

用于光学薛定谔猫态制备的滤波设计与滤波腔腔长测量*

翟泽辉[†] 郝温静 刘建丽 段西亚

(山西大学物理电子工程学院, 太原 030006)

(2020年4月22日收到; 2020年5月9日收到修改稿)

光学薛定谔猫态不仅是量子力学基本问题的主要研究对象之一,也是连续变量量子信息的重要资源. 在其实验制备中,对触发光路进行滤波操作是决定猫态的纯度、产率等重要参数的关键环节. 本文介绍实验中的滤波设计以及滤波腔腔长的测量方法. 依据设计要求,腔长 l_{FC} 应满足条件 $189\ \mu\text{m} > l_{FC} > 119\ \mu\text{m}$, 如此短的腔长用常规方法难以较准确地测量. 利用高阶横模的古依相移测得腔长为 $141\ \mu\text{m}$, 满足设计要求. 该测量方法不依赖于腔内任何介质的色散等特性,具有一定的普遍性.

关键词: 薛定谔猫态, 压缩态, 滤波腔, 古依相移

PACS: 42.50.-p, 42.60.Da, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.69.20200589

1 引言

宏观量子叠加态,也称薛定谔猫态,既具有量子相干的基本特性,又具有宏观物体的“经典”特征,不容易被测量所破坏. 它不仅对探索量子物理与经典物理的边界具有重要意义,在量子计算和量子计量方面,薛定谔猫态也是非常重要的量子资源. 光学薛定谔猫态可通过将压缩真空态光场分出一小部分做条件探测进行制备^[1-3]. 自从 Grangier 研究组^[4]用这一方法观察到制备量子态的非高斯性质以来,光学薛定谔猫态的实验制备取得了很大进展^[5-10]. 所制备猫态的保真度与压缩态的纯度、光路损耗、探测器量子效率、时间模函数的选择等诸多因素有关^[11-13],其中触发光路中的滤波是重要环节之一,不仅影响单光子探测的暗计数噪声,从而影响所制备猫态的保真度,也直接关系到猫态的产率和纯度^[14-16]. 由于光学参量振荡器 (optical

parametric oscillator, OPO) 产生的压缩态光场不仅有中心频率成分 ν_0 , 还有很多频率间隔为 OPO 自由光谱范围 (free spectral range, FSR) $\Delta\nu_{\text{FSR,OPO}}$ 整数倍的光子对,即 $\nu_0 \pm n\Delta\nu_{\text{FSR,OPO}}$. 这些频率非简并的光子对是对猫态的制备是有害的,需要采取措施将它们滤除.

与文献^[5-10]类似,本文采用干涉滤波片与滤波腔相结合的方法针对实验进行了滤波设计. 由于需要的腔 FSR 较大、腔长较短,为确保所设计的光学腔能够满足滤波要求,对其腔长进行较准确的测量是滤波设计中必要的环节. 对于宏观尺度 (比如厘米及以上) 的普通光学腔,腔长用直尺就可以较好地测量. 对于较短的腔长 (比如小于 $1\ \text{mm}$),则需要采用光学的方法. 比如通过测量光学腔的 FSR^[17-20]、通过注入可大范围调谐的激光^[21]等方式来确定腔长. 本文提出利用厄密-高斯横模的古依相移进行腔长测量. 由于超短光学腔在滤波、选模以及传感器等方面具有重要的应用价值,该方法也可望在这些方面得到应用.

* 国家重点研发计划 (批准号: 2016YFA0301404) 和国家自然科学基金 (批准号: 11504217) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: zhzehui@sxu.edu.cn

2 滤波设计

在光学薛定谔猫态的实验制备中, 将真空压缩态光场分出 5% 左右进入单光子探测器, 作为触发光路. 由于 OPO 具有有限的 FSR, 输出的压缩态光场除了有简并的压缩真空态光场外, 还有大量频率非简并的光子对, 这些光子对的频率间隔是 $\Delta\nu_{\text{FSR,OPO}}$ 的整数倍, 在光学薛定谔猫态制备中它们属环境噪声, 或者称为暗计数, 需要过滤掉. 在本文的实验中, 用一个干涉滤波片和一个短腔相结合的方式对 OPO 输出的压缩态光场进行滤波.

图 1 为干涉滤波片 (蓝色曲线) 和滤波腔 (绿色曲线) 的透射曲线以及 OPO 腔输出压缩光的频谱曲线 (红色曲线). 横轴是激光频率与压缩光中心频率之差 $\nu - \nu_0$, 单位是 OPO 的 FSR. 为有效滤除非简并光子对, 滤波腔应满足两个条件: 1) 带宽 (bandwidth, BW) $\Delta\nu_{\text{BW,fc}}$ 应小于 OPO 腔的自由光谱范围 $\Delta\nu_{\text{FSR,OPO}}$, 即 $\Delta\nu_{\text{BW,fc}} < \Delta\nu_{\text{FSR,OPO}}$, 这样红色曲线中仅有中间 $\nu - \nu_0 = 0$ 处的透射峰透过, 而两侧的透射峰被滤波腔衰减; 2) 滤波腔的自由光谱范围 $\Delta\nu_{\text{FSR,fc}}$ 应大于干涉滤波片的带宽 $\Delta\nu_{\text{BW,if}}$, 即 $\Delta\nu_{\text{FSR,fc}} > \Delta\nu_{\text{BW,if}}$. 因为滤波腔透射曲线在 $\nu - \nu_0 = 0$ 两侧的透射峰可能恰好与 OPO 非简并透射峰对有重叠, 加一个带宽小于 $\Delta\nu_{\text{FSR,fc}}$ 的干涉滤波片, 这样 OPO 输出的非简并光子对, 即使通过两侧的透射峰输出也会被干涉滤波片衰减.

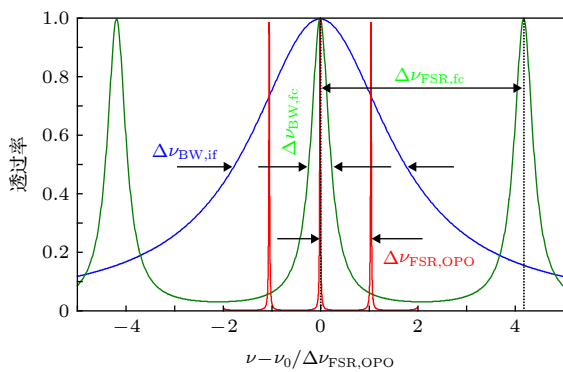


图 1 OPO 输出的压缩光谱线 (红色), 以及滤波腔 (绿色) 和干涉滤波片 (蓝色) 的透射谱线 (横轴是光频率 ν 与压缩光中心频率 ν_0 的差, 单位是 OPO 的自由光谱范围 $\Delta\nu_{\text{FSR,OPO}}$)

Fig. 1. Spectrum of squeezing from OPO (red), and transmission spectra of filter cavity (green) and interference filter (blue). Horizontal axis is difference of optical frequency and central frequency of squeezing, the unit is $\Delta\nu_{\text{FSR,OPO}}$.

考虑一个由两个曲率半径相同的平凹镜片构成的驻波腔作为滤波腔. 根据上述滤波腔条件可知腔长 l_{FC} 应满足,

$$\frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda_{\text{if}}} > l_{\text{FC}} > \frac{cT}{2\pi\Delta\nu_{\text{FSR,OPO}}} \quad (1)$$

其中 $\Delta\lambda_{\text{if}}$ 是干涉滤波片带宽 (单位 nm), T 是凹面镜的功率透射率. 由 (1) 式可知, 取较小的 T 和 $\Delta\lambda_{\text{if}}$ 可以增大满足条件的腔长范围, 从而改进滤波效果. 实验中, 腔镜直径为 10 mm, 厚度为 3 mm, 曲率半径均为 $R_{\text{oc}} = 200$ mm, 对 1064.477 nm 激光的透射率均为 $T = 1\%$. 压缩光的波长为 $\lambda_0 = 1064.477$ nm, OPO 的光学腔长为 38.5 mm, 干涉滤波片中心波长为 1064.477 nm, 带宽为 $\Delta\lambda_{\text{if}} = 3$ nm, 计算可知滤波腔腔长 l_{FC} 应满足 $189 \mu\text{m} > l_{\text{FC}} > 119 \mu\text{m}$.

3 腔长测量

薛定谔猫态实验装置如图 2 所示, 一台全固态双波长激光器 (532 nm & 1064 nm) 作为光源, 532 nm 激光用来抽运 OPO, 1064 nm 激光分为三束, 一束用来控制 OPO 腔长, 一束用作平衡零拍探测的本地光, 进行薛定谔猫态的量子态重构, 另一束用来测量和控制滤波腔腔长. OPO 产生的压缩真空态光场反射出一小部分 (约 5%) 透过滤波腔和干涉滤波片后进入单光子探测器, 用来触发猫

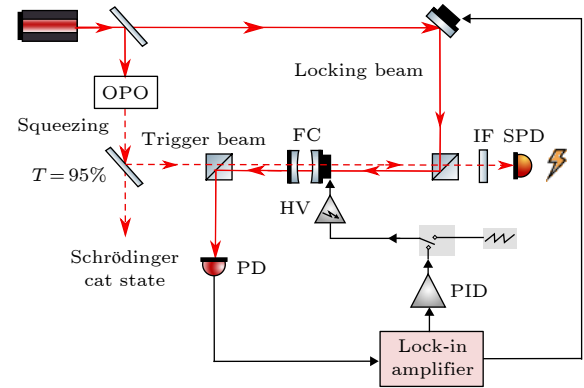


图 2 实验装置图 (OPO, 光学参量振荡器; FC, 滤波腔; HV, 高压放大器; PD, 光探测器; IF, 干涉滤波片; SPD, 单光子探测器; PID, 比例积分微分控制器; lock-in amplifier, 锁相放大器)

Fig. 2. Experimental setup of Schrödinger cat. OPO, optical parametric oscillator; FC, filter cavity; PD, photon detector; SPD, single-photon detector; PID, proportional-integral-differential amplifier.

态制备, 则透射部分即处于薛定谔猫态. 其中滤波腔的腔长控制光场 (locking beam) 注入方向与压缩光方向相反, 并且偏振与压缩光的偏振垂直, 便于与压缩态光场分离.

滤波腔的本征横模可用一系列厄密-高斯模表示, 标记为 TEM_{mn} , m 和 n 分别表示 x 和 y 方向上场强为零的节点数. TEM_{mn} 模的归一化横向电场分布为

$$A_{mn}(r, z) = C_{mn} \frac{1}{w(z)} H_m \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) H_n \left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \times e^{-r^2/\omega^2(z)} e^{i(\Psi_c - \Psi_{mn}(z) + kz)}, \quad (2)$$

其中, $C_{mn} = \frac{1}{\sqrt{\pi 2^{m+n-1} m! n!}}$, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}}$, $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$, w_0 是基模 TEM_{00} 模的腰斑半径. 电场分布的相位包含三部分: 曲面相位 $\Psi_c = kr^2/2R(z)$ 、古依相移 $\Psi_{mn}(z) = (m+n+1) \arctg(z/z_R)$ 和传播相位 kz , 其中 $R(z) = z(1 + z_R^2/z^2)$ 是相位面的曲率半径, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数. 光在腔内共振的条件是在腔内循环一周轴线上累积的相位 Φ 等于 2π 的整数倍. 相位 Ψ_c 表示相位的横向分布, 在轴线上 $\Psi_c = 0$. 依据上节描述的腔型结构, 可知 $m+n$ 阶模在腔内循环一周的古依相移为 $\Psi_{mn}^{\text{cavity}} = -4(m+n+1) \arctg(l_{\text{FC}}/2z_R)$, 其中 l_{FC} 是两个腔镜

之间的距离且满足 $l_{\text{FC}} \ll 2z_R$. 在腔内循环一周传播相移累积的相位为 $2kl_{\text{FC}}$. 因此 $m+n$ 阶模在腔内共振的条件为

$$\Phi = 2kl_{\text{FC}} + \Psi_{mn}^{\text{cavity}} = 2N\pi. \quad (3)$$

在实验上 (见图 2), 将控制光场 (locking beam) 注入到滤波腔, 用锯齿波扫描滤波腔腔长并用光电探测器 PD 探测腔的透射光强, 可得如图 3(a) 所示的绿色曲线. 计算可知 $\Psi_{mn}^{\text{cavity}}$ 随扫描发生的变化很小, 仅传播相位 $2kl_{\text{FC}}$ 随扫描而变化, 腔长变化量以及相应的循环一周相位 Φ 的变化量与对应的扫描时间成正比, 即 $2k\Delta l_{\text{FC}} = 2\pi = c_1\Delta T$, 其中 c_1 是比例系数. 因此透射峰的一个周期对应的 l_{FC} 变化量为半个波长, 相应的相位变化量为 2π . 准直好滤波腔后微调腔前的准直镜架, 激发出除 TEM_{00} 模以外的高阶横模 (见图 3(b)). 由于古依相移的存在, 高阶横模与 TEM_{00} 模不同时共振. TEM_{mn} 模与 TEM_{00} 模的相邻透射峰之间的时间间隔对应于它们在腔内循环一周的古依相移之差,

$$\Delta\Psi_G = \Psi_{mn}^{\text{cavity}} - \Psi_{00}^{\text{cavity}} = 4(m+n) \arctg(l_{\text{FC}}/2z_R). \quad (4)$$

如前所述, 此相位差正比于相应的扫描时间 Δt , 即 $\Psi_{mn}^{\text{cavity}} - \Psi_{00}^{\text{cavity}} = c_2\Delta t$, c_2 是比例系数. 若扫描是线性扫描, 则比例系数 $c_1 = c_2$. 但是, 由图 3(a)

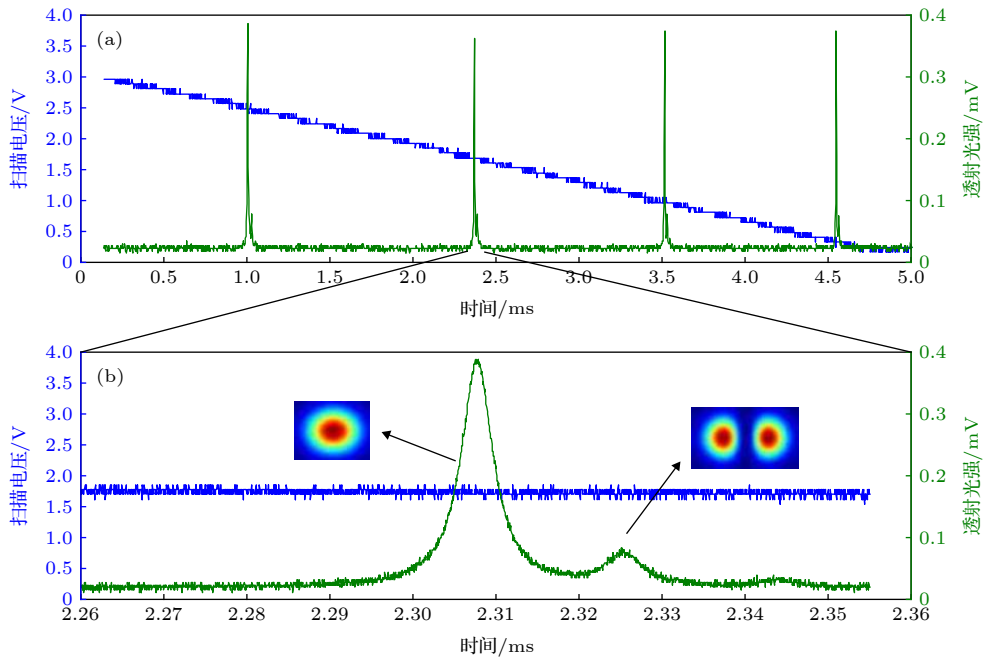


图 3 光探测器探测到的滤波腔透射光强 (绿色曲线) 和腔扫描电压 (蓝色曲线) (a) 在同一个扫描方向上扫出三个 FSR; (b) 将 (a) 中的第二个透射峰展开

Fig. 3. Cavity transmission (green line) and the corresponding scanning voltage (blue line): (a) Three FSR is scanned; (b) expansion of the second transmission peak.

绿色曲线可以看出, 滤波腔压电陶瓷的响应是非线性的, 在不同的扫描电压处, 压电陶瓷的响应并不相同. 选取其中第二个透射峰将其展开, 可以看到 TEM_{00} 和 TEM_{10} 两个模的透射峰, 由它们之间的时间间隔可以推断它们的古依相移之差, 从而导出腔长. 由于它们之间扫描时间较短, 可以认为附近的响应是线性的:

$$l_{FC} = 2z_R \times \text{tg}(\Delta\Psi_G/4) \\ = 2z_R \text{tg}\left(\frac{1}{4} \times \frac{d\Psi_G}{dU}\bigg|_{U=1.68\text{ V}} \times \frac{dU}{dt} \times \Delta t\right), \quad (5)$$

又依据曲率半径公式知 $R_{oc} = l_{FC}(1 + 4z_R^2/l_{FC}^2)/2$, 结合 (5) 式可得

$$l_{FC} = 2R_{oc} \times \text{tg}^2\left(\frac{1}{4} \times \frac{d\Psi_G}{dU}\bigg|_{U=1.68\text{ V}} \times \frac{dU}{dt} \times \Delta t\right). \quad (6)$$

通过调节压电陶瓷的位置, 使得光在腔内循环一周的相位与所加的电压符合二次方曲线, 即 $\Phi = aU^2 + bU + c$, 依据图 3(a) 中透射峰的位置, 拟合得 $d\Psi_G/dU|_{U=1.68\text{ V}} = (2aU + b)|_{U=1.68\text{ V}} = (1.1773 \pm 0.25) \times 2\pi/\text{V}$ (见图 4), 又由图 3(a) 中的扫描电压拟合扫描电压曲线斜率得 $dU/dt = (0.598 \pm 0.007) \text{ V/ms}$, 图 3(b) 中零阶模和一阶模对应的时间间隔为 $\Delta t = (17 \pm 0.2) \mu\text{s}$, 结合腔镜的曲率半径 $R_{oc} = 200 \text{ mm}$, 代入 (6) 式可得 $l_{FC} = (141 \pm 28) \mu\text{m}$, 满足设计要求.

为计算测量误差, 对 (6) 式两边求对数并做全微分可得

$$\frac{\delta l_{FC}}{l_{FC}} \approx 2 \left(\left| \frac{\delta\Psi'_G}{\Psi'_G} \right| + \left| \frac{\delta U'}{U'} \right| + \left| \frac{\delta\Delta t}{\Delta t} \right| \right), \quad (7)$$

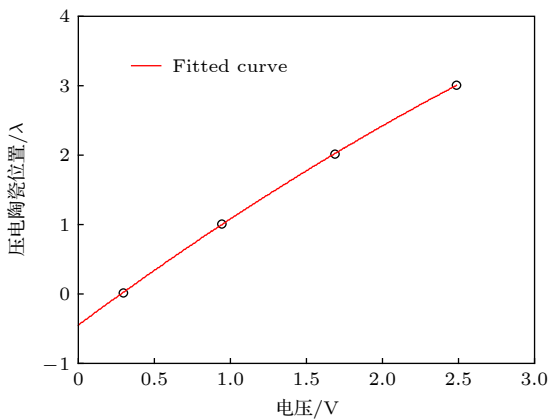


图 4 压电陶瓷响应曲线拟合 (圆圈是实验数据, 实线是拟合曲线)

Fig. 4. Fitting of Piezo response (circles correspond to experimental data, solid line is fitting curve).

其中用到了 $l_{FC} \ll R_{oc}$, 从而 (6) 式右侧的正切项远小于 1. δO 是物理量 O 的测量误差, $\Psi'_G \equiv \frac{d\Psi_G}{dU} = (2aU + b)|_{U=1.68\text{ V}}$, $\delta\Psi'_G = 2|\delta aU| + 2|a\delta U| + |\delta b|$ 是相应的测量误差, $U' \equiv \frac{dU}{dt}$ 是扫描电压在 $U = 1.68 \text{ V}$ 时的斜率, $\delta U'$ 是扫描电压斜率的测量误差, $\delta\Delta t$ 是时间间隔 Δt 的读数误差. 计算可得 (7) 式右边第一项为 0.194, 第二项为 0.001, 第三项为 0.012, 可见第一项占测量误差的主要部分, 是对压电陶瓷响应的非线性拟合不够准确导致的. 若采集更多数据对压电陶瓷的响应进行更高阶的多项式拟合, 可进一步提高腔长测量的精确度.

4 结 论

本文设计制作了薛定谔猫态的实验制备触发光路中的滤波, 发现滤波腔腔长存在于某个区间时滤波效果较好. 选择更小的滤波片带宽和更小的腔镜透射率可进一步改进滤波效果. 由于滤波腔腔长较短, 实验上利用高阶横模的古依相位对其长度进行了测量. 测得腔长 l_{FC} 为 $141 \mu\text{m}$, 满足设计条件 $189 \mu\text{m} > l_{FC} > 119 \mu\text{m}$. 最后对测量误差进行了分析, 指出测量误差主要来源于对压电陶瓷响应的拟合不够准确, 并提出了进一步改进测量精确度的方法. 本文提出的短腔腔长测量方法不依赖于腔内任何介质的色散等特性, 具有一定的普遍性. 超短光学腔不仅在本实验中具有重要应用, 实际上在更多领域下都扮演着重要的角色, 比如腔量子电动力学^[22]、弱光非线性^[23]等. 因此本文提出的方法可在更多场景下得到更广泛的应用.

参考文献

- [1] Yurke B, Stoler D 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 13
- [2] Shang S, Caves C M, Yurke B 1990 *Phys. Rev. A* **41** 5261
- [3] Dakna M, Anhut T, Opatrny T, Knoll L, Welsch D G 1997 *Phys. Rev. A* **55** 3184
- [4] Wenger J, Tualle-Brouri R, Grangier P 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 153601
- [5] Ourjoumtsev A, Tualle-Brouri R, Laurat J, Grangier P 2006 *Science* **312** 83
- [6] Neergaard-Nielsen J S, Nielsen B M, Hettich C, Mølmer K, Polzik E S 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 083604
- [7] Wakui K, Takahashi H, Furusawa A, Sasaki M 2007 *Opt. Express* **15** 3568
- [8] Ourjoumtsev A, Jeong H, Tualle-Brouri R, Grangier P 2007 *Nature* **448** 784
- [9] Takahashi H, Wakui K, Suzuki S, Takeoka M, Hayasaka K, Furusawa A, Sasaki M 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 233605

- [10] Dong R F, Tipsmark A, Laghaout A, Krivitsky L A, Ježek M, Andersen U L 2014 *J. Opt. Soc. Am. B* **31** 1192
- [11] Zhang N N, Li S J, Yan H M, He Y Y, Wang H 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 234203 (in Chinese) [张娜娜, 李淑静, 闫红梅, 何亚亚, 王海 2018 物理学报 **67** 234203]
- [12] He Y Y, Deng Q Q, Li S J, Xu Z X, Wang H 2019 *Journal of Quantum Optics* **25** 372 (in Chinese) [何亚亚, 邓琦琦, 李淑静, 徐忠孝, 王海 2019 量子光学学报 **25** 372]
- [13] Wang M H 2018 *Ph. D. Dissertation* (Taiyuan: Shanxi University) (in Chinese) [王美红 2018 博士学位论文(太原: 山西大学)]
- [14] Yoshikawa J, Asavanant W, Furusawa A 2017 *Phys. Rev. A* **96** 052304
- [15] Suzuki S, Takeoka M, Sasaki M, Andersen U L, Kamari F 2006 *Phys. Rev. A* **73** 042304
- [16] Asavanant W, Nakashima K, Shiozawa Y, Yoshikawa J, Furusawa A 2017 *Opt. Express* **25** 32227
- [17] DeVoe R G, Fabre C, Jungmann K, Hoffnagle J, Brewer R G 1988 *Phys. Rev. A* **37** 1802(R)
- [18] Lichten W 1985 *J. Opt. Soc. Am. A* **2** 1869
- [19] Layer H P, Deslattes R D, Schewietzer W G 1976 *Appl. Opt.* **15** 734
- [20] Hood C J, Kimble H J, Ye J 2001 *Phys. Rev. A* **64** 033804
- [21] Du J J, Li W F, Wen R J, Gang L, Zhang T C 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 194203 (in Chinese) [杜金锦, 李文芳, 文瑞娟, 李刚, 张天才 2013 物理学报 **62** 194203]
- [22] Zhang P F, Zhang Y C, Li G, Du J J, Zhang Y F, Guo Y Q, Wang J M, Zhang T C, Li W D 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 044203
- [23] Boca A, Miller R, Birnbaum K M, Boozer A D, McKeever J, Kimble H J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 233603

Filter cavity design and length measurement for preparing Schrödinger cat state*

Zhai Ze-Hui[†] Hao Wen-Jing Liu Jian-Li Duan Xi-Ya

(School of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

(Received 22 April 2020; revised manuscript received 9 May 2020)

Abstract

Optical Schrödinger cat state is not only one of the basic elements of quantum mechanics, but also a pivotal resource of continuous-variable quantum information. The non-Gaussian operation in its preparation can also be a key technology in distilling continuous-variable squeezing and entanglement. In the experimental preparation, a small part of a beam of vacuum squeezing is separated and detected as the trigger of appearance of Schrödinger cat state. Filter operation in the trigger optical path is important since it affects dark counts of single photon detector, frequency mode matching of trigger mode and signal mode, and preparing rate of the Schrödinger cat state, etc. In this paper, we describe the design of optical filter in the trigger path and the measurement of the filter cavity length. According to the design, filter cavity length l_{FC} should satisfy $189\ \mu\text{m} > l_{FC} > 119\ \mu\text{m}$. This cavity length is too small to be measured with a ruler. To measure the cavity length, we introduce an optical method, in which Gouy phases of Hermite Gaussian transverse modes TEM_{00} and TEM_{10} are used. When the cavity length is scanned, resonant peaks and the corresponding scanning voltages are recorded. From theoretical derivation, the cavity length is related to the filter cavity piezo response to the scanning voltage Ψ'_G , the slope rate of piezo scanning voltage U' , and the time distance between TEM_{00} and TEM_{10} resonant peaks Δt . The finally measured cavity length is $l_{FC} = (141 \pm 28)\ \mu\text{m}$, which satisfies the design requirement. The measurement error mainly originates from inaccurate fitting of Ψ'_G and U' , and readout error of Δt . It is shown that the error of Ψ'_G is dominant since less data are used in the curve fitting. The measurement error is expected to be reduced if much more data of piezo response to scanning voltage are collected and used to fit Ψ'_G with higher order polynomials. The proposed measurement method of short cavity length needs neither wide tuning laser nor any peculiar instrument, and does not depend on any dispersion property of the cavity, and hence it has a certain generality. It can be hopefully used in many other optical systems, such as cavity quantum electrodynamics, where ultrashort cavity plays a central role.

Keywords: Schrödinger cat state, squeezed state, filter cavity, Gouy phase shift

PACS: 42.50.-p, 42.60.Da, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.69.20200589

* Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant No. 2016YFA0301404) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11504217).

[†] Corresponding author. E-mail: zhzehui@sxu.edu.cn