

## 强碰撞磁化尘埃等离子体中的漂移波\*

杨建荣<sup>1)2)†</sup> 毛杰键<sup>1)2)‡</sup> 吴奇成<sup>1)</sup> 刘萍<sup>3)</sup> 黄立<sup>1)</sup>

1) (上饶师范学院物理与电子信息学院, 上饶 334001)

2) (江西省电动汽车部件智能化工程技术研究中心, 上饶 334001)

3) (电子科技大学中山学院电子信息学院, 中山 528402)

(2020年3月30日收到; 2020年5月8日收到修改稿)

研究磁化尘埃等离子体的波动机理, 对相关实验、工业加工、天体空间探测等具有重要的价值. 本文研究了非均匀磁化尘埃等离子体系统的线性和非线性波动特性. 对处于均匀外磁场中的非均匀尘埃等离子体系统, 存在密度和温度梯度的非均匀环境, 考虑尘埃和中性粒子的强碰撞作用, 得到了一个二维非线性磁流体动力学方程. 通过线性化得到了色散关系, 系统既有强碰撞引起的阻尼波, 又有粒子漂移产生的谐波; 典型的数值参量分析结果表明, 量子参量修改了系统的尺度; 实频与漂移频率成正比关系, 而虚频与尘埃和中子间的碰撞频率有着比较复杂的关系, 粒子的碰撞引起了系统的耗散效应. 通过函数变换法, 获得了漂移的冲击波和爆炸波的解析解. 详细讨论了静电势随着主要物理量的变化, 研究结果显示, 静电冲击波的幅度和爆炸波的宽度都随尘埃密度和外界磁场强度的增大而增大, 随着碰撞频率的增大而减小, 随漂移速度而变化. 当时空相位较小时, 静电势变化很快, 一旦足够大时, 静电势将趋于稳定值, 最终达到稳定的状态. 最后对系统的稳定性问题进行了分析, 发现尘埃电荷量、量子参量、漂移速度都出现在扰动解中. 本文所得结果表明, 强碰撞效应、量子效应、粒子漂移和外界磁场等主要物理量都对尘埃漂移波的产生、演化和稳定性产生了重要的作用.

关键词: 尘埃等离子体, 漂移波, 色散关系, 稳定性

PACS: 52.35.Mw, 52.27.Lw, 52.25.Xz, 52.35.Fp

DOI: 10.7498/aps.69.20200468

## 1 引言

近 20 年来, 尘埃等离子体研究快速发展, 已经形成了新兴的前沿学科<sup>[1,2]</sup>. 尘埃等离子体广泛存在于地球环境的磁场和天体空间中, 还存在于核聚变、实验室等离子体环境、半导体加工过程中, 并对这些方面的物理过程有重要的影响<sup>[3,4]</sup>. 尘埃与其周围的电子、离子、中性粒子等相互碰撞形成带电尘埃, 当尘埃等离子体与磁场相互作用时, 带电尘埃颗粒显示出特殊性质, 明显影响等离子体系

统中的波-粒、波-波非线性相互作用, 表现了与经典等离子体不同的物理特性<sup>[5-7]</sup>. 理论和实验发现, 尘埃等离子体中存在尘埃声波和尘埃离子声波<sup>[8-10]</sup>. 其中尘埃声波的恢复力来源于无惯性电子和离子的费米压力, 尘埃的惯性质量则提供了波动<sup>[8]</sup>.

为了研究等离子体的动理特性, Shukla 和 Rahman<sup>[11]</sup> 研究了多组分的尘埃等离子体, 得到了一组磁流体动力学方程. Haas<sup>[12]</sup> 进一步扩展到量子流体动力 (QHD) 模型, 应用到有磁场的环境, 研究了致密等离子体具有量子关联项的情况. 此后 QHD 模型广泛应用于研究量子等离子体的非线性

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11865013, 11804228, 11775047, 11903022) 和江西省科技落地计划 (批准号: KJLD13086) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sryangjr@163.com

‡ 通信作者. E-mail: maojj2006@163.com

性波动特性, 如通过推导出 KdVB 方程、KP 方程、KPB 方程等, 获得磁流体中的漂移孤子和冲击波 [13-15]; 用特殊函数变换法, 得到尘埃等离子体中的相干涡旋 [16,17]; 还发现量子尘埃声波的疏密双层结构变化依赖于量子参量 [18], 尘埃声波的铃状孤波脉冲转变成爆炸脉冲主要依赖于传播角度和尘埃极化 [19].

进一步探索磁化尘埃等离子体的非线性动力学控制方程, 寻找非线性发展方程的解析解, 揭示尘埃等离子体在磁场作用下的波动性质和稳定性问题 [20-23], 一直是尘埃等离子体领域重要的研究内容. 本文研究了处于均匀外磁场中的非均匀尘埃等离子体系统, 存在密度和温度梯度, 尘埃和中子间有强碰撞作用, 利用量子流体动力学模型得到了一个二维非线性磁流体动力学方程. 利用线性化方法得到了波的色散关系. 采用行波变化和  $\tanh$  函数, 获得了一组尘埃声波解, 包括漂移的冲击波、爆炸波; 选用天体环境中的典型数值, 模拟分析了主要物理量对波动性的影响. 最后讨论了该系统中波的稳定性问题.

## 2 尘埃磁流体的非线性方程

本文研究多成分致密尘埃等离子体系统, 含有无惯性的电子、离子和惯性的带负电尘埃 (e-i-d). 设非均匀等离子体在  $x$  方向存在密度和温度的梯度, 所处的均匀外磁场  $\mathbf{B}_0$  在  $z$  方向, 所得到的非线性方程在  $y$ - $z$  平面. 并以中子为背景, 考虑尘埃粒子和中子间有强的碰撞效应. 设波的相速度为  $\omega/k$ , 电子和离子的费米速度分别为  $v_{Fe}$  和  $v_{Fi}$ , 尘埃速度为  $v_d$ , 它们间的关系为  $v_d \ll \omega/k \ll v_{Fi}, v_{Fe}$ . 此系统中存在一种频率远低于离子回旋频率的低频静电模, 即“静电漂移波”, 其中静电扰动的静电场强度  $\mathbf{E}$  导致的漂移在非线性耦合中起着重要作用.

根据 QHD 模型, 等离子体系统中电子、离子和带负电的尘埃粒子的动力学方程为:

$$m_e n_e (\partial_t + \mathbf{v}_e \cdot \nabla) \mathbf{v}_e = -en_e \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}_0 \right) - \nabla p_e + \frac{\hbar^2 n_e}{2m_e} \nabla \left( \frac{\nabla^2 \sqrt{n_e}}{\sqrt{n_e}} \right), \quad (1)$$

$$m_i n_i (\partial_t + \mathbf{v}_i \cdot \nabla) \mathbf{v}_i = en_i \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v}_i \times \mathbf{B}_0 \right) - \nabla p_i, \quad (2)$$

$$m_d n_d (\partial_t + \mathbf{v}_d \cdot \nabla) \mathbf{v}_d = -Z_d e n_d \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v}_d \times \mathbf{B}_0 \right) - m_d n_d \nu_{dn} \mathbf{v}_d, \quad (3)$$

其中,  $\nu_{dn}$  是尘埃粒子和中子之间的碰撞频率;  $e$ ,  $Z_d$ ,  $n_l$ ,  $m_l$ ,  $\mathbf{v}_l$  ( $l = e, i, d$ ), 分别是电子电荷、尘埃电荷量、密度、质量和速度; 静电场强度  $\mathbf{E} = -\nabla\phi$ ,  $\phi$  是静电势; 电子和离子的费米压力表达式为  $p_j = \hbar^2 (3\pi^2)^{2/3} n_j^{5/3} / 5m_j$ ,  $j = e, i$ . 对于无惯性的电子和离子, 方程 (1) 和方程 (2) 的左边取  $m_e = 0$ ,  $m_i = 0$ .

考虑尘埃、无惯性的电子和离子的 Poisson 方程以及尘埃的连续性方程

$$\nabla^2 \phi = -4\pi e (n_i - n_e - Z_d n_d), \quad (4)$$

$$\partial_t n_d + \nabla \cdot (n_d \mathbf{v}_d) = 0, \quad (5)$$

文献 [16] 研究了非均匀尘埃等离子体中漂移涡旋的结构和特性, 与之推导非线性动力学方程相似, 假设  $\partial_x \ll \partial_z < \partial_y$ , 可以得到下列方程:

$$\hat{D} \left\{ -\frac{3a}{2} \partial_t \phi - b \partial_t \phi^2 + (\chi \lambda_{Fe}^2 + Z_d \rho_{sd}^2 - \chi H^2) \partial_t \partial_y^2 \phi + Z_d \rho_{sd}^2 \nu_{dn} \partial_y^2 \phi + \frac{3}{2} v \partial_y \phi - D_1 \partial_y \phi^2 \right\} + Z_d c_{sd}^2 \partial_z^2 \phi = 0, \quad (6)$$

其中, 算子  $\hat{D}$  的定义式为  $\hat{D} = d_t + \nu_{dn} = \partial_t + v_{dz} \partial_z + \nu_{dn}$ ;  $a = \chi + p\sigma$ ,  $b = \frac{3e}{4k_B T_{Fe}} (p\sigma^2 - \chi)$ ,  $\chi = \frac{n_{e0}}{Z_d n_{d0}}$ ,  $p = \frac{n_{i0}}{Z_d n_{d0}}$ ,  $k_B$  是 Boltzmann 常数;  $\sigma = \frac{T_{Fe}}{T_{Fi}}$ , 电子和离子的费米温度  $T_{Fj}$  与平衡密度  $n_{j0}$  的关系为  $T_{Fj} = \frac{\hbar^2}{2m_j k_B} (3\pi^2)^{2/3} n_{j0}^{2/3}$ ;  $\lambda_{Fe} = \sqrt{k_B T_{Fe} / 4\pi e^2 n_{e0}}$  是电子的费米波长;  $\rho_{sd} = \sqrt{k_B T_{Fe} / m_d \Omega_{cd}^2}$  是尘埃在电子温度时的 Larmor 半径,  $\Omega_{cd} = 2\pi f_{cd} = Z_d e B_0 / cm_d$  是尘埃的回旋频率,  $\partial_t \ll \Omega_{cd}$  用于低频率波;  $H = \sqrt{\frac{9\hbar^2}{16m_e k_B T_{Fe}}}$  是量子衍射长度;  $c_{sd} = \sqrt{\frac{k_B T_{Fe}}{m_d}}$  是尘埃的声速;  $v = (-2ck_B T_{Fe} / 3eB_0) k_{nd}$  是漂移速度;  $k_{nj} = |d_x \ln n_{j0}|$ ,  $k_{nd} = |d_x \ln n_{d0}|$  是密度梯度;  $k_{T_{Fj}} = |d_x \ln T_{Fj}|$  是温度梯度;  $D_1 = 3c / 4B_0 [\chi (k_{ne} - k_{T_{Fe}}) + p\sigma (k_{ni} - k_{T_{Fi}})]$ .

在文献 [24] 中, 得到了一个相似的非均匀等离子体模型, 利用 KdVB 和 KPB 方程得到解析解, 分析了当  $\nu_{dn} \ll d_t$  时静电冲击波的变化. 但是系数  $b = 3e / 8k_B T_{Fe} (p\sigma^2 - \chi)$  有错误, 这里改正如上.

本文讨论此非均匀致密磁化等离子体系统, 考虑尘埃粒子和中子之间的碰撞效应比较强的情况, 系统满足强碰撞等离子体的条件  $\nu_{\text{dn}} \gg \omega_{\text{pd}}$ . 其中  $\omega_{\text{pd}}$  为尘埃的振荡频率,  $\omega_{\text{pd}} = \sqrt{n_{\text{d}} z_{\text{d}}^2 e^2 / m_{\text{d}} \epsilon}$ ,  $\epsilon$  为介电常量. 在算子中当  $\nu_{\text{dn}} \gg d_t$ , 并且保留  $\partial_z^2 \phi$  和非线性项  $\partial_t \phi^2$ , 方程 (6) 简化为一个二维非线性动力学方程

$$-\frac{3a}{2} \partial_t \phi - b \partial_t \phi^2 + (\chi \lambda_{\text{Fe}}^2 + Z_{\text{d}} \rho_{\text{sd}}^2 - \chi H^2) \partial_t \partial_y^2 \phi + Z_{\text{d}} \nu_{\text{dn}} \rho_{\text{sd}}^2 \partial_y^2 \phi + \frac{3}{2} v \partial_y \phi - D_1 \partial_y \phi^2 + \frac{Z_{\text{d}} c_{\text{sd}}^2}{\nu_{\text{dn}}} \partial_z^2 \phi = 0. \quad (7)$$

为了方便计算, 定义下列无量纲参量:

$$\Phi = \frac{e\phi}{k_{\text{B}} T_{\text{Fe}}}, \quad H_{\text{e}} = \frac{H}{\rho_{\text{sd}}}, \quad \Lambda = \frac{\lambda_{\text{Fe}}}{\rho_{\text{sd}}}, \quad \nu = \frac{\nu_{\text{dn}}}{\Omega_{\text{cd}}}, \quad \bar{y} = \frac{y}{\rho_{\text{sd}}}, \quad \bar{z} = \frac{z}{\rho_{\text{sd}}}, \quad \bar{t} = \Omega_{\text{cd}} t, \quad u = \frac{v}{c_{\text{sd}}}. \quad (8)$$

把方程 (7) 归一化为

$$\partial_t \Phi + g_1 \partial_t \Phi^2 + g_2 \partial_t \partial_y^2 \Phi - g_3 \partial_y^2 \Phi - g_4 \partial_z^2 \Phi + g_5 \partial_y \Phi - g_6 \partial_y \Phi^2 = 0. \quad (9)$$

这里略去了变量的上标, 其中无量纲系数为:

$$g_1 = \frac{1}{2a} (p\sigma^2 - \chi), \quad g_2 = \frac{2}{3a} (\chi H_{\text{e}}^2 - \chi \Lambda^2 - Z_{\text{d}}), \quad g_3 = \frac{2Z_{\text{d}}}{3a} \nu, \quad g_4 = \frac{2Z_{\text{d}}}{3a\nu}, \quad g_5 = -\frac{u}{a}, \quad g_6 = \frac{3u}{4ak_{\text{nd}}} [\chi(k_{\text{ne}} - k_{\text{TFe}}) + p\sigma(k_{\text{ni}} - k_{\text{TFe}})]. \quad (10)$$

在致密尘埃等离子体的天体物理和空间环境中<sup>[25-27]</sup>, 例如星际空间、行星环(土星环)中的致密尘埃等离子体云等<sup>[5,28-30]</sup>, 可以采用下列物理参量:

$$n_{\text{e}0} = 6 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}, \quad m_{\text{e}} = 9.109 \times 10^{-28} \text{ g}, \quad n_{\text{i}0} = 1.5 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}, \quad m_{\text{i}} = 3.35 \times 10^{-24} \text{ g}, \quad B_0 = 10^8 \text{ G}, \quad n_{\text{d}0} = 1.494 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}, \quad m_{\text{d}} = 10^{-15} \text{ g}, \quad z_{\text{d}} = 10^3, \quad \nu_{\text{dn}} = 10^6 \text{ Hz}, \quad v = -100c_{\text{sd}}. \quad (11)$$

则得到对应的一组归一化参量为:

$$H_{\text{e}} = 6.89 \times 10^{-2}, \quad \Lambda = 1.21 \times 10^{-2}, \quad \nu = 0.624, \quad u = -100, \quad g_1 = 46.279, \quad g_2 = -7.173, \quad g_3 = 4.475, \quad g_4 = 11.5, \quad g_5 = 1.1, \quad g_6 = -25. \quad (12)$$

由于尘埃等离子体非线性方程的复杂性, 不少文献忽略了非线性项或微分高阶项. 从这组归一化参量可以看出, 非线性项和微分高阶项都重要, 不能轻易舍去. 本文保留非线性项和微分高阶项, 求出该非线性方程的解析解, 详细分析漂移相干波的特性.

### 3 色散关系

为了分析强碰撞的尘埃声波漂移模的线性特性, 忽略方程 (9) 的非线性项. 假设电磁场所受扰动正比于  $\exp(ik_y y + ik_z z - i\omega t)$ , 代入方程 (9), 得到线性色散关系表达式为

$$\omega = \frac{uk \cos \theta + \frac{2z_{\text{d}}}{3} \left( \nu k^2 \cos^2 \theta + \frac{k^2 \sin^2 \theta}{\nu} \right)}{\frac{2}{3} (\chi H_{\text{e}}^2 - \chi \Lambda^2 - z_{\text{d}}) k^2 \cos^2 \theta - a}, \quad (13)$$

其中  $\omega$  为尘埃声波的频率; 实频  $\text{Re} \omega$  和虚频  $\text{Im} \omega$  的色散频率分别为:

$$\text{Re} \omega = \frac{uk \cos \theta}{\frac{2}{3} (\chi H_{\text{e}}^2 - \chi \Lambda^2 - z_{\text{d}}) k^2 \cos^2 \theta - a}, \quad (14)$$

$$\text{Im} \omega = \frac{\frac{2z_{\text{d}}}{3} \left( \nu k^2 \cos^2 \theta + \frac{k^2 \sin^2 \theta}{\nu} \right)}{\frac{2}{3} (\chi H_{\text{e}}^2 - \chi \Lambda^2 - z_{\text{d}}) k^2 \cos^2 \theta - a}, \quad (15)$$

这里  $\theta$  是倾斜角; 波数  $k$  的两个分量为  $k_y = k \cos \theta$ ,  $k_z = k \sin \theta$ ;  $uk \cos \theta$  是漂移频率; 对有限波, 要求

$$\frac{2}{3} (\chi H_{\text{e}}^2 - \chi \Lambda^2 - z_{\text{d}}) k^2 \cos^2 \theta - a \neq 0.$$

波的频率  $\omega$  是波数  $k$  和倾斜角  $\theta$  的函数, 随  $k$  和  $\theta$  的变化比较复杂; 分母中都有量子参量  $H_{\text{e}}$ , 说明量子性影响了整个系统的波动尺度大小. 在实频 (14) 式中, 实频  $\text{Re} \omega$  与漂移频率成正比关系, 引起振荡的谐波. 在虚频 (15) 式, 虚频  $\text{Im} \omega$  与尘埃和中子间的碰撞频率有比较复杂的关系, 由于虚频引起阻尼波, 说明碰撞引起了系统的耗散效应.

利用 (11) 式中的数值参量, 并取  $\theta = \pi/3$ , 数值模拟分析色散频率随着几个主要物理量的变化. 在实色散频率 (14) 式所对应的图 1—图 4 中, 绝对实频率的值  $|\text{Re} \omega|$  都随着  $k$  的增大, 刚开始时增大, 在达到最大值后又减小. 图 1 显示了实频率随着漂移速度  $v$  的增大而增大的情况. 图 2 表明实频率随着倾斜角  $\theta$  的变化比较复杂: 随着角度的增加, 绝

对频率开始时增大, 在达到最大值后减小, 而后增大又减小; 在  $\theta = \pi/2$  附近变化很快, 远离则变化小. 图 3 显示了实色散频率随着尘埃密度  $n_d$  的增大而增大的情况. 注意到  $n_d$  增大则  $n_e$  减小, 而归一化量子参量  $H_e$  与  $n_e$  成正比, 因此相当于  $H_e$  减小. 随着  $H_e \rightarrow 0$ , 色散频率逐渐趋于一个稳定值. 图 4 中实色散频率随着磁场强度  $B_0$  的增大, 而略有增大.

对虚色散频率 (15) 式, 图 5 反映了虚色散频率的绝对值  $|\text{Im}\omega|$  随着碰撞频率  $\nu_{dn}$  的增大, 刚开始

减小, 在  $\nu_{dn} \approx 2.5 \times 10^6$  Hz 附近达到最小值, 而后则增大. 随着  $k$  的增大而增大, 并趋于稳定值. 虚频率受其他参量的影响, 变化情况与实频率相似.

值得注意的是, 均匀系统的色散关系只有虚频 [31]. 与均匀系统相比较, 这里增加了实频, 可见非均匀系统具有更加复杂的波动现象, 既有阻尼波, 又有稳定的振荡波. 因此发现, 量子参量、粒子的碰撞和漂移等主要物理量对此非均匀尘埃系统的线性波具有重要影响.

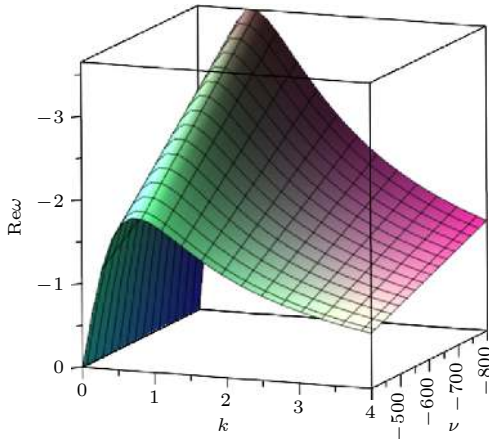


图 1 (14) 式实色散频率随着波数  $k$  和漂移速度  $\nu$  的变化,  $\theta = \pi/3$ , 对应的其他参量见 (11) 式

Fig. 1. Variation of the real dispersion frequency with the wave number  $k$  and drift velocity  $\nu$  determined by Eq. (14) for  $\theta = \pi/3$ . Other parameters are given in Eq. (11).

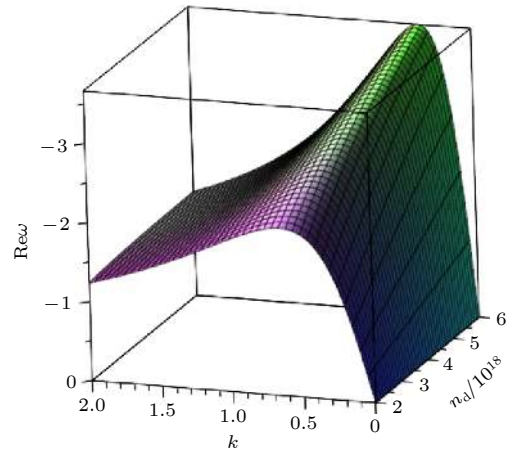


图 3 (14) 式实色散频率随着波数  $k$  和尘埃密度  $n_d$  的变化,  $\theta = \pi/3$ , 对应的其他参量见 (11) 式

Fig. 3. Variation of the real dispersion frequency with the wave number  $k$  and the dust density  $n_d$  determined by Eq. (14) for  $\theta = \pi/3$ . Other parameters are given in Eq. (11).

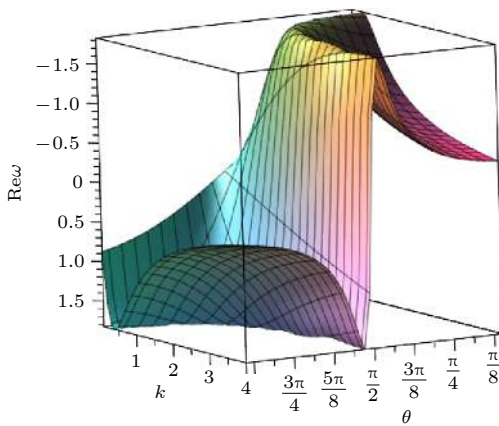


图 2 (14) 式实色散频率随着波数  $k$  和倾斜角  $\theta$  的变化, 对应的参量见 (11) 式

Fig. 2. Variation of the real dispersion frequency with the wave number  $k$  and obliqueness angle  $\theta$  determined by Eq. (14), and the parameters given in Eq. (11).

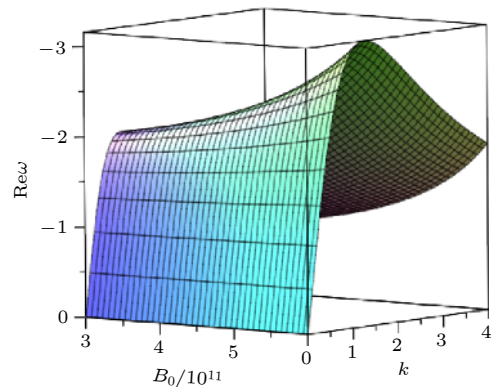


图 4 (14) 式实色散频率随着波数  $k$  和磁场强度  $B_0$  的变化,  $\theta = \pi/3$ , 对应的其他参量见 (11) 式

Fig. 4. Variation of the real dispersion frequency with the wave number  $k$  and magnetic field  $B_0$  determined by Eq. (14) for  $\theta = \pi/3$ . Other parameters are given in Eq. (11).

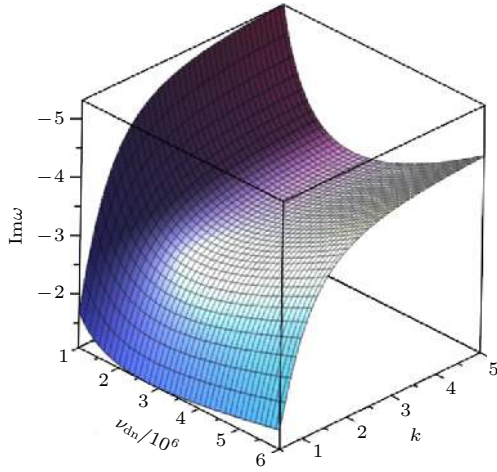


图 5 (15)式虚色散频率随着波数  $k$  和碰撞频率  $\nu_{dn}$  的变化,  $\theta = \pi/3$ , 对应的其他参量见 (11) 式  
 Fig. 5. Variation of the imaginary dispersion frequency with the wave number  $k$  and the collision frequency  $\nu_{dn}$  determined by Eq. (15) for  $\theta = \pi/3$ . Other parameters are given in Eq. (11).

#### 4 漂移的冲击波和爆炸波

在磁化的非均匀等离子体中, 由于存在密度和温度的梯度, 引起粒子的漂移, 导致的冲击波和爆炸波属于“静电漂移波”. 为了求解尘埃非线性方程 (9) 的解析解, 采用行之有效的行波法和 tanh 函数法, 可以得到漂移的冲击波解和爆炸波解. 与文献 [31] 中求解冲击波和爆炸波的方法类似, 可以假设  $\xi = k_1 y + k_2 z - k_3 t$ , 其中  $k_1$  和  $k_2$  是非线性波数,  $k_3$  是波频, 则方程 (9) 变化为

$$(k_3 - g_5 k_1) \partial_\xi \Phi + (g_1 k_3 + g_6 k_1) \partial_\xi \Phi^2 + (g_3 k_1^2 + g_4 k_2^2) \partial_\xi^2 \Phi + g_2 k_1^2 k_3 \partial_\xi^3 \Phi = 0. \quad (16)$$

设解具有下列 tanh( $\xi$ ) 函数的形式:

$$\Phi(\xi) = b_0 + b_1 \tanh(\xi) + b_2 \tanh^2(\xi) + b_3 / \tanh(\xi) + b_4 / \tanh^2(\xi), \quad (17)$$

其中  $b_i$  ( $i = 0, 1, \dots, 4$ ) 是待定的常数.

##### 4.1 漂移的冲击波

把 (17) 式代入方程 (16), 可以得到冲击波解

$$\Phi_1 = \frac{10g_2k_3^2 + 12g_2g_4k_2^2k_3 + g_3k_3 + g_5k_2\sqrt{-g_4(10g_2k_3 + g_3)}}{-20g_1g_2k_3^2 - 2g_1g_3k_3 + 2g_6k_2\sqrt{-g_4(10g_2k_3 + g_3)}} - \frac{12g_2g_4k_2^2k_3(2\tanh(\xi) + \tanh^2(\xi))}{-20g_1g_2k_3^2 - 2g_1g_3k_3 + 2g_6k_2\sqrt{-g_4(10g_2k_3 + g_3)}}, \quad (18)$$

$k_2$  和  $k_3$  是正的常数,  $\xi = -\frac{\sqrt{-g_4(10g_2k_3 + g_3)}k_2}{10g_2k_3 + g_3}y + k_2z - k_3t$ .

对 (18) 式中尘埃声波的电势解  $\Phi_1$ , 选用 (11) 式中的有关数值参量, 模拟分析尘埃密度  $n_d$ 、碰撞频率  $\nu_{dn}$ 、尘埃漂移速度  $v$  和磁场强度  $B_0$  的影响. 从图 6—图 9 所示的演化过程可见, 冲击波的强度随着尘埃密度的增大而增强, 亦即随着量子参量  $H_e$  的减小而增强; 随着漂移速度和磁场强度的增大而增强; 但是随着碰撞频率  $\nu_{dn}$  的减小而增强.

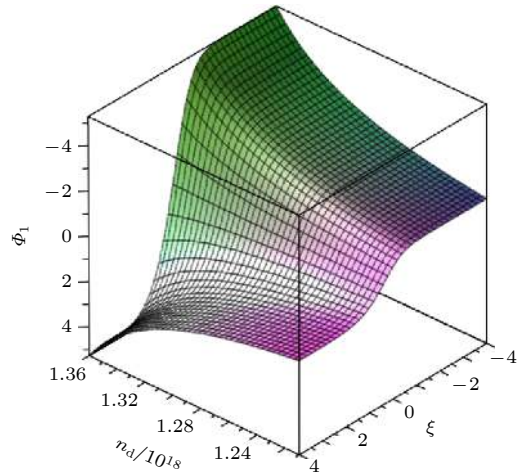


图 6 (18)式冲击波  $\Phi_1$  随着尘埃密度  $n_d$  的变化. 对应的参量为  $k_2 = 10, k_3 = 1$ , 其他参量见 (11) 式  
 Fig. 6. Variation of the shock wave  $\Phi_1$  with the dust density  $n_d$  by Eq.(18) for  $k_2 = 10, k_3 = 1$ . Other parameters are given in Eq. (11).

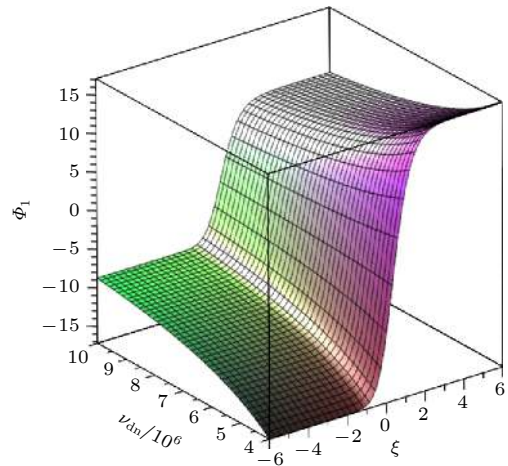


图 7 (18)式冲击波  $\Phi_1$  随着碰撞频率  $\nu_{dn}$  的变化. 对应的参量为  $k_2 = 10, k_3 = 2$ , 其他参量见 (11) 式  
 Fig. 7. Variation of the shock wave  $\Phi_1$  with the collision frequency  $\nu_{dn}$  by Eq.(18) for  $k_2 = 10, k_3 = 2$ . Other parameters are given in Eq. (11).

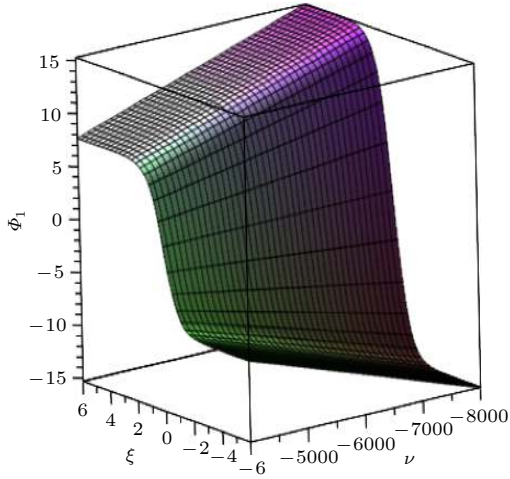


图 8 (18) 式冲击波  $\Phi_1$  随着漂移速度  $v$  的变化. 对应的参量为  $k_2 = 5, k_3 = 2$ , 其他参量见 (11) 式  
 Fig. 8. Variation of the shock wave  $\Phi_1$  with the drift velocity  $v$  by Eq.(18) for  $k_2 = 5, k_3 = 2$ . Other parameters are given in Eq. (11).

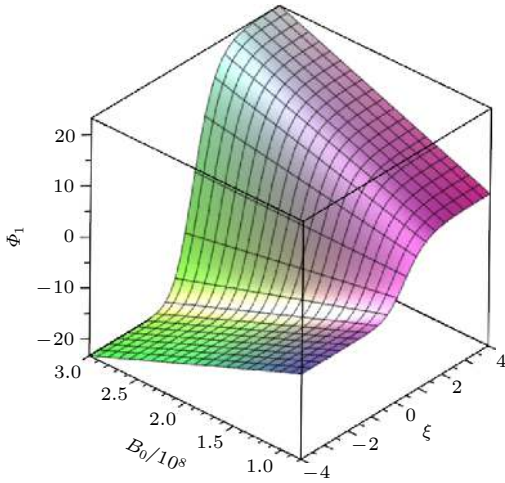


图 9 (18) 式冲击波  $\Phi_1$  随着磁场强度  $B_0$  的变化. 对应的参量为  $k_2 = 10, k_3 = 1$ , 其他参量见 (11) 式  
 Fig. 9. Variation of the shock wave  $\Phi_1$  with the magnetic field  $B_0$  by Eq.(18) for  $k_2 = 10, k_3 = 1$ . Other parameters are given in Eq. (11).

这里冲击波随着尘埃密度、漂移速度的变化类似于文献 [24] 中的结果, 但是随碰撞频率的变化情况与之刚好相反. 原因可能是: 本文在推导非线性方程 (7) 时, 把碰撞频率  $\nu_{dn}$  看成是主要的, 即  $\nu_{dn} \gg d_t$ , 因而  $\nu_{dn}$  出现在解 (18) 式的分母中; 而在文献 [24] 的图形模拟中, 把碰撞频率看成是次要的, 即  $\nu_{dn} \ll d_t$ , 因此它出现在解的分子中. 由此反映了强碰撞与弱碰撞对冲击波动的影响是不一样的, 在不同的物理背景下应该区别考虑.

### 4.2 漂移的爆炸波

把 (17) 式代入 (16) 式, 还可以得到爆炸波解  $\Phi_2 =$

$$\frac{10g_2k_3^2 + 12g_2g_4k_2^2k_3 + g_3k_3 + g_5k_2\sqrt{-g_4(10g_2k_3 + g_3)}}{-20g_1g_2k_3^2 - 2g_1g_3k_3 + 2g_6k_2\sqrt{-g_4(10g_2k_3 + g_3)}} - \frac{12g_2g_4k_2^2k_3}{-20g_1g_2k_3^2 - 2g_1g_3k_3 + 2g_6k_2\sqrt{-g_4(10g_2k_3 + g_3)}} \times (2/\tanh(\xi) + 1/\tanh^2(\xi)), \quad (19)$$

$k_2$  和  $k_3$  是正的常数,  $\xi = -\frac{\sqrt{-g_4(10g_2k_3 + g_3)}k_2}{10g_2k_3 + g_3}$

$y + k_2z - k_3t$ .

对 (19) 式中电势解  $\Phi_2$ , 用 (11) 式中的有关数值参量, 模拟分析尘埃密度  $n_d$ 、碰撞频率  $\nu_{dn}$ 、尘埃漂移速度  $v$  和磁场强度  $B_0$  的影响. 从图 10—图 13 可以看到, 随着尘埃密度和磁场强度的增大, 爆炸波的脉冲变宽; 但是随着碰撞频率和漂移速度的增大, 爆炸波的脉冲反而变窄. 值得注意的是, 随着漂移速度的变化, 与冲击波的情况相反.

另外, 根据图 6—图 13, 漂移的冲击波和爆炸波随着时空相位  $\xi$  的演化具有相似的规律. 当  $|\xi|$  较小时, 静电势变化很快. 一旦  $|\xi|$  足够大时, 静电势将趋于稳定值. 其中,  $\xi > 3$  时,  $\Phi_1$  趋于正的稳定值;  $\xi < -3$  时,  $\Phi_1$  趋于负的稳定值. 而  $|\xi| > 0.3$  时,  $\Phi_2$  都趋于 0, 或者负的稳定值. 随着  $|\xi|$  增大, 最终都达到稳定的状态.

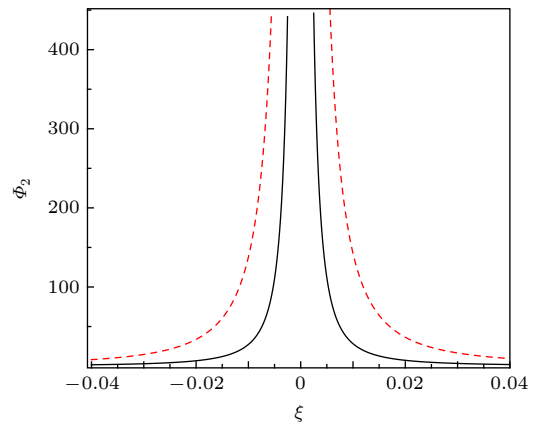


图 10 (19) 式爆炸波  $\Phi_2$  随着尘埃密度  $n_d$  的变化. 对应的参量为  $k_2 = 2, k_3 = 1, n_d = 1.2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  (实线),  $n_d = 1.4 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  (虚线), 其他参量见 (11) 式  
 Fig. 10. Profile of the explosive wave  $\Phi_2$  by Eq. (19) with  $k_2 = 2, k_3 = 1, n_d = 1.2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  (solid line), and  $n_d = 1.4 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  (dash line). Other parameters are given in Eq. (11).

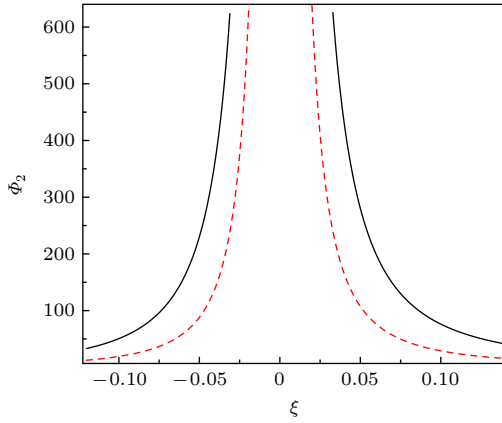


图 11 (19) 式爆炸波  $\Phi_2$  随着碰撞频率  $\nu_{dn}$  的变化. 对应的参量为  $k_2 = 2$ ,  $k_3 = 1$ ,  $\nu_{dn} = 10^6$  Hz (实线),  $\nu_{dn} = 3 \times 10^6$  Hz (虚线), 其他参量见 (11) 式

Fig. 11. Profile of the explosive wave  $\Phi_2$  given by Eq. (19) with  $k_2 = 2$ ,  $k_3 = 1$ ,  $\nu_{dn} = 10^6$  Hz (solid line), and  $\nu_{dn} = 3 \times 10^6$  Hz (dash line). Other parameters are given in Eq. (11).

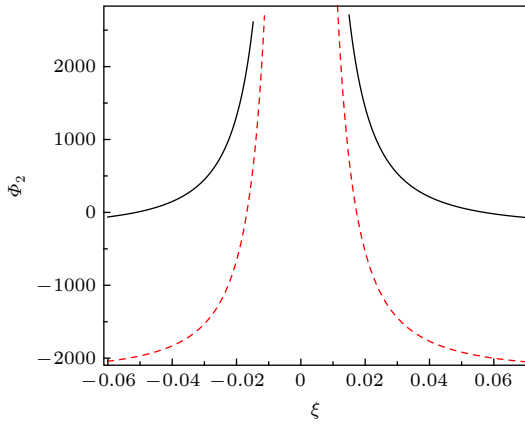


图 12 (19) 式爆炸波  $\Phi_2$  随着漂移速度  $v$  的变化. 对应的参量为  $k_2 = 2$ ,  $k_3 = 1$ ,  $v = 10^3$  cm/s (实线),  $v = 10^4$  cm/s (虚线), 其他参量见 (11) 式

Fig. 12. Profile of the explosive wave  $\Phi_2$  given by Eq. (19) with  $k_2 = 2$ ,  $k_3 = 1$ ,  $v = 10^3$  cm/s (solid line), and  $v = 10^4$  cm/s (dash line). Other parameters are given in Eq. (11).

## 5 稳定性分析

通过研究波的不稳定性可以得到等离子体的一些基本性质, 为实验观测和应用提供依据. 考虑强碰撞尘埃非线性动力学方程 (9) 的稳定性, 通常可以直接分析方程 (16). 把方程 (16) 积分一次, 得到

$$(k_3 - g_5 k_1) \Phi + (g_1 k_3 + g_6 k_1) \Phi^2 + (g_3 k_1^2 + g_4 k_2^2) \partial_\xi \Phi + g_2 k_1^2 k_3 \partial_\xi^2 \Phi = 0. \quad (20)$$

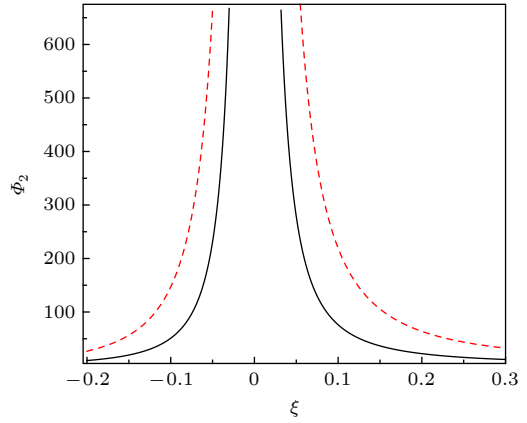


图 13 (19) 式爆炸波  $\Phi_2$  随着磁场强度  $B_0$  的变化. 对应的参量为  $k_2 = 2$ ,  $k_3 = 1$ ,  $B_0 = 10^8$  G (实线), 和  $B_0 = 3 \times 10^8$  G (虚线), 其他参量见 (11) 式

Fig. 13. Profile of the explosive wave  $\Phi_2$  given by Eq. (19) with  $k_2 = 2$ ,  $k_3 = 1$ ,  $B_0 = 10^8$  G (solid line), and  $B_0 = 3 \times 10^8$  G (dash line). Other parameters are given in Eq. (11).

讨论这个方程局域化的解, 具有这样的边界条件: 当  $\xi \rightarrow 0$  时,  $\Phi = 0$ ,  $\partial_\xi \Phi = 0$ ,  $\partial_\xi^2 \Phi = 0$ .

其次, 对方程 (20) 在无穷远处的渐进行为进行分析. 若在  $\xi \rightarrow \pm\infty$  时, 设方程的解为  $\Phi = \Phi_0 + \bar{\Phi}$ . 这里  $\Phi_0 \gg \bar{\Phi}$ , 并且  $\Phi_0$  是个常数,  $\bar{\Phi}$  是微扰量.

方程 (20) 用  $\bar{\Phi}$  线性化后就变成了

$$(k_3 - g_5 k_1) \bar{\Phi} - 10 g_2 k_1^2 k_3 \partial_\xi \bar{\Phi} + g_2 k_1^2 k_3 \partial_\xi^2 \bar{\Phi} = 0, \quad (21)$$

其中  $k_1 = -\sqrt{-g_4(10g_2k_3 + g_3)k_2/(10g_2k_3 + g_3)}$ .

显然  $\bar{\Phi}$  与指数函数  $\exp(\alpha\xi)$  成正比. 代入方程可求得

$$\alpha = 5 \pm \sqrt{25 + \frac{g_5}{g_2 k_1 k_3} - \frac{1}{g_2 k_1^2}} = 5 \pm \sqrt{25 - \frac{3a}{2k_1(\chi H_e^2 - \chi \Lambda^2 - Z_d)} \left( \frac{u}{ak_3} + \frac{1}{k_1} \right)}. \quad (22)$$

从以上结果可以看出, 由于尘埃电荷量  $Z_d$ 、量子参量  $H_e$ 、漂移速度  $u$  都出现在解中, 因此尘埃效应、量子效应和粒子漂移都对此系统的稳定性产生了重要影响, 研究它们的作用很有意义. 如果

$$25 - \frac{3a}{2k_1(\chi H_e^2 - \chi \Lambda^2 - Z_d)} \left( \frac{u}{ak_3} + \frac{1}{k_1} \right) \geq 0,$$

可以得到一个实的解析解, 从而产生一个稳定的波. 否则得到一个阻尼振荡的波, 会逐渐衰减.

## 6 结论和讨论

本文研究了存在密度和温度梯度的非均匀尘埃等离子体系统, 考虑强碰撞作用, 在  $d_t \ll \nu_{dn}$  情况下, 得到了一个二维非线性磁流体动力学方程. 通过线性化得到了色散关系, 利用典型的数值参量分析, 表明量子参量  $H_e$  修改了此系统的尺度; 实频与漂移频率成正比的关系; 而虚频与尘埃和中子间的碰撞频率有着比较复杂的关系, 粒子的碰撞引起了系统的耗散效应. 线性色散关系表明, 既有碰撞引起的阻尼波, 又有漂移产生的振荡谐波. 因此发现, 量子参量、粒子的碰撞和漂移等主要物理量对非均匀尘埃系统的线性波具有重要影响.

采用行波变化和  $\tanh$  函数法, 得到了漂移的冲击波解和爆炸波解. 数值模拟分析了电势随着典型参量的变化. 结果表明, 冲击波的幅度和爆炸波的宽度都随漂移速度 (即随密度和温度梯度) 而变化, 随磁场强度的增大、尘埃密度的增大 (即量子参量  $H_e$  的减小) 而增大; 但是随着碰撞频率的增大而减小. 电势随时空相位的增大而趋向于稳定值, 最终达到稳定的状态. 最后讨论了系统的稳定性问题, 发现尘埃带电量、量子效应和粒子漂移对此系统的稳定性产生了重要的作用.

研究磁化尘埃等离子体的机理和物理特性, 对相关实验、天体空间探测、工业加工领域有重要的学术价值和应用前景. 因此, 本文对强碰撞尘埃的非线性波动性质、波的色散关系和稳定性问题的研究, 所得到的结果有益于理解和描述具有密度和温度梯度的致密磁化尘埃系统中的非线性波的特性.

## 参考文献

[1] Morfill G E, Ivlev A V 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 1353

- [2] Ma J X 2006 *Physics* **35** 244 (in Chinese) [马锦秀 2006 物理 **35** 244]
- [3] Merlino R L, Goree J 2004 *Phys. Today* **57** 32
- [4] Shukla P K, Mamun A A 2002 *Introduction to Dusty Physics Plasmas* (Bristol: Institute of Physics) pp29–35
- [5] Verheest F 2000 *Waves in Dusty Space Plasmas* (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, The Netherlands) pp11–56
- [6] Shukla P K 2002 *Dust Plasma Interaction in Space* (New York: Nova Science) pp156–159
- [7] Liang Z F, Tang X Y 2013 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **18** 3014
- [8] Barkan A, Merlino R L, Angelo N D 1995 *Phys. Plasmas* **2** 3563
- [9] Merlino R L 2014 *J. Plasma Phys.* **80** 773
- [10] Rao N N, Shukla P K, Yu M Y 1990 *Planet. Space Sci.* **18** 543
- [11] Shukla P K, Rahman H U 1996 *Phys. Plasmas* **3** 430
- [12] Haas F 2005 *Phys. Plasmas* **12** 062117
- [13] Haque Q, Mahmood S 2008 *Phys. Plasmas* **15** 034501
- [14] Masood W 2009 *Phys. Lett. A* **373** 1455
- [15] Masood W, Karim S, Shah H A, Siddiq M 2009 *Phys. Plasmas* **16** 042108
- [16] Yang J R, Lv K, Xu L, Mao J J, Liu X Z, Liu P 2017 *Chin. Phys. B* **26** 065200
- [17] Yang J R, Wu B, Mao J J, Liu P, Wang J Y 2014 *Commun. Theor. Phys* **62** 871
- [18] Moslem W M, Shukla P K, Ali S, Schlickeiser R 2007 *Phys. Plasmas* **14** 042107
- [19] Sadiq M, Ali S, Sabry R 2009 *Phys. Plasmas* **16** 013706
- [20] Sharma P, Patidar A, Jain S, Vyas B 2018 *Phys. Plasmas* **25** 083714
- [21] Jorge R, Ricci P, Loureiro N F 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 165001
- [22] Kumar A, Das A, Kaw P 2019 *Phys. Plasmas* **26** 8
- [23] Mehdipoor M 2020 *The Eur. Phys. J. Plus* **135** 299
- [24] Masood W, Karim S, Shah H A 2010 *Phys. Scr.* **82** 045503
- [25] Kato S 1968 *Astrophys. Space Sci.* **2** 37
- [26] Dev A N, Deka M K, Sarma J, Adhikary N C 2015 *J. Korean Phys. Soc.* **67** 339
- [27] Khan S A, Mushtaq A, Masood W 2008 *Phys. Plasmas* **15** 013701
- [28] Smith B A, Soderblom L, Beebe R, et al. 1981 *Science* **212** 163
- [29] Smith B A, Soderblom L, Batson R, et al. 1982 *Science* **215** 504
- [30] Humes D H 1980 *J. Geophys. Res.* **85** 5841
- [31] Yang J R, Xu T, Mao J J, Liu P, Liu X Z 2017 *Chin. Phys. B* **26** 015202



# Drift wave in strong collisional dusty magnetoplasma\*

Yang Jian-Rong<sup>1)2)†</sup> Mao Jie-Jian<sup>1)2)‡</sup> Wu Qi-Cheng<sup>1)</sup>

Liu Ping<sup>3)</sup> Huang Li<sup>1)</sup>

1) (*School of Physics and Electronics, Shangrao Normal University, Shangrao 334001, China*)

2) (*Engineering Technology Research Center of Intelligent Electric Vehicle Components of Jiangxi Province, Shangrao 334001, China*)

3) (*College of Electron and Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China Zhongshan Institute, Zhongshan 528402, China*)

( Received 30 March 2020; revised manuscript received 8 May 2020 )

## Abstract

The study about the wave mechanism of magnetized dusty plasmas has important value to related experiment, industrial processing and exploring celestial space. The linear and nonlinear fluctuation characteristics of the nonuniform magnetized dust plasma system are researched in this paper. For the homogeneous external magnetic field and the nonuniform environment with density and temperature gradients, a two-dimensional nonlinear dynamic magnetoplasma equation is derived considering the strong impact between dust and neutral particles. The linear dispersion relation is obtained by the linearized method. There are both the damping wave causing by strong collision and the harmonic wave by particle drift. Employing the typical numerical parameters for analysis, the results display that the quantum parameter modifies the system lengths; the real wave frequency is proportion to the drift frequency; the imaginary wave frequency has complex relationship with the collision frequency between dust and neutrals, and the collision of particles causes the dissipation effects to the system. Besides, the analytical solutions of drift shock wave and explosive wave are solved by function change method. The variation about the electrostatic potential with the main physical parameters is discussed in detail. It is shown that the strength of the electrostatic shock wave and the width of the explosive wave increase with increasing the dust density and magnetic field intensity, decrease with increasing the collision frequency, change with the drift velocity. When the space-time phase is small, the electrostatic potential changes quickly; once big enough, the potential tends to be stable value and reaches stable state eventually. Finally, the stability of the system is discussed. It is found that the dusty charge, quantum parameter, drift velocity all appear in the disturbed solution. All these results in the paper show that the strong collision effect, quantum effect, particle drift and magnetic field all play important role to the generation, evolution and stability of drift waves.

**Keywords:** dusty plasma, drift wave, dispersion relation, stability

**PACS:** 52.35.Mw, 52.27.Lw, 52.25.Xz, 52.35.Fp

**DOI:** 10.7498/aps.69.20200468

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11865013, 11804228, 11775047, 11903022) and the Technology Landing Project of the Education Department of Jiangxi Province, China (Grant No. KJLD13086).

† Corresponding author. E-mail: [sryangjr@163.com](mailto:sryangjr@163.com)

‡ Corresponding author. E-mail: [maojj2006@163.com](mailto:maojj2006@163.com)