

啁啾脉冲放大激光系统中展宽器色散的解析算法*

王楠¹⁾²⁾³⁾ 阮双琛^{2)4)†}

1) (深圳大学物理与光电工程学院, 深圳 518060)

2) (深圳大学, 深圳市激光工程重点实验室, 深圳 518060)

3) (中国科学院物理研究所, 光物理重点实验室, 北京 100190)

4) (深圳技术大学, 深圳 518118)

(2019年9月18日收到; 2019年10月28日收到修改稿)

时域色散精密控制是超短激光产生及其应用中的关键技术之一, 它通过控制各波长的光程产生相对延迟从而改变脉冲宽度. 展宽器是啁啾脉冲放大激光系统中对激光脉冲展宽的装置, 基于光线追迹法研究光线在展宽器中的传输路径, 可计算飞秒脉冲中各波长的光程, 进而计算脉冲展宽量并应用于系统设计. 由于展宽器的光程表达式复杂, 直接对其求导获得色散表达式较困难, 目前只能采用数值导数获得近似解, 这在计算过程中会引入误差, 不利于激光系统精确设计和优化. 本文介绍了一种易实现的求解展宽器色散的解析算法, 通过归纳展宽器光程表达式特点, 引入四个基元函数, 将光程表达式分解和反复代换, 可得到高阶色散的精确解析值. 本文首先对 Martinez 型展宽器重新光线追迹, 获得与 Offner 型展宽器一致的相位表达式, 其次通过解析算法获得了两种展宽器的精确高阶色散值, 最后将解析算法与数值算法的结果进行了比较. 该解析算法对于啁啾脉冲放大系统的参数设计具有实用价值.

关键词: 色散补偿, 啁啾脉冲放大, 脉冲展宽, 高阶色散

PACS: 42.15.Dp, 42.65.Re, 42.60.-v, 07.60.-j

DOI: 10.7498/aps.69.20191587

1 引言

飞秒激光啁啾脉冲放大 (CPA) 是结合激光脉冲宽度操控与激光能量放大以实现超快超强激光输出的技术. 基于这种技术, 目前已经可以获得峰值功率 10 PW 以上^[1] 的超强激光脉冲 (1 PW = 10^{15} W), 为强激光与物质相互作用的研究提供了强大的技术工具. 峰值功率为太瓦量级的啁啾脉冲放大激光系统相比前者可以实现较高的脉冲重复频率, 在先进工业制造和生物医学领域具有优异的应用价值. 如在激光加工领域, 飞秒激光加工相比于传统的机械加工具有非接触的优点, 相比于长脉

冲激光加工可以直接将介质等离子体化实现高精度的冷加工; 在生物医学领域, 飞秒激光可进行多光子成像获得比传统光学成像更深的穿透深度、超衍射极限的空间分辨率及更低的背景荧光噪声^[2], 也可以用于外科手术和靶向治疗. 当前的超快激光啁啾脉冲放大技术正向着产生更高的功率密度、更洁净的激光脉冲和以新激光材料为基础打造更低造价的新型激光系统等方向发展, 这些都需要可靠的光学理论模型作为支撑. 本文在理论上提出了一种超快激光啁啾脉冲放大系统中展宽器色散的解析计算方法, 对于精确计算展宽器色散、优化系统结构和设计新型激光系统具有实用价值.

超快激光啁啾脉冲放大的原理是: 在飞秒激光

* 深圳大学新引进教师科研启动项目 (批准号: 2017020) 和深圳市科技创新基础研究 (自由探索) 项目 (批准号: JCYJ20170818142940246) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: scruan@szu.edu.cn

的种子光进入光放大器前,先对激光脉冲进行时域展宽,再将展宽后的啁啾脉冲导入光放大器进行能量放大,最终对脉冲宽度进行压缩.这种方法可以避免直接将飞秒脉冲进行能量放大造成的光学器件损伤,因而能获得更高的脉冲能量和相对优良的空间和时域光束质量.啁啾脉冲放大技术的关键步骤之一就是激光脉冲的展宽和压缩,是通过控制飞秒脉冲的时域色散来实现的.利用色散装置使脉冲中不同波长的光通过的光程不同,可以实现光脉冲宽度的变化.不过这一过程引入的高阶色散与激光放大器里的高阶材料色散不能完全抵消会导致脉冲出现边峰,使得脉冲畸变或不够洁净,影响其后续应用,因而精确分析啁啾脉冲放大系统展宽和压缩器提供的高阶色散值对于优化系统就非常重要,这时需要对脉冲色散装置进行光线追迹,分析光脉冲的相位及其各阶色散.

常用的脉冲展宽压缩装置有棱镜对、光栅对、棱栅对、块材料、光纤、Offner型、Martinez型或Barty型展宽器等介质或光学系统结构.对于块材料和光纤等固体介质,可以直接使用相位表达式 $\phi = KL$ 代入材料折射率方程并对光频率 ω 求导进行色散分析^[3],由于可以较方便地获得色散的解析表达式,本文不再叙述过程.对于复杂的展宽压缩光学系统,则需要进行光线追迹进行光程计算.早在1969年,Treacy^[4]就使用光线追迹对平行光栅对的相位和各阶色散进行了详细分析;之后Fork等^[5]、Martinez等^[6]和张留洋等^[7]对棱镜对的色散进行了计算;Kane和Squier^[8]、Durfee等^[9]、郭淑艳等^[10]、徐婷婷等^[11]、苏娟等^[12]和Bucht等^[13]对棱栅对的色散进行了研究;Cheriaux等^[14]、Zhang等^[15]、蒋捷等^[16]、Wang等^[17]、田金荣等^[18]对Offner型展宽器进行了光线追迹与计算;Martinez^[19]、Zhang等^[20]、王勇等^[21]、宋晏蓉等^[22]和Su等^[23]对Martinez型展宽器进行了计算分析;孙大睿等^[24]、Backus等^[25]、Zhang等^[26]对啁啾脉冲放大系统的色散优化给出了建议;除此之外,研究人员也分析了有限的光束宽度、光栅失谐、光栅拼接、非匹配光栅、曲面光栅、光谱宽度、面型平整度和球差等因素对展宽器或压缩器中脉冲的影响,在这些方面有较多的文献报道,本文不再展开介绍.这些针对色散装置的研究为啁啾脉冲放大激光系统设计提供了很好的理论支持.然而,对于以上的展宽压缩光学系统装置,由于相位表达式复杂,难以直接推导出高阶解析导数表达式,目前主要是

通过设定自变量步长计算函数值再进行差商来进行数值求导的方法,而这样会给系统引入误差,不利于系统参数的设计和优化,尤其是高阶数值导数值的误差会逐级累积增大;另外步长越大,使得偏离误差越大,而步长越小,计算量增大,还会引入振荡误差,也难以快速、精确地获得色散值,不利于展宽器参数设计和色散的精密控制.本文提出了一种解析算法,并对Offner和Martinez型展宽器的各阶色散进行了解析计算,也对数值算法和解析算法的结果进行了比较.这种算法对于棱镜对、棱栅对等具有复杂相位表达式的解析导数求解也具有普遍适用性,对于优化设计展宽器和精确补偿色散具有实用意义.

2 Offner型展宽器和Martinez型展宽器的相位表达式

Offner展宽器和Martinez展宽器是啁啾脉冲放大激光系统中最常用的两种展宽器.由于以前的研究人员针对展宽器的光线追迹过程各有描述,有的为了简化计算也会使用近似,从而使得色散计算过程和获得的展宽器相位表达式在表述和精度上都存在差异.为了便于计算和比较,本文首先对两种展宽器的相位表达式进行统一.

Offner型展宽器的结构和光路如图1所示,本文直接使用文献中的光线追迹结果作为进行计算的相位 Φ 表达式^[18]:

$$\Phi_{\text{offner}} = \Phi_{L_0} - \Phi_{G_0} = kL_0 = \frac{2\pi}{\lambda}(AB_0 + BC_0 + CD_0 + DE_0 + EF_0) - \frac{2\pi}{d}EA_0, \quad (1)$$

其中 Φ_{L_0} 是总光程引入的相位, Φ_{G_0} 是光栅衍射相位修正因子, $AB_0, BC_0, CD_0, DE_0, EF_0, EA_0$ 是展宽器中各段光路的表达式,与文献^[18]表述相同,引用如下:

$$AB_0 = \frac{R \sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin \theta_1},$$

$$BC_0 = CD_0 = \frac{R \sin(\theta_3 - \theta_2)}{\sin \theta_3},$$

$$DE_0 = \frac{R \sin(\theta_1 + 2\theta_3 - 3\theta_2)}{\sin(\theta_1 + 2\theta_3 - 4\theta_2)} - \frac{[(R-L) \sin(\theta_1 + 2\theta_3 - 4\theta_2) + R \sin \theta_2] \sin \theta_0}{\sin(\theta_0 + \theta_1 + 2\theta_3 - 4\theta_2) \sin(\theta_1 + 2\theta_3 - 4\theta_2)},$$

$$EA_0 = \frac{(R-L)\sin(\theta_1 + 2\theta_3 - 4\theta_2) + R\sin\theta_2}{\sin(\theta_0 + \theta_1 + 2\theta_3 - 4\theta_2)},$$

$$EF_0 = EA_0 \sin\theta_5,$$

式中的各角度如下所示, 其中 θ_0 为光栅与 OO' 的夹角, 是个初始设定值, 可以决定衍射光束在凹面镜上的位置, 此处设定为激光中心波长 λ_0 在衍射后位于凹面镜的中心, 以最大程度地利用凹面镜实际使用面积. θ_1 — θ_5 分别为光线与水平线、凹面镜法线、凸面镜法线、凹面镜法线、光栅法线和光栅的夹角.

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{\lambda_0}{d} - \sin\gamma_0\right),$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \theta_0 - \arcsin\left(\frac{\lambda}{d} - \sin\gamma_0\right),$$

$$\theta_2 = \theta_4 = \arcsin\left(\frac{R-L}{R} \sin\theta_1\right),$$

$$\theta_3 = \arcsin(2\sin\theta_2),$$

$$\theta_5 = \arcsin\left[\frac{\lambda}{d} - \cos(\theta_0 + \theta_1 + 2\theta_3 - 4\theta_2)\right].$$

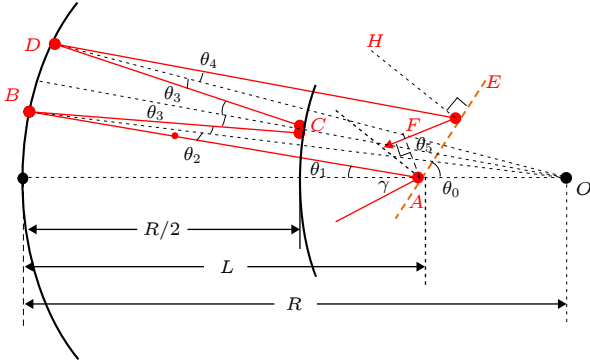


图 1 Offner 型展宽器的结构与光路图

Fig. 1. Scheme of Offner stretcher.

对 Martinez 型展宽器进行光线追迹可以得到相位 Φ 的表达式^[19–22], 为了统一描述和追迹方法, 本文对 Martinez 型展宽器重新进行光线追迹并获得与 Offner 型展宽器一致的相位表达式为:

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{Martinez}} &= \Phi_{\text{LM}} - \Phi_{\text{GM}} = kL_M \\ &= \frac{2\pi}{\lambda}(AB_M + BC_M + CD_M + DE_M + EF_M) \\ &\quad - \frac{2\pi}{d}EA_M, \end{aligned} \quad (2)$$

式中的各参数代表的意义与上述 Offner 型展宽器中的参数意义相同, 具体的值由下面过程给出. 用于追迹的 Martinez 型展宽器结构及光路如图 2 所

示, 其中的红色实线为传输光, 深黄色的虚线为光栅, 黑色的实线曲线和直线分别为凹面反射镜和平面反射镜, 黑色的虚线曲线为凹面镜相对于平面镜的镜像, 其余黑色虚线直线为辅助线. 光线从从 A 点入射到光栅, 经凹面镜 B 点、平面镜 C 、凹面镜 D 和光栅 E 点后出射; θ_0 为光栅与 OO' 的夹角, 选取为此时激光中心波长 λ_0 的衍射光线为 AO' ; θ_1 — θ_6 分别为光线与水平线、凹面镜法线、平面镜法线、凹面镜法线、光栅法线和光栅的夹角; 图中凹面镜圆心位于 O 点, 圆半径为 R ; 平面镜位于 $R/2$ 处; 光栅凹面镜间距 $O'A$ 为 L . BD' 延长线交 OO' 于 A' 点; DE' 延长线交 OO' 于 G 点; $AF \perp EF$. 由几何关系和正弦定理, 可得各段光路的光程表达式为:

$$AB_M = \frac{R\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin\theta_1},$$

$$\begin{aligned} BC_M + CD_M &= A'D'_M - A'B_M \\ &= \frac{R\sin(\theta_3 + \theta_4)}{\sin\theta_3} - \frac{AB_M \sin\theta_1}{\sin\theta_3}, \end{aligned}$$

$$DE_M = DG_M - EG_M$$

$$\begin{aligned} &= DG_M - \frac{AG_M \sin\theta_0}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_5\right)} = \frac{R\sin(\theta_3 + \theta_4)}{\sin(\theta_3 + 2\theta_4)} \\ &\quad - \left[R - L - \frac{R\sin\theta_4}{\sin(\theta_3 + 2\theta_4)}\right] \frac{\sin\theta_0}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_5\right)}, \end{aligned}$$

$$EA_M = \frac{AG_M \sin(\theta_3 + 2\theta_4)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_5\right)}$$

$$= \left[R - L - \frac{R\sin\theta_4}{\sin(\theta_3 + 2\theta_4)}\right] \frac{\sin(\theta_3 + 2\theta_4)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta_5\right)},$$

$$EF_M = EA_M \cos\theta_6,$$

式中的角度值为:

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{\lambda_0}{d} - \sin\gamma_0\right),$$

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \theta_0 - \arcsin\left(\frac{\lambda}{d} - \sin\gamma_0\right),$$

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{R-L}{R} \sin\theta_1\right),$$

$$\theta_3 = 2\theta_2 - \theta_1,$$

$$\theta_4 = \arcsin\left[\left(\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3} - 1\right) \sin\theta_3\right],$$

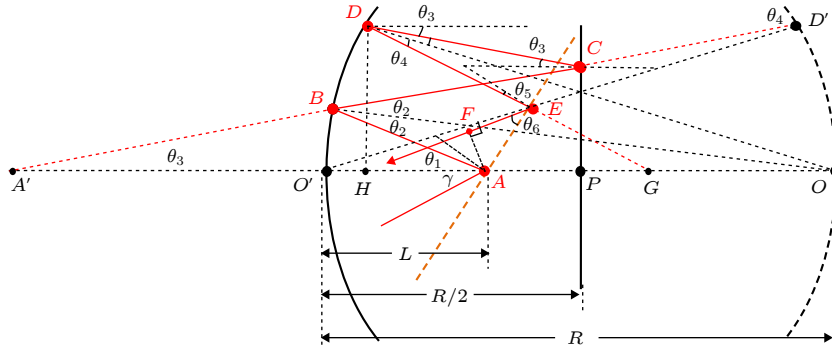


图 2 Martinez 型展宽器的结构与光路图
Fig. 2. Scheme of Martinez Stretcher.

$$\theta_5 = \pi/2 - (\theta_0 + \theta_3 + 2\theta_4),$$

$$\theta_6 = \pi/2 - \arcsin(\lambda/d - \sin \theta_5).$$

至此, 完成了对两种展宽器的相位表达式的统一, 并给出了对应项的参数, 由于展宽器结构上的差异, 总的相位表达式虽然相同, 但具体的参数会有不同. 通过表达式也可以看出, 直接计算获得光通过两种展宽器后的相位 Φ 关于光频率 ω 的各阶解析导数是比较困难的.

3 解析算法

通过分解各段光程表达式并循环代换的方式来获得解析计算结果. 观察相位式中的各段光路表达式可以发现, 所有式子都由四个初等函数构成, 即 $y = \sin(x)$, $y = \arcsin(x)$, $y = A/B$, $y = A + B$. 为了求解解析解, 只需求解这四个初等函数的导数, 然后把所有表达式依次代入这 4 个函数即可. 以 $y = \sin(x)$ 为例, 参数 x , y 都是光波长 λ 或频率 ω 的导数, 该初等函数的一阶到四阶导数使用简单的求导规则就可以获得:

$$\begin{cases} y = \sin x, \\ \dot{y} = \cos x \cdot \dot{x}, \\ \ddot{y} = -\sin x \cdot \dot{x}^2 + \cos x \cdot \ddot{x}, \\ \ddot{\ddot{y}} = -\cos x \cdot \dot{x}^3 - 3 \sin x \cdot \dot{x} \cdot \ddot{x} + \cos x \cdot \ddot{\ddot{x}}, \\ y^{(4)} = \sin x \cdot \dot{x}^4 - 6 \cos x \cdot \dot{x}^2 \cdot \ddot{x} - 3 \sin x \cdot \ddot{\ddot{x}}^2 - 4 \sin x \cdot \dot{x} \cdot \ddot{\ddot{x}} + \cos x \cdot x^{(4)}. \end{cases} \quad (3)$$

那么只要输入参数 x 的各阶导数值, 代入 (3) 式就可以获得参数 $y = \sin(x)$ 的各阶解析导数值. 同样的道理, 可得 $y = \arcsin(x)$, $y = A/B$, $y = A + B$ 这三个初等函数的解析导数表达式 (见附录). 只要已知输入参数 x 或 A 与 B 的导数值, 就可以获得

这三个初等函数的对应的解析值. 使用软件编程, 将以上表达式创建 4 个自定义函数, 保存为函数文件后, 对于各段光路反复调用这 4 个函数就能完成相位的求解.

以求解 Martinez 型展宽器的 θ_1 为例, 为了最终求解相位关于角频率的导数, 将追迹波长 λ 变换为角频率 ω , 得 $\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \theta_0 - \arcsin\left(\frac{2\pi c}{\omega d} - \sin \gamma_0\right)$, 式中的 θ_0 是光栅与对称轴的夹角, γ_0 是光线在光栅上的入射角, d 是光栅常数, c 是光速, 2 和 π 是常数, 各阶导数为 0; 角频率 ω 是自变量, 其一阶导数为 1, 高阶导数为 0. 所以参照上述初等函数发现, $\frac{2\pi c}{\omega d} = \frac{2\pi c}{d\omega} = A/B$, 其中此处 $A = \frac{2\pi c}{d}$, 各阶导数为 0, $B = \omega$, 一阶导数为 1, 各阶导数为 0, 代入到 A/B 的解析导数式中, 可得 $\frac{2\pi c}{\omega d}$ 的各阶解析导数值, 再代入 $A + B$ 的解析导数式中求得 $\frac{2\pi c}{\omega d} - \sin \gamma_0$ 的各阶导数值, 继续代入 $\arcsin(x)$ 的解析导数表达式中求得 $\arcsin\left(\frac{2\pi c}{\omega d} - \sin \gamma_0\right)$ 的各阶导数值, 再代入 $A + B$ 的解析表达式中求解得到 $\frac{\pi}{2} - \theta_0 - \arcsin\left(\frac{2\pi c}{\omega d} - \sin \gamma_0\right)$ 的各阶解析导数值, 这样就获得了 θ_1 的各阶解析导数值. 使用同样的方法, 依次得到 θ_2 — θ_6 、光程 AB_M 至 EF_M 以及最终的相位 Φ 的各阶解析导数值. 虽然该过程需要把表达式分解成很多项依次代换, 但是使用程序设计很容易实现, 所以代换过程的程序的编写和运算都非常快, 并且计算结果是解析值, 比通常的数值运算更为精确.

4 计算结果

基于上述算法, 对 Offner 型展宽器和 Martinez

型展宽器进行了编程计算. 使用的两种展宽器的计算参数如表 1 所列.

表 1 用于计算的 Offner 型与 Martinez 型展宽器参数

Table 1. Structural parameters of Offner and Martinez stretchers.

计算参数	Offner型展宽器	Martinez型展宽器
凹面镜曲率半径 R/mm	1210	1210
光栅凹面镜间距 L/mm	1005	400
激光光栅入射角 $\gamma_0/^\circ$	22	22
光栅刻线密度 $/\text{mm}^{-1}$	1200	1200
展宽程数	2	2

采用这个参数时, 计算可得对于 800 nm 激光波长, 两种展宽器产生的二阶色散都为 $1.6378 \times 10^6 \text{ fs}^2$. 使用高斯成像公式可得, Offner 型展宽器的等效光栅对间距为 $2(R - L) \cos \theta_0$, Martinez 型展宽器的为 $2(R/2 - L) \cos \theta_0$, 此处两种展宽器参数对应的等效光栅对间距值都为 332.407 mm.

使用该解析方法对两种展宽器进行色散计算, 结果如图 3 所示. 红线给出的是 Offner 型展宽器的一阶到四阶色散, 其中图 3(a) 为群延迟, 图 3(b)

为群延迟色散或二阶色散, 图 3(c) 和图 3(d) 分别为三阶色散和四阶色散. 同理, 图 3(a)—图 3(d) 的蓝线分别给出的是 Martinez 型展宽器的一阶到四阶色散图. 可见采用该参数时, 两种展宽器提供的色散大概是相同的, 而 Offner 型展宽器在光谱边缘处提供更大的色散量.

接下来对两种展宽器的解析算法与数值算法的计算结果进行比较. 使用差商数值算法并选择数值计算步长分别为 0.1 和 5.0 nm, 此时获得的两种展宽器的二阶色散值与解析色散值由图 4 给出, 其中图 4(a), (c) 为 Offner 型展宽器的结果, 图 4(b), (d) 为 Martinez 型展宽器的结果. 从图 4(a), (b) 中可以看出, 随着步长数值的增大, 二阶色散值的数值计算误差也相对于解析计算值增大, 所以数值计算的步长不宜过大. 图 4(c), (d) 为两种展宽器的四阶色散值, 其中红色点线的 0.1 nm 步长的值表现出显著振荡, 这是由于步长过小使得数值导数的分母过小, 引入了数值差分误差, 因而数值计算的步长也不宜过小. 本文通过多次模拟发现, 采用数值差商计算展宽器色散过程中, 为避免数值导数差分误差和累积误差过大, 仅进行二阶色散的计算时, 最佳步长可以选为 0.0006 nm 左右, 若进行四阶色散

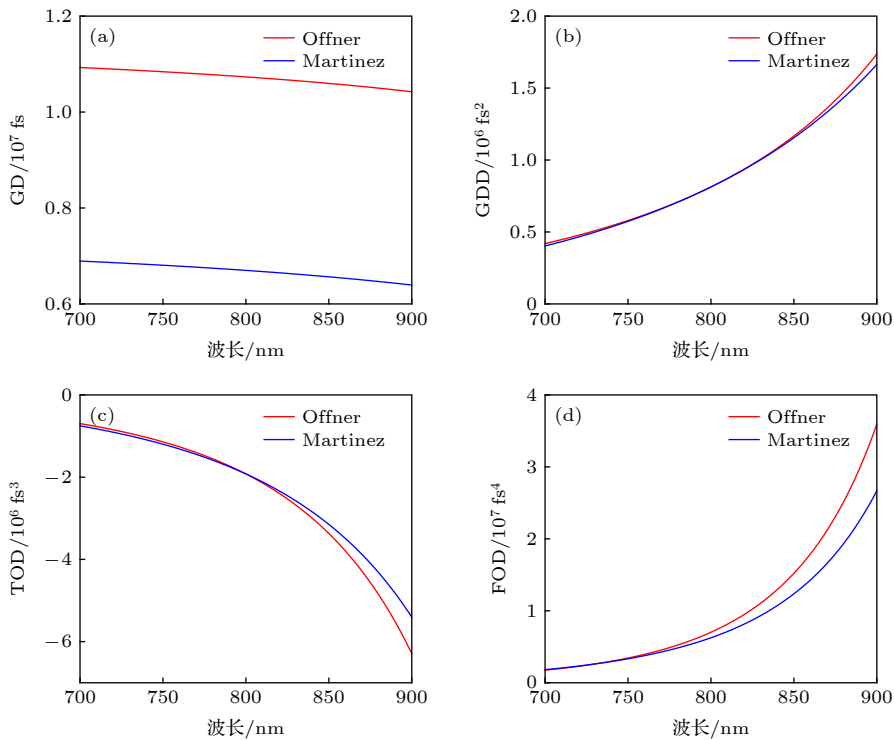


图 3 Offner 型与 Martinez 型展宽器 700—900 nm 的解析计算色散曲线 (a) GD; (b) GDD; (c) TOD; (d) FOD

Fig. 3. Analytical dispersion results of Offner and Martinez stretcher: (a) GD; (b) GDD; (c) TOD; (d) FOD.

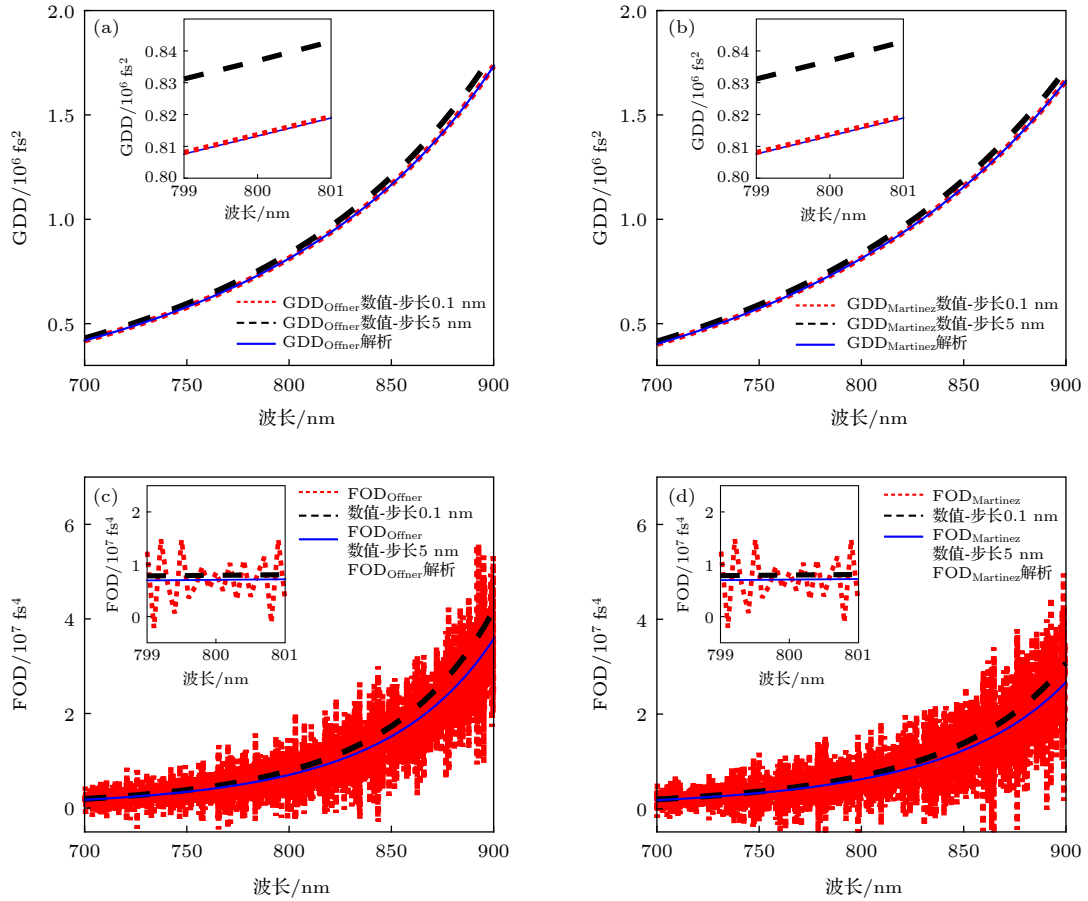


图 4 (a) Offner 型展宽器的二阶色散值; (b) Martinez 型展宽器的二阶色散值; (c) Offner 型展宽器的四阶色散值; (d) Martinez 型展宽器的四阶色散值. 图中蓝色实线为解析计算值, 红色点线是步长为 0.1 nm 的数值计算值, 黑色虚线是步长为 5 nm 的数值计算值

Fig. 4. (a) GDD of Offner stretcher; (b) GDD of Martinez stretcher; (c) FOD of Offner stretcher; (d) FOD of Martinez stretcher. Blue solid lines in the figure are analytical results; red dotted lines are numerical results with step of 0.1 nm; black dash lines are numerical results with step of 5 nm.

的计算, 最佳步长在 0.3 nm 左右. 通过对比数值求解与解析计算结果, 可以发现本文的解析算法计算可以避免数值计算的两种误差问题, 尤其在进进行高阶色散的计算时表现出更好的实用性.

5 总 结

介绍了一种啁啾脉冲放大激光中展宽器色散的解析计算方法. 基于光线追迹, 本文首先给出了与 Offner 型展宽器光线追迹结果相统一的 Martinez 型展宽器追迹公式, 进而使用初等函数循环代换的方式获得了两种展宽器的解析计算结果, 接下来本文对两种展宽器的数值计算结果与解析计算结果进行了比较, 最终获得了两种展宽器一阶到四阶色散的解析计算结果. 可以看出, 该方法得到的解析

计算结果更为精确, 对于啁啾脉冲放大激光系统中的展宽器设计及色散优化提供了实用的工具; 另外本算法可以不依赖于特定程序设计语言的内置函数, 可以较好地进行推广, 能做成手机应用程序或可视化应用程序进行使用. 当然, 接下来研究的是综合整个啁啾脉冲放大系统的色散进行优化, 并结合色散测量装置 FROG 或 SPIDER 进行更为精确的色散控制, 以期待获得更好的色散补偿结果.

感谢中国科学院物理研究所张伟博士在啁啾脉冲放大激光系统实验参数方面的有益讨论和技术支持.

附录 用于展宽器光线追迹解析算法的四个初等函数的四阶导数式

$y = \sin(x)$ 函数的一至四阶全导数:

$$\left\{ \begin{aligned} y &= \sin x, \\ \dot{y} &= \cos x \cdot \dot{x}, \\ \ddot{y} &= -\sin x \cdot \dot{x}^2 + \cos x \cdot \ddot{x}, \\ \dddot{y} &= -\cos x \cdot \dot{x}^3 - 3\sin x \cdot \dot{x} \cdot \ddot{x} + \cos x \cdot \dddot{x}, \\ y^{(4)} &= \sin x \cdot \dot{x}^4 - 6\cos x \cdot \dot{x}^2 \cdot \ddot{x} - 3\sin x \cdot \ddot{x}^2 \\ &\quad - 4\sin x \cdot \dot{x} \cdot \dddot{x} + \cos x \cdot x^{(4)}. \end{aligned} \right. \quad (A1)$$

$y = \arcsin(x)$ 函数的一至四阶全导数:

$$\left\{ \begin{aligned} y &= \arcsin x, \\ \dot{y} &= (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \dot{x}, \\ \ddot{y} &= x(1-x^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \dot{x}^2 + (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \ddot{x}, \\ \dddot{y} &= (1-x^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \dot{x}^3 + 3x^2 \cdot (1-x^2)^{-\frac{5}{2}} \cdot \dot{x}^3 \\ &\quad + 3x(1-x^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \dot{x} \cdot \ddot{x} + (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \ddot{x}^2, \\ y^{(4)} &= 9x(1-x^2)^{-\frac{5}{2}} \cdot \dot{x}^4 + 15x^3(1-x^2)^{-\frac{7}{2}} \cdot \dot{x}^4 \\ &\quad + 18x^2(1-x^2)^{-\frac{5}{2}} \cdot \dot{x}^2 \cdot \ddot{x} \\ &\quad + 4x(1-x^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \ddot{x} \cdot \dot{x} + 6(1-x^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \dot{x}^2 \cdot \ddot{x} \\ &\quad + (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{(4)} + 3x(1-x^2)^{-\frac{3}{2}} \cdot \dot{x}^2. \end{aligned} \right. \quad (A2)$$

$y = A/B$ 函数的一至四阶全导数:

$$\left\{ \begin{aligned} y &= AB^{-1}, \\ \dot{y} &= \dot{A}B^{-1} - B^{-2}A\dot{B}, \\ \ddot{y} &= \ddot{A}B^{-1} - 2B^{-2}\dot{A}\dot{B} + 2B^{-3}A\dot{B}^2 - B^{-2}A\ddot{B}, \\ \dddot{y} &= \ddot{\dot{A}}B - 3B^{-2}\ddot{A}\dot{B} - 3B^{-2}A\ddot{\dot{B}} \\ &\quad + 6B^{-3}\dot{A}\dot{B}^2 + 6B^{-3}A\ddot{B}\dot{B} - 6B^{-4}A\dot{B}^3 - B^{-2}A\ddot{\dot{B}}, \\ y^{(4)} &= A^{(4)}B^{-1} - 4B^{-2}\ddot{\dot{A}}\dot{B} - 4B^{-2}A\ddot{\dot{B}} \\ &\quad - 6B^{-2}\ddot{A}\ddot{B} + 24B^{-3}\dot{A}\dot{B}\ddot{B} - 36B^{-4}A\dot{B}^2\ddot{B} \\ &\quad + 12B^{-3}\ddot{A}\dot{B}^2 - 24B^{-4}\dot{A}\dot{B}^3 + 8B^{-3}A\ddot{B}\ddot{B} \\ &\quad + 6B^{-3}A\ddot{B}^2 + 24B^{-5}A\dot{B}^4 - B^{-2}A\dot{B}^{(4)}. \end{aligned} \right. \quad (A3)$$

$y = A + B$ 函数的一至四阶全导数:

$$\left\{ \begin{aligned} y &= A + B, \\ \dot{y} &= \dot{A} + \dot{B}, \\ \ddot{y} &= \ddot{A} + \ddot{B}, \\ \dddot{y} &= \ddot{\dot{A}} + \ddot{\dot{B}}, \\ y^{(4)} &= A^{(4)} + B^{(4)}. \end{aligned} \right. \quad (A4)$$

参考文献

- [1] Li W, Gan Z, Yu L, Wang C, Liu Y, Guo Z, Xu L, Xu M, Hang Y, Xu Y, Wang J, Huang P, Cao H, Yao B, Zhang X, Chen L, Tang Y, Li S, Liu X, Li S, He M, Yin D, Liang X, Leng Y, Li R, Xu Z 2018 *Opt. Lett.* **43** 5681
- [2] Liu H, Deng X, Tong S, He C, Cheng H, Zhuang Z, Gan M, Li J, Xie W, Qiu P, Wang K 2019 *Nano Lett.* **19** 5260
- [3] Qin S, Ning X N, Chen J C 2019 *Acta Phot. Sin.* **48** 0914001 (in Chinese) [秦爽, 宁笑楠, 陈九成 2019 *光子学报* **48** 0914001]
- [4] Treacy E 1969 *IEEE J. Quantum Electron.* **5** 454
- [5] Fork R, Martinez O, Gordon J 1984 *Opt. Lett.* **9** 150
- [6] Martinez O, Gordon J, Fork R 1984 *J. Opt. Soc. Am. A* **1** 1003
- [7] Zhang L Y, Jin H Y, Qu Y Q, Pu S Z, Huang J Z, Wang D S, Yang Y 2016 *Laser & Optoelectronics Progress* **53** 102202 (in Chinese) [张留洋, 金海洋, 曲玉秋, 浦绍质, 黄金哲, 汪东升, 杨莹 2016 *激光与光电子学进展* **53** 102202]
- [8] Kane S, Squier J 1997 *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 661
- [9] Durfee C, Squier J, Kane S 2008 *Opt. Express* **16** 18004
- [10] Guo S Y, Ye P, Teng H, Zhang W, Li D H, Wang Z H, Wei Z Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 094202 (in Chinese) [郭淑艳, 叶蓬, 滕浩, 张伟, 李德华, 王兆华, 魏志义 2013 *物理学报* **62** 094202]
- [11] Xu T T, Sun M Z, Yang Q W, Wang N N, Guo A L, Kang J, Zhu H D, Xie X L 2013 *Acta Opt. Sin.* **33** 0532002 (in Chinese) [徐婷婷, 孙美智, 杨庆伟, 王楠楠, 郭爱林, 康俊, 朱海东, 谢兴龙 2013 *光学学报* **33** 0532002]
- [12] Su J, Liu Z H, Wei T, Li J F 2015 *Laser & Optoelectronics Progress* **52** 060501 (in Chinese) [苏娟, 刘忠华, 魏涛, 李菊芬 2015 *激光与光电子学进展* **52** 060501]
- [13] Bucht S, Haberberger D, Bromage J, Froula D H 2019 *J. Opt. Soc. Am. B* **36** 2325
- [14] Cheriaux G, Rousseau P, Salin F, Chambaret J 1996 *Opt. Lett.* **21** 414
- [15] Zhang Z, Songa Y, Suna D, Chaia L, Sunb H, Wang C 2002 *Opt. Commun.* **206** 7
- [16] Jiang J, Zhang Z, Hasama T 2002 *J. Opt. Soc. Am. B* **19** 678
- [17] Wang H, Liu H, Xiong H, Zhu S, Zhao W, Wang Y, Chen G 2005 *High Power Laser and Particle Beams* **17** 1359
- [18] Tian J R, Sun J H, Wei Z Y, Wang Z H, Ling W J, Huang X J, Liu L T, Wei X F, Zhang J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1200 (in Chinese) [田金荣, 孙敬华, 魏志义, 王兆华, 令维军, 黄小军, 刘兰亭, 魏晓峰, 张杰 2005 *物理学报* **54** 1200]
- [19] Martinez O 1987 *IEEE J. Quantum Electron.* **23** 59
- [20] Zhang Z, Yagi T, Arisawa T 1997 *Appl. Opt.* **36** 3393
- [21] Wang Y, Wang Q Y, Chai L, Zhang W L, Xing Q R 2000 *Chin. J. Quant. Elect.* **17** 193 (in Chinese) [王勇, 王清月, 柴路, 张伟力, 邢岐荣 2000 *量子电子学报* **17** 193]
- [22] Song Y R, Zhang Z G, Wang Q Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 581 (in Chinese) [宋晏蓉, 张志刚, 王清月 2003 *物理学报* **52** 581]
- [23] Su H, Peng Y J, Li Y Y, Lu X Y, Chen J C, Wang P F, Lv X L, Shao B J, Leng Y X 2019 *Opt. Lett.* **44** 1980
- [24] Sun D R, Song Y R, Zhang Z G, Liu Y J, Chai L, Wang Q Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 870 (in Chinese) [孙大睿, 宋晏蓉, 张志刚, 刘永军, 柴路, 王清月 2003 *物理学报* **52** 870]
- [25] Backus S, Durfee C, Murnane M, Kapteyn H 1998 *Rev. Sci. Instrum.* **69** 1207
- [26] Zhang Z G, Sun H 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1080 (in Chinese) [张志刚, 孙虹 2001 *物理学报* **50** 1080]

Analytical algorithm of stretcher dispersion in chirp pulse amplification laser system*

Wang Nan¹⁾²⁾³⁾ Ruan Shuang-Chen^{2)4)†}

1) (*College of Physics and Optoelectronic Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China*)

2) (*Shenzhen Key Laboratory of Laser Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China*)

3) (*Key Laboratory of Optical Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

4) (*Shenzhen Technology University, Shenzhen 518118, China*)

(Received 18 September 2019; revised manuscript received 28 October 2019)

Abstract

Dispersion control is one of many key techniques in ultrashort laser pulse generation and its applications. By controlling the optical path of wavelength in the laser pulse to generate relative time delay, the pulse width of laser can be changed. The stretcher is the optical scheme to broaden the pulse width in chirp pulse amplification. By using ray trace, the pulse stretch time can be evaluated. However, due to the complicated formula of optical path in stretcher, it is difficult to obtain an analytical expression of high-order dispersion by using direct derivative. In this case, the present numerical methods are commonly used and error would be introduced into the optical system design and optimization inevitably. In this paper we introduce an analytical algorithm of stretcher dispersion. By summarizing the characteristic of stretcher formula, four fundamental functions are introduced to help to calculate the analytical derivative. By substituting the separate terms of the expressions step by step, analytical calculation of stretcher dispersion can be realized. In this paper, the ray trace of Martinez stretcher is first introduced to achieve similar phase expressions to them of existing Offner stretcher, then accurate high order dispersion results are attained by using analytical method, finally the calculation results by using the analytical method and numerical method are compared with each other. The algorithm introduced into this paper for calculating the dispersion is practical and hopeful in designing the chirp pulse amplification laser systems.

Keywords: dispersion compensation, chirp pulse amplification, pulse stretch, high-order dispersion

PACS: 42.15.Dp, 42.65.Re, 42.60.-v, 07.60.-j

DOI: [10.7498/aps.69.20191587](https://doi.org/10.7498/aps.69.20191587)

* Project supported by the Start-up Project of Scientific Research for New Teachers of Shenzhen University, China (Grant No. 2017020) and the Science and Technology Plan Project of Shenzhen, China (Grant No. JCYJ20170818142940246).

† Corresponding author. E-mail: scruan@szu.edu.cn