

浅海环境中基于模态衰减规律加权的子空间检测方法*

孔德智¹⁾²⁾ 孙超^{1)2)†} 李明杨³⁾

1) (西北工业大学航海学院, 西安 710072)

2) (西北工业大学, 海洋声学信息感知工业和信息化部重点实验室, 西安 710072)

3) (浙江大学信息与电子工程学院, 杭州 310058)

(2019年12月23日收到; 2020年5月12日收到修改稿)

研究了使用垂直线列阵情况下, 浅海环境中的模态空间检测器 (modal space detector, MSD) 的检测性能. 推导了 MSD 的处理增益, 结果表明其处理增益随波导环境中传播模态数的增多而减小, 进而其检测性能也随之下落. 利用各阶模态深度函数之间的正交性, 将 MSD 分解为若干阶模态子空间检测器 (modal subspace detector, MSSD). 推导了各阶 MSSD 的处理增益, 发现其随各阶模态衰减系数的增大而减小. 根据各阶模态的衰减规律设计加权系数, 提出一种加权模态子空间检测器 (weighted modal subspace detector, WMSSD). 以处理增益作为比较参量, 通过理论和仿真实验分析了声源位置和声速剖面对 WMSSD 检测性能的影响. 结果表明: 1) 当声源位于负梯度声速波导的近海面区域和正梯度声速波导的近海底区域时, 由于低阶模态深度函数存在反转点, WMSSD 的处理增益弱于 MSD, 而当声源位于其他大部分观测区域时, WMSSD 的处理增益都优于或显著优于 MSD; 2) 在等声速梯度波导中, 各阶模态深度函数不存在反转点, 在所有观测区域 WMSSD 的处理增益都显著优于 MSD.

关键词: 模态空间检测, 模态衰减系数, 处理增益, 模态函数反转点

PACS: 43.60.+d, 43.30.-k, 43.60.Bf, 43.60.Fg

DOI: 10.7498/aps.69.20191948

1 引言

水下声源检测是水声信号处理所要解决的重要问题之一, 它通过对接收数据进行一定的处理来判断声源是否存在. 对于被动声源检测, 最优检测器为匹配模型检测器 (matched model detector, MMD)^[1,2]. 在求解 MMD 的检测统计量时, 要求环境参数和声源位置已知. 然而实际的浅海水声环境存在不确定性, 声源位置又是未知的, 因此 MMD 并不能实现, 而是作为一般检测器的性能上限参考.

针对浅海波导环境中的声源检测问题, 相关研究人员提出了诸多解决方法. 一类是根据海洋环境和声源位置的不确定信息建模, 提出 MMD 的改进的方法, 如贝叶斯检测器^[2,3] (Bayes detector, BD)、基于主成分分析 (principle component analysis, PCA) 的检测器^[4] 和基于蒙特卡罗优化的广义似然比 (Monte Carlo generalized likelihood ratio test, MC-GLRT) 检测器^[5] 等. BD 利用贝叶斯原理通过对不确定的环境参数和未知的声源位置进行积分, 最终得到一种平均意义上的最优检测器, 但它需要复杂的指数和积分运算. 为减小运算复杂度, 刘宗伟等相继提出了 PCA 检测器和 MC-GLRT

* 国家自然科学基金重点项目 (批准号: 11534009) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: csun@nwpu.edu.cn

检测器, 以较低的运算代价实现了性能几乎接近于 BD 的稳健检测. 这两种检测器都需要利用不确定海洋环境中的信号波前采样与接收数据做匹配相关处理. 当声源位置可能的区域范围增大时, 为得到充分的声场信息, 需要大量信号波前采样及相应的相关运算, 这将带来较大的运算负担. 另一类方法是利用子空间检测^[6]的思想来解决声源位置未知的问题. 子空间检测器通过将接收数据能量正交投影到信号子空间来获得检测统计量, 应用到水下波导环境时, 不同文献^[7-13]中的命名有所差异, 但实际上它们都是同一种检测器. 由于信号子空间通常由阵列采样模态信息^[14]所张成, 本文中将其称为模态空间检测器^[12](modal space detector, MSD). 受限于阵列孔径尺寸和环境不确定性, MSD 常会遭遇模态信息非完备采样和不确定采样的问题. 对于前者, 文献^[11]通过对模态相关矩阵特征分解给出了一种有效谱检测器; 而对于后者, 文献^[12]利用模态采样矩阵之间的近似“包含关系”提出了一种稳健检测方法.

子空间检测不需要信号波前采样, 运算量较小且具有较好的稳健性. 对于相同的输入信噪比(以下简称信噪比), MSD 的检测性与模态空间(即信号子空间)维度成负相关, 而波导中的传播模态数增多将引起模态空间维度增大. 当频率升高、波导环境深度变大等无可避免的因素造成传播模态数增多时, 相应 MSD 的检测性能也随之下降. 这对于水下声源检测, 尤其是远距离传播的低信噪比声源检测十分不利. 为改善 MSD 的检测性能, 文献^[9,10]提出截断子空间检测器(truncated subspace detector, TSD), 通过截断部分传播模态构造更低维度的信号子空间以提高其检测性能, 截断子空间的求取依赖于信噪比; 然而实际中信噪比是未知的, 导致 TSD 难以实现. 另外, PCA 检测器实际上是一种加权子空间检测器, 其各阶主成分分量张成了信号子空间, 但其加权系数与各子空间的信号分量并不匹配, 尤其是当传播模态数增多时反而会造成检测器性能的下降.

根据简正波理论^[15], 声信号以若干阶简正波模态的形式在水下传播, 传播过程中伴随海水吸收、海底反射等过程, 各阶简正波模态系数在传播过程中会发生不同程度的衰减, 衰减程度与各阶模态衰减系数和传播距离成正比. 对于远距离传播的声信号, 衰减系数一定程度上反映了各阶简正波

模态对声源信号的贡献. 因此可考虑利用各阶简正波模态的衰减规律对 MSD 进行改进. 本文研究发现, 使用垂直线列阵(vertical linear array, VLA)时, 利用各阶模态函数采样的近似正交性, 可将 MSD 分解为若干阶独立的模态子空间检测器(modal subspace detector, MSSD), 各阶 MSSD 的处理增益与模态系数成正比. 根据模态系数与衰减系数之间的关系设计加权系数, 提出一种加权的模态子空间检测器(weighted modal subspace detector, WMSSD). 相同信噪比下, 检测器的处理增益越大, 其最终的输出信噪比也越大, 进而其检测性能也越好. 利用模态衰减规律设计的加权系数反映了各阶 MSSD 对最终得到检测器的贡献, 使 WMSSD 可获得高于 MSD 的处理增益, 从而 WMSSD 可实现更优的检测性能.

本文所采取的加权方式反映了模态衰减对各阶 MSSD 处理增益的影响, 而各阶 MSSD 的处理增益还与声源位置处模态深度函数^[16,17](以下简称模态函数)的值有关. 声源位置处模态函数值由声源位置和模态函数共同决定. 模态函数形状与相应模态反转点^[17,18]密切相关, 模态反转点一般位于若干低阶模态函数, 其深度由波导中的声速决定. 因此, 声源位置和声速剖面将影响 WMSSD 的检测性能.

本文其他部分安排如下. 第二节推导了浅海环境中的 MSD, 给出了其处理增益的计算公式, 并分析了波导环境中传播模态数对 MSD 检测性能的影响; 第三节给出了本文所提出 WMSSD 的推导过程, 并从理论上分析了影响其检测性能的因素; 第四节通过仿真实验给出了 WMSSD 的检测性能及其相较于 MSD 的性能提高效果, 深入探究了声源位置和声速剖面对 WMSSD 检测性能的影响, 以及导致这种影响的物理机理, 并归纳了 WMSSD 的适用场景; 第五节给出了本文得出的相关结论.

2 模态空间检测器

2.1 浅海环境中的声场模型

考虑浅海波导环境中远距离窄带声源, 假设声源位置未知、中心频率 f 已知. 根据简正波理论, 声源辐射到接收点 (r, z) 处的声压传递函数可表示为各阶简正波之和的形式

$$g(r, z) = \sum_{m=1}^M a_m(r, z_s) \cdot \phi_m(z), \quad (1)$$

式中, M 为波导环境中传播的简正波阶数, r , z_s 和 z 分别为接收点与声源的水平距离、声源深度和接收点的深度, $\phi_m(\cdot)$ 为第 m 阶模态深度函数 (下简称模态函数), $a_m(r, z_s)$ 为第 m 阶模态系数. 模态系数是声源位置的函数, 其表达式为

$$a_m(r, z_s) = \frac{\mathrm{i}e^{-\mathrm{i}(\pi/4 - k_{rm}r) - \delta_m r}}{\rho(z_s) \sqrt{8\pi r k_{rm}}} \phi_m(z_s), \quad (2)$$

模态系数下文简写为 a_m . 模态函数是深度的函数, 且满足正交性

$$\int_0^H \frac{\phi_m(z) \phi_n(z)}{\rho(z_s)} \mathrm{d}z = \delta(m - n), \quad (3)$$

式中, H 为波导深度.

利用 (1) 式, 声信号传播到垂直线列阵 (vertical linear array, VLA) 的传递函数可表示为模态矩阵和模态系数向量乘积的形式

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} \phi_1(z_1) & \cdots & \phi_M(z_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(z_N) & \cdots & \phi_M(z_N) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Phi} \cdot \mathbf{a}, \quad (4)$$

式中, N 为阵元个数, z_1, \dots, z_N 为各阵元深度, $\boldsymbol{\Phi}$ 为 $N \times M$ 维的实矩阵, 记作 $\boldsymbol{\Phi} \in \mathbb{R}^{N \times M}$, 由各阵元采样的各阶模态函数构成, 下文简称模态矩阵; $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^M$ 为 M 维列向量, 由各阶简正波的模态系数构成.

2.2 模态空间检测器

假设 VLA 覆盖全水深, 且阵元数足够采集完备的模态信息. 将阵列接收数据变换到频域进行处理, 可得如下频域信号检测模型,

$$\begin{aligned} H_0: \mathbf{r} &= \mathbf{n}, \\ H_1: \mathbf{r} &= \mathbf{s} + \mathbf{n}. \end{aligned} \quad (5)$$

式中, $(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{n}) \in \mathbb{R}^N$ 为列向量, 分别表示阵列接收数据、声源辐射信号和背景噪声. 声源信号可用声场传递函数表示为

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{g}, \quad (6)$$

式中, $\boldsymbol{\mu}$ 为表示声源幅度和相位的未知复变量. 假设背景噪声为空间白噪声, 服从均值为零、协方差矩阵为 $\sigma_n^2 \mathbf{I}_N$ ($\mathbf{I}_N \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为单位矩阵) 的多维复高斯分布. (5) 式描述了一个二元假设检验问题, 零

假设 H_0 表示声源信号不存在, 备选假设 H_1 表示声源信号存在.

将 (4) 式和 (6) 式代入 (5) 式中, 并记 $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{a}$, 则两种假设下接收数据的概率密度函数分别为^[19],

$$\begin{aligned} p(\mathbf{r}|H_0) &= \frac{1}{(\pi\sigma_n^2)^N} \exp(-\mathbf{r}^H \mathbf{r} / \sigma_n^2), \\ p(\mathbf{r}|H_1, \boldsymbol{\theta}) &= \frac{1}{(\pi\sigma_n^2)^N} \exp(-(\mathbf{r} - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\theta})^H (\mathbf{r} - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\theta}) / \sigma_n^2). \end{aligned} \quad (7)$$

式中, 上标‘H’表示共轭转置运算. 由于声源位置未知, $\boldsymbol{\theta}$ 为未知变量, 进而 $p(\mathbf{r}|H_1, \boldsymbol{\theta})$ 为条件概率密度函数. 令 $\partial p(\mathbf{r}|H_1, \boldsymbol{\theta}) / \partial \boldsymbol{\theta} = 0$, 可得 $\boldsymbol{\theta}$ 的最大似然估计为

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\Phi}^T (\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}^T)^{-1} \mathbf{r}. \quad (8)$$

式中, 上标‘T’表示转置运算. 利用 (7) 式和 (8) 式, 可得两种假设下的条件似然比为

$$L(\mathbf{r}) = \frac{p(\mathbf{r}|H_1, \hat{\boldsymbol{\theta}})}{p(\mathbf{r}|H_0)}. \quad (9)$$

对 (9) 式做化简运算并取自然对数, 可得相应的检测统计量为,

$$T(\mathbf{r}) = \ln L(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r}^H \boldsymbol{\Phi} (\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi})^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{r}}{\sigma_n^2}. \quad (10)$$

由 (10) 式可知, 该检测统计量 $T(\mathbf{r})$ (以下简称为 T) 为接收数据在模态矩阵张成空间 (以下简称模态空间) 上的正交投影能量与噪声功率之比, 因此将该检测器称为模态空间检测器 (modal space detector, MSD).

由其检测统计量可知, MSD 是一种二次型检测器, 根据统计信号处理的知识^[19] 可得其服从的统计分布为,

$$\begin{cases} H_0: 2T \sim \chi_{2M}^2, \\ H_1: 2T \sim \chi_{2M}^2(\lambda). \end{cases} \quad (11)$$

式中, χ_{2M}^2 表示自由度为 $2M$ 的卡方分布, 非中心参量为

$$\lambda = 2\mathbf{s}^H \mathbf{s} / \sigma_n^2. \quad (12)$$

$\chi_{2M}^2(\lambda)$ 表示非中心参量为 λ 的非中心卡方分布. 根据 (11) 式描述的统计分布可求得 MSD 的检测概率为

$$P_D = Q_{\chi_{2M}^2(\lambda)}(2\gamma), \gamma = Q_{\chi_{2M}^2}^{-1}(P_{FA})/2. \quad (13)$$

式中, $Q_{\chi_{2M}^2(\lambda)}(\cdot)$ 表示 $\chi_{2M}^2(\lambda)$ 的右尾概率函数,

$Q_{\chi_{2M}^2}^{-1}(\cdot)$ 表示 χ_{2M}^2 右尾概率函数的逆函数, γ 为检测门限, P_{FA} 为虚警概率. 由(13)式可知, 给定虚警概率下, 检测概率与非中心参量和自由度有关; 根据函数关系可知, 检测概率随非中心参量 λ 的增大而增大, 随自由度 $2M$ 的增大而减小. 由(12)式可知, 非中心参量表征的是信号能量与噪声功率之比, 进而容易理解, 非中心参量越大, 检测概率越大. 自由度由传播模态数决定, 这表明对于相同的信噪比和虚警概率, 当波导环境中传播模态数增多时, 对应MSD的检测概率将减小.

2.3 MSD的处理增益

使用处理增益来定量地描述检测器的检测性能, 其定义为输出信噪比与输入信噪比之比,

$$G = OSNR/SNR, \quad (14)$$

式中, G 为处理增益, $OSNR$ 和 SNR 分别表示输入信噪比和输出信噪比. 定义输入信噪比(下简称信噪比)为各阵元接收信号平均能量与阵元噪声功率的比值,

$$SNR = \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{s} / N}{\sigma_n^2} = \frac{\mathbf{s}^H \mathbf{s}}{N \sigma_n^2}. \quad (15)$$

由(12)式和(15)式可知, 非中心参量与信噪比存在关系 $\lambda = 2N \cdot SNR$. 输出信噪比可使用检测器的偏移系数来近似计算^[20], 其定义为

$$OSNR = \frac{E[T|H_1] - E[T|H_0]}{\{E[T^2|H_0] - E^2[T|H_0]\}^{1/2}}, \quad (16)$$

式中, $E[\cdot]$ 表示求期望运算. 利用(15)式和(16)式可得MSD的处理增益(推导过程见附录)为

$$G = N/\sqrt{M}. \quad (17)$$

由(17)式可知, MSD的处理增益与传播模态阶数的平方根成反比, 与阵元个数成正比, 这与2.2节根据统计分布规律得出的结论一致.

检测器的处理增益衡量的是检测器本身对噪声的抑制能力, 由其表达式也可看出, 它与输入信噪比无关. 容易理解, MSD对噪声的抑制能力随阵元个数的增多而增强. 而对于相同的信噪比, 当传播模态数增多时, MSD将接收数据投影到更高维度的模态空间以获取所有声源辐射信号的能量, 但同时也引入了更多维的噪声分量, 最终导致输出信噪比减小, 处理增益降低. 因此当声源频率增加或波导深度增大而使得波导中传播的模态数增多时,

MSD的处理增益降低造成检测性能变差, 这对水下声源信号检测尤其是低信噪比的情况极为不利.

3 基于模态衰减系数加权的子空间检测器

为提高MSD的处理增益进而改善其检测性能, 本节先对MSD做子空间分解, 然后分析各子空间检测器的处理增益, 并提出一种加权子空间检测器.

3.1 MSD的子空间分解

考虑模态深度函数采样完备的情况, 各阶采样模态向量之间近似满足正交性, 即 $\Phi^T \Phi \approx \mathbf{I}_M$ ($\mathbf{I}_M \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 为单位矩阵), 将其代入(10)式中可得简化的检测统计量,

$$T = \frac{\mathbf{r}^H \Phi \Phi^T \mathbf{r}}{\sigma_n^2}, \quad (18)$$

分别记

$$\Phi = [\phi_1, \dots, \phi_M], \phi_m = [\phi_m(z_1), \dots, \phi_m(z_N)]^T, \quad (19)$$

式中, ϕ_m 为第 m 阶采样模态函数构成的列向量, 则MSD可写为 M 个模态子空间检测器(mode subspace detector, MSSD)之和的形式,

$$T = \sum_{m=1}^M \mathbf{r}^H \phi_m \phi_m^T \mathbf{r} / \sigma_n^2 = \sum_{m=1}^M T_m, \quad (20)$$

$$T_m = \mathbf{r}^H \phi_m \phi_m^T \mathbf{r} / \sigma_n^2.$$

式中, T_m 为第 m 阶MSSD的检测统计量. 容易得到, T_m 服从如下分布

$$\begin{cases} H_0 : 2T_m \sim \chi_2^2, \\ H_1 : 2T_m \sim \chi_2^2(\lambda_m). \end{cases} \quad (21)$$

式中, λ_m 为非中心参量

$$\lambda_m = 2\mathbf{s}^H \phi_m \phi_m^T \mathbf{s} / \sigma_n^2. \quad (22)$$

由(21)式可知, 各阶MSSD的自由度都为2, 因此其检测性能仅由对应的非中心参量(λ_m)唯一决定. 而各阶非中心参量的大小迥异, 因而相应的各阶MSSD具有不同的检测性能.

为更直观地考量各阶MSSD的检测性能, 推导了第 m 阶MSSD的处理增益为(推导过程见附录)

$$G_m = l a_m \cdot a_m^*, \quad (23)$$

式中, 上标‘*’表示复数共轭运算, l 为常系数.

(23) 表式明第 m 阶 MSSD 的处理增益与相应的模态系数成正比. 将 (2) 式代入 (23) 式中可得,

$$G_m = l \frac{\phi_m^2(z_s) e^{-2\delta_m r}}{\rho^2(z_s) 8\pi r k_{rm}}. \quad (24)$$

由 (24) 式可知, 由于各阶相异的模态衰减系数 δ_m 、声源深度上的模态函数值 $\phi_m(z_s)$ 以及水平波数 k_{rm} , 导致各阶 MSSD 具有不同的处理增益, 进而表现出不同的检测性能. 浅海波导中的各阶水平波数在数值上相差较小, 因此造成各阶 MSSD 不同检测性能的主要因素是声源深度上的模态函数值和模态衰减系数.

3.2 基于模态衰减加权的子空间检测器

MSD 为各 MSSD 非相干叠加之和, 由于各 MSSD 的处理增益实际上大不相同, 因此对 MSD 最终检测性能的贡献也各不相同. 处理增益较大的 MSSD 为 MSD 贡献更多的信号能量, 处理增益较小的 MSSD 则为 MSD 主要引入噪声分量. 如果根据各阶处理增益的变化规律设计权值对各阶 MSSD 进行加权求和, 使得到的检测器具有更大的输出信噪比, 则最终获得的检测器将获得更好的检测性能. 基于此, 我们提出一种加权的模态子空间检测器 (weighted modal subspace detector, WMSSD). 结合 (20) 式, 构造 WMSSD 的检测统计量为

$$T_w = \sum_{m=1}^M w_m T_m = \mathbf{r}^H \Phi \mathbf{W} \Phi^T \mathbf{r} / \sigma_n^2, \quad (25)$$

式中, $\mathbf{W} = \text{diag}(w_1, \dots, w_M)$, w_m 为第 m 阶 MSSD 的加权系数. 将 (25) 式代入 (16) 式和 (14) 式中, 可得 WMSSD 的处理增益为

$$G_w = \frac{\text{tr}(\mathbf{g}^H \Phi \mathbf{W} \Phi^T \mathbf{g})}{\text{tr}^{1/2}(\mathbf{W} \mathbf{W})}, \quad (26)$$

式中, $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵求迹运算. 显然, 当加权系数等于各阶 MSSD 的处理增益时, 即权值 $w_m = G_m$, WMSSD 可以获得最优的处理增益, 将相应的检测器称为最优加权的模态子空间检测器 (optimal weighted modal subspace detector, OWMSSD). 然而由于实际上声源位置未知, 无法直接计算得到各阶处理增益作为加权系数, OWMSSD 并不能实现. 为此, 需要寻求其他次优的加权系数.

根据 3.1 节分析可知, 各阶 MSSD 的处理增益与声源深度处的模态函数值和模态衰减系数成正

比. 简正波的各阶模态函数随波导深度变化. 在等声速波导中, 各阶模态函数随深度振荡变化, 振荡频率随阶数的增大而增大. 在非等声速波导中, 模态函数存在反转点. 由文献 [16] 可知, 各阶模态函数在反转点之间是振荡变化的, 在反转点之外呈指数规律迅速衰减. 因此, 不同声源深度上的各阶模态函数值的变化较为复杂. 而各阶模态衰减系数的变化规律较为简单, 随模态阶数的增大而增大. 虽然模态衰减系数在数值上相对于水平波数较小, 但对于远距离传播的声信号, 在指数衰减规律 ($e^{-2\delta_m r}$) 的作用下, 各阶 MSSD 的处理增益呈现明显的衰减, 且衰减程度随阶次增大而增大.

基于上述分析, 可以考虑利用模态衰减系数来设计加权系数. 假设目标声源位于观测区域, 观测区域在距离上的范围为 $R - R_1$ (单位为 km), 利用衰减指数设计各阶 MSSD 的加权系数为

$$w'_m = e^{-2\delta_m R \times 10^3}, \mathbf{W}' = \text{diag}(w'_1, \dots, w'_M). \quad (27)$$

将 (27) 式代入 (26) 式中计算可得 WMSSD 的处理增益. 对于本文考虑的远距离传播的声信号, 模态衰减系数对处理增益的作用较为强烈, 该加权方式能反映各阶处理增益的变化趋势, 因此得到的 WMSSD 预期可获得更大的处理增益, 并实现一定的检测性能提升.

各阶 MSSD 的最优加权为其相应的处理增益, 各阶处理增益由声源的深度和距离共同决定, 由于本文在设计加权系数时仅考虑了模态衰减系数的影响, 因此得到的 WMSSD 的处理增益与声源深度和距离有关. 声源深度主要影响的是模态函数值 $\phi_m(z_s)$, 模态函数在波导深度上的分布规律主要与声速剖面有关, 因此 WMSSD 的处理增益在声源深度上的分布规律将受到声速剖面的影响.

4 仿真实验与分析

本节将通过仿真实验验证 WMSSD 的检测性能相较于 MSD 的提升效果, 同时探究 WMSSD 的检测性能随相关参数的变化规律及造成这种变化的物理机理, 并通过与 MSD 的处理增益对比归纳 WMSSD 的适用场景. 仿真使用的波导环境模型和 VLA 如图 1 所示, 图中标注了相关的海洋环境参数. VLA 覆盖整个水深, 阵元个数 $N = 120$, 起始阵元深度为 1 m, 阵元间距为 1 m. 假设目标位

于观测区域范围 15—30 km. 仿真中的信噪比为对数信噪比 (即 $10 \lg SNR$), 单位为 dB. 声场与模态深度函数由 Kraken 程序计算.

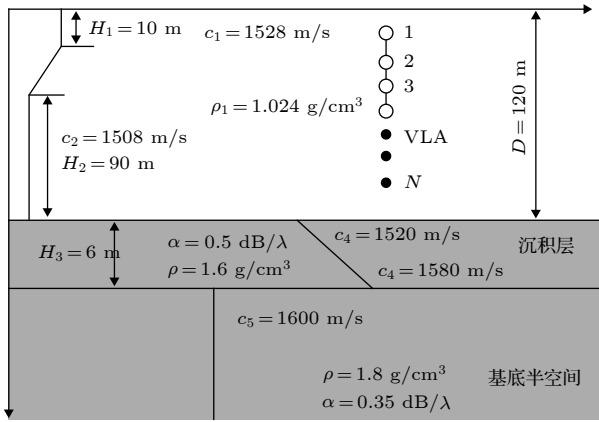


图 1 浅海波导环境及其相关参数

Fig. 1. The shallow water waveguide and its environmental parameters.

4.1 MSD 与 WMSSD 的检测性能

假设声源位于距离为 18 km、深度为 50 m 处, 仿真中通过提高声源频率来增大波导中的传播模态数. 图 2 给出了 MSD 的检测概率随信噪比和虚警概率变化的曲线, 即检测性能曲线, 其中窄带声源中心频率 f 分别为 50, 100, 300, 500 和 700 Hz 时在波导中激发的传播模态数分别为 3, 5, 16, 27 和 37. 从图 2 可以看出, 相同信噪比条件下, 随着传播模态数的增多, 对应 MSD 的检测概率随之下降, 下降幅度逐渐减缓.

为进一步探究 MSD 检测性能变化的原因, 图 3 给出了不同模态数下 MSD 的处理增益, 对图中处理增益取对数表示, 即 $10 \lg G$, 单位为分贝 (dB). 由图 3 可知, 随着模态个数增多, MSD 的处理增益逐渐减小. 这是由于随着传播模态数的增多, 引入了更多的噪声分量, 而信号能量保持不变, 从而导致 MSD 的处理增益下降. 同时也注意到随模态数的增加处理增益下降的速度在减缓, 这与检测性能曲线呈现的结果相一致.

声源位置同上, 图 4 给出了不同传播模态数下归一化的各阶 MSSD 处理增益 (这里为便于展示 G_m 的变化趋势未对其取对数) 的分布, 其中阶数大于 8 的处理增益都近似为零, 图中未予展示. 由图 4 可知, 尽管模态数增多, 处理增益仍主要集中在少数几阶 MSSD, 且各阶 MSSD 的分布呈现随

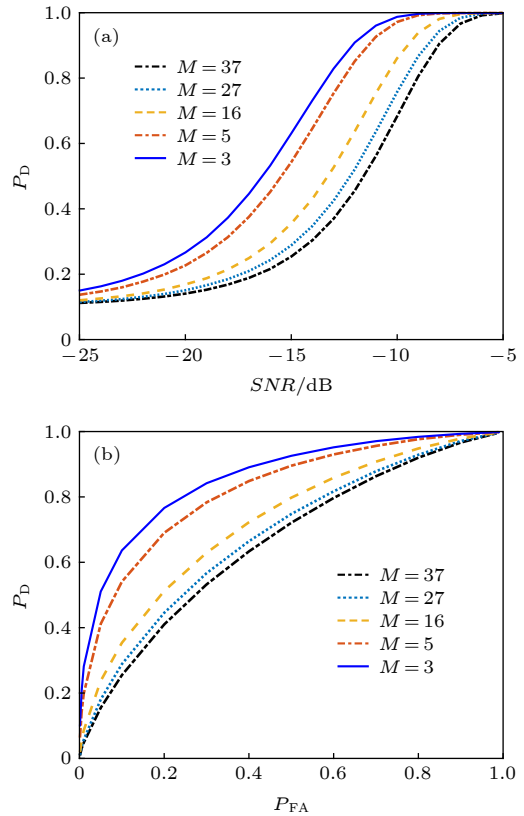


图 2 不同传播模态数下 MSD 的检测性能曲线 (a) 检测概率随输入信噪比的变化, $P_{FA} = 0.1$; (b) 检测概率随虚警概率的变化, $SNR = -15$ dB

Fig. 2. Detection performance curves of the MSD under various numbers of normal modes: (a) Probabilities of detection versus SNRs, $P_{FA} = 0.1$; (b) probabilities of detection versus probabilities of false alarm, $SNR = -15$ dB.

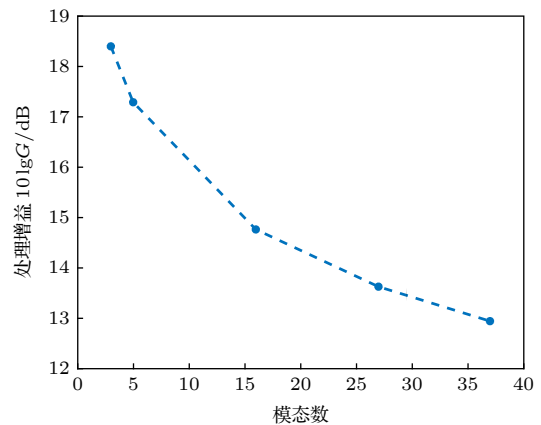


图 3 MSD 的处理增益随模态数的变化曲线

Fig. 3. The processing gains of the MSD versus the numbers of normal modes.

阶数的增大逐渐减小的趋势; 此外, 还观察到当传播模态数较多时, 各阶 MSSD 的处理增益分布存在起伏. 由文中 (24) 式可知, 第 m 阶 MSSD 的处理增益不仅与模态衰减系数有关, 它使得 MSSD

的处理增益随阶数呈下降趋势;此外,第 m 阶 MSSD 的处理增益还与声源深度上的模态函数幅值 $\phi_m(z_s)$ 有关,由于 $\phi_m(z_s)$ 随阶数振荡变化,尤其是当传播模态数较多时, $\phi_m(z_s)$ 随阶数振荡变化的更剧烈,进而使得各阶 MSSD 的处理增益存在起伏;例如当 $M = 37$ 时,此时 $\phi_1(z_s) < \phi_2(z_s)$ 使得第一阶 MSSD 的处理增益小于第二阶 MSSD.

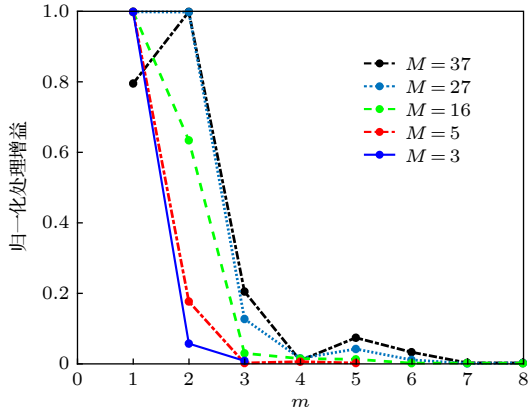


图 4 各阶 MSSD 处理增益随阶数的变化

Fig. 4. The processing gains of MSSD versus the orders of normal modes.

声源位置同上. 利用 (17) 式和 (26) 式分别计算了该声源位置处 MSD, WMSSD 和 OWMSSD 的处理增益, $f = 100$ Hz 时对应的处理增益分别为 17.41 dB, 20.10 dB 和 20.11 dB, $f = 300$ Hz 时对应的处理增益分别为 14.90 dB, 19.18 dB 和 19.25 dB. 可以看出, WMSSD 的处理增益相较于 MSD 有大幅度提升, 并且接近于 OWMSSD. 图 5 和图 6 分别给出了这两种频率 (100 和 300 Hz) 下相应的 MSD, WMSSD 和 OWMSSD 的检测性能曲线. 由图 5 和图 6 可知, 对于该位置的声源, WMSSD 与 OWMSSD 的检测性能曲线几乎重合, 即 WMSSD 实现了理论上所能达到的最优检测性能, 相较于 MSD 有了显著的提升; 取检测概率为 0.5 时所需的信噪比门限为比较对象 (下同), 对于 100 和 300 Hz 的声源, WMSSD 的信噪比门限分别下降了 1.5 和 3 dB. 对比图 5 和图 6 也可看出, 虽然 WMSSD 对较高频率声源的性能提升幅度较大, 但当频率增大时其检测性能仍有所下降, 这由传播模态数增多导致.

4.2 声源位置对 WMSSD 检测性能的影响

对于相同的信噪比, 处理增益越大, 检测器的

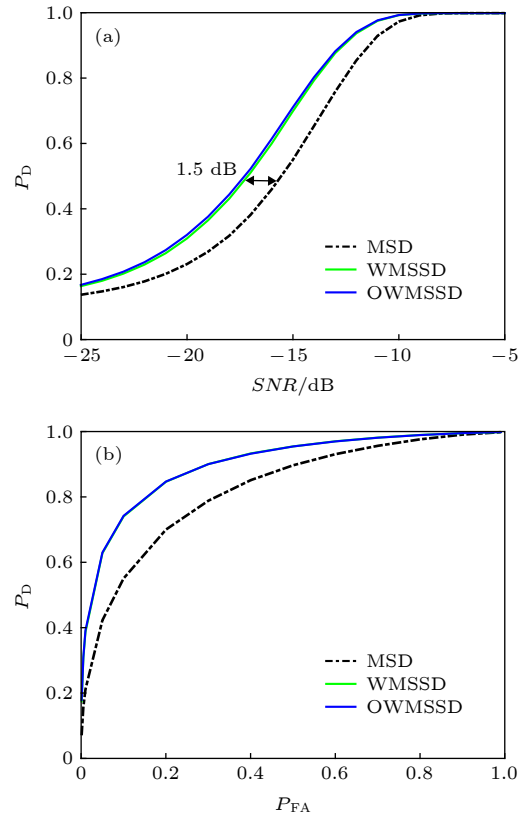


图 5 MSD, WMSSD, OWMSSD 的检测性能曲线, $f = 100$ Hz (a) 检测概率随输入信噪比的变化, $P_{FA} = 0.1$; (b) 检测概率随虚警概率的变化, $SNR = -15$ dB

Fig. 5. Detection performance curves of the MSD, WMSSD and OWMSSD with $f = 100$ Hz: (a) Probabilities of detection versus SNR , $P_{FA} = 0.1$; (b) probabilities of detection versus probabilities of false alarm, $SNR = -15$ dB.

输出信噪比就越大, 进而检测器将获得更优的检测性能, 因而检测器处理增益的大小直接反映了其检测性能的优劣. 各阶 MSSD 的处理增益与声源位置 (深度和水平距离) 直接相关, 而加权系数与声源位置无关, 因此加权系数并不与各阶 MSSD 的处理增益完全一致, 这就使得 WMSSD 的处理增益会受到声源位置的影响.

为充分了解 WMSSD 的检测性能, 我们给出了当声源 (频率为 300 Hz) 位于不同深度和距离时 WMSSD 的处理增益 (单位为 dB), 同时作为对比也给出了 MSD 和 OWMSSD 的处理增益随声源位置的变化, 如图 7 所示. 由图 7(a) 和图 7(b) 可知, MSD 的处理增益基本稳定在 14.85 dB 左右, 随声源位置波动很小, WMSSD 的处理增益变化范围较大, 在 5—20 dB 之间波动. 但同时也注意到, 事实上只有一小块区域 WMSSD 的处理增益较小 (小于 MSD), 而大部分区域上的处理增益

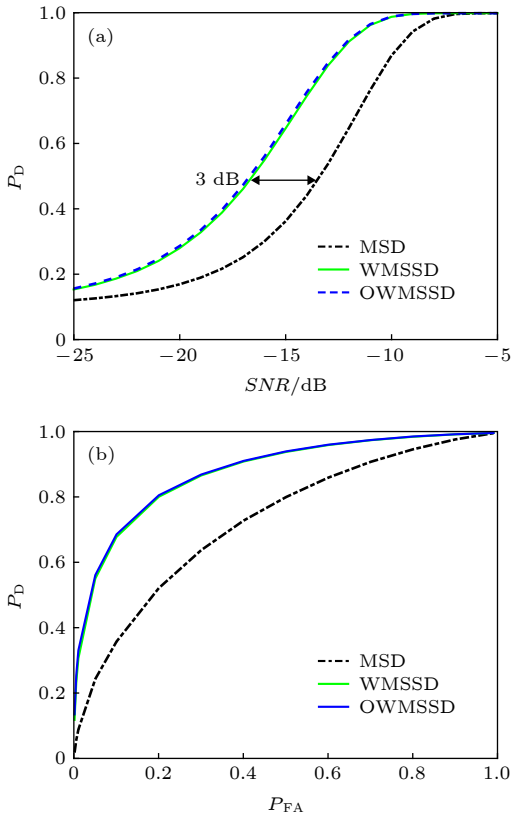


图 6 MSD, WMSSD, OWMSSD 的检测性能曲线, $f = 300$ Hz (a) 检测概率随输入信噪比的变化, $P_{FA} = 0.1$; (b) 检测概率随虚警概率的变化, $SNR = -15$ dB
 Fig. 6. Detection performance curves of the MSD, WMSSD and OWMSSD with $f = 300$ Hz: (a) Probabilities of detection versus SNR , $P_{FA} = 0.1$; (b) probabilities of detection versus probabilities of false alarm, $SNR = -15$ dB.

都在较大数值范围内波动. 图 7(b) 中标示出了处理增益小于 MSD 的区域, 将该区域称为 WMSSD 的弱探测区域, 即黑色实线左上角部分, 在其他区域 WMSSD 的处理增益均大于 MSD. 记 WMSSD 与 MSD 处理增益相同的深度为临界深度, 可以看出临界深度随距离增大而减小, 到 24 km 处时减小为零, 即当声源距离大于 24 km 时, WMSSD 的弱探测区域消失. 同时注意到在深度为 60—80 m 范围内, WMSSD 的处理增益达到最大, 都在 18 dB 以上, 且随距离的波动较小. 由图 7(c) 可知, OWMSSD 的处理增益总是大于 MSD 和 WMSSD, 且它在不同位置的变化规律与 WMSSD 类似.

图 7 中的数值结果表明, 在大部分情况下, WMSSD 的检测性能明显优于 MSD, 但当声源深度位于临界深度以浅时, 其检测性能要差于 MSD, 同时临界深度随距离的增大而减小. 这是由 WMSSD 的加权方式造成的. 在设计加权系数时只考虑了模态衰减的影响, 而各阶 MSSD 的处理增

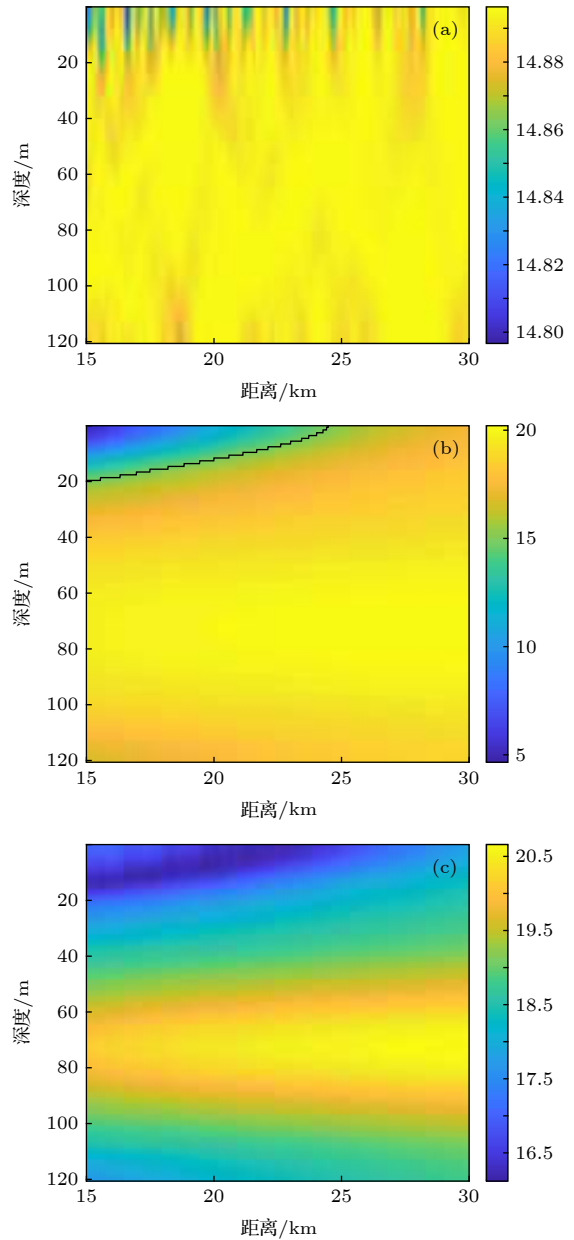


图 7 MSD, WMSSD, OWMSSD 的处理增益随声源位置的变化, $f = 300$ Hz (a) MSD; (b) WMSSD; (c) OWMSSD
 Fig. 7. The processing gains of the MSD, WMSSD and OWMSSD versus acoustic source locations with $f = 300$ Hz: (a) MSD; (b) WMSSD; (c) OWMSSD.

益不仅与模态衰减系数有关, 还与声源深度上的模态函数值 $\phi_m(z_s)$ 有关, 声源深度上的各阶模态函数值使得 WMSSD 的处理增益随声源位置的改变而改变.

4.3 WMSSD 处理增益变化机理分析

波导环境中的模态函数主要取决于声速剖面. 在非等声速波导中, 各阶模态函数以反转点深度为临界, 在波导垂直尺度上呈现不同的分布规律, 而

反转点的位置主要与波导中的声速有关, 因此 WMSSD 的处理增益还受到声速剖面的影响. 反转点深度处的声速满足如下关系式^[16]

$$c(z_{\text{rev}}) = 2\pi f/k_{rm}. \quad (28)$$

式中, z_{rev} 为反转点处深度. 由 (28) 式可知, 由于各阶水平波数不同, 各阶模态深度函数具有迥异的反转点深度. 由于各阶水平波数随阶数增大而逐渐减小, 高阶模态函数的反转点处声速更大. 因此对于负梯度声速剖面, 各阶模态函数的反转点深度将随阶数增大而变小. 以图 1 中的负梯度声速波导为例, 各阶模态函数及其反转点深度如图 8 所示. 由图 8(b) 可知, 反转点深度随阶数增大而逐渐变小. 结合图 8(a) 可知, 在反转点以浅, 模态函数呈指数迅速衰减, 相应的模态函数值很小; 在反转点以深, 模态函数呈周期性的振荡变化. 对于较高阶模态函数, 若 $c(z) < 2\pi f/k_{rm}$ 对所有深度都成立, 此时不存在反转点或者说反转深度为零, 如图 8(b) 中第 8 阶及以后的模态函数不再存在反转点.

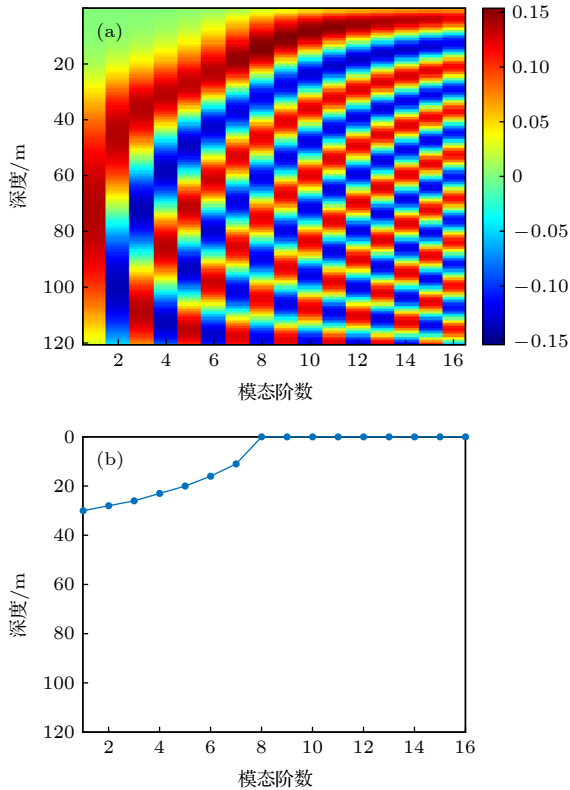


图 8 各阶模态函数及其反转点深度, $f = 300$ Hz (a) 波导环境中的各阶模态函数分布; (b) 各阶模态函数的反转点深度

Fig. 8. The modal depth functions and their turning-depths with $f = 300$ Hz: (a) Each modal depth function in the waveguide; (b) the turning-depth of each modal depth function.

当声源位于若干阶模态函数的反转深度以浅时, 相应的声源模态幅值 $\phi_m(z_s)$ 很小, 这种情况下由于声源模态幅值的作用, 各阶 MSSD 处理增益的变化趋势为低阶和高阶较小, 中阶较大, 这与加权系数的变化趋势不一致, 如图 9(a) 所示, 导致 WMSSD 的处理增益较差并小于 MSD. 当声源位于各阶反转深度以深时, 加权系数较大程度地刻画了各阶 MSSD 处理增益的变化趋势, 如图 9(b) 所示, 进而 WMSSD 的处理增益较大并大于 MSD. 当声源位于某一深度上时, WMSSD 的处理增益与 MSD 相等, 该深度即为图 7(b) 中的临界深度.

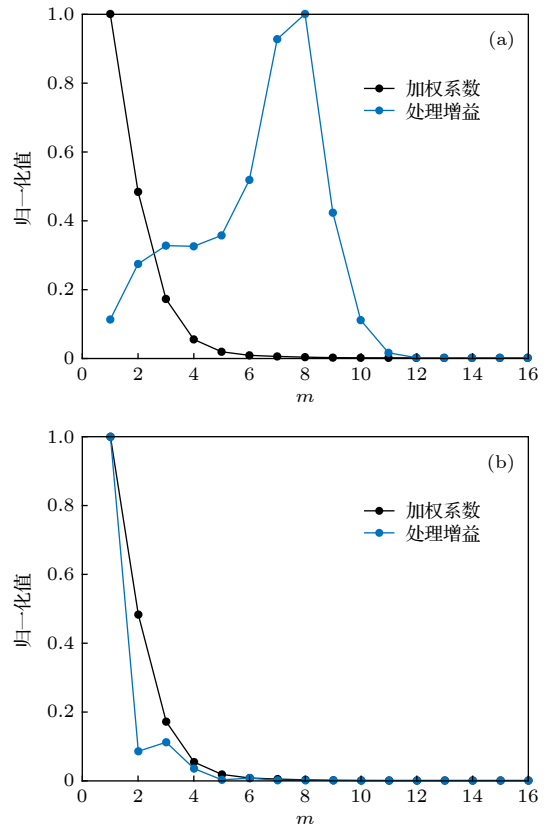


图 9 各阶 MSSD 的加权系数与处理增益, $f = 300$ Hz, 声源距离 15 km (a) 声源深度 10 m; (b) 声源深度 80 m
Fig. 9. The weighting coefficients and the processing gains of the MSSD with $f = 300$ Hz and source range of 15 km: (a) Source depth of 10 m; (b) source depth of 80 m.

对于不同频率的声源, 临界深度随声源距离的变化如图 10 所示. 由图 10 可知, 临界深度随声源距离的增大而减小. 这是由于当声源距离增大时, 衰减指数的作用更加剧烈, 信号能量更多的集中在低阶 MSSD, 相较于图 9(a), 图 11 所示的各阶 MSSD 归一化的加权系数与处理增益的变化趋势更加一致, 进而 WMSSD 的处理增益提高, 临界深

度变浅. 同时由图 10 可以看出, 随声源距离增大低频声源临界深度更快减小为零. 这是由于当声源频率增大时, 模态个数增加, 存在反转点的模态数也增多, 因而声源模态幅值的影响增大, 最终导致临界深度随声源距离的变化速率减缓.

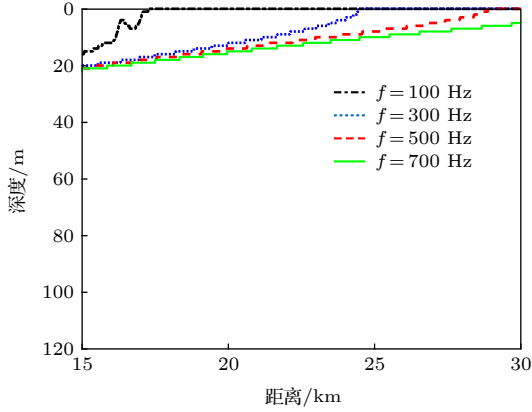


图 10 不同频率时临界深度随距离的变化图
Fig. 10. The critical depths versus ranges under various frequencies.

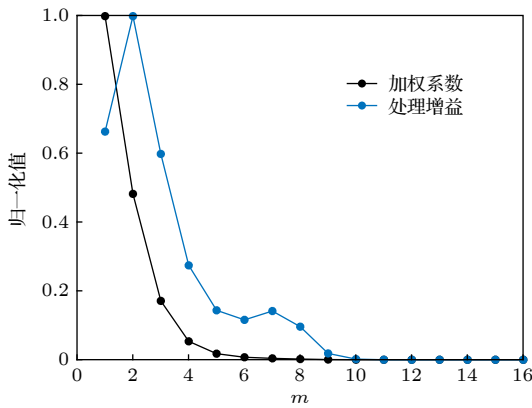


图 11 各阶 MSSD 归一化的加权系数与处理增益, $f = 300$ Hz, 声源深度 10 m, 声源距离 25 km
Fig. 11. The weighting coefficients and the processing gains of the MSSD with $f = 300$ Hz, source depth of 10 m and source range of 25 km.

4.4 声速剖面对 WMSSD 处理增益的影响分析

上文讨论了负梯度声速波导中 WMSSD 处理增益的变化规律, 结果表明, 模态函数存在反转点使得 WMSSD 不可避免地出现弱探测区域, 并产生了临界深度. 模态函数的反转点深度由波导环境中的声速剖面决定, 在等声速波导中模态函数不存在反转点, 在正梯度声速波导中反转点深度将随模态阶数的增大而变大.

考虑等声速和正梯度声速的情况, 这两种声速剖面如图 12 所示, 其他环境参数同图 1, $f = 300$ Hz. 根据环境参数和 (28) 式计算可得, 这两种声速剖面下声源在波导中都激发了 15 阶模态, 各阶模态的反转深度如图 13 所示. 由图 13 可知, 等声速波导中各阶模态不存在反转深度, 正梯度声速波导中各阶模态的反转深度随阶数增大而变深. 相应的各阶模态函数如图 14 所示, 在正梯度声速中, 第 1—5 阶模态函数存在反转点, 在反转点深度以深, 模态函数呈指数衰减, 幅值接近于零, 在反转点深度以浅及高阶模态, 模态函数以一定周期振荡变化, 这与负梯度声速下的变化规律相反.

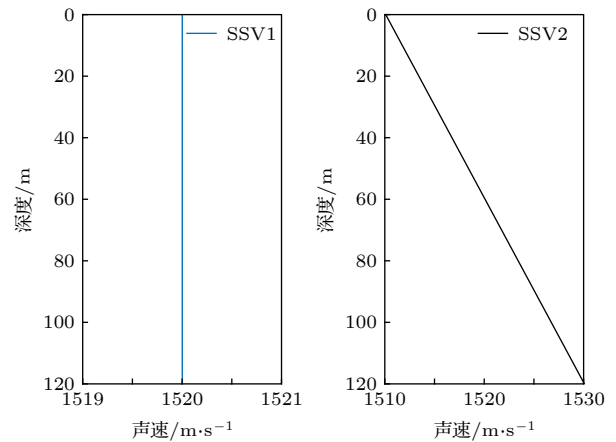


图 12 等声速剖面与正梯度声速剖面图
Fig. 12. Constant sound velocity profile (SVP) and positive gradient SVP.

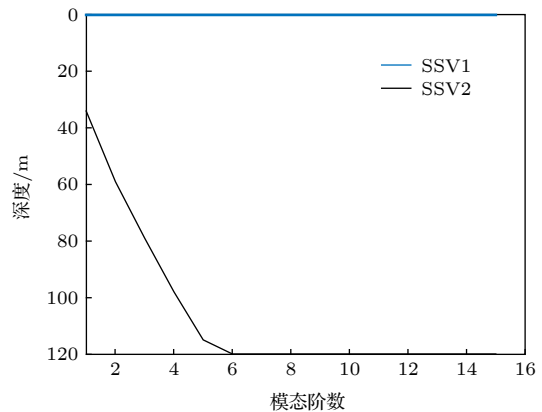


图 13 各阶模态函数的反转深度, $f = 300$ Hz
Fig. 13. The turning-depth of each modal depth function with $f = 300$ Hz.

图 15 给出了两种声速剖面波导下 WMSSD 的处理增益 (单位为 dB), 图中黑线标出了不同距离上的临界深度. 在等声速波导中, 各阶模态函数

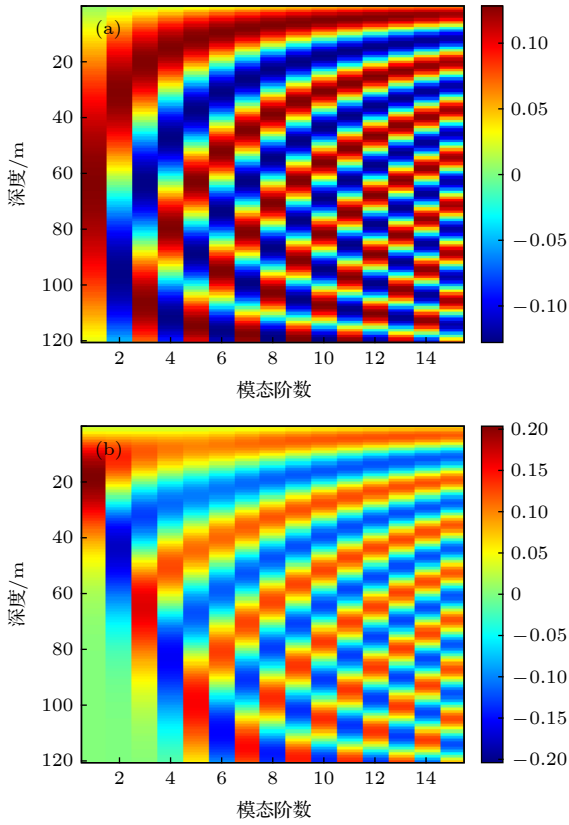


图 14 两种声速剖面波导中的各阶模态函数, $f = 300$ Hz
(a) 等声速剖面; (b) 正梯度声速剖面
Fig. 14. Each modal depth function in the two kinds of waveguides with $f = 300$ Hz: (a) Constant SVP; (b) positive gradient SVP.

不存在反转点且呈周期振荡变化, 声源深度上模态函数幅值对各阶 MSSD 处理增益的影响较小, 因此当声源位于不同深度上时, 各阶 MSSD 处理增益的变化趋势总是与各阶衰减指数相一致, 使得 WMSSD 的处理增益在所有深度上都大于 MSD, 因此不存在临界深度, 如图 15(a) 所示. 在正梯度声速波导中, 各阶模态函数的反转深度随阶数增大而增大 (与负梯度声速的情况相反), 在反转点以深, 模态函数呈指数衰减, 并很快接近于零. 当声源位于若干阶模态的反转深度以深时, 声源模态幅值对各阶 MSSD 的非中心参量产生显著影响, 且随着深度增加, 产生的影响也增大. 因此, WMSSD 的处理增益下降, 进而出现临界深度, 在临界深度以深 WMSSD 的处理增益小于 MSD, 如图 15(b) 所示. 而在临界深度以浅的大部分区域, WMSSD 的处理增益大于 MSD. 临界深度随距离变化的原因与负梯度声速波导相同. 对比图 15(a) 和图 15(b) 也可知, 等声速波导中 WMSSD 的处理增益大于正梯度声速波导.

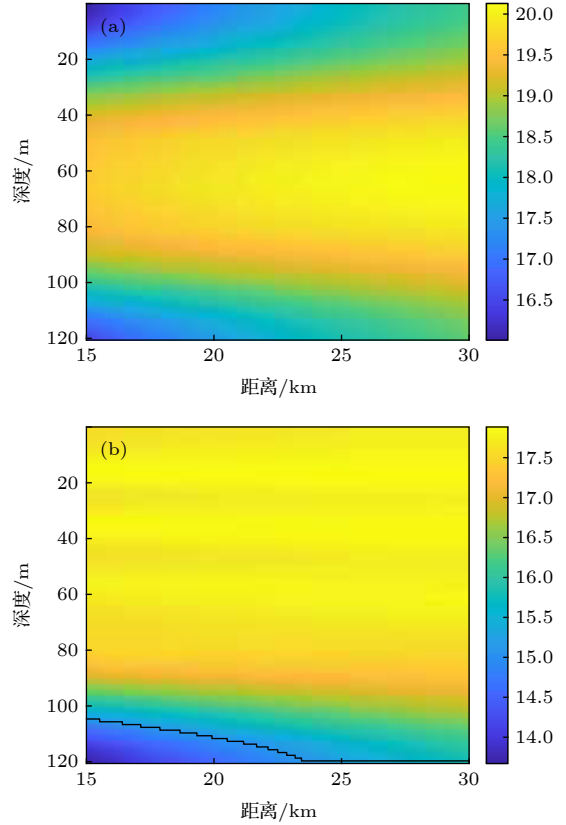


图 15 两种声速剖面下, 不同声源位置处的 WMSSD 处理增益, $f = 300$ Hz (a) 等声速剖面; (b) 正梯度声速剖面
Fig. 15. The processing gains of the WMSSD versus acoustic source locations with $f = 300$ Hz: (a) Constant SVP; (b) positive gradient SVP.

综合上述分析可得, WMSSD 在等声速波导中的稳健性最好, 即对位于所有位置区域的声源, 都具有大于 MSD 的处理增益. 在负梯度声速波导和正梯度声速波导中, 虽然 WMSSD 的性能稳健性有所下降, 即存在部分的弱探测区域, 但对位于其他大部分区域的声源, WMSSD 的处理增益都大于 MSD.

5 结 论

本文研究了浅海波导中的子空间检测——模态空间检测方法, 根据各阶简正波模态在传播过程中的衰减规律, 提出了一种基于模态衰减系数加权的子空间检测器——WMSSD. 通过理论分析和仿真实验探究了 WMSSD 的检测性能及其对声源位置的稳健性, 结果表明: 1) MSD 的处理增益与声源在波导环境中激发的模态阶数成负相关, 因此当声源和环境参数变化 (如声源频率升高、波导深度增大等) 使波导中的模态个数增多时, MSD 的处

理增益下降导致其检测性能降低,这对远距离传播的低信噪比目标检测尤为不利; 2) WMSSD 的检测性能与声源位置和声速剖面有关,在等声速波导中 WMSSD 的性能稳健性最好,其处理增益总是好于 MSD; 3) 对于负梯度声速波导和正梯度声速波导,由于若干低阶模态函数存在反转点,造成 WMSSD 存在部分弱探测区域,即当声源分别在靠近海面 and 海底的部分区域,其处理增益相较于 MSD 有所下降,而在其他大部分区域,WMSSD 的处理增益相较于 MSD 都有显著的提升。

附录 A

由文献 [20] 可知,对于二次型检测器,

$$T_0(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^H \mathbf{A} \mathbf{x}, \quad (\text{A1})$$

式中, \mathbf{x} 表示待检测数据, \mathbf{A} 表示加权矩阵,其输出信噪比可由下式计算:

$$OSNR = \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{K}_s) / \text{tr}^{1/2}[(\mathbf{A} \mathbf{K}_n)^2], \quad (\text{A2})$$

式中, \mathbf{K}_s 表示信号协方差矩阵, \mathbf{K}_n 表示噪声协方差矩阵, $\text{tr}(\cdot)$ 表示求矩阵的迹运算。

对于本文中的 MSD,

$$\mathbf{A} = \Phi (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T, \quad \mathbf{K}_s = \mathbf{s} \mathbf{s}^H = |\mu|^2 \mathbf{g} \mathbf{g}^H, \quad \mathbf{K}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}_N, \quad (\text{A3})$$

进而可得,

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{K}_s) &= \text{tr} \left(\Phi (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T |\mu|^2 \mathbf{g} \mathbf{g}^H \right) \\ &= |\mu|^2 \text{tr} \left(\Phi (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \Phi \mathbf{a} \mathbf{a}^H \Phi^T \right) \\ &= |\mu|^2 \text{tr} \left(\mathbf{a}^H \Phi^T \Phi \mathbf{a} \right) = |\mu|^2 \mathbf{g}^H \mathbf{g} = \mathbf{s}^H \mathbf{s}. \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

由正交投影矩阵为幂等矩阵且它的迹等于其秩可得,

$$\begin{aligned} \text{tr}^{1/2}[(\mathbf{A} \mathbf{K}_n)^2] &= \sigma_n^2 \text{tr}^{1/2}(\mathbf{A}^2) \\ &= \sigma_n^2 \text{tr}^{1/2}(\mathbf{A}) = \sigma_n^2 \sqrt{M}. \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

将 (32) 式和 (33) 式代入 (30) 式中可得

$$OSNR = \mathbf{s}^H \mathbf{s} / \left(\sigma_n^2 \sqrt{M} \right), \quad (\text{A6})$$

进而可得 MSD 的处理增益为

$$G = OSNR / SNR = N / \sqrt{M}. \quad (\text{A7})$$

对于第 m 阶 MSSD,

$$\mathbf{A} = \phi_m \phi_m^H, \quad \mathbf{K}_s = \mathbf{s} \mathbf{s}^H = |\mu|^2 \mathbf{g} \mathbf{g}^H, \quad \mathbf{K}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}_N, \quad (\text{A8})$$

进而有

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{K}_s) &= \text{tr} \left(\phi_m \phi_m^H |\mu|^2 \mathbf{g} \mathbf{g}^H \right) \\ &= |\mu|^2 \text{tr} \left(\phi_m^H \mathbf{g} \mathbf{g}^H \phi_m \right) \\ &= |\mu|^2 \text{tr} \left(\phi_m^T \Phi \mathbf{a} \mathbf{a}^H \Phi^T \phi_m \right), \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

由 ϕ_1, \dots, ϕ_m 之间的近似正交性可得

$$\text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{K}_s) = |\mu|^2 a_m \cdot a_m^*. \quad (\text{A10})$$

将 (38) 式和 (33) 式代入 (30) 式中可得 MSSD 的输出信噪比为

$$OSNR_m = \frac{|\mu|^2}{\sigma_n^2 \sqrt{M}} a_m \cdot a_m^*, \quad (\text{A11})$$

进而可得其处理增益为

$$G_m = OSNR_m / SNR = l \cdot a_m \cdot a_m^*, \quad (\text{A12})$$

式中, $l = \frac{N}{\sqrt{M} \mathbf{g}^H \mathbf{g}}$ 为常数。

参考文献

- [1] Baggeroer A B, Kuperman W A, Mikhalevsky P N 1993 *IEEE J. Oceanic Eng.* **18** 401
- [2] Sha L, Nolte L W 2005 *J. Acoust. Soc. Am.* **117** 1942
- [3] Sha L, Nolte L W 2006 *IEEE J. Oceanic Eng.* **31** 345
- [4] Liu Z W, Sun C, Yi F, Guo G Q, Xiang L F 2014 *Acta Acust.* **3** 309 (in Chinese) [刘宗伟, 孙超, 易锋, 郭国强, 向龙凤 2014 声学学报 **3** 309]
- [5] Liu Z W, Sun C, Lv L G 2015 *Acta Acust.* **5** 665 (in Chinese) [刘宗伟, 孙超, 吕连港 2015 声学学报 **5** 665]
- [6] Scharf L L, Friedlander B 1993 *IEEE Trans. Signal Process.* **42** 2146
- [7] Krishna K M, Anand G V 2009 *IEEE OCEANS* Biloxi, USA, October 26–29, 2009 p1
- [8] Hari V N, Anand G V, Premkumar A B, Madhukumar A S 2011 *IEEE OCEANS* Santander, Spain, June 6–9, 2011 p1
- [9] Hari V N, Anand G V, Nagesha P V, Nagesha P V, Premkumar A B 2012 *Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference* Bucharest, Romania, August 27–31, 2012 p1334
- [10] Hari V N, Anand G V, Premkumar A B 2013 *Digit. Signal Process.* **23** 1645
- [11] Li M Y, Sun C, Shao X 2014 *Acta Phys. Sin.* **20** 204302 (in Chinese) [李明杨, 孙超, 邵炫 2014 物理学报 **20** 204302]
- [12] Li M, Sun C, Willett P 2017 *IEEE J. Oceanic Eng.* **99** 1
- [13] Kong D Z, Sun C, Li M Y, Liu X H, Xie L 2019 *IEEE Access* **7** 79644
- [14] Kong D Z, Sun C, Li M Y, Zhuo J, Liu X H 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 174301 (in Chinese) [孔德智, 孙超, 李明杨, 卓颀, 刘雄厚 2019 物理学报 **68** 174301]
- [15] Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, Schmidt H 2011 *Computational Ocean Acoustics* (New York: Springer) pp258–263
- [16] Zhang R H 1979 *Acta Acust.* **2** 16 (in Chinese) [张仁和 1979 声学学报 **2** 16]

- [17] Wang Q, Zhang RH 1990 *J. Acoust. Soc. Am.* **87** 633 *Fundamentals of Statistical Signal Processing* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) pp573–574 (in Chinese) [斯蒂芬Kay著 (罗鹏飞, 张文明译) 2011 统计信号处理基础 (北京: 电子工业出版社) 第573—574页]
- [18] Wang D Z, Shang E C 2013 *Underwater Acoustics* (Vol. 2) (Beijing: Science Press) pp92–94 (in Chinese) [汪德昭, 尚尔昌 2013 水声学(第二版) (北京: 科学出版社) pp92—94]
- [19] Kay S M (translated by Luo P F, Zhang W M) 2011 [20] Morgan D R, Smith T M 1990 *J. Acoust. Soc. Am.* **87** 737

Weighted subspace detection method based on modal attenuation law in shallow water *

Kong De-Zhi ¹⁾²⁾ Sun Chao ^{1)2)†} Li Ming-Yang ³⁾

1) (*School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*)

2) (*Key Laboratory of Ocean Acoustics and Sensing, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*)

3) (*College of Information Science and Electronic Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China*)

(Received 23 December 2019; revised manuscript received 12 May 2020)

Abstract

In this paper, the modal space detector (MSD) is investigated in shallow water environment when utilizing a vertical linear array. The processing gain of the MSD is derived, and the result demonstrates that the processing gain of the MSD degrades when the number of the propagated normal modes excited by the underwater acoustic source increases, and therefore the detection performance of the MSD decreases. By exploiting the orthogonality among the modal depth functions, the MSD can be decomposed into a group of modal subspace detectors (MSSDs). The processing gains of these MSSDs are derived as well and it is found out that the processing gain of a MSSD is in direct proportion to its corresponding modal attenuation coefficients. By designing a group of weighting coefficients based on the mode attenuation law, a weighted modal subspace detector (WMSSD) is proposed to alleviate the degradation of the processing gain processing of the MSD. We analyze the influences of acoustic source locations and sound velocity profiles (SVPs) on the detection performance of the WMSSD theoretically, and verify the theoretical analyses by comparing its processing gain with the MSD in simulation experiments. The results show that the WMSSD presents various processing gains versus different acoustic source locations. In the waveguide having a negatively-gradient SVP, there exists a ‘weak detection area’ for the WMSSD, that is, the processing gain of the WMSSD is smaller than that of the MSD when the acoustic source locations are close to sea surface. The reason is because there are inversion points on the lower-order modal depth functions and the depths of the inversion points are close to sea surface. In other most areas, the processing gain of the WMSSD is larger (even remarkably larger) than that of the MSD. In the waveguide having a positively-gradient SVP, due to the phenomenon that the modal inversion points of the lower-order modal depth functions are near sea floor, there is a contrary consequence, that is, the ‘weak detection area’ is close to sea floor. And meanwhile the WMSSD outperforms the MSD in other most areas as well. There are no modal inversion points in the waveguide having a constant SVP, and therefore the WMSSD always outperforms the MSD.

Keywords: modal space detection, modal attenuation coefficient, processing gain, modal inversion point

PACS: 43.60.+d, 43.30.-k, 43.60.Bf, 43.60.Fg

DOI: 10.7498/aps.69.20191948

* Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11534009).

† Corresponding author. E-mail: csun@nwpu.edu.cn