

# 自由空间中时空复变量自减速艾里拉盖尔 高斯光束的相互作用

张霞萍<sup>†</sup>

(南京晓庄学院物理系, 南京 210017)

(2019年8月22日收到; 2019年10月15日收到修改稿)

根据自由空间光束传输遵循的(3+1)维薛定谔方程, 得到了两束时空自减速艾里复变量拉盖尔高斯(Airy elegant-Laguerre-Gaussian, AELG)光束共线传输时的解析解, 并分析其共线传输时的传输特性. 分析结果表明, 双光束各自的模式指数、组合光束强度的权重因子、初始相位差对光束的传输都会有影响. 本文发现, 通过选择模式参数或者选择它们的相对振幅, 对于共线传输的两束时空自减速 AELG 光束, 可以有效控制叠加光束的波形形态以及横向传输截面的光斑分布. 特别是当两束光束的模式参数不等于零时, 波包将沿着传输轴发生螺旋形旋转, 其相位图中心位置都会出现涡旋现象. 若该参数值为正, 则光束沿传输轴逆时针旋转, 否则, 光束将沿传输轴呈螺旋形顺时针方向旋转. 通过调整叠加光束的初始相位差, 波包沿传输轴线也将发生旋转, 但这两种旋转特性的旋转机理完全不同. 如果选取两束时空自减速 AELG 光束的角向模式参数  $m$  相同, 则叠加光束在传输过程中呈现空心环状态, 出现空心环时空自减速 AELG 波包, 且该波包在传输截面上随着传输距离的增加, 多环结构最终湮灭为单环, 并向远方推移, 使得空心部分越来越大.

**关键词:** 复变量艾里拉盖尔高斯光束, 时空自减速, 共线传输, 空心光束

**PACS:** 42.65.Sf, 42.25.Bs, 42.50.Md

**DOI:** 10.7498/aps.69.20191272

## 1 引言

1979年, Berry 和 Balazs<sup>[1]</sup> 通过求解薛定谔方程获得了艾里波粒子形式的解. Siviloglou 等<sup>[2,3]</sup> 于2007年首次通过实验验证了艾里光束的存在. 由于艾里光束具有独特的传输特性, 比如可以实现自管理, 具有弱色散和自加速等性质, 因此, 艾里光束自诞生以来吸引了科研工作者广泛的研究热情. 不同寻常的传输特性使得它具有广泛的使用价值, 比如可以沿着弯曲路径捕获粒子<sup>[4]</sup>、产生自弯曲等离子通道<sup>[5]</sup> 以及实现超快脉冲<sup>[6]</sup>. 由高斯光束对艾里光束进行调制可以获得艾里高斯(AiG)光束. 这种调制可以通过将艾里光束通过具有有限功率高斯孔径加以实现. Bandres 和 Gutiérrez-Vega<sup>[7]</sup>

首次获得了 AiG 光束, 并通过复变量 ABCD 矩阵方法描述了艾里高斯光束通过该系统时的传输特性. 不同介质中单束 AiG 光束的传输特性, 比如在强非局部介质<sup>[8]</sup> 或克尔介质中<sup>[9]</sup> 以及自由空间中双束 AiG 光束的相互作用最近也得到了广泛研究<sup>[10,11]</sup>.

光子3维(3D)时空波包或光弹首次在文献<sup>[12]</sup> 里提出. 最近 Mihalache<sup>[13]</sup> 在其所作的报告中再次提到了时空光弹. 随后, Valtna-Lukner 等<sup>[14]</sup> 测量了超短脉冲的时空场. Abdollahpour 等<sup>[15]</sup> 通过将空间的艾里光束与时域的艾里脉冲相结合实现了时空艾里光弹. 相继各种3D波粒子概念被提出, 比如三维有限能量的艾里自加速抛物型柱面光弹、自加速的 Airy-Gauss-Kummer 局部波粒子、三维局部艾里-拉盖尔-高斯波粒子和自减速 Airy-

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: xpzhang@nuaa.edu.cn

Bessel 光弹<sup>[16-19]</sup>、自由空间中自减速艾里拉盖尔高斯光束以及可控自加速和自减速艾里拉盖尔高斯光弹<sup>[20,21]</sup>. 迄今为止, 关于共线时空自减速艾里复变量拉盖尔高斯 (Airy elegant-Laguerre-Gaussian, AELG) 光束传输还没有人涉及.

本文利用自由空间光束传输满足的 (3+1)D 薛定谔方程构建了时空共线传输自减速复变量艾里拉盖尔高斯型光束的解. 基于共线解的形式, 研究不同参数对时空波包传输特性的影响, 其中包括双光束的模式值、共线传输波束的相对振幅、传输距离以及初始相位差. 研究发现特定的模式值和不同的初始相位差都可以导致共线传输光束的截面呈现螺旋形顺时针或者逆时针旋转趋势. 当叠加光场的角向分布模式指数相等时, 时空共线传输自减速 AELG 光束呈现中空多环形形态. 随着传输距离的增加, 截面多环形将演变为单环结构, 中空部分尺寸增大, 光束出现展宽的趋势. 这种特异传输形态的特点使得此类光束在诱导微粒子方面有其特殊的价值<sup>[22]</sup>.

## 2 (3+1)D 模型及其光束的解析解

(3+1)D 共线时空自减速 AELG 波包在自由空间传输时遵循薛定谔方程. 对于沿  $Z$  方向传输, 振幅为  $\psi$  的光束, 满足的归一化方程形式为<sup>[2,3,6,23]</sup>

$$i \frac{\partial \psi}{\partial Z} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2} \right) = 0, \quad (1)$$

这里  $\psi = \psi(r, \varphi, z, T)$  是 (3+1)D 柱坐标系中的傍轴光束.  $r = \sqrt{x^2 + y^2} = R/R_0$  和  $T = t/t_0$  分别代表归一化的截面坐标, 其中  $R_0$  和  $t_0$  为标度参数. 轴向传输距离  $Z = z/(kR_0^2)$  可以通过相应的瑞利长度表述, 这里  $k = 2\pi/\lambda_0$  为真空中的波数,  $\lambda_0$  为真空中波长,  $\varphi$  为横向极坐标系中的方向角.

为了获得方程 (1) 的解析解, 设其解的形式为

$$\psi(r, \varphi, Z, T) = P(r, \varphi, Z) \psi_G(r, Z) A(T, Z), \quad (2)$$

这里  $\psi_G = \exp(-C(Z)r^2)$  为具有复数波前曲率的光束, 其中  $C(Z) = -i/(2Z - 2i)$ <sup>[24]</sup>. 将方程 (2) 代入方程 (1) 可以得到如下低维的两个方程:

$$i \frac{\partial A}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} = 0, \quad (3a)$$

$$r^2 \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + (r - 4r^3 C) \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial^2 P}{\partial \varphi^2} + 2ir^2 \frac{\partial P}{\partial Z} - 2 \left( 2r^2 C - 2r^4 C^2 - \frac{ir^4 C}{Z - i} \right) P = 0, \quad (3b)$$

方程 (3a) 最典型的解为自加速艾里形式<sup>[1]</sup>. 为了探讨自减速艾里光束传输情况, 构建自减速艾里形式解. 对于自减速艾里光束, 其初始状态的形式为  $A(Z=0, T) = \text{Ai}(-T) \exp(-aT)$ , 其中  $\text{Ai}(\cdot)$  为艾里函数,  $a$  为耗散常数<sup>[2,3]</sup>. 本文所有图中的耗散常数  $a$  均为 0.1.

则满足初始条件的单束时空自减速艾里光束的解为<sup>[24]</sup>

$$A(Z, T) = \text{Ai} \left( -T - \frac{Z^2}{4} + iaZ \right) \exp \left[ -aT - \frac{1}{2} aZ^3 + i \left( -\frac{1}{12} Z^3 + \frac{1}{2} a^2 Z - \frac{1}{2} TZ \right) \right]. \quad (4)$$

图 1 分别给出了通过改变初始入射速度实现的自加速艾里光束 (图 1(a) 和图 1(b)) 和自减速艾里光束 (图 1(c)). 图 1(a) 和图 1(b) 分别对应的艾里光束初始入射速度为  $v_0 = +3$ ,  $v_0 = 0$ . 图 1(c) 和图 1(d) 中光束初始入射速度为  $v_0 = -3$ , 此时艾里光速初始入射速度和自加速方向成钝角, 表现为光束呈现自减速趋势, 产生自减速艾里光束. 图 1(c) 对应自减速艾里光束的光强随传输距离的变化, 图 1(d) 为图 1(c) 的光强随传输距离的截面演化图.

为了寻求方程 (3b) 的解, 取  $r_1 = \sqrt{C(Z)}r$ , 令  $P(r, \varphi, Z) = R(r_1) \xi(Z) \vartheta(\varphi)$ , 代入方程 (3b) 并分离变量, 有

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r_1^2} + \left( \frac{1}{r_1} - 4r_1 \right) \frac{\partial R}{\partial r_1} - 2 \left( p - \frac{m^2}{2r_1^2} \right) R = 0, \quad (5a)$$

$$\frac{i}{C\xi} \frac{d\xi}{dZ} - 2 = p, \quad (5b)$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \varphi^2} + \vartheta m^2 = 0, \quad (5c)$$

其中  $p, m$  为任意整数.

显而易见, 方程 (5c) 的解为

$$\vartheta(\varphi) = \exp(im\varphi), \quad (6)$$

这里  $m$  代表角向分布参量<sup>[25-27]</sup>. 方程 (5b) 的解为  $\xi(z) = (z - i)^{-(p+2)/2}$ .

方程 (5a) 具有广义拉盖尔形式的解析解<sup>[28]</sup>,

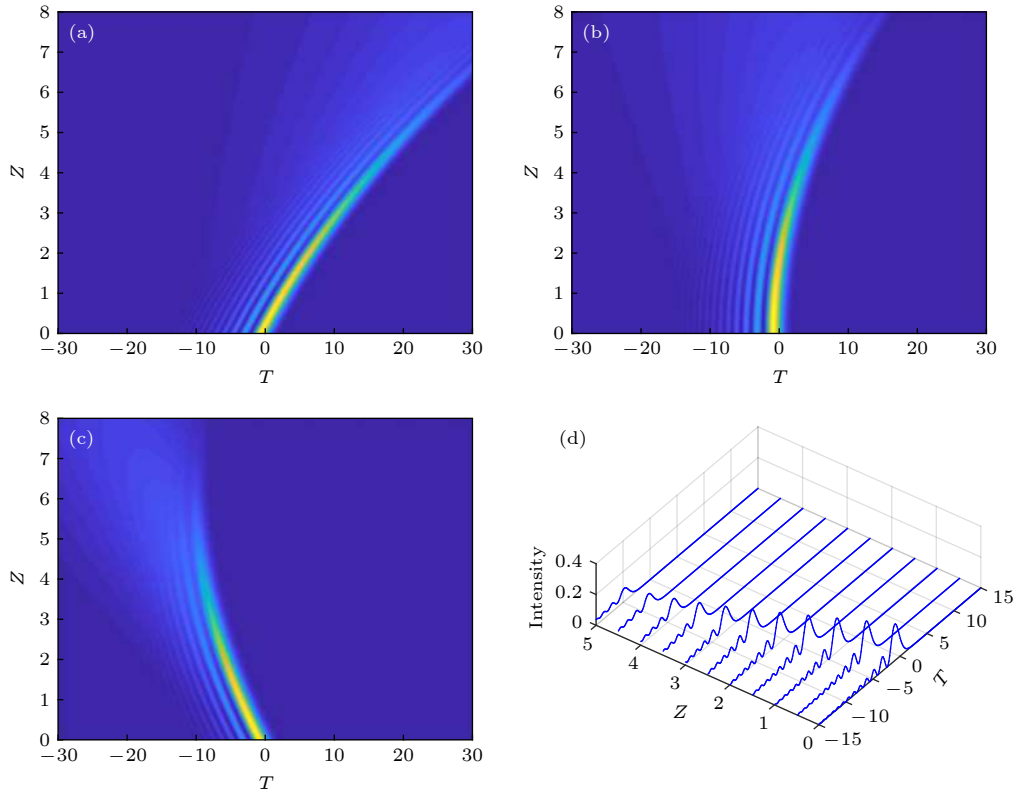


图 1 不同初始入射速度的斜入射有限能量艾里光束的光场演化图 (a)  $v_0 = +3$ ; (b)  $v_0 = 0$ ; (c)  $v_0 = -3$ ; (d) 图 (c) 的截面光强分布图

Fig. 1. Intensity distribution of the Airy pulses with different initial incident velocity in free space: (a)  $v_0 = +3$ ; (b)  $v_0 = 0$ ; (c)  $v_0 = -3$ ; (d) the intensity profiles of the self-decelerating Airy pulses at different distances.

$$R(r_1) = \sqrt{2}r_1^{|m|}L_n^{|m|}(2r_1^2) \\ = \frac{\sqrt{2}r_1^{|m|}\Gamma(|m|+1+n)}{n!\Gamma(|m|+1)}F_1[(-n, |m|+1, r_1], \quad (7)$$

$n$  为表征径向分布的非负整数参量,  $n = p/4 - |m|/2$ . 则方程 (3b) 的解可以表达为

$$P_{n,m}(r, \varphi, Z) = \sqrt{2}[\sqrt{C(Z)}r]^{|m|}(Z-i)^{-(2n+|m|+1)} \\ \times L_n^{|m|}[2C(Z)r^2] \exp(im\varphi), \quad (8)$$

这里  $L_n^{|m|}[2C(Z)r^2]$  为广义拉盖尔多项式,  $n$  和  $m$  为模式指数. 由于表达式的归一化系数大小不影响传输过程中光束截面的结构分布, 令其为 1.

综合方程 (4)—(8), 方程 (1) 的完整形式解可以表达为

$$\psi_{n,m}(r, \varphi, Z, T) = P_{n,m}\psi_G(r, Z)A(T, Z). \quad (9)$$

方程 (9) 描述的是单束自减速 AELG 在自由空间传输时的解析解. 对于模式参数分别为  $(n_1, m_1)$  和  $(n_2, m_2)$  的两束自减速 AELG 共线传输时, 叠加光束可以表述为<sup>[29–31]</sup>

$$P(r, \varphi, Z) = \sin\theta\psi_{n_1, m_1} + \cos\theta\psi_{n_2, m_2} \exp(i\sigma), \quad (10)$$

$\theta$  代表其叠加光束光强的权重因子, 其相对强度满足  $\theta = \arctan(\sqrt{I_1/I_2})$ , 这里  $I_1$  和  $I_2$  为共线传输光束的光强大小, 参数  $\sigma$  为其初始相位差.

### 3 自由空间共线时空自减速 AELG 光束的传输

方程 (10) 表明, 共线传输的自减速 AELG 光束的解析解受叠加光束的模式指数  $m, n$ 、传播距离  $Z$ 、及其强度权重因子  $\theta$  和初始相位差  $\delta$  的影响. 图 2 显示了两束不同模式指数的时空自减速 AELG 波包共线传输时在不同传输距离上的面强度分布图, 其中各自的模式指数分别为  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = -1$ . 图中的  $x, y$  对应位置坐标,  $T$  为时间坐标. 图 2 的第一行对应于  $m_2 = 1$ , 第二行对应于  $m_2 = 3$ . 显然, 自由空间两束共线传输的时空自减速 AELG 光束, 在传输过程中光束结构会发生复杂的变化, 当模式指数  $m_2$  增加时, 叠加光束的角向节点数会相应增加. 另外, 共线传输光束的截面会随着传输距离的增加呈现展宽的趋势.

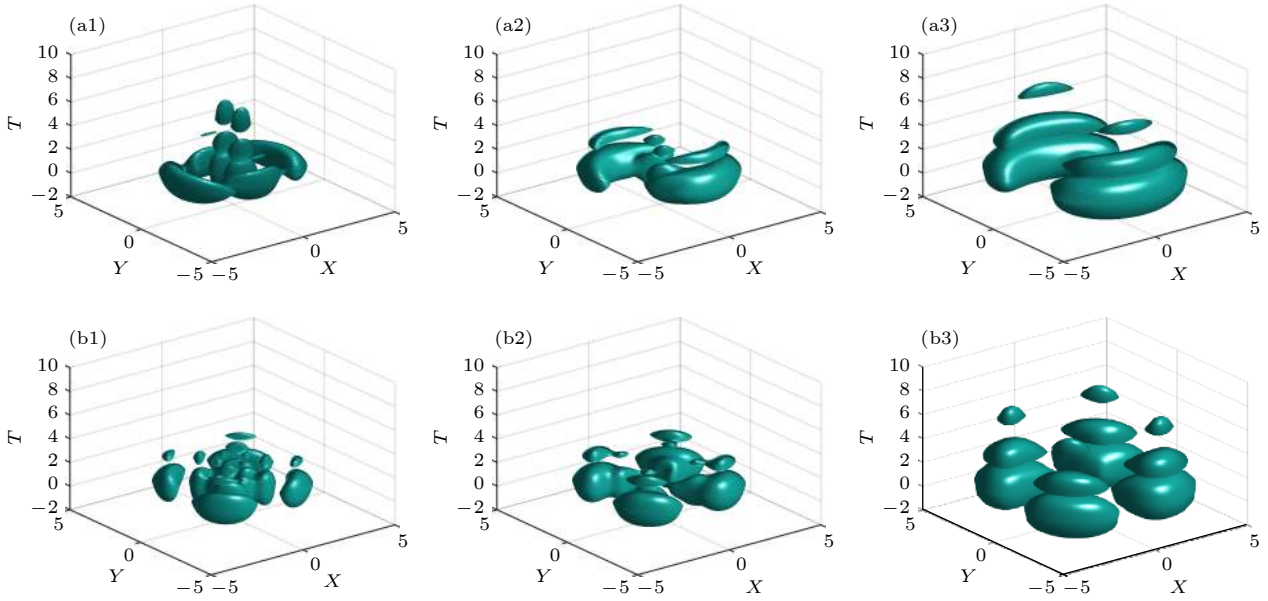


图 2 两束时空自减速 AELG 光束共线传输时随传输距离的面强度演化图 (a1), (b1) 传输距离  $Z = 0$ ; (a2), (b2) 传输距离  $Z = 0.5$ ; (a3), (b3) 传输距离  $Z = 1$ . 双光束的模式指数分别为 (a1)–(a3)  $m_2 = 1$ , (b1)–(b3)  $m_2 = 3$ . 其他参数值分别为  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = -1, \sigma = 0, \theta = \pi/4$

Fig. 2. Iso-surface intensity plots of self-decelerating collinear AELG wave packets at (a1), (b1)  $Z = 0$ , (a2), (b2)  $Z = 0.5$ , (a3), (b3)  $Z = 1$ . (a1)–(a3)  $m_2 = 1$ , (b1)–(b3)  $m_2 = 3$ . Other parameters are chosen as  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = -1, \sigma = 0, \theta = \pi/4$ .

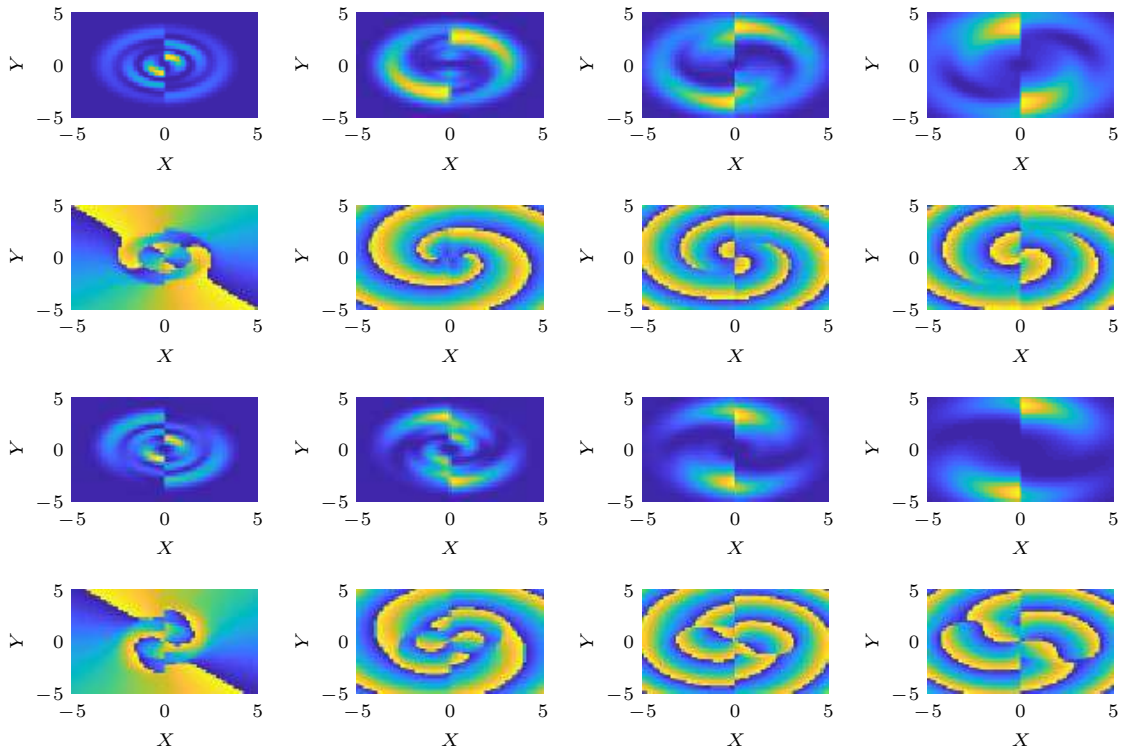


图 3 两束自减速时空 AELG 光束共线传输时传输截面的强度和相位分布图 第一行和第二行相对应模式指数为  $m_2 = 1$ , 第三行和第四行相对于  $m_2 = 3$ . 第一行和第三行为强度分布图, 第二行和第四行为相位分布图, 其中第四行对应于传输距离为  $Z = 1.5, T = 0$ , 其他参数的选择同图 2

Fig. 3. The intensity and phase distributions of the self-decelerating collinear AELG wave packets at the profile during propagation. the first and second rows correspond to  $m_2 = 1$ , and the third and fourth rows correspond to  $m_2 = 3$ . The first and third rows show the intensity distribution, and the second and fourth rows show the phase distribution. the fourth column corresponds to  $Z = 1.5, T = 0$ . Other parameters are the same as Fig. 2 except  $T = 0$ .

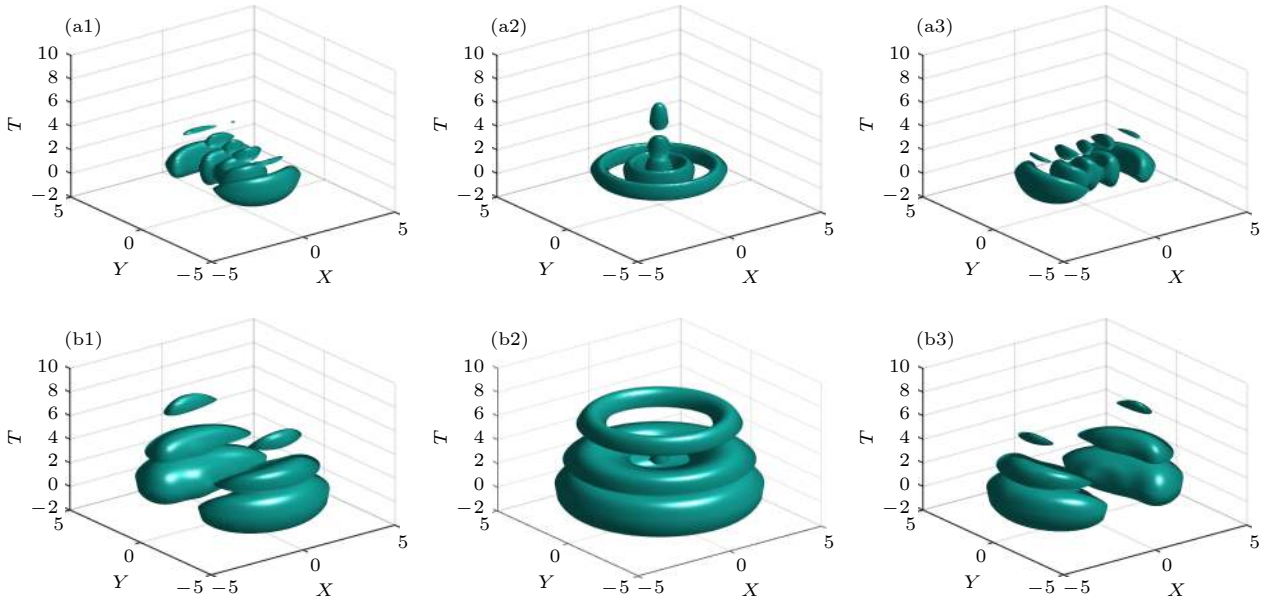


图 4 两束自减速时空 AELG 光束共线传输不同权重时的面强度演化图 (a1)—(a3) 传输距离  $Z = 0$ ; (b1)—(b3) 传输距离  $Z = 1$ . (a1), (b1) 对应于权重为  $\theta = \pi/4$ ; (a2), (b2) 对应于权重为  $\theta = \pi/2$ ; (a3), (b3) 对应于权重为  $\theta = 3\pi/4$ . 其他的参数值分别是  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = 0, m_2 = -2, \sigma = 0$

Fig. 4. Iso-surface intensity plots of self-decelerating collinear AELG wave packets at (a1)–(a3)  $Z = 0$ ; (b1)–(b3)  $Z = 1$ . (a1), (b1)  $\theta = \pi/4$ ; (a2), (b2)  $\theta = \pi/2$ ; (a3), (b3)  $\theta = 3\pi/4$ . Other parameters are chosen as  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = 0, m_2 = -2, \sigma = 0$ .

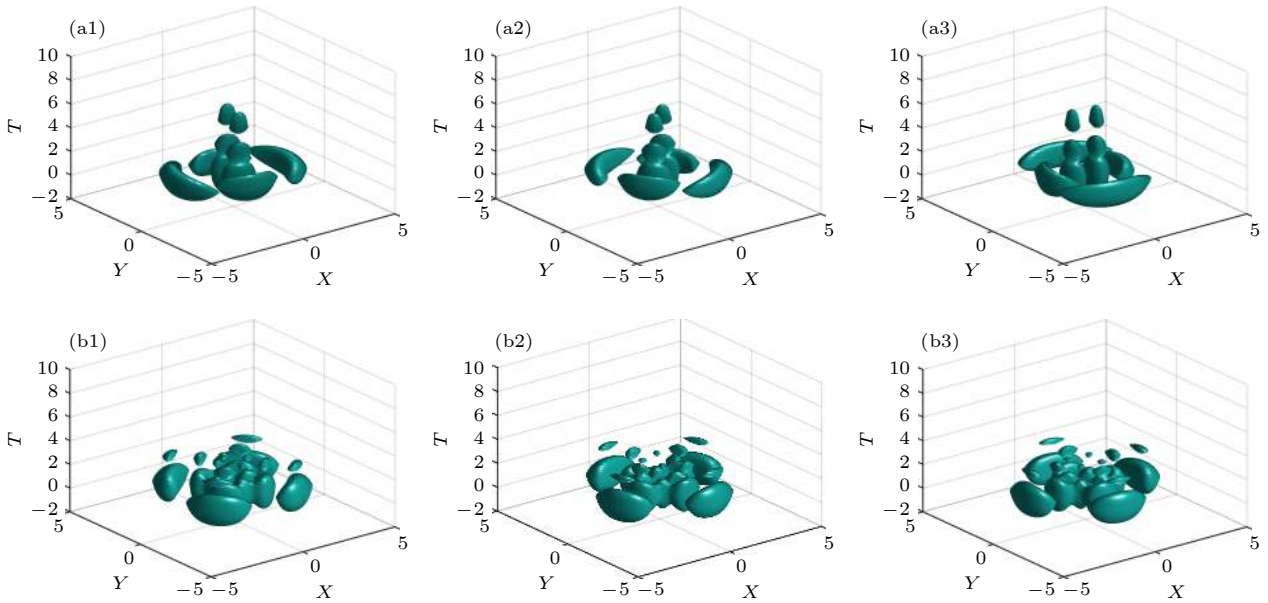


图 5 两束自减速时空 AELG 光束共线传输不同初始相位差时的面强度演化图 (a1)—(a3) 模式指数为  $m_2 = 1$ ; (b1)—(b3) 模式指数为  $m_2 = 3$ . 其中 (a1), (b1) 对应于初始相位差  $\sigma = 0$ ; (a2), (b2) 对应于  $\sigma = \pi/2$ ; (a3), (b3) 对应于  $\sigma = \pi$ . 其他参数值分别为  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = -1, \theta = \pi/4$

Fig. 5. Iso-surface intensity plots of self-decelerating collinear AELG wave packets at (a1)–(a3)  $m_2 = 1$ ; (b1)–(b3)  $m_2 = 3$ . (a1), (b1)  $\sigma = \pi/4$ ; (a2), (b2)  $\sigma = \pi/2$ ; (a3), (b3)  $\sigma = \pi$ . Other parameters are chosen as  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = -1, m_2 = 1, \theta = \pi/4$ .

为了进一步探讨模式指数对传输光束的影响, 对于不同的模式指数的两束光束, 我们绘制了其共线传输时在不同传输截面上的光强和相位分布图. 图 3 第一行和第三行分别对应模式指数为  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = -1, m_2 = 1$ ;  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = -1,$

$m_2 = 3$  的强度分布, 第二和第四行对应其相位分布. 图 3 的最后一列对应传输距离为  $Z = 1.5$ , 其他的参数值和图 2 相同. 由截面强度分布图可以很明显看到对于不同的模式指数  $m_2$ , 叠加光束截面的光束节点数也不同. 显而易见, 在相位图的中

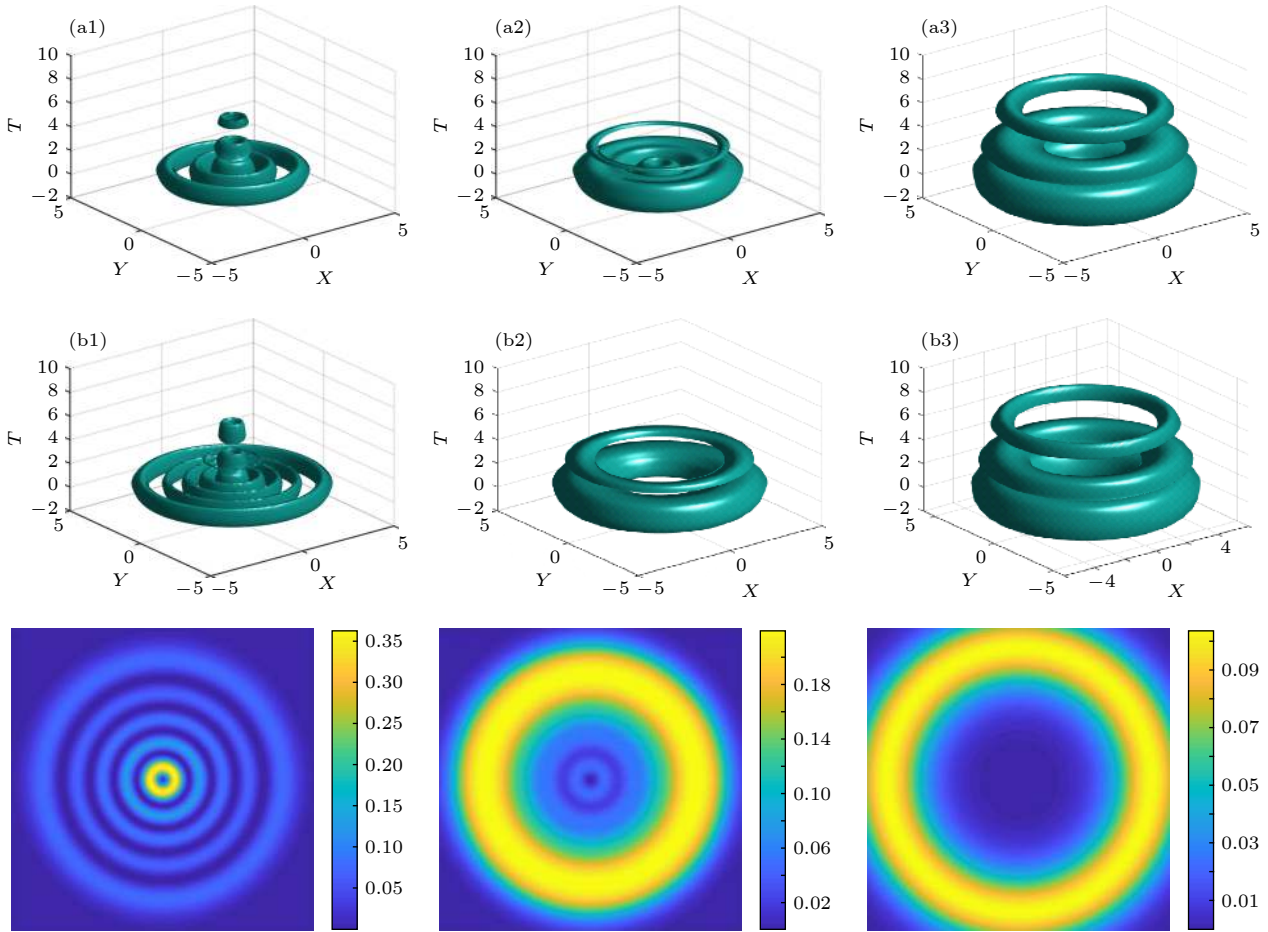


图 6 两束自减速时空 AELG 光束共线传输时产生中空时空光束 (a1)—(a3) 模式指数为  $m_1 = m_2 = 1, n_1 = 4, n_2 = 2$ ; (b1)—(b3) 模式指数为  $m_1 = m_2 = -1, n_1 = n_2 = 4$ . 其截面上的光强分布对应于第三行. 其中  $\sigma = \pi/4, \theta = \pi/4$

Fig. 6. The hollow Self-decelerating AELG wave packets. The first row corresponds to  $m_1 = m_2 = 1, n_1 = 4, n_2 = 2$ , and the second row is  $m_1 = m_2 = -1, n_1 = n_2 = 4$ . The third row is the distribution of intensity corresponding to the second row at the section during propagation. Other parameters are  $\sigma = \pi/4, \theta = \pi/4$ .

心都有一个涡旋<sup>[31,32]</sup>. 众所周知, 对于模式指数分别为  $(n_1, m_1)$  和  $(n_2, m_2)$  的双光束, 若满足模式参数<sup>[33]</sup>:

$$A = [2(n_1 - n_2) + |m_1| - |m_2|]/(m_1 - m_2) = \text{const}, \quad (11)$$

叠加光束将会以角速度  $\Omega = A/(Z^2 + 1)$  大小绕传输中心轴发生旋转. 由图 2 的第一行可知, 共线传输的光束随着传输距离的增加, 其横向强度分布呈现出展宽的趋势, 并且光强绕着传输中心旋转. 由于第二行中对应的模式参数  $A = 0$ , 叠加光束在传输过程中尽管有展宽的趋势, 但光束不再围绕传输轴发生旋转.

为了分析双光束权重参数对光束传输特性的影响, 我们考察权重因子  $\theta$  取不同值时光束的传输情况. 由方程 (10) 可知, 当  $\theta = 0, \pi, 2\pi$  时, 组合光束中只有  $\psi_{n_2, m_2}$ ; 当  $\theta = \pi/2, 3\pi/2$  时, 组合光束中

只有  $\psi_{n_1, m_1}$ . 当  $\theta$  在  $0 - \pi$  间连续变化时, 组合光束将呈现多姿多彩的形态变化. 图 4(a1) 和 图 4(b1) 对应于权重因子  $\theta = \pi/4$  时不同传输距离上光束的面强度分布图. 图 4(a2) 和 图 4(b2) 对应于  $\theta = \pi/2$ , 图 4(a3) 和 图 4(b3) 对应于  $\theta = 3\pi/4$ . 双光束的模式指数分别是  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = 0$ , 和  $m_2 = -2$ , 其中第一行传输距离为  $Z = 0$ , 第二行为  $Z = 1$ . 显而易见, 对应于两束共线传输光束, 其相对权重值不同, 叠加光束的横向强度截面结构也出现多样性的特点. 由于在图 4 中叠加光束对应的模式常数  $A = 0$ , 与图 2 相比, 图 4 中的共线传输光束在传输过程中尽管有展宽的趋势, 但光束不会发生旋转.

接下来探讨不同初始相位差对共线传输光束的影响. 由表达式 (9) 式可知, 光束的初始定位依赖于叠加光束的初始相位差  $\sigma$ . 图 5 给出了模式指数分别为  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = -1, m_2 = 1$  (第一

行), 和  $n_1 = 2, n_2 = 1, m_1 = -1, m_2 = 3$  (第二行) 的共线传输光束在  $Z = 0$  时对应于不同初始相位差的面强度分布图. 图 5 的每一列分别对应不同的  $\sigma$  值, 从左到右分别是  $0, \pi/2, \pi$ . 由图可知, 两束时空自减速 AELG 光束共线传输时当初始相位差  $\sigma$  变化时, 光束会沿着传输轴线发生旋转. 对于初始相位差  $\sigma$  每变化一个  $2\pi$ , 共线光束在空间上也完成了旋转一周<sup>[31]</sup>. 然而, 图 5 中光束的旋转机制完全不同于图 2<sup>[34]</sup>.

#### 4 中空环形时空自减速 AELG 光束

由第 3 节可知, 共线传输的时空自减速 AELG 光束在传输截面上呈现出多样性的结构特点, 并表现出光束会沿着传输轴旋转和展宽的特性. 当两束模式指数  $m$  相同的时空自减速 AELG 光束共线传输时, 叠加光场出现了中空结构<sup>[35]</sup>. 图 6 给出了模式指数  $m$  相同的两束时空自减速 AELG 光束共线传输时的面强度图和传输截面强度图. 图 6(a1)—图 6(a3) 呈现的是模式指数分别为  $m_1 = m_2 = 1, n_1 = 4, n_2 = 2$  的两束自减速时空 AELG 光束共线传输时的面强度随着传输距离的变化情况. 图 6(b1)—图 6(b3) 对应的两束光束的模式指数分别为  $m_1 = m_2 = -1, n_1 = n_2 = 4$  时的共线传输情况. 图 6 第三行为图 6(b1)—图 6(b3) 在传输过程中沿传输光轴方向的截面光强分布图. 其中图 6 的每一列从左到右对应的传输距离分别为  $Z = 0, 0.5, 1.0$ . 图 6 呈现了时空自减速中空环形光束, 并且该光束随着传输距离的增加, 中空尺寸不断扩大, 截面光强的多环结构不断融合, 最终演变成中空单环光束.

#### 5 结 论

时空自减速复变量艾里拉盖尔高斯 (AELG) 光束由有限能量时空自减速艾里光束被广义空间复变量拉盖尔高斯函数调制而成. 论文利用自由空间中时空自减速复变量拉盖尔高斯光束解析解, 探讨了两束时空共线传输自减速 AELG 光束在自由空间中的传输特性. 研究发现, 叠加光束的模式指数、相对权重因子、初始相位差都会使得光束传播过程中具有不寻常的特性. 当模式参数  $A > 0$  或者模式指数  $m_1 = m_2 > 0$ , 光束在传输过程中会围绕传输轴呈现螺旋顺时针旋转. 反之, 当模式参数

$A < 0$  或者模式指数  $m_1 = m_2 < 0$ , 光束将呈现逆时针旋转的趋势. 特别地, 当模式指数  $m_1 = m_2$  时, 共线传输的光束呈现中空状态, 出现了中空自减速 AELG 波束, 随着传输距离的增加, 多环结构将会演变为单环, 并且空心部分有展宽趋势.

#### 参考文献

- [1] Berry M V, Balazs N L 1979 *Am. J. Phys.* **47** 264
- [2] Siviloglou G A, Christodoulides D N 2007 *Opt. Lett.* **32** 979
- [3] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, Christodoulides D N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 213
- [4] Baumgartl J, Mazilu M, Dholakia K 2008 *Nat. Photonics* **2** 675
- [5] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J V, Siviloglou G A, Christodoulides D N 2009 *Science* **324** 5924
- [6] Chong A, Renninger W H, Christodoulides D N, Wise F W 2010 *Nat. Photonics* **4** 103
- [7] Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C 2007 *Opt. Express* **15** 16719
- [8] Deng D M, Li H G 2012 *Appl. Phys. B* **106** 677
- [9] Chen C D, Chen B, Peng X, Deng D M 2015 *J. Opt.* **17** 035504
- [10] Zhang X P 2016 *Opt. Commun.* **367** 364
- [11] Prabakaran K, Sangeetha P, Karthik V, Rajesh K B, Musthafa A M 2017 *Chin. Phys. Lett.* **34** 054203
- [12] Malomed B A, Mihalache D, Wise F, Torner L 2005 *J. Opt. B* **7** R53
- [13] Mihalache D 2012 *Rom. J. Phys.* **57** 352
- [14] Valtna-Lukner H, Bowlan P, Löhmus M, Piksarv P, Trebino R, Saari P 2009 *Opt. Express* **17** 14948
- [15] Abdollahpour D, Suntsov S, Papazoglou D G, Tzortzakakis S 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 253901
- [16] Zhong W P, Belic M R, Huang T 2013 *Phys. Rev. A* **88** 2974
- [17] Zhong W P, Belic M, Zhang Y, Huang T 2014 *Ann. Phys.* **340** 171
- [18] Zhong W P, Belic M, Zhang Y 2015 *Opt. Express* **23** 23867
- [19] Zhong W P, Belic M, Zhang Y 2015 *J. Phys. B* **48** 175401
- [20] Zhang X P 2017 *Opt. Engineering* **56** 055102
- [21] Zhang X P 2017 *J. Mod. Opt.* **64** 2035
- [22] Efremidis N K, Chen Z G, Segev M, Christodoulides D N 2019 *Optica* **6** 686
- [23] Deng F, Deng D M 2016 *Opt. Express* **24** 5478
- [24] Deng F, Zhang Z, Huang J, Deng D M 2016 *JOSA B* **33** 2204
- [25] Berry M V 2004 *J. Opt. A, Pure Appl. Opt.* **6** 259
- [26] Lee W M, Yuan X C, Dholakia K 2004 *Opt. Commun.* **239** 129
- [27] Leach J, Yao E, Padgett M J 2004 *New J. Phys.* **6** 71
- [28] Arscott F M 1964 *International* **192** 137
- [29] Zhao F, Peng X, Zhang L P, Li D D, Zhuang J L, Chen X Y, Deng D M 2018 *Laser Phys.* **28** 075001
- [30] Deng D M, Guo Q 2010 *Appl. Phys. B* **100** 897
- [31] Zhang X P 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 084212 (in Chinese) [张霞萍, 刘友文 2011 物理学报 **60** 084212]
- [32] Galvez E J, Smiley N, Fernandes N 2006 *Proc. SPIE* **6131** 613105
- [33] Bekshaev A Y, Soskin M S, Vasnetsov M V 2006 *Opt. Lett.* **31** 694
- [34] Zhao G W, Chen S J, Huang Z Z, Deng D M 2018 *JOSA A* **35** 1645
- [35] Chen S J, Zheng X Y, Zhan Y W, Ma S D, Deng D M 2019 *Opt. Commun.* **435** 164

# Interaction between spatiotemporal collinear self-decelerating Airy elegant-Laguerre-Gaussian wave packets in free space

Zhang Xia-Ping<sup>†</sup>

(*Department of Physics, Nanjing Xiaozhuang University, Nanjing 210017, China*)

( Received 22 August 2019; revised manuscript received 15 October 2019 )

## Abstract

Based on the (3+1)-dimensional free-space Schrödinger equation, the analytical solutions to the equation for the propagating properties of two three-dimensional collinear self-decelerating Airy-elegant-Laguerre-Gaussian(AELG) light beams in free space are investigated. The different mode numbers, the mode index for each of the collinear beams, weight factor of combined beam, and initial phase difference will affect the profiles of the wave packets, and thus giving the method to control the spatiotemporal profiles during propagation. The spatiotemporal profiles will rotate if none of the mode parameters are equal to zero, and there are vortices in the center of the phase distribution curve. If the mode parameters are positive numbers, the profiles of the beams will rotate in a helical clockwise direction. Otherwise, if the mode parameters are negative numbers, they will rotate in a helical anticlockwise direction during propagation. The wave packets will also rotate when the relative phase is varied. However, the rotation principles of these two rotation characteristics are completely different. The spatiotemporal hollow self-decelerating AELG wave packets can be attained if the mode numbers of the collinear AiELG wave packets are the same. Multi-ring structure evolves into single-ring structure along radial direction with their propagation distance increasing during propagation, which makes the hollow part expand continuously.

**Keywords:** Airy-elegant-Laguerre-Gaussian beam, spatiotemporal self-decelerating wave packet, collinear propagation, hollow beam

**PACS:** 42.65.Sf, 42.25.Bs, 42.50.Md

**DOI:** [10.7498/aps.69.20191272](https://doi.org/10.7498/aps.69.20191272)

---

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [xpzhang@nuaa.edu.cn](mailto:xpzhang@nuaa.edu.cn)