一种双模压缩微波制备的相位锁定方案*

魏天丽 吴德伟 杨春燕† 罗均文 苗强 李响

(空军工程大学信息与导航学院,西安 710077)

(2019年9月6日收到; 2019年10月14日收到修改稿)

相位锁定是双模压缩微波制备的关键问题之一.针对基于超导 180°混合环的制备方案相位稳定度不高 且信息处理复杂等问题,提出一种相位锁定方案.对约瑟夫森参量放大器的信号输入进行相位调制,输出的 单模压缩微波与另一未调制的同频单模压缩微波在超导 180°混合环内干涉,实现双模压缩微波的制备与路 径分离.将未调制的单模压缩微波与一路双模压缩微波混频,解调出相位调制信号可得到两路单模压缩微波 的相对相位及误差,将相位误差反馈于约瑟夫森参量放大器的抽运实现相对相位的锁定,获得稳定的双模压 缩输出.本研究对高性能纠缠微波源的设计提供了理论参考.

关键词:双模压缩微波,相位锁定

PACS: 42.50.Dv, 03.67.–a, 07.50.Qx

1 引 言

双模压缩是连续变量量子纠缠最重要的特性 之一,表现为两个子系统的正交分量之间的非定域 量子关联^[1-4].当前,该特性已在光波段与微波波 段^[5] 被验证,并被广泛应用于连续变量量子通信、 量子照明、量子信息处理及量子微波导航等领 域^[6-13].相比于光波在自由空间中的传输,微波信 号受恶劣天气条件、大气湍流、尘埃粒子等影响较 小,绕射能力及云雾穿透能力强,使得双模压缩微 波在大尺度动态空间环境中的传输更具优势.在此 背景下,如何制备出稳定高效的双模压缩微波成为 亟待解决的关键问题.

约瑟夫森参量放大器 (Josephson parametric amplifier, JPA) 是以约瑟夫森结为基础的 GHz 频 段的低噪声放大器,在相位敏感模式下可放大信号 的一个正交分量而不引入附加噪声,尽管在实际中 内部损耗可能会限制其噪声性能,但它仍然可以打

破标准量子极限^[14]. 也正因为如此, JPA 被广泛 应用于量子微波的传输以及产生压缩微波场. 2010年以来, Menzel 等^[15]利用相位敏感 (phasesensitive) 模式的 JPA 制备出单模压缩微波, 并与真 空态在超导 180°混合环 (180° hybrid ring coupler) 内干涉,其输出为空间分离、频率简并的微波量子 纠缠. 在此基础上, Fedorov 等[16,17]利用频率一致 且满足特定相位条件的两路单模压缩微波在超导 180°混合环内干涉,将量子纠缠微波的压缩度提高 到 7.2 dB. 相比于其他制备方案^[18-21], 该方案的效 率最高、输出纠缠性能最好,根据此方案更有望设 计出理想的双模压缩微波信号源. 然而, 两路单模 压缩微波的相位锁定问题[16,22]制约着输出纠缠性 能的进一步提升,当前针对该问题较为理想的解决 方案为基于双路径接收机的探测处理系统,可将相 位误差控制在 0.3°以内, 但仍不理想, 且该系统信 息处理复杂,实时性较差,难以保证稳定的双模压 缩微波输出.

DOI: 10.7498/aps.69.20191348

基于上述问题,本文设计一种基于 JPA 输入

© 2020 中国物理学会 Chinese Physical Society

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: 61603413, 61573372)、陕西省自然科学基金 (批准号: 2017JM6017) 和空军工程大学校长基金 (批准 号: ZJK2018019, XZJY2018038) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: ycy220@163.com

信号调制的相位锁定方案. 当信噪比为 2 dB 时其 相位误差小于 0.14°, 双模压缩微波的纠缠稳定度 远小于 1%. 此外, 该方案的信号探测与处理难度 小, 实时性较好, 在工业化制备双模压缩微波上有 较大优势.

2 方案设计

当前基于磁通驱动 JPA 和超导 180°混合环的 双模压缩微波制备方案如图 1 所示.





Fig. 1. Schematic of two-mode squeezed microwave preparation scheme. JPA1 与 JPA2 分别产生两路同频的单模压缩 微波,并注入到超导 180°混合环的两输入端 A 和 B产生干涉效应.其中 A 端输入的信号在 C 和 D 端产生 180°的相位差,而 B 端的输入信号在 C 和 D 端产生同相输出,即输入信号在 C 和 D 端 分别为相长干涉和相消干涉.锁定两路单模压缩微 波的相对相位为π/2, C 和 D 端输出频率简并的双 模压缩微波.

为了更加高效的锁定两路单模压缩微波的相 对相位,输出稳定的双模压缩,本文设计了一种相 位锁定方案,如图 2 所示.对 JPA2 的信号输入进 行相位调制,为保证相位调制信号在 JPA 中不发 生参量下转换,其频率需在 JPA 的工作带宽 (约 5 MHz) 之外,设定调制频率 $\Omega = 30$ MHz,则 JPA2 输出的单模压缩微波的振幅 E_2 可表示为

$$E_2 = A_2 \cos\left(\omega_0 t + m \sin \Omega t\right). \tag{1}$$

其中, A_2 表示信号场幅度, ω_0 表示中心频率,m表示调制幅度,t为传输时间.

当调制幅度 m 较小时,忽略相位调制产生的二次及更高次谐波,(1)式可利用一阶贝塞尔函数展开:





Fig. 2. Schematic of phase locking scheme for two-mode squeezed microwave preparation.

$$E_{2} \approx A_{2} \left[\mathbf{J}_{0} \left(m \right) \cos \omega_{0} t + \mathbf{J}_{1} \left(m \right) \cos \left(\omega_{0} + \Omega \right) t \right]$$

$$-\mathbf{J}_{1}(m)\cos\left(\omega_{0}-\Omega\right)t].$$
 (2)

JPA1 输出频率为 ω_0 的单模压缩微波, 其振幅 可表示为

$$E_1 = A_1 \cos \omega_0 t. \tag{3}$$

两路单模压缩微波在超导 180°混合环内干涉, 假设二者相对相位为θ,则干涉相长端输出可表示为

$$E_{3} = Re \left(e^{i\theta} E_{1} + E_{2} \right)$$

= $A_{1} \cos \left(\omega_{0} t + \theta \right) + A_{2} \left[J_{0} \left(m \right) \cos \omega_{0} t \right]$
+ $J_{1} \left(m \right) \cos \left(\omega_{0} + \Omega \right) t$
- $J_{1} \left(m \right) \cos \left(\omega_{0} - \Omega \right) t \right].$ (4)

利用威尔金森功分器提取部分 JPA1 的输出 (图 2 中 \\mathscript \nabla \nabla \sigma \sigma \nabla \sigma \sigma

$$S_{m1} = \frac{1}{2} \left[A_1^2 \cos \left(2\omega_0 t + 2\theta + \pi/2 \right) \right] + \frac{1}{2} A_1 A_2 J_0 (m)$$

$$\times \left[\cos \left(2\omega_0 t + \theta + \pi/2 \right) + \cos \left(\theta + \pi/2 \right) \right]$$

$$+ \frac{1}{2} A_1 A_2 J_1 (m) \left[\cos \left(-\Omega t + \theta + \pi/2 \right) \right]$$

$$+ \cos \left(2\omega_0 t + \Omega t + \theta + \pi/2 \right)$$

$$- \cos \left(\Omega t + \theta + \pi/2 \right) + \cos \left(2\omega_0 t + \theta + \pi/2 \right) \right]. (5)$$

利用低通滤波器将高频信号滤除,仅保留频率 不大于Ω的信号.在信息处理中仅对交流信号进行 分析,因此S_{ml}可简化为

$$S'_{m1} = \frac{1}{2} A_1 A_2 J_1(m) \left[\cos\left(-\Omega t + \theta + \pi/2\right) - \cos\left(\Omega t + \theta + \pi/2\right) \right]$$
$$= A_1 A_2 J_1(m) \sin\Omega t \cos\theta. \tag{6}$$

调制信号源产生的一部分相位调制信号 $S_{\varphi} = \cos(\Omega t + \varphi) 与 S_{ml} 混频, 输出经滤波器滤除 频率大于 <math>\Omega$ 的分量后得到:

$$S_{\rm m2} = -\frac{1}{2} A_1 A_2 \mathbf{J}_1(m) \cos \theta \sin \varphi.$$
 (7)

该输出即为锁定两路单模压缩微波相对相位 的鉴频信号. 扫描信号 2 的相位, 调整移相器 1 使 鉴频曲线强度最大, 如图 3 所示. 此时 $\varphi = \pi/2$, 鉴 频信号简化为 $S_{m2} = -\frac{1}{2}A_1A_2J_1(m)\cos\theta$. 之后停 止相位扫描, 以 S_{m2} 作为 PID 控制电路的误差信 号, 输出的压控信号 S_c 反馈到移相器 2, 调节 JPA2 的抽运相位以改变输出单模压缩微波的相 位, 将相对相位锁定在 $\pi/2$ 附近, 如图 4 所示.



图 3 扫描θ时的鉴频曲线.





Fig. 4. Schematic of phase locking process.

3 性能分析

系统链路中相位调制器、放大器、滤波器、混 频器等元件均会引入一定的噪声,进而影响最终的 相位确定精度.本方案对相位信息的提取是基于调 制频率而非双模压缩的中心频率,因此未建立分束 器等模型分析产生的量子损耗,仅利用经典的输出 信噪比为指标衡量链路噪声对于相位误差的影响. 假定各元件对于信号的噪声形式以及作用方式都 相同,以鉴频信号输出端的信噪比为参数分析整个 链路最终叠加的噪声对于相位误差的影响.

如第2节所述,鉴频曲线强度最大时鉴频信号 可表示为

$$S_{\rm m2} = -\frac{1}{2} A_1 A_2 J_1(m) \cos \theta.$$
 (8)

其期望与方差满足如下关系:

$$E(S_{m2}) = (s+n)\cos\theta, \qquad (9)$$

$$D\left(S_{\rm m2}\right) = n^2 \cos^2\theta,\tag{10}$$

其中, *s*与 *n*分别表示输出鉴频信号的量化信号与 噪声功率.则相对相位的响应度可表示为

$$\frac{\mathrm{d}E\left(S_{\mathrm{m2}}\right)}{\mathrm{d}\theta} = -\left(s+n\right)\sin\theta. \tag{11}$$

根据误差传递公式可计算相位误差为

$$\delta\theta = \frac{\Delta S_{\rm m2}}{\left| {\rm d}E\left(S_{\rm m2}\right)/{\rm d}\theta \right|} = \frac{1}{\left(s/n+1\right)\left| \tan\theta \right|} \quad . \tag{12}$$

由 (12) 式可知, 相位测量的误差与输出信噪 比及相位自身的值有关. 输出信号的信噪比越大, 相位误差越小; 在 $\theta = \pi/2$ 时相位误差达到最小值, 由于该方案为经典信息的探测与处理, 因此在 $\theta = \pi/2$ 时误差达到散粒噪声极限, 而非为零. 图 5 描述了相位误差与输出信噪比及自身相位值的变 化关系.

如图 5 所示,相位误差随输出信噪比的增加而 减小,最终趋于散粒噪声极限;由图 5(b)可知,当 信噪比大于 2 dB 时 $\theta = 5\pi/12$ 的相位误差已小于 0.0025 rad,而当信噪比大于 3.5 dB 时其相位误差 已经即为接近散粒噪声极限.此外,相位误差随 $\theta = 0 \rightarrow \pi/2$ 而逐渐减小,在一定相位范围内,其误 差大于此刻的相位值,这将严重影响后续的相位锁 定,对此需辅助相应的相位偏置使得相位测量误差 始终保持在最小值.相位偏置对于相位锁定的暂态 过程十分必要,而当系统稳定到 $\theta = \pi/2$ 时,相位偏 置不会对探测结果的精度产生大的影响.

对于双模压缩微波的制备而言,相位误差最终 影响到的是信号的纠缠稳定度,这是衡量纠缠特性 的关键指标. Duan 等^[23]针对连续变量系统从量子 压缩的角度提出一种纠缠判据,该判据指出对于 两体系统,当其正交分量满足 $\langle \Delta^2 (X_1 \mp X_2) \rangle + \langle \Delta^2 (Y_1 \pm Y_2) \rangle < 1$ 时,即可认定输出为纠缠态.基 于文献 [23] 提出的判据,纠缠度可表示为

 $E_N = \max\left(0, -\lg\left(\min\Delta^2\right)\right),\,$

$$\Delta^2 = \left\langle \Delta^2 \left(X_1 \mp X_2 \right) \right\rangle + \left\langle \Delta^2 \left(Y_1 \pm Y_2 \right) \right\rangle.$$
(13)

其中 X, Y为两体系统的正交分量.

当 $E_N > 0$ 表示存在纠缠, 且 E_N 值越大表示纠 缠程度越高; 而 $E_N \leq 0$ 时说明输出信号无纠缠特 性. 为便于分析纠缠度与两路单模压缩微波相对相 位的关系, (13) 式可表示为

$$E_N = \max\left(0, -\lg\left(\frac{1+\cos 2\theta}{4}e^{2r} + \frac{3+\cos 2\theta}{4}e^{-2r}\right)\right).$$
(14)

同 (8)—(12) 式的原理相同, 据 (14) 式可推导 出纠缠度的误差传递函数为

$$\delta^{2} E_{N} = \left(\frac{\partial E_{N}}{\partial \theta}\right)^{2} \delta^{2} \theta$$
$$= -\frac{1}{\left[\left(1 + \cos 2\theta\right) e^{2r}/4 + \left(3 + \cos 2\theta\right) e^{-2r}/4\right]} \times \left[-\frac{\sin 2\theta}{2} \left(e^{2r} + e^{-2r}\right)\right] \delta^{2} \theta.$$
(15)

 δE_N 可理解为相位误差引起的纠缠度的波动 范围. 根据 (15) 式绘制了 $\theta = \pi/2$ 时 δE_N 与相位误 差 δθ 及压缩度 r 的关系图, 结果如图 6 所示.



图 5 相位误差与输出信噪比及自身相位值的变化关系 Fig. 5. Variance of $\delta\theta$ versus s/n and θ .

由图 6 可知, 纠缠度波动范围 δE_N 随相位误差 $\delta \theta$ 的增加而呈正指数增长, 且压缩度 r 越大, 纠缠 度波动范围越大. 由图 6(b) 可看出, 在同一 $\delta \theta$ 值 下随着压缩度 r 的增加, δE_N 的增长差异逐渐减 小, 最终将趋于平稳. 即 r 较小时, 相同的 $\delta \theta$ 产生 的纠缠度波动与 r 的大小密切相关, 此时纠缠波动 和压缩度为衡量纠缠特性的关键指标; 而 r 较大 时, 相同的 $\delta \theta$ 产生的纠缠度波动不再随 r 的改变 而剧烈变化, 压缩度成为衡量纠缠特性的主导因



图 6 δE_N 与相位误差 $\delta \theta$ 及压缩度 r 的关系 Fig. 6. Variance of δE_N versus $\delta \theta$ and r.





素.此外,随着 r的增加,纠缠度 E_N 同时在增加, 因此纠缠度波动范围并不能准确反映量子纠缠微 波信号的纠缠稳定性,而 $\delta E_N/E_N$ 描述了纠缠度波 动范围相对输出纠缠度的比值,可用以分析输出纠 缠的稳定程度.对此仿真分析了 $\delta E_N/E_N$ 同相位误 差 $\delta\theta$ 及压缩度 r的关系,结果如图 7 所示.

由图 7(a) 可看出, $\delta E_N / E_N$ 同样随相位误差的增加而增加, 增长趋势较 δE_N 更缓慢.图 7(b)中, $\delta E_N / E_N$ 随 r 的增加而降低, 意味着随着压缩度的增加, 输出双模压缩微波的纠缠稳定度越高. 当相位误差为 $\delta \theta = 1^\circ$ 及压缩度 r > 2时, 纠缠稳定度或高. 当相位误差为 $\delta \theta = 1^\circ$ 及压缩度 r > 2时, 纠缠稳定度或高. 也有位误差的分析可知, $\theta = \pi/2$ 时相位误差最小 $\delta \theta \ll 1^\circ$, 则理论上的纠缠稳定度将再降低一个数量级.

上述分析表明,该方案具有更小的锁定误差和 更优的纠缠稳定性. 然而,方案中威尔金森功分器 的引入会导致输出信号纠缠度的降低,且功分比 $\sqrt{\eta}$ 越小,对纠缠度的减弱越明显,研究表明^[24],当 $\sqrt{\eta} > 99\%$ 时,对纠缠度的减弱效应低于 0.3°的相 位误差所造成的影响.且威尔金森功分器只会对纠 缠度产生微小的影响,而不会影响输出信号的纠缠 稳定度.但就当前实验技术而言,√ŋ>99%的功 分器在设计及实现方面仍有一定难度,是将本方案 应用于实际亟待解决的问题,值得进一步探究.

4 总 结

本文针对双模压缩微波制备的相位锁定问题, 设计了一种相位锁定方案及实现装置.通过对 JPA 的输入信号进行相位调制,利用混频器探测 另一路未调制的单模压缩微波与超导 180°混合环 输出的双模压缩微波,解调出相位调制信号并得到 两路单模压缩微波的相对相位及误差,利用 PID 控制电路实现相对相位的锁定.该方案相位误 差小、实时性高、输出纠缠特性稳定,满足当前微 波量子通信、量子照明等应用对高性能双模压缩微 波的要求.且随着实验技术的进一步发展,该方案 更有望应用于设计高效、稳定、可靠的双模压缩微 波信号源.

参考文献

- [1] Braunstein S L, Loock P V 2005 Rev. Mod. Phys. 77 513
- [2] Weedbrook C, Pirandola S, Garcia-Patron R, Cerf N J, Ralph T C, Shapiro J H, Lloyd S 2012 *Rev. Mod. Phys.* 84 621
- [3] Einstein A, Podolsky B, Rosen N 1935 Phys. Rev. 47 777
- [4] Liu C C, Wang D, Sun W Y, Ye L 2017 Quantum Inf. Process. 16 219
- [5] Miao Q, Li X, Wu D W, Luo J W, Wei T L, Zhu H N 2019 Acta Phys. Sin. 68 070302 (in Chinese) [苗强, 李响, 吴德伟, 罗均文, 魏天丽, 朱浩男 2019 物理学报 68 070302]
- [6] Hofheinz M, Huard B, Portier F 2016 C. R. Physique 17 679
- Sanz M, las Heras U, García-Ripoll J J, Solano E, di Candia R 2017 *Phys. Rev. Lett.* 118 070803
- [8] Madsen L S, Usenko V C, Lassen M, Filip R, Andersen U L 2012 Nat. Commun. 3 1083
- [9] di Candia R, Fedorov K G, Zhong L, Felicetti S, Menzel E P, Sanz M, Deppe F, Marx A, Gross R, Solano E 2015 EPJ Quantum Technol. 2 25
- [10] las Heras U, di Candia R D, Fedorov K G, Deppe F, Sanz M, Solano E 2017 Sci. Rep. 7 9333
- [11] Barzanjeh S, Guha S, Weedbrook C, Vitali D, Shapiro J H, Pirandola S 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 080503
- [12] Li X, Wu D W, Miao Q, Zhu H N, Wei T L 2018 IEEE Photonics J. 10 6101107
- [13] Li X, Wu D W, Wei T L, Miao Q, Zhu H N, Yang C Y 2018

AIP Adv. 8 065217

- [14] Castellanos-Beltran M A, Irwin K D, Hilton G C, Vale L R, Lehnert K W 2008 Nat. Phys. 4 929
- [15] Menzel E P, Candia R D, Deppe F, Eder P, Zhong L, Haeberlein M, Baust A, Hoffmann E, Ballester D, Inomata K, Yamamoto T, Nakamura Y, Solano E, Marx1 A, Ihmig M, Gross R 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 250502
- [16] Fedorov K G, Pogorzalek S, Heras U L, Sanz M, Yard P, Eder P, Fischer M, Goetz J, Xie1 E, Inomata K, Nakamura Y, di Candia R, Solano E, Marx1 A, Deppel F, Gross R 2018 *Sci. Rep.* 8 6416
- [17] Pogorzalek S, Fedorov K G, Xu M, Parra-Rodriguez A, Sanz M, Fischer M, Xie E, Inomata K, Nakamura Y, Solano E, Marx1 A, Deppel F, Gross R 2019 *Nature Commun.* 10 2604
- [18] Li P B, Li F L 2011 *Opt. Commun.* **284** 294
- [19] Ockeloen-Korppi C F., Damskägg E, Pirkkalainen J M, Heikkilä T T, Massel F, Sillanpää M A 2017 *Phys. Rev. Lett.* 118 103601
- [20] Abdi M, Tombesi P, Vitali D 2015 Ann. Phys. 527 139
- [21] Sete E A, Eleuch H 2014 Phys. Rev. A 89 013841
- [22] Marković D, Pillet J D, Flurin E, Roch N, Huard B 2019 Phys. Rev. Applied 12 024034
- [23] Duan L M, Giedke G, Cirac J I, Zoller P 1999 Phys. Rev. Lett. 84 2722
- [24] Li X, Wu D W, Zhu H N, Miao Q, Wei T L 2018 Results Phys. 11 920

A phase locking scheme of two-mode squeezed microwave preparation^{*}

Wei Tian-Li Wu De-Wei Yang Chun-Yan[†] Luo Jun-Wen Miao Qiang Li Xiang

(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)
 (Received 6 September 2019; revised manuscript received 14 October 2019)

Abstract

As the core of quantum entanglement, two-mode squeezing is manifested in cross-correlations of incompatible observables between two subsystems, which makes the two-mode squeezed microwave an ideal resource for applications in quantum communication, quantum illumination, and quantum microwave navigation. Currently the preparation scheme of two-mode squeezed microwave, based on the Josephson parametric amplifier (JPA) and a superconducting 180° hybrid ring coupler, proves to be the most efficient and excellent in quantum properties. Nevertheless, the difficult phase locking processing restricts the further improvement of entanglement. There is no effective solution but the dual-path receiver with phase stabilization measures, and the phase error reaches as high as 0.3° , which still does not meet the requirements for phase locking precision and entanglement stability. To overcome the academic obstacle, we propose a phase locking scheme to achieve a stable two-mode squeezed microwave. There are two JPAs used to separately generate single-mode squeezed microwaves, between which the difference lies in the fact that the input of one JPA is phase-modulated but the other is not. A superconducting 180° hybrid ring coupler is used to distribute the two single-mode squeezed microwaves into two output paths, which are two-mode squeezing if the squeezing directions of the two single-mode squeezed microwave are orthogonal. That is to say, the relative phase satisfies the condition $\theta = \pi/2$. By mixing the unmodulated single-mode squeezed microwave and one output of the superconducting 180° hybrid ring coupler, a relative phase is obtained in subsequent process. Proportional integral derivative (PID) controller is used as the input of phase error, and the output is used to adjust the pump phase of JPA, which is the key to phase locking and stable two-mode squeezing. The present research not only provides an effective strategy to achieve stable two-mode squeezed microwave, but also may attract more attention to the precisive measurement of two-mode squeezed microwave.

Keywords: two-mode squeezed microwave, phase locking

PACS: 42.50.Dv, 03.67.–a, 07.50.Qx

DOI: 10.7498/aps.69.20191348

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61603413, 61573372), the Natural Science Basic Research Program of Shaanxi Province, China (Grant No. 2017JM6017), and the Principal Fund of Air Force Engineering University, China (Grant Nos. ZJK2018019, XZJY2018038).

 $[\]dagger$ Corresponding author. E-mail: ycy220@163.com