plot of the transmit elevation angle and receive elevation angle; (b) scatter plot of the transmit azimuth angle and receive azimuth angle; (c) scatter plot of the transmit elevation angle and azimuth angle; (d) scatter plot of the transmit polarization angle and polarization phase difference; (e) scatter plot of the receive elevation angle and azimuth angle; (f) scatter plot of the receive polarization angle and polarization phase difference.

实的角度或极化参数, I 表示蒙特卡洛仿真实验次数. 同时, 也给出了相应的检测成功概率曲线. 本文中检测成功概率的准则和文献 [20,21] 中给出的准则一致. 从图 4(a) 可以看出, 相比于 ESPRIT-Like 算法、PM-Like 算法和 Tensor 子空间算法, 所提算法具有最好的均方误差估计性能, 其中的下标 d 表示角度参数, 下标 p 表示极化参数. 从图 4(b) 可以看出, 所提算法的角度参数检测成功概率和极化参数检测成功概率均好于其他三种算法, 且检测概率基本上接近于 1.

4.3 快拍数对算法的影响

为了评价采样快拍数对所提算法性能的影响, 入射信号个数和信噪比与第一个仿真实验相同. 快拍数的变化范围为 100 – 1000, 变化的步长为 100. 在每个信噪比条件下蒙特卡洛仿真实验次数为 200. 同时检测成功概率随快拍数的变化如图 5(b) 所示. 从图 5 可以看出, 本文所提算法的性能随快拍数的增加表现出优良的估计精度和检测概率. 并且在快拍数比较小的情况下, 所提出的算法仍然能够得到满意的估计性能.

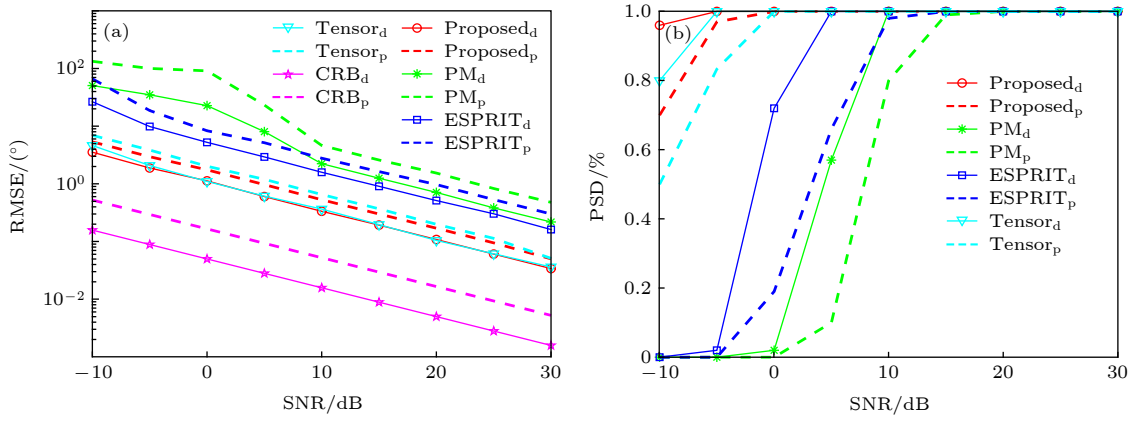


图 4 信噪比对算法的影响 (a) 均方误差随信噪比的变化; (b) 检测概率随信噪比的变化

Fig. 4. The effect of the SNR for different methods: (a) Curves of RMSE versus SNR; (b) curves of PSD versus SNR.

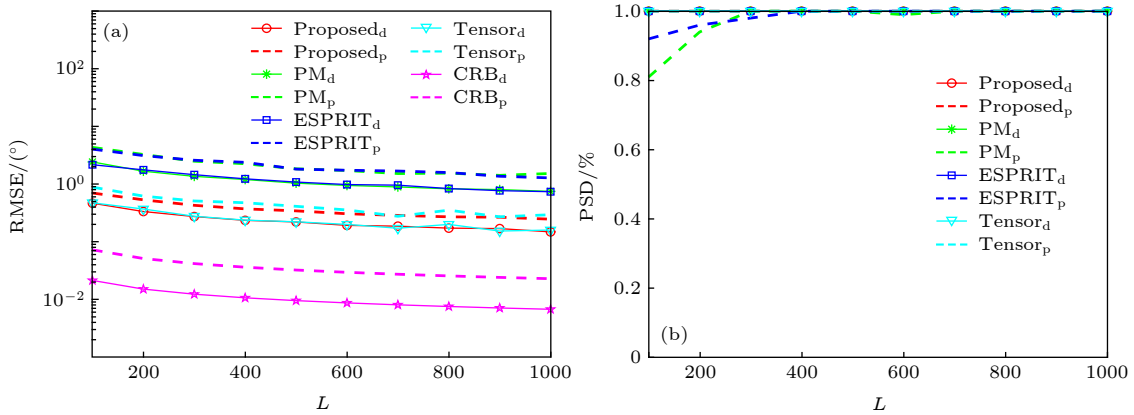


图 5 快拍数对算法的影响 (a) 均方误差随快拍数的变化; (b) 检测概率随快拍数的变化

Fig. 5. The effect of the snapshot for different methods: (a) Curves of RMSE versus snapshot; (b) curves of PSD versus snapshot.

4.4 角度分辨率分析

为了进一步验证所提算法的角度分辨率性能, 这里考虑两个相邻目标. 第一个目标的发射四维参数和接收四维参数分别为 $(\theta_{t_1}, \phi_{t_1}, \gamma_{t_1}, \eta_{t_1}) = (40^\circ, 15^\circ, 10^\circ, 36^\circ)$ 和 $(\theta_{r_1}, \phi_{r_1}, \gamma_{r_1}, \eta_{r_1}) = (24^\circ, 21^\circ, 42^\circ,$

$17^\circ)$, 第二个目标的发射四维参数和接收四维参数分别为 $(\theta_{t_2}, \phi_{t_2}, \gamma_{t_2}, \eta_{t_2}) = (40^\circ + \Delta, 15^\circ + \Delta, 10^\circ + \Delta, 36^\circ + \Delta)$ 和 $(\theta_{r_2}, \phi_{r_2}, \gamma_{r_2}, \eta_{r_2}) = (24^\circ + \Delta, 21^\circ + \Delta, 42^\circ + \Delta, 17^\circ + \Delta)$. 其中 Δ 的变化范围为 $1^\circ - 10^\circ$, 步长为 1° . 快拍数为 200, 信噪比为 10 dB, 每次角度间隔下的蒙特卡洛仿真实验次数为 200. 从图 6

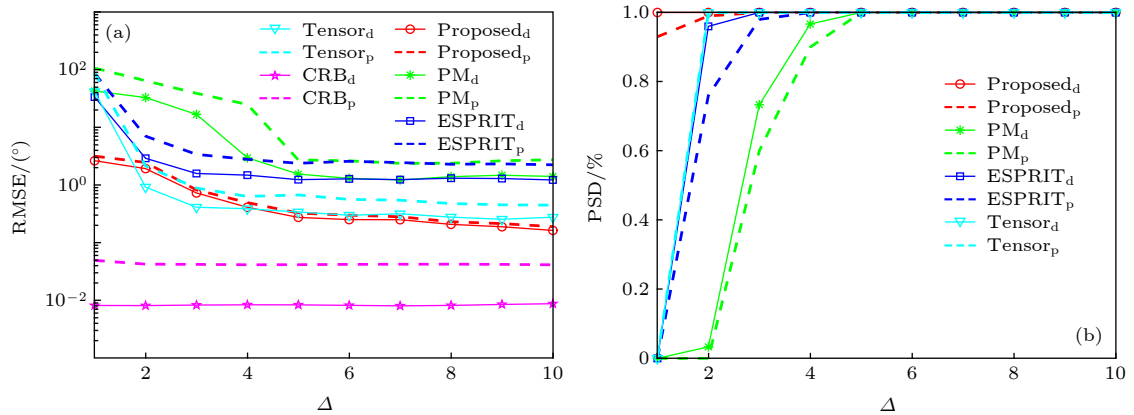


图 6 不同算法的目标分辨力比较 (a) 均方误差随角度间隔的变化; (b) 检测概率随角度间隔的变化

Fig. 6. Comparison of target resolution ability of different methods: (a) curves of RMSE versus angular separation; (b) curves of PSD versus angular separation.

可以看出, 本文所提算法具有较好的角度分辨性能. 因此, 对于相邻目标也能实现精确估计.

5 结 论

本文的主要工作在于提出了一种新型稀疏双基地 EMVS-MIMO 雷达系统, 有效地解决了双基地 EMVS-MIMO 雷达的阵列孔径扩展问题. 同时利用平行因子-三线性分解算法解决了当前双基地 EMVS-MIMO 雷达所面临的 2D-DOD 和 2D-DOA 的角度参数配对问题. 本文利用稀疏发射 EMVS 阵列和稀疏接收 EMVS 阵列来构建针对于发射俯仰角和接收俯仰角的旋转不变关系, 从而实现了高精度的角度参数求解. 同时利用估计得到的发射导向矢量矩阵和接收导向矢量矩阵, 使得相应的方位角, 极化角和极化相位差可以通过归一化波印廷矢量来求解. 相比于 ESPRIT-Like 算法、PM-Like 算法和 Tensor 子空间算法, 所提出的算法能够避免高维矩阵奇异值的分解以及角度参数配对过程中的高维谱峰搜索过程, 因此, 所提算法具有较低的计算复杂度. 且通过仿真实验可以发现, 本文所提算法在降低计算复杂度的同时能够实现较高的参数估计精度和角度分辨率. 在接下来的研究中, 为了进一步提升双基地 EMVS-MIMO 雷达的角度参数和极化参数估计性能, 将主要围绕设计灵活的稀疏发射 EMVS 阵列和稀疏接收 EMVS 阵列来展开.

参考文献

- [1] Wang X P, Wang L Y, Li X M, Bi G A 2017 *Signal Process.* **135** 147
- [2] Wang X P, Wan L T, Huang M X, Shen C, Zhang K 2019 *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.* **13** 1001
- [3] Xie Q P, Pan X Y, Huang M, Chen J Y, Xiao S P 2019 *IEEE Access* **7** 107805
- [4] Li J, Stoica P 2007 *IEEE Signal Process. Mag.* **5** 106
- [5] Zhang X F, Xu L Y, Xu L, Xu D Z 2010 *IEEE Commun. Lett.* **14** 1161
- [6] Zhang X F, Xu D Z 2010 *Electron. Lett.* **12** 860
- [7] Chen D F, Chen B X, Qin G D 2008 *Electron. Lett.* **44** 770
- [8] Chen J L, Gu H, Song W M 2008 *Electron. Lett.* **44** 1422
- [9] Bencheikh M L, Wang Y D, He H Y 2010 *Signal Process.* **90** 2723
- [10] Xia T Q 2015 *Signal Process.* **108** 159
- [11] Xia T Q 2015 *Signal Process.* **116** 7
- [12] Wang X P, Wang W, Liu J, Liu Q, Wang B 2015 *Signal Process.* **116** 152
- [13] Wen F Q, Xiong X D, Su J, Zhang Z J 2017 *Signal Process.* **134** 261
- [14] Xu B Q, Zhao Y B 2019 *Signal Process.* **157** 88
- [15] Li L, Younan N H, Shi X F 2019 *Sensors* **19** 1
- [16] Chen J L, Zhou Q G, Li J Q, Zhu Y P 2019 *IET Radar Sonar Navigat.* **13** 1180
- [17] Chen J L, Zhang T X, Li J Q, Chen X 2019 *IEEE Sensors J.* **19** 5384
- [18] Wong K T, Zoltowski M D 1997 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **45** 1467
- [19] Chintagunta S, Ponnusamy P 2018 *Signal Process.* **147** 163
- [20] Liu T T, Wen F Q, Shi J P, Gong Z H, Xu H 2019 *IEEE Access* **7** 120533
- [21] Mao C X, Shi J P, Wen F Q 2019 *IEEE Access* **7** 163119
- [22] Sidiropoulos N D, Bro R, Giannakis G B 2000 *IEEE Trans. Signal Process.* **48** 2377
- [23] Stoica P, Nehorai A 1989 *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* **37** 720

Efficient angle and polarization parameter estimation for electromagnetic vector sensors multiple-input multiple-output radar by using sparse array*

Xie Qian-Peng Pan Xiao-Yi[†] Chen Ji-Yuan Xiao Shun-Ping

(State Key Laboratory of Complex Electromagnetic Environment Effects on Electronics and Information System,

National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 15 December 2019; revised manuscript received 2 February 2020)

Abstract

In this paper, a new sparse transmitting and receiving array is designed to improve the joint angle and polarization parameter estimation performance for bistatic electromagnetic vector sensors Multiple-Input Multiple-Output radar. Firstly, large array aperture can be obtained with the aid of the sparse transmitting and receiving array. Then, an effective third-order tensor model is constructed in order to make full use of the multidimensional space-time characteristics of output data after matching filtering. And, the Parallel Factor trilinear alternating least square algorithm is proposed to deal with the constructed third-order tensor model, which can yield closed-form automatically paired two dimensional Direction of Departure and two dimensional Direction of Departure estimation without additional angle pair matching process. Furthermore, two sets of high accuracy rotation invariance relationships corresponding to transmit elevation angle and receive elevation angle can be achieved by using the estimated transmit steering vector matrix and receive steering vector matrix. After the accuracy transmit elevation angle and receive angle are obtained, the corresponding transmitting and receiving azimuth angle, polarization angle and polarization phase difference can be accurately estimated by using the vector-cross-product algorithm. Compared with existing algorithms, the proposed algorithm can avoid high dimensional eigenvalue decomposition and additional parameter matching process. Moreover, the high estimation performance of the proposed can be further guaranteed by using the designed sparse array. Finally, simulation results demonstrate the effectiveness and superiority of the proposed method in terms of estimation accuracy and angle resolution.

Keywords: sparse array, bistatic electromagnetic vector sensors multiple-input multiple-output radar, parallel factor trilinear alternating least square, joint parameter estimation

PACS: 43.60.Jn, 43.60.Cg, 84.40.Xb

DOI: [10.7498/aps.69.20191895](https://doi.org/10.7498/aps.69.20191895)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61701507, 61890542, 61890540).

[†] Corresponding author. E-mail: mrpanxy@nudt.edu.cn