

腔光子-自旋波量子耦合系统中 各向异性奇异点的实验研究*

张高见 王逸璞[†]

(浙江大学, 浙江省量子技术与器件重点实验室, 杭州 310027)

(2019年10月25日收到; 2019年12月13日收到修改稿)

通过耦合三维微波腔中光子和腔内钇铁石榴石单晶小球中的自旋波量子形成腔-自旋波量子的耦合系统, 并通过精确调节系统参数在该实验系统中观测到各向异性奇异点. 奇异点对应于非厄米系统中一种特殊状态, 在奇异点处, 耦合系统的本征值和本征矢均简并, 并且往往伴随着非平庸的物理性质. 以往大量研究主要集中在各向同性奇异点的范畴, 它的特征是在系统参数空间中沿着不同参数坐标趋近该奇异点时具有相同的函数关系. 在这篇文章中, 主要介绍实验上在腔光子-自旋波量子耦合系统中通过调节系统的耦合强度和腔的耗散衰减系数两条趋近奇异点的路径而实现了各向异性奇异点, 具体分别对应于在趋近奇异点时, 本征值的虚部的变化与耦合强度和腔的衰减系数的变化会有线性和平方根不同的行为. 各向异性奇异点的实现有助于基于腔光子-自旋波量子耦合系统的量子信息处理和精密探测器件的进一步研究.

关键词: 耦合系统, 奇异点, 各向异性, 非厄米**PACS:** 71.36.+c, 42.50.Pq, 76.50.+g, 75.30.Ds**DOI:** 10.7498/aps.69.20191632

1 引言

混合量子系统可以实现在两个或多个不同量子系统^[1,2]之间的信息交换并充分利用不同子系统的独特属性而优势互补, 是实现量子信息综合处理平台^[3]和量子网络^[4]的基础. 近些年, 基于钇铁石榴石 (yttrium iron garnet, YIG) 小球样品中的集体激发模式 (自旋波) 和三维微波腔中腔光子耦合形成的混合量子系统吸引了大量研究者的关注^[5-13]. 由于钇铁石榴石的低损耗、高自旋密度和腔的高品质因子, 使得自旋波量子 and 腔光子较容易实现强耦合^[5-7]甚至超强耦合^[14,15], 由于它们之间的强耦合而产生了一种新的准粒子——自旋波量子极化子 (cavity magnon polaritons, CMPs)^[13,16]. 此外, 利用该耦合系统的多个可调谐的自由度、较长的相干

时间和较小的衰减率等优点, 以自旋波量子为核心已经在实验上实现了综合了声子^[17]、超导量子比特^[18,19]、腔光子、光学光子^[20-23]的耦合杂化系统. 该系统也可以作为实现其他一些奇异现象和应用的平台^[24-29], 例如: 基于自旋波量子的梯度信息存储^[30,31]、腔自旋电子学^[9,32]、CMPs的双稳态^[33,34]、磁振子-光子耗散耦合^[35-42]、微波信号传输的非互易现象^[43], 另外, 在理论上还证明了可以实现自旋波量子-光子-声子之间的纠缠^[44]和自旋波量子-声子的压缩态^[45].

在量子力学框架下, 一个封闭量子系统的动力学行为由其厄米的 Hermitian (哈密顿量) 决定. 这里, 哈密顿量的厄米性保证了系统的本征值都是实数. 然而, 现实情况下由于系统和环境难以避免的相互作用, 例如探测器对实验系统的观测, 原子系统和真空电磁场环境耦合导致自发辐射等, 因此实

* 国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2016YFA0301200) 和国家自然科学基金 (批准号: 11934010, U1801661) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: alex13@csrc.ac.cn

验上可以实现并被测量的量子系统都属于开放系统, 这些相互作用给系统带来了不可避免的损耗或增益. 通常情况下, 大家利用主方程或郎之万方程研究开放的量子系统, 在相关物理量的运动方程中引入耗散和增益, 同时保持系统哈密顿量仍为厄米的. 近年来, 作为厄米量子力学的补充, 非厄米量子力学兴起^[46]. 所谓非厄米量子力学就是在系统的哈密顿量中直接引入由环境导致的损耗或增益(一般对应着虚数项), 用这种等效的非厄米哈密顿量^[47]来描述所研究的物理系统. 求解非厄米哈密顿量的本征值, 本征矢等, 可以快速方便地预测一系列有趣且重要的物理可观测效应, 因此非厄米物理在理论和实验上得到了越来越多的关注. 腔自旋波量子耦合系统就是一种典型的非厄米系统, 其中光学或者微波腔体都是典型的耗散系统, 自旋波系统有内禀 Gilbert 损耗^[48], 也可以通过平行泵浦^[49]产生增益效应. 因此, 腔自旋波量子耦合系统可以用来构造和研究在其他非厄米系统中被广泛研究的非厄米物理现象, 如: 宇称-时间对称 (parity-time symmetry, PT symmetry)^[50] 相关的物理现象, 拓扑电荷^[51–54]、手性^[55–59]、费米弧^[60,61] 和已经在声学^[58] 和光学^[62] 系统中实现的奇异点^[58,62–66]. 奇异点的概念最初是由 Kato 在 1966 年提出^[67], 它对应着非厄米系统的简并态, 所谓 n 阶奇异点就是一个线性非厄米系统的 n 个本征值简并, 同时相对应的 n 个本征矢相互平行 (即只有一个独立的本征矢); 当 $n = 2$ 时, 称为二阶奇异点也简称为奇异点, 当 $n > 2$ 时, 称为高阶奇异点. 之前大量的研究主要集中在各向同性奇异点 (isotropic exceptional point, IEP) 的范畴, 也就是通过调节参数空间中的参数沿着不同坐标轴趋近奇异点时本征值的变化和参数变化之间有相同的函数关系. 然而, 非厄米系统也可以用于研究各向异性奇异点 (anisotropic exceptional point, AEP), 也就是沿着参数空间不同方向趋近该奇异点的时候会有不同的函数曲线, 该现象最先在声学系统^[68] 中实现, 各向异性奇异点可以为接下来奇异点附近的拓扑性质、手性和传感器的研究提供新的平台. 例如, 如果实现了系统对电偶极参量和磁偶极参量变化构成的参数空间中的各向异性奇异点, 当用此系统对未知属性系统进行探测时, 观察系统偏离奇异点的路径函数规律就可以判断被探测系统是对电场敏感还是磁场更加敏感. 系统脱离奇异点的过程, 正是系统退简

并的过程, 这是一种高效、灵敏的探测手段.

本文从理论和实验上设计并实现了腔-自旋波量子耦合系统中的各向异性奇异点. 在我们的系统中, 系统的耦合强度和腔的衰减系数分别对应一个可调节参数, 耦合强度随 YIG 小球位置参数的变化为二次关系, 腔的衰减系数和腔端口垫片数量的变化呈线性变化. 理论上可以得到, 在奇异点附近, 系统本征值的变化与耦合强度和腔的衰减的变化均近似成平方根函数关系. 因此, 当实验上通过调节 YIG 小球位置来使系统趋近奇异点时, 本征值的变化随小球位置的变化是一个线性关系, 而通过改变腔端口的垫片数量来使系统趋近奇异点时, 本征值的变化与之对应的关系的是平方根关系.

2 理论模型

为了得到各向异性奇异点, 我们以腔光子和自旋波量子耦合系统为例, 考虑腔模以及自旋波模式的复本征频率, 系统的有效哈密顿量可以写成如下形式:

$$H_{\text{eff}}/\hbar = (\omega_c - i\kappa)a^\dagger a + (\omega_m - i\gamma_m)b^\dagger b + g(ab^\dagger + a^\dagger b), \quad (1)$$

其中 a^\dagger (a) 和 b^\dagger (b) 分别表示子系统腔光子和自旋波量子的产生 (湮灭) 算符, ω_c 和 ω_m 分别表示腔光子和自旋波量子的频率, \hbar 为约化普朗克常数. $\kappa \equiv \kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_{\text{int}}$ 表示腔模的耗散系数, 这里 κ_1 (κ_2) 是由端口 1 (2) 引起的衰减, 也即腔体的外部耗散系数, κ_{int} 是腔的固有衰减. γ_m 表示自旋波量子的耗散系数, 主要是由 YIG 小球的晶体缺陷以及表面的粗糙度决定, g 表示的是两个子系统之间的相干耦合 (coherent coupling) 强度. 由于自旋波量子的频率和静磁场的磁感应强度呈线性关系, $\omega_m = \gamma_e |B_0| + \omega_{m,\text{ani}}$, 这里 γ_e 是电子的旋磁比 (gyromagnetic ratio, GR), $\omega_{m,\text{ani}}$ 是由晶体内部各向异性场导致的, 所以通过调节静磁场 $|B_0|$ 的强度使得腔光子和自旋波量子频率相等 ($\omega_c = \omega_m = \omega_0$), 考虑共振情形, 可以得到方程 (1) 的本征频率如下:

$$\omega_{\pm} = \omega_0 - i\kappa_{\text{av}} \pm \sqrt{g^2 - \left(\frac{\Delta\kappa}{2}\right)^2}, \quad (2)$$

这里 $\kappa_{\text{av}} = (\kappa + \gamma_m)/2$ 是共振时两个新形成的极化激元的耗散系数, $\Delta\kappa = \kappa - \gamma_m$ 是两个子系统间耗散系数之差. 可以看到, 当 $\Delta\kappa = 2g$ 时系统的本征

值会简并和本征矢会平行而形成奇异点, 这里的 $\Delta\kappa$ 和 g 都是系统易于调节的参数, 在实验部分会介绍具体的调节方法.

当耦合强度固定为 $g = g_0$, 并线性地改变腔模的衰减率, $\Delta\kappa/2 = g_0(1 - \alpha)$, 这里 α 是外部可以调节的参数. 由于我们关注的是奇异点附近的效应, 调节 α 使 $g_0(1 - \alpha)$ 趋近 g_0 , 可以利用的一个近似条件是 α 为一个小量, 进而舍去了 α^2 项的作用, 因此, 系统的本征频率的表达式变为 $\omega_{\pm} \approx \omega_0 - i\kappa_{av} \pm \sqrt{2}|g_0|\sqrt{\alpha}$. α 从正值变到负值使该系统从严格相 (exact phase) 在 $\alpha = 0$ 处经过奇异点而进入破缺相 (broken phase). 类似地, 把腔模的衰减率固定为 $\Delta\kappa = \Delta\kappa_0$, 如果耦合强度随另外一个可调参数 β 也遵从线性变化 $g = (\Delta\kappa_0/2)(1 - \beta)$, 系统的本征频率随可调参数的变化规律依旧是平方根关系. 在这种情况下, 该奇异点在参数空间 (α, β) 中为 IEP.

如果趋近奇异点时耦合强度 g 与系统可调参数

的变化关系为二次关系, 腔模衰减率 $\Delta\kappa$ 与另一个可调参数的变化关系为线性关系, 那么 $\Delta\kappa/2(g)$ 与可调参数 $\alpha(\beta)$ 之间的关系可以写成如下形式:

$$\Delta\kappa/2 = g_0(1 - \alpha), \quad (3)$$

$$g = g_0(1 - \beta^2). \quad (4)$$

从方程 (3) 和方程 (4) 可以得到系统本征值和本征矢与可调参数 (α, β) 之间的关系为:

$$\omega_{\pm} = \omega_0 - i\kappa_{av} \pm i\sqrt{2}|g_0|\sqrt{\beta^2 - \alpha}, \quad (5)$$

$$\psi_{\pm}^R = \left[i \left(1 - (\beta^2 - \alpha) \mp i\sqrt{2(\beta^2 - \alpha)} \right), 1 \right]^T. \quad (6)$$

同理, 这里也利用了奇异点附近, β 为小量, 舍去了 β^4 项的作用.

图 1(a) 表示的是在参数空间中耦合强度和腔模的衰减率随参数变化的情况, 其中红色的实线表示的是在 $\beta^2 - \alpha = 0$ 的情况下一系列奇异点连成的线. 从方程 (5) 可以知道, 当 $\alpha > 0$, β^2 从 $\beta^2 > \alpha$ 到 $\beta^2 < \alpha$ 导致该混合系统从严格相在 $\beta^2 = \alpha$ 处经过

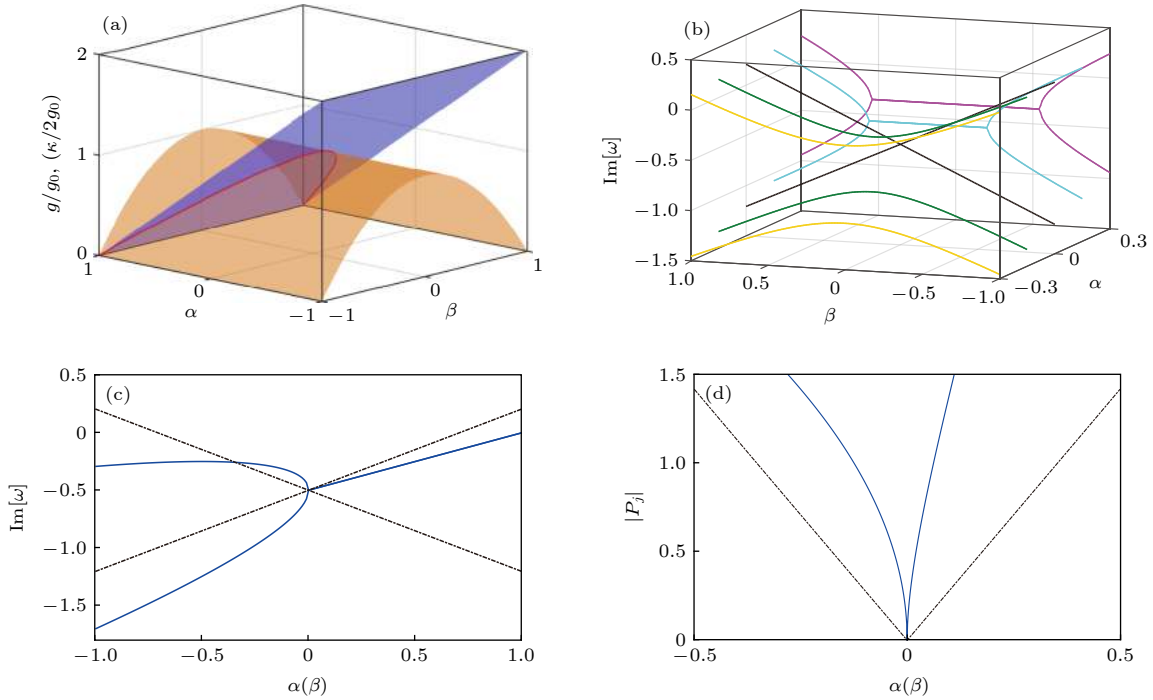


图 1 (a) 归一化耦合常数 g/g_0 和归一化衰减系数差 $\Delta\kappa/(2g_0)$ 在参数空间 (α, β) 中分别用黄色和绿色表示, 红色的实线表示的是奇异点连成的线; (b) 系统本征频率在参数空间中的虚部, 黑色实线交叉的地方就是各向异性奇异点的位置; (c) 表示本征频率的虚部分别沿着 $\alpha(\beta = 0)$ (实线) 和 $\beta(\alpha = 0)$ (虚线) 方向; (d) 表示的是态分别沿着 $\alpha(\beta = 0)$ (实线) 和 $\beta(\alpha = 0)$ (虚线) 方向的相位信息; 上面的参数为: $\omega_0 = 1, \gamma_m = 0, g_0 = 0.5$

Fig. 1. (a) The normalized coupling constant g/g_0 and normalized loss difference $\Delta\kappa/(2g_0)$ in the parameter space (α, β) are shown by the yellow and green surfaces, respectively. The solid red line corresponds to a line of EPs; (b) the imaginary part of the eigenfrequencies in the parameter space as a function of β and α , where the black solid line crossing is the position of the anisotropic EP; (c) imaginary part of the eigenfrequencies along $\alpha(\beta = 0)$ adjusting direction (solid line) and $\beta(\alpha = 0)$ adjusting direction (dotted line), respectively; (d) phase rigidity of the corresponding states along $\alpha(\beta = 0)$ adjusting direction (solid line) and $\beta(\alpha = 0)$ adjusting direction (dotted line), respectively. The parameters used are $\omega_0 = 1, \gamma_m = 0$ and $g_0 = 0.5$.

一个奇异点而进入破缺相. 从方程 (6) 可以知道, 该系统在 $\beta = \pm\sqrt{\alpha}$ 时有两个具有相同手性的奇异点, 这两个奇异点具有相同的本征态 $(i, 1)^T$. 根据方程 (5), 在 $\alpha = 0$ 时改变 β 从负值变到正值时可以得到系统本征频率虚部关于 β 变化的线性交叉, 如图 1(b) 和图 1(c) 所示. 然而, 固定 $\beta = 0$ 改变 α 的值可以得到系统本征值虚部随 α 呈平方根的变化关系, 如图 1(c) 中的蓝色实线所示.

为了验证各向异性行为, 在图 1(d) 中显示相位刚度^[69,70](phase rigidity, PR), 它的定义为 $P_j = \langle \psi_j^R | \psi_j^R \rangle^{-1}$, 对应每个态用 j 表示, 这里 $|\psi_j^R\rangle$ 表示的是归一化正交右矢. 在厄米系统中, 相位刚度的值恰好是 1; 而在非厄米系统中, 相位刚度是不确定的, 在奇异点处相位刚度的值为 0, 在奇异点附近的相位刚度和在该参数方向下的本征值和参数之间的函数关系有关. 所以, 可以通过相位刚度的值来区分该系统是厄米系统还是非厄米系统以及在奇异点附近的相位刚度变化来判断并对应出系统参数变化方向. 当 α 的值固定等于零而改变 β 的值, 相位刚度 (PR) 在 $\beta = 0$ 附近接近各向异性奇异点时的极限值为 1, 表示线性行为 (虚线所示). 当 β 的值固定为零而改变 α 的值时该极限值为 1/2, 显示出平方根行为 (实线所示). 存在这种各向异性行为的奇异点也被称为混合奇异点 (hybrid exceptional point, HEP). 因此, 由以上讨论可知, 当一个混合系统由两个不同的子系统构成, 如果它们之间的耦合强度随可调参数的变化是二次关系, 而系统的衰减随另一个参数变化是线性关系, 在合理的参数范围内该混合系统存在 AEP. 基于此理论模型, 我们将在腔光子-自旋波量子耦合系统中构造并实验演示各向异性奇异点的特性.

3 实验方法

混合系统的实验设置如图 2(a) 所示, 一个直径为 0.3 mm 的 YIG 小球放入无氧铜制的三维微波腔内, 该腔的内部尺寸为 44.0 mm \times 20.0 mm \times 6.0 mm, 腔的两个端口通过 SMA 接头与外部测试线路连接矢量网络分析仪来探测腔传输谱的信息, 腔的侧面有一个直径为 4 mm 的开孔用于通入粘结 YIG 小球的玻璃钢细杆从而调节小球位置, 如图 2(b) 所示. 玻璃钢细杆的直径大约为 1 mm, 其介电常数较小, 插入腔体后对腔场模式的扰动很

小, 可以忽略不计, 该细杆连接一个一维步进平台来调节 YIG 小球沿着腔的长边插入的深度. 最初, 我们把 YIG 小球放在腔模 TE₁₀₂ 磁场模式密度最大的位置. 腔的 SMA 接头的天线插入腔体的深度可以通过调节接头与腔体之间的垫片数量来控制, 天线插入腔体的深度决定了腔的外部耗散系数的大小.

在室温环境下, 包含 YIG 小球的铜腔样品放在可高精度调节的双轭双调型电磁铁产生的匀强磁场中 (磁感应强度的调节范围为 0—2 T). 当调节磁场的大小使得 YIG 小球中自旋波量子的基态尔模式^[71] (Kittle mode) 的频率和腔模 TE₁₀₂ 的腔光子共振时, 网络分析仪扫描得到的传输谱出现了明显的免交叉 (anti-crossing) 现象, 如图 2(c) 所示, 表明两个子系统彼此耦合使该混合系统进入了强耦合区域. 通过拟合实验数据结果^[33,48] 可得自旋波量子与腔光子的相干耦合强度为 $g_0/2\pi = 8.45$ MHz, 腔模的线宽 $\kappa/2\pi \equiv (\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_{\text{int}})/2\pi = 2.66$ MHz, 自旋波量子的基态尔模式的耗散系数 $\gamma_m/2\pi = 2.86$ MHz. 本文中所有的线宽数据均是取传输谱的半高全宽 (the full width at half maximum, FWHM). 通过改变实验参数, 测得一系列传输谱, 我们就可以对应耦合强度以及线宽数据.

4 实验结果

为了实现两条趋近奇异点的路径, 我们独立地调节系统的耦合强度和腔模的耗散系数使系统可以达到并穿过奇异点. 具体地, 耦合强度的大小通过调节 YIG 小球在腔内的位置来改变, 腔模的耗散系数通过微波腔输入输出端口的 SMA 接头天线插入腔体的深度来调节, 并且我们这两个参数在调节过程中与对应的物理量呈不同的函数关系来满足实现各向异性奇异点的要求. 微波腔的 TE₁₀₂ 模式沿着腔的长边拥有两个对称的腔模磁场模式密度极大值点, 当通入微波时, 此处微波磁场强度也取得极大值. 如图 3(a) 所示, 我们的实验中选取其中一个磁场强度的极大值点的坐标为中心点, 当 YIG 小球放在该位置时 ($x = 0$), 腔光子和自旋波量子的耦合强度取到最大值 g_0 . 为了得到 YIG 小球在腔的不同位置耦合强度 g 的大小, 可以利用输入-输出理论得到的传输系数拟合实验数据得到,

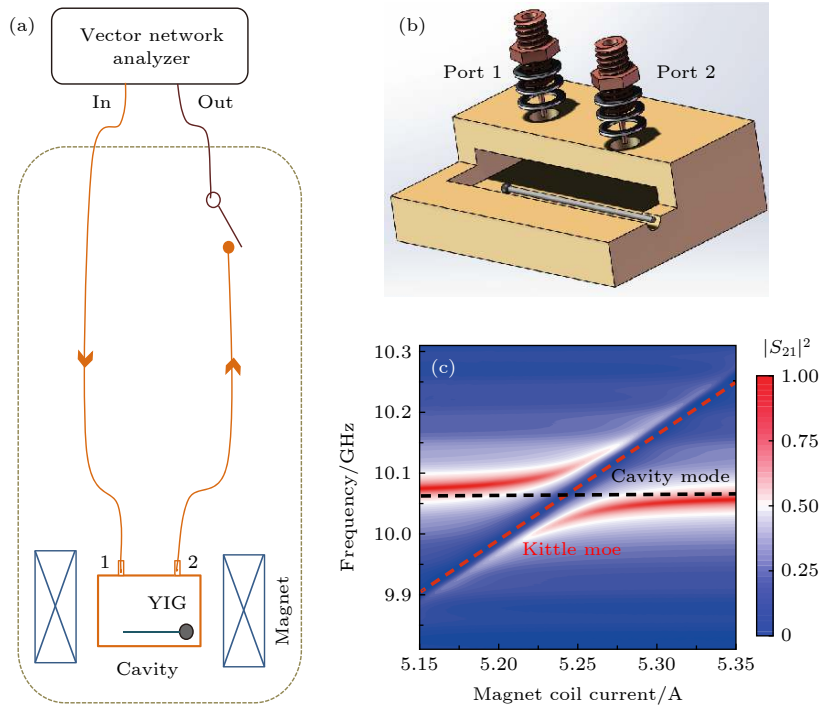


图 2 (a) 腔-自旋波量子系统的实验装置图, 把包含 YIG 小球的 3D 腔放入一个室温可高精度调节的双轭双调型电磁铁产生的磁场中, 通过网络分析仪测出腔的透射谱; (b) 表示的是 YIG 小球黏在一根玻璃钢棒上, 通过一个 4 mm 的孔, 在腔的一侧插入到 3D 矩形腔内. 端口 1 和端口 2 用来得到腔模的传输谱; (c) 3D 腔的透射谱, 横轴为电磁铁线圈的电流 (既偏置磁场的大小), 纵轴为探测场的频率. 腔模和 Kittle 模共振时, 两子系统间的耦合强度最大为 $g_0/2\pi = 8.45$ MHz

Fig. 2. Schematic of the experiment setup. The 3D cavity containing the YIG sphere is placed in the static magnetic field generated by a double-yoke double-tuned electromagnet which can be accurately adjusted at room temperature, and the transmission spectrum of the cavity is measured by network analyzer; (b) the YIG sphere is attached to a fiberglass reinforced plastic rod and inserted into a 3D rectangular cavity through a 4 mm hole on one side of the cavity. Ports 1 and 2 are used to obtain the transmission spectrum of cavity modes; (c) transmission spectrum of coupled system as a function of the current of the electromagnet coil (the magnitude of the biased magnetic field) and the probe field frequency. When the cavity mode and Kittle mode are resonant, the normal mode splitting equals to $2g_0/2\pi = 16.9$ MHz.

传输系数的表达式如下所示 (推导见附录 A):

$$S_{21}(\omega) = \frac{\sqrt{\kappa_1 \kappa_2}}{i(\omega - \omega_c) - (\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_{\text{int}})/2 + \frac{g^2}{i(\omega - \omega_m) - \gamma_m/2}} \quad (7)$$

通过调节 YIG 小球在腔里的位置 x 从 -10 变到 10 mm, 可以得到耦合强度 g 是关于位置 x 的二次函数. 因此, 可以实现耦合强度和可调参数的二次函数关系 $g = g_0(1 - \beta^2)$. 这里的可调参数也即小球的位置函数, 为了拟合实验数据, 耦合强度 g 关于位置 x 的关系写成 $g = g_0(1 - ax^2)$, 这里 $g_0/2\pi = 8.45$ MHz, $a = 0.0072$, 如图 3(a) 的实线所示, 小球的位置参数和耦合强度较为符合二次关系.

为了实现 $\Delta\kappa$ 与外部可调参数 α 的线性关系 $\Delta\kappa/2 = g_0(1 - \alpha)$, 我们通过增加输入输出端口下方的垫片来减小 SMA 铜针天线插入腔体内的深

度, 每个紫铜垫片的厚度为 0.1 mm. 首先, 选取一定长度的铜针插入到腔体内, 得到此时腔模的衰减 $\kappa/2\pi = 26.49$ MHz. 通过在两个端口下面轮流增加垫片的数量 y 并测量腔模的传输谱拟合得到一系列腔体的线宽数据点, 我们可以用一个线性方程 $\Delta\kappa = 25.96 - by$ 拟合实验结果, 如图 3(b) 所示, 拟合结果为 $b = 1.07$ 是一个线性系数, 明显地, 腔模的耗散系数随着铜针插入腔体的深度减小而线性减小. 在后续展示各向异性奇异点的实验中, 我们可以固定耦合强度为 g_0 而线性地改变腔模的耗散系数使系统穿过 EP. 为了得到腔的固有衰减, 我们增加垫片到一定数量直至腔模的衰减不再减小, 此时腔模的耗散系数便是腔本身的固有耗散, 具体方法可以参考文献 [48].

在该耦合系统中, 我们通过改变端口下方铜针插入腔体的深度和移动 YIG 小球在腔内的位置来

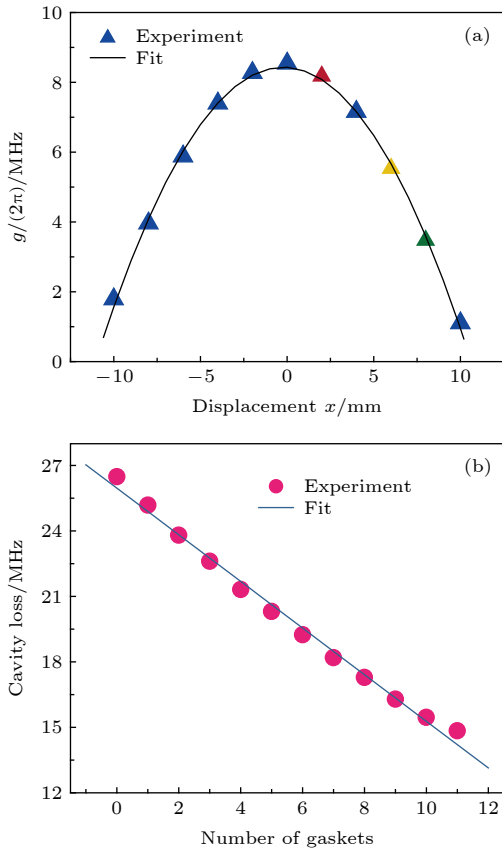


图 3 (a) 系统的耦合强度 g 和 YIG 小球在腔中位置 x 的二次函数关系, 三角形代表实验得到的结果. 黑色实抛物线是理论拟合实验数据的结果. 其中深红、黄色和绿色分别表示耦合强度为 8.17, 5.54, 3.47 MHz; (b) 3D 腔的衰减 κ 和垫片数量 y 呈线性函数关系, 品红色原点代表实验测量的结果. 蓝色实线代表理论拟合的结果

Fig. 3. (a) The coherent coupling strength as a function of the position of the YIG sphere in the cavity, and the triangle dots the experimental results. The black solid curve is the result of theoretical fitting of experimental data. Among them, crimson, yellow and green dots indicate the coupling strengthes equal to: 8.17, 5.54 and 3.47 MHz, respectively; (b) the damping rate κ of the 3D cavity as a function of the number of gaskets y between the cavity and SMA connector, and the magenta dots represent the measured results. The solid blue line is the theoretical fitting curve.

研究奇异点的各向异性行为. 我们利用网络分析仪 (vector network analyzer, VNA) 得到腔的传输谱从而读取耦合系统的线宽信息, 对应着本征值的虚部. 首先, 在端口下加入合适数量的垫片使腔模的总衰减 $\kappa/2\pi = 15.46$ MHz, 此时 $\Delta\kappa/(2 \times 2\pi) = 6.30$ MHz, 接着逐渐移动小球增加系统的耦合强度, 耦合强度的改变如图 2(b) 所示. 选取其中耦合强度分别为 8.17, 5.54, 3.47 MHz 的三条传输谱 (如图 4(a) 中的深红、黄色和绿色所示). 由于 $\kappa > g > \gamma_m$ 导致腔自旋波量子混合系统进入磁透

导透明区域^[7](magnetically induced transparency, MIT), 在传输谱中有一个透明窗口, 在腔模的衰减固定情况下随着耦合强度的增加使系统趋近奇异点. 接下来, 继续增加腔模的耗散系数 $\kappa/2\pi$ 为 18.19 MHz ($\Delta\kappa/(2 \times 2\pi) = 7.67$ MHz) 和 21.32 MHz ($\Delta\kappa/(2 \times 2\pi) = 9.23$ MHz) 并重复以上改变系统耦合强度的步骤得到的实验结果如图 4(b) 和 4(c) 所示. 随着腔模耗散系数的增加, $\Delta\kappa/(2 \times 2\pi)$ 也逐渐增加且数值大小处于耦合强度数值可调节范围

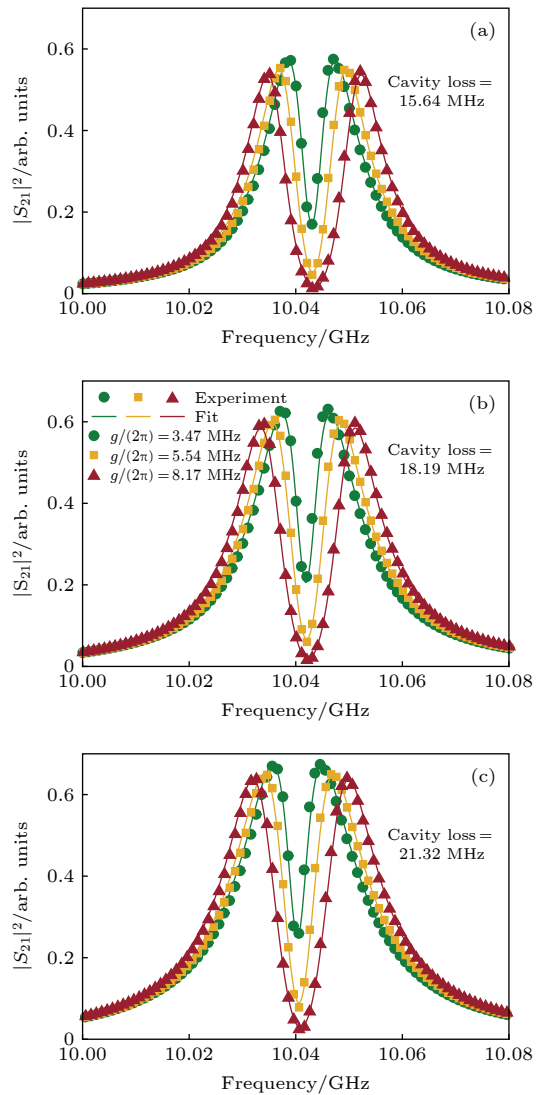


图 4 在腔的三种不同损耗下测得的传输谱. 所有实线表示应用图 3 中得到的系统的耦合强度和腔模的衰减系数实验值代入到输入-输出理论中得到的, 腔模的衰减系数分别为 15.64, 18.19 和 21.32 MHz

Fig. 4. (a) Transmission spectra measured under three different damping rates of the cavity. All the solid lines are calculated using the input-output theory. The damping rates of the cavity mode are 15.64, 18.19 and 21.32 MHz, respectively.

内, 因此在连续调节耦合强度的过程中导致系统可以穿过奇异点在严格相和破缺相间转变.

在图 4(a)—图 4(c) 中, 实线是利用输入-输出理论得到的传输系数 S_{21} 画出的理论曲线. 利用上面拟合得到的调节参数 (小球位置 x , 垫片数量 y) 与耦合强度和腔的线宽的关系式以及方程 (2) 可以得到系统本征频率虚部的信息如图 5(a) 中的实线所示. 实验得到的传输谱如图 4(a)—图 4(c), 利用传输系数 S_{21} 也可以得到参数空间 (x, y) 中系统本征值的虚部信息, 如图 5(a) 中的圆点所示. 以上可以看到实验数据和理论曲线符合得很好.

该系统中存在各向异性奇异点以及它的各向异性行为清晰地展示在图 5(a) 中. 首先, 固定腔模的耗散系数 (通过选择垫片的数量 y) 并通过改变 YIG 小球在腔内的位置 x 来改变腔光子与自旋波

量子的耦合强度. 当 $\Delta\kappa < 2g_0$ ($y > 6$), 可以看到本征值的虚部 $\text{Im}[\omega]$ 随着 $|x|$ 的增大会会有两个对称的分叉现象. 表明对于一个较小的固定的腔模耗散系数 ($\Delta\kappa < 2g_0$) 存在一对平方根奇异点, 它们拥有相同的手性. 随着 $\Delta\kappa$ 变大, 奇异点将会越来越靠近在耦合强度最大值处出现, 直至当 $\Delta\kappa = 2g_0$ 时, 这两个手性相同的奇异点将会合并成为一个奇异点. 在我们的系统中, 当 $\Delta\kappa/2\pi = 16.90$ MHz 时随着 x 的改变, 两个奇异点在 $x = 0$ 处合并成为一个, 理论曲线如图 5(b) 中的黑色点划线所示. 另外, 虚部 $\text{Im}[\omega]$ 的色散关系在 x 趋近于零附近近似呈线性行为, 图 5(b) 中的绿色圆点是 $\Delta\kappa/2\pi = 16.68$ MHz 时的实验数据, 可以看到和理论上的各向异性奇异点所处的色散关系符合得很好. 当 $\Delta\kappa > 2g_0$ ($y < 6$), 虚部 $\text{Im}[\omega]$ 存在免交叉, 可以看到两支频

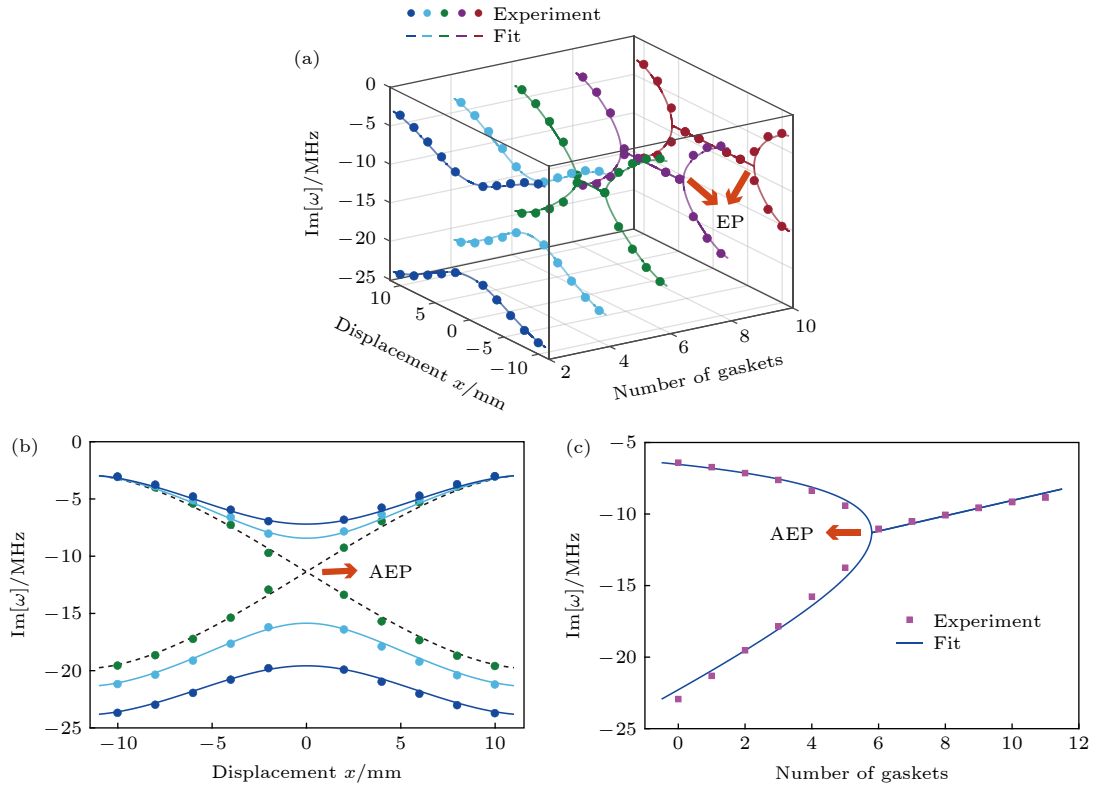


图 5 (a) 在不同腔模损耗下本征频率虚部关于 YIG 小球在腔中位置 x 的函数关系. 实线是利用前面实验得到的耦合强度和腔模的损耗 (参见图 3) 计算得到的, 圆点是实验测得的数据; (b) 本征频率虚部在垫片数量分别为 6, 4, 2 的时候并分别用点划线、靛青和蓝色实线表示, 点划线显示了线性交叉行为; (c) 当系统耦合强度 $g_0/2\pi = 8.45$ MHz 时, 本征频率虚部关于腔的端口处垫片数量 y (腔模损耗) 的关系. 实线是理论计算的结果, 品红色方块是实验结果

Fig. 5. (a) Imaginary part of the eigenfrequencies as a function of the position x of the YIG sphere in the cavity with different number of gaskets. The solid curves are calculated using the coupling strengths and the damping rates of the cavity modes obtained from the previous experiments (see Fig. 3), and the dots are obtained from the experimental data shown in Fig. 4; (b) imaginary part of the eigenfrequencies is plotted by black dotted line, indigo line and blue line when the number of gaskets are 6, 4 and 2, respectively. The black dotted line shows the linear crossing behavior; (c) when the coupling strength of the system is $g_0/2\pi = 8.45$ MHz, imaginary part of the eigenfrequencies are plotted as function of the gaskets y . The solid line is the result of theoretical calculation and the magenta square dots are the experimental results.

率之间存在一个“间隙”，如图 5(b) 所示. 接着我们关注沿着另外一个参数路径靠近奇异点，如图 5(c) 所示，当固定 $x = 0$ 改变 $\Delta\kappa$ 的值，可以看到一个典型的平方根奇异点出现在总垫片数量为 6 附近，蓝色实线是理论结果、红色方点是实验结果.

基于以上结果，我们知道在不同的固定的腔体耗散系数下来观察系统本征值虚部与 YIG 小球位置坐标的色散关系时，系统从拥有相同手性的两个平方根奇异点 ($\Delta\kappa < 2g_0$) 到出现本征值虚部色散曲线免交叉 ($\Delta\kappa > 2g_0$) 经过了两个平方根奇异点合并成为一个奇异点的过程 ($\Delta\kappa = 2g_0$)，并且在合并为一个奇异点的同时，系统本征值的虚部与小球位置坐标的色散关系为线性. 另一方面，在固定小球位置使耦合强度等于 g_0 ，改变腔体耗散系数，我们观察到了一个和腔端口垫片数量相关的平方根奇异点. 因此，我们成功地在自旋波量子-腔光子相干耦合的系统中构造并实现了各向异性奇异点.

5 结 论

本文在理论上和实验上实现了腔光子-自旋波量子耦合系统中的各向异性奇异点，它拥有在参数空间中沿着不同方向趋近该奇异点时有不同色散曲线的特点. 在我们的系统中，腔光子和自旋波光子的耦合强度和 YIG 小球在腔中的位置坐标是二次函数关系，腔模的耗散系数随着输入输出 SMA 端口处铜针插入的深度呈线性变化. 在这个过程中，我们通过增加端口处的垫片数量来控制铜针的插入深度，这是一种巧妙的调节腔模耗散系数的方法. 腔-自旋杂化系统固有的非厄米性是实验上观测到各向异性奇异点的基础，我们的实验方案具有一定的普适性，各向异性奇异点也可以在其他非厄米系统中实现，我们的结果将会给其他基于非厄米性的相关物理系统的构造与应用提供参考. 此外，各向异性奇异点的引入为基于奇异点的灵敏传感器的设计提供了额外的自由度.

感谢浙江大学物理系游建强教授的讨论及文章撰写的建议.

附录 A

对于腔光子-自旋波量子耦合系统的有效哈密顿量如正文中的 (1) 式所示:

$$H_{\text{eff}}/\hbar = (\omega_c - i\kappa)a^\dagger a + (\omega_m - i\gamma_m)b^\dagger b + g(ab^\dagger + a^\dagger b), \quad (\text{A1})$$

其中 a 和 a^\dagger (b 和 b^\dagger) 是腔模 (Kittle 模) 的湮灭和产生算符， ω_c 和 ω_m 是他们各自的频率， g 是腔模和 Kittle 模之间的耦合强度， $\kappa = \kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_{\text{int}}$ 和 γ_m 分别是腔模和 Kittle 模的衰减率. 该系统的动力学行为满足如下的时域量子郎之万方程:

$$\begin{aligned} \dot{a}(t) &= -i \left[\omega_c - i \frac{\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_{\text{int}}}{2} \right] a(t) - igb(t) \\ &\quad + \sqrt{\kappa_1} a^{(\text{in})}(t), \\ \dot{b}(t) &= -i \left(\omega_m - i \frac{\gamma_m}{2} \right) b(t) - iga(t), \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

利用傅里叶变换

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} a(\omega) e^{-i\omega t} d\omega, \\ b(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} b(\omega) e^{-i\omega t} d\omega. \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

将时域的量子郎之万方程变换到频域，可得:

$$\begin{aligned} -i \left[(\omega_c - \omega) - i \frac{\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_{\text{int}}}{2} \right] a(\omega) - igb(\omega) \\ + \sqrt{\kappa_1} a^{(\text{in})}(\omega) &= 0, \\ -i \left[(\omega_m - \omega) - i \frac{\gamma_m}{2} \right] b(\omega) - iga(\omega) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

解方程 (11)，可以得到

$$a(\omega) = \frac{\sqrt{\kappa_1} a^{(\text{in})}(\omega)}{i(\omega - \omega_c) - (\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_{\text{int}})/2 + \frac{g^2}{i(\omega - \omega_m) - \gamma_m/2}}. \quad (\text{A5})$$

根据输入-输出理论，可以得到如下关系

$$\begin{aligned} a^{(\text{out})}(\omega) &= \sqrt{\kappa_2} a(\omega), \\ a^{(\text{out})}(\omega) &= S_{21}(\omega) a^{(\text{in})}(\omega), \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

上面的 $a^{(\text{in})}$ ， $a^{(\text{out})}$ 表示的是腔模输入、输出信号.

结合 (12) 式和 (13) 式，可以得到正文中传输系数的表达式:

$$S_{21}(\omega) = \frac{\sqrt{\kappa_1 \kappa_2}}{i(\omega - \omega_c) - (\kappa_1 + \kappa_2 + \kappa_{\text{int}})/2 + \frac{g^2}{i(\omega - \omega_m) - \gamma_m/2}}. \quad (\text{A7})$$

参考文献

- [1] Xiang Z L, Ashhab S, You J Q, Nori F 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 623
- [2] Kurizki G, Bertet P, Kubo Y, Mølmer K, Petrosyan D, Rabl P, Schmiedmayer J 2015 *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **112** 3866
- [3] Wallquist M, Hammerer K, Rabl P, Lukin M, Zoller P 2009 *Phys. Scr.* **T137** 014001
- [4] Kimble H J 2008 *Nature (London)* **453** 1023
- [5] Huebl H, Zollitsch C W, Lotze J, Hocke F, Greifenstein M, Marx A, Gross R, Goennenwein S T B 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 127003
- [6] Tabuchi Y, Ishino S, Ishikawa T, Yamazaki R, Usami K, Nakamura Y 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 083603
- [7] Zhang X, Zou C L, Jiang L, Tang H X 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 156401
- [8] Goryachev M, Farr W G, Creedon D L, Fan Y, Kostylev M, Tobar M E 2014 *Phys. Rev. Appl.* **2** 054002
- [9] Bai L, Harder M, Chen Y P, Fan X, Xiao J Q, Hu C M 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 227201
- [10] Zhang D, Wang X M, Li T F, Luo X Q, Wu W, Nori F, You J Q 2015 *npj Quantum Inf.* **1** 15014
- [11] Soykal Ö O, Flatté M E 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 077202
- [12] Rameshti B Z, Cao Y, Bauer G E W 2015 *Phys. Rev. B* **91** 214430
- [13] Cao Y, Yan P, Huebl H, Goennenwein S T B, Bauer G E W 2015 *Phys. Rev. B* **91** 094423
- [14] Bourhill J, Kostylev N, Goryachev M, Creedon D L, Tobar M E 2016 *Phys. Rev. B* **93** 144420
- [15] Kostylev N, Goryachev M, Tobar M E 2016 *Appl. Phys. Lett.* **108** 062402
- [16] Yao B M, Gui Y S, Xiao Y, Guo H, Chen X S, Lu W, Chien C L, Hu C M 2015 *Phys. Rev. B* **92** 184407
- [17] Zhang X, Zou C L, Jiang L, Tang H X 2016 *Sci. Adv.* **2** e1501286
- [18] Tabuchi Y, Ishino S, Noguchi A, Ishikawa T, Yamazaki R, Usami K, Nakamura Y 2015 *Science* **349** 405
- [19] Quirion D L, Tabuchi Y, Ishino S, Noguchi A, Ishikawa T, Yamazaki R, Nakamura Y 2017 *Sci. Adv.* **3** e1603150
- [20] Osada A, Hisatomi R, Noguchi A, Tabuchi Y, Yamazaki R, Usami K, Sadgrove M, Yalla R, Nomura M, Nakamura Y 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 223601
- [21] Hisatomi R, Osada A, Tabuchi Y, Ishikawa T, Noguchi A, Yamazaki R, Usami K, Nakamura Y 2016 *Phys. Rev. B* **93** 174427
- [22] Haigh J A, Langenfeld S, Lambert N J, Baumberg J J, Ramsay A J, Nunnenkamp A, Ferguson A J 2015 *Phys. Rev. A* **92** 063845
- [23] Zhang X, Zhu N, Zou C L, Tang H X 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 123605
- [24] Liu T, Zhang X, Tang H X, Flatté M E 2016 *Phys. Rev. B* **94** 060405
- [25] Wang Y P, Zhang G Q, Zhang D, Luo X Q, Xiong W, Wang S P, Li T F, Hu C M, You J Q 2016 *Phys. Rev. B* **94** 224410
- [26] Sharma S, Blanter Y M, Bauer G E W 2017 *Phys. Rev. B* **96** 094412
- [27] Sharma S, Blanter Y M, Bauer G E W 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 087205
- [28] Osada A, Gloppe A, Hisatomi R, Noguchi A, Yamazaki R, Nomura M, Nakamura Y, Usami K 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 133602
- [29] Liu Z X, Wang B, Xiong H, Wu Y 2018 *Opt. Lett.* **43** 3698
- [30] Zhang X, Zou C L, Zhu N, Marquardt F, Jiang L, Tang H X 2015 *Nat. Commun.* **6** 8914
- [31] Lambert N J, Haigh J A, Langenfeld S, Doherty A C, Ferguson A J 2016 *Phys. Rev. A* **93** 021803
- [32] Bai L, Harder M, Hyde P, Zhang Z, Hu C M, Chen Y P, Xiao J Q 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 217201
- [33] Wang Y P, Zhang G Q, Zhang D, Li T F, Hu C M, You J Q 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 057202
- [34] Hyde P, Yao B M, Gui Y S, Zhang G Q, You J Q, Hu C M 2018 *Phys. Rev. B* **98** 174423
- [35] Harder M, Yang Y, Yao B M, Yu C H, Rao J W, Gui Y S, Stamps R L, Hu C M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **21** 137203
- [36] Grigoryan V L, Shen K, Xia K 2018 *Phys. Rev. B* **98** 024406
- [37] Bhoi B, Kim B, Jang S H, Kim J, Yang J, Cho Y J, Kim S K 2019 *Phys. Rev. B* **99** 134426
- [38] Yang Y, Rao J W, Gui Y S, Yao B M, Lu W, Hu C M 2019 *Phys. Rev. Applied* **11** 054023
- [39] Rao J W, Yu C H, Zhao Y T, Gui Y S, Fan X L, Xue D S, Hu C M 2019 *New J. Phys.* **21** 065001
- [40] Proskurin I, Macedo R, Stamps R L 2019 *New J. Phys.* **21** 095003
- [41] Yao B m, Yu T, Zhang X, Lu W, Gui Y S, Hu C M, Blanter Y M 2019 *arXiv*: 1906.12142 v2[cond-mat.mes-hall]
- [42] Yu W C, Wang J J, Yuan H Y, Xiao J 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 227201
- [43] Wang Y P, Rao J W, Yang Y, Xu P C, Gui Y S, Yao B M, You J Q, Hu C M 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 127202
- [44] Li J, Zhu S Y, Agarwal G S 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 203601
- [45] Li J, Zhu S Y, Agarwal G S 2019 *Phys. Rev. A* **99** 021801(R)
- [46] Bender C M 2007 *Rep. Prog. Phys.* **70** 947
- [47] Chen Z J, Ning X J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2683 (in Chinese) [陈增军, 宁西京 2003 物理学报 **52** 2683]
- [48] Gilbert T L 2004 *IEEE Trans. Magn.* **40** 3443
- [49] Stancil D D, Prabhakar A 2009 *Spin Waves Theory and Applications* (New York: Springer) pp263–296
- [50] Zhang D, Luo X Q, Wang Y P, Li T F, You J Q 2017 *Nat. Commun.* **8** 1368
- [51] Dembowski C, Gräf H D, Harney H L, Heine A, Heiss W D, Rehfeld H, Richter A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 787
- [52] Dembowski C, Dietz B, Gräf H D, Harney H L, Heine A, Heiss W D, Richter A 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 034101
- [53] Gao T, Estrecho E, Bliokh K Y, Liew T C H, Fraser M D, Brodbeck S, Kamp M, Schneider C, Hfling S, Yamamoto Y, Nori F, Kivshar Y S, Truscott A G, Dall R G, Ostrovskaya E A 2015 *Nature (London)* **526** 554
- [54] Doppler J, Mailybaev A A, Böhm J, Kuhl U, Girschik A, Libisch F, Milburn T J, Rabl P, Moiseyev N, Rotter S 2016 *Nature (London)* **537** 76
- [55] Heiss W 2012 *J. Phys. A* **45** 444016
- [56] Ingrid R 2009 *Journal Phys. A* **42** 153001
- [57] Eleuch H, Rotter I 2014 *Eur. Phys. J. D* **68** 74
- [58] Ding K, Ma G, Xiao M, Zhang Z Q, Chan C T 2016 *Phys. Rev. X* **6** 021007
- [59] Lu L, Joannopoulos J D, Soljacic M 2014 *Nat. Photonics* **8** 821
- [60] Zhou H, Peng C, Yoon Y, Hsu C W, Nelson K A, Fu L, Joannopoulos J D, Soljacic M, Zhen B 2018 *Science* **359** 1009
- [61] Shen H, Zhen B, Fu L 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 146402
- [62] Hodaei H, Hassan A U, Wittek S, Garcia-Gracia H, El-Ganainy R, Christodoulides D N, Khajavikhan M 2017 *Nature (London)* **548** 187
- [63] Lin Z, Pick A, Loncar M, Rodriguez A W 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 107402

- [64] Jing H, Özdemir S K, Lu H, Nori F 2017 *Sci. Rep.* **7** 3386
 [65] Nada M Y, Othman M A K, Capolino F 2017 *Phys. Rev. B* **96** 184304
 [66] Zhang G Q, You J Q 2019 *Phys. Rev. B* **99** 054404
 [67] Kato T 1966 *Perturbation Theory for Linear Operators* (Berlin: Springer-Verlag) p516
 [68] Ding K, Ma G, Zhang Z Q, Chan C T 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 085702
 [69] Rotter I 2009 *J. Phys. A* **42** 153001
 [70] Eleuch H, Rotter I 2015 *Eur. Phys. J. D* **69** 229
 [71] Kittel C 1948 *Phys. Rev.* **73** 155

Observation of the anisotropic exceptional point in cavity magnonics system*

Zhang Gao-Jian Wang Yi-Pu[†]

(Zhejiang Province Key Laboratory of Quantum Technology and Device, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

(Received 25 October 2019; revised manuscript received 13 December 2019)

Abstract

We theoretically and experimentally demonstrate the anisotropic exceptional points (EPs) in the cavity magnonics system where magnons in a one millimeter-diameter yttrium iron garnet (YIG) sphere are coherently coupled with the microwave photons in a three-dimensional microwave cavity. The damping nature makes the cavity magnonics system inherently non-Hermitian. By solving the eigenvalues and eigenvectors of non-Hermitian Hamiltonian, a series of interesting and essential characteristics of the system can be obtained. Therefore, non-Hermitian physics has received more and more attention in both theory and experiment communities. Among them, exceptional points correspond to the non-Hermitian system's degenerate states where the eigenvalues of the non-Hermitian system are identical, and the eigenvectors are parallel. The coupled cavity photon-magnon system has high tunability of coupling strength and cavity external damping rate, which is very suitable for studying EPs-related physics.

Exceptional points (EPs) are crucial in all kinds of non-Hermitian physical systems, which have both fundamental and applicational importance. For instance, it can be used for sensitive detection by monitoring spectrum splitting of degenerate modes when a perturbation to be sensed occurs. The EPs can be anisotropic, which means that it has a different function relation when the system approaches the EPs along different parameter paths of the system. In this paper, by carefully designing the parameter space, we observe the anisotropic exceptional point in the coupled cavity photon-magnon system. It shows the linear and square-root behavior when the EPs are approached from different directions in the parameter space. One of the parameters is the position of the YIG sphere in the cavity, which determines the coherent coupling strength between the cavity mode and the magnon mode. Another parameter is the number of the gasket between the cavity signal loading port and the cavity external surface, which determines the external damping rate of the cavity mode. Both of these parameters can be easily and accurately adjusted experimentally.

Our study paves the way for exploring anisotropic EPs based sensing technologies and more non-Hermitian related physics in the cavity magnonics system.

Keywords: Coupling system, Exceptional point, Anisotropic, non-Hermitian

PACS: 71.36.+c, 42.50.Pq, 76.50.+g, 75.30.Ds

DOI: 10.7498/aps.69.20191632

* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2016YFA0301200) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11934010, U1801661).

[†] Corresponding author. E-mail: alex13@csrc.ac.cn