

基于声子晶体板的弹性波拓扑保护边界态*

郑周甫 尹剑飞[†] 温激鸿[‡] 郁殿龙

(国防科技大学智能科学学院, 装备综合保障技术重点实验室, 长沙 410073)

(2020年4月13日收到; 2020年5月5日收到修改稿)

基于声子晶体拓扑特性构造的弹性波拓扑态在波调控方面具有背散射抑制和路径缺陷免疫等优异特性, 受到广泛关注. 本文设计了一种声子晶体板结构, 通过在初始元胞中引入具有一定旋转角度的三角形穿孔实现对称性破缺, 从而构造四重简并态. 与现有利用能带“区域折叠”进行构造的方法相比, 该方法简化了声子晶体的元胞构型. 元胞的主要变量为三角形穿孔围绕其中心旋转角度 θ , 研究发现, 旋转角度 $\theta = 0^\circ$ 时, 元胞能带结构存在两个二重简并态, 调整旋转角度到 $\pm 33^\circ$ 时, 布里渊区中心 Γ 点处出现四重简并态, 并发现旋转角度越过 $\pm 33^\circ$ 时均会发生能带反转, 这表明调整晶体结构参数 θ 使得体系经历拓扑相变. 利用具有不同拓扑相的声子晶体组成超元胞, 并通过计算其投影能带, 发现能带结构中存在弹性波带隙以及不同赝自旋方向的两种边界态. 在此基础上, 构造多种不同类型的弹性声子晶体板, 验证了拓扑边界态对弹性波传播的强背散射抑制、缺陷免疫单向传播和多波导通道开关特性. 本文中所设计的弹性声子晶体板具有结构简单、特性易调的特点, 为利用拓扑态实现弹性波调控提供了一个可行方案.

关键词: 拓扑相变, 弹性波波导, 弹性拓扑边界态, 声子晶体**PACS:** 62.30.+d, 03.65.Vf**DOI:** 10.7498/aps.69.20200542

1 引言

声子晶体、声学超材料作为一种新型的人工结构/材料, 可以实现对声波、弹性波传播和耗散的精准操控^[1-4], 在声隐身^[5,6]、声聚焦^[7]、声超分辨成像^[8]、声信号缓冲^[9]、声信号定向辐射与接收^[10]等方面具有重要的应用价值和研究意义. 近年来, 随着学科交叉融合的持续深入, 相关领域不断产生新的研究增长点. 其中, 类比凝聚态物理领域发现的量子谷霍尔效应和量子自旋霍尔效应, 在声波系统^[11-16]、结构弹性波系统^[17-25]等系统中提出的声学拓扑谷态运输和声学拓扑绝缘体概念成为领域内新的研究热点, 其表现出来的无损传输、单向波导、缺陷免疫等优异的波调控特性具有广阔的应用前景. 目前主要有两种方式实现声波、弹性波的拓

扑保护传播, 第一是通过外加源场或外部能量打破时间反演对称性, 可以观察到声学非平庸拓扑边界态, 例如利用陀螺惯性效应^[26]、引入旋转流体模拟磁场^[27,28]来实现量子霍尔效应的声子模拟, 但这种方法工程实现困难. 第二是通过结构设计实现拓扑保护边界态, 例如破缺空间反演对称性可以观察到声学谷霍尔效应, 破缺镜像对称性可以观察到声学赝自旋霍尔效应, 这种方法实现的稳健波导效果在理论和实验上都得到了验证, 例如 Zhang 等^[29]设计了一种雪花状空气声学拓扑绝缘体, 利用可重构的旋转散射体角度变化破缺镜像对称性, 并伴随角度变化观察到拓扑相变过程, 通过实验验证了空气声学赝自旋多极子.

板类结构作为工程中最常见的结构形式, 基于拓扑态思想设计声子晶体板并实现板中弹性波精准调控可应用于振动与噪声控制、结构损伤状态探

* 国家自然科学基金 (批准号: 11991032, 11991034) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: nmhsyjf@nudt.edu.cn[‡] 通信作者. E-mail: wenjihong@vip.sina.com

测^[30]、材料无损检测等工程领域,因此受到极大关注.声波长接近板厚度的声子晶体板中,弹性波存在三种模式,即水平剪切模、对称型兰姆模和非对称型兰姆模^[31],同时结构边界的存在以及不同极化波之间的耦合和转换使得波散射现象十分复杂,因此设计简单可实现的声子晶体板类拓扑材料极具研究价值.一些学者基于声学谷霍尔效应的概念进行了研究,Wang和Mei^[24]设计了一种将硅夹杂物嵌入硅橡胶基板的薄板结构,通过旋转嵌入角度打破对称性,使得低频区的弹性波非对称型兰姆模在 K 和 K' 谷形成一个谷赝自旋自由度,其手性边界态表现出不受缺陷影响的传播特性.与这种包含不同嵌入材料的薄板结构不同,Ganti等^[32]设计了一种具有声学黑洞凹槽的声子晶体板结构,通过旋转声学黑洞凹槽的角度实现具有不同谷陈数的声子晶体,进而构造拓扑谷边界.也有学者基于声学赝自旋霍尔效应思想,通过将具有不同拓扑相的声子晶体组合构造赝自旋模式,从而形成拓扑保护边界态^[33,34].Chaunsali等^[35]提出在薄板上周期性的排列振子,通过调节各个振子与元胞中心的距离,并基于能带的“区域折叠”的方法实现双狄拉克锥,证明了弯曲波的赝自旋霍尔效应.Yu等^[21]设计了圆形穿孔声子晶体板结构,同样通过调节圆形穿孔中心与元胞中心的距离实现体系的拓扑相变,并通过实验验证这种声子晶体板在弹性波调控上的优良效果.这些研究都为板内弹性波拓扑保护边界态的实现提供了更多的可能性,然而已有工作中实现元胞能带结构的四重简并大都基于“区域折叠”^[35,36]的方法.这种方法通过使用一个较大的复合元胞而非不可约元胞,使得其能带结构折叠到布里渊区中心 Γ 点形成双重狄拉克锥^[37-39],例如在空气声波背景下,Zhang等^[37]基于初始元胞在布里渊区 K 点的二重简并,利用较大的复合元胞实现布里渊区空间能带折叠,从而产生 Γ 点处的四重简并.然而这种方法使得晶体元胞构造较复杂,且元胞尺寸规模较大.Mousavi等^[17]设计了具有空气孔的三角晶格,元胞能带结构无需“区域折叠”就具有四重简并,并通过元胞上细节变化打破空间镜像对称性实现拓扑相变,但是其元胞结构依然较为复杂,不利于工程实现.

基于此,本文设计一种具有一对三角形穿孔的二维弹性声子晶体板,影响其元胞能带结构的参数有三角形穿孔围绕几何中心的旋转角度 θ 和穿孔边

长 l ,首先研究旋转角度、边长对能带中布里渊区中心 Γ 点产生的赝自旋偶极模态和赝自旋四极模态的影响,分析系统的拓扑相变过程,然后利用具有不同拓扑相的晶体组成超元胞,分析其能带结构特性,最后研究具有不同旋转角度的元胞组成的拓扑绝缘体性质,验证声子晶体拓扑态的背散射抑制、缺陷免疫单向传播以及多波导通道开关特性.

2 声子晶体元胞模型及能带特性

2.1 声子晶体元胞模型

本文通过在均匀基板上周期布列三角形穿孔,构造了如图1(a)所示的声子晶体板结构,其元胞构型如图1(b)所示,晶体板厚度 $h = 4.2$ mm,元胞晶格常数 $a = 8.7$ mm,晶格基矢 \mathbf{a}_1 和 \mathbf{a}_2 可分别表示为 $\mathbf{a}_1 = a(1/2, \sqrt{3}/2)$ 和 $\mathbf{a}_2 = a(1, 0)$.元胞中包含一组关于短对角线对称的等边三角形通孔,其几何中心分别位于元胞长对角线的两个三等分点处,三角形穿孔边长 $l = 3.7$ mm,蓝色三角形穿孔代表通孔的初始位置,本文通过将两个三角形穿孔同时围绕其各自几何中心逆时针旋转 θ 角度,得到新的元

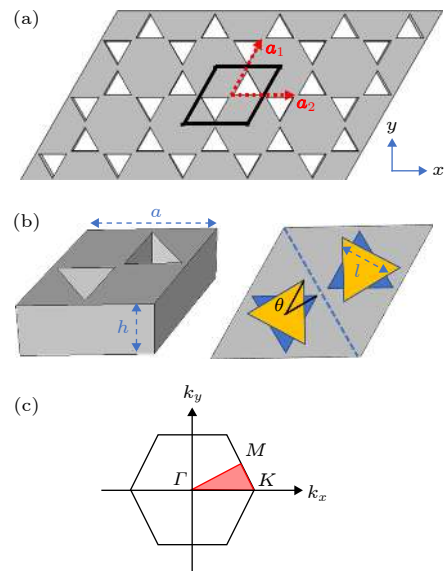


图1 声子晶体板结构、元胞及其布里渊区示意图 (a) 具有三角形穿孔的声子晶体板结构; (b) 声子晶体板的元胞; (c) 晶格的第一布里渊区和不可约布里渊区(红色区域)

Fig. 1. Schematic diagram of phononic crystal plate structure, its unit cell and corresponding Brillouin zone: (a) The phononic crystal plate structure with triangular through-holes; (b) the unit cell of the phononic crystal plate; (c) the first Brillouin zone and irreducible Brillouin zone (red region) of the lattice.

胞结构 (如黄色三角形所示) 并研究旋转角度对元胞能带特性的影响. 图 1(c) 为该元胞所对应的第一布里渊区, 红色区域为不可约布里渊区. 基板材料参数为: 杨氏模量 $E = 3.8 \text{ GPa}$, 泊松比 $\sigma = 0.4$, 密度 $\rho = 1180 \text{ kg/m}^3$.

2.2 声子晶体能带特性

本文中的三角形穿孔声子晶体板元胞的能带结构如图 2 所示. 对于该声子晶体板, 板中的弹性波有水平剪切模、对称型兰姆模和非对称型兰姆模, 水平剪切模是一种粒子运动方向只有 x 方向和 y 方向的横向模, 其对应的模态振型如图 2(a) 左侧所示. 板中水平剪切模与其他弹性波模具有本质上的不同, 体现在以下两方面^[21]: 首先, 水平剪切模没有面外 z 方向运动分量, 而其他弹性波模同时具有 x 方向、 y 方向和面外 z 方向的运动分量 (如图 2(a) 右侧对应的模态振型), 水平剪切模的拓扑性质和其他弹性波模不相关; 其次, 水平剪切模

和其他弹性波模能够分别被独立的激发出来, 例如使用垂直板平面外 (z 方向) 的激励作用在板上时, 能够激发其他弹性波模的同时抑制水平剪切模. 通过对能带结构中对对应本征态的位移分布进行分析, 很容易将水平剪切模与其他模区分开来^[40]. 为更加清晰地区分出水平剪切模态能带与其他模态的能带, 定义模态极化指标

$$P_z = \frac{\int_{V_u} |u_z|^2 dV_u}{\int_{V_u} (|u_x|^2 + |u_y|^2 + |u_z|^2) dV_u},$$

其中 V_u 为单元元胞的体积; u_x, u_y, u_z 分别为元胞在 x, y, z 方向上的位移分量. P_z 接近 0 时表示水平剪切模, 不同旋转角度下的 P_z 极化分别如图 2 中能带结构的不同色彩所示.

主要分析图中 P_z 远大于 0 且在布里渊区中心 Γ 点处存在二重 (四重) 简并的部分能带, 并在图右侧表示出对应的 z 方向位移场分量, 从图 2(a)

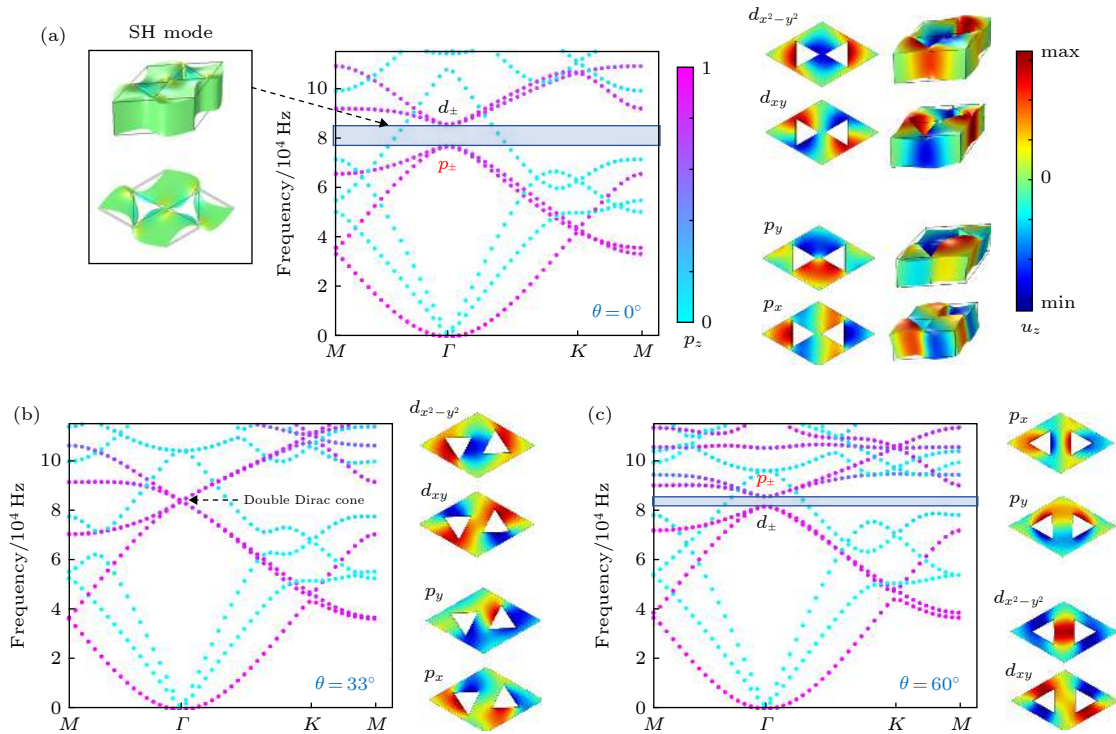


图 2 三角形穿孔声子晶体板在不同旋转角度下的能带结构与本征态 z 方向位移场分布 (a) $\theta = 0^\circ$, p_{\pm} 模位于 d_{\pm} 模下方, 左侧插图图 $P_z = 0$ 点所对应的水平剪切模振型, 右侧插图图 p_{\pm} 和 d_{\pm} 模态的位移场分布和振型, 能带结构中用不同颜色表示 P_z 极化指标; (b) $\theta = 33^\circ$, 偶然简并形成双狄拉克锥, 右侧插图图 p_{\pm} 和 d_{\pm} 模态的位移场分布; (c) $\theta = 60^\circ$, p_{\pm} 模位于 d_{\pm} 模上方

Fig. 2. Band structure and displacement field distribution (DFD) in z -direction at eigenstates of the phononic crystal plate with triangular holes with different rotation angle: (a) $\theta = 0^\circ$, p_{\pm} modes are below d_{\pm} modes. The left DFD demonstrates mode shape of shear horizontal mode corresponding to the $P_z = 0$ points, while the right group of DFDs illustrate the mode shapes of p_{\pm} and d_{\pm} modes. The color of the points on the dispersion curves corresponds to the P_z polarization index; (b) $\theta = 33^\circ$, a double Dirac cone is formed, and the right DFDs show eigenstates distributions of p_{\pm} and d_{\pm} modes; (c) $\theta = 60^\circ$, p_{\pm} modes are above d_{\pm} modes.

可以看出当三角形穿孔的旋转角度 $\theta = 0^\circ$ 时, 在布里渊区中心 Γ 点处出现两个双重偶然简并, 借鉴量子系统中的表示规则, 将这两组不可约的本征态分别表示为 p_{\pm} 和 d_{\pm} , 他们是分别通过杂化偶极模态、四极模态得到的赝自旋态^[15], 即 $p_{\pm} = (p_x \pm ip_y)/\sqrt{2}$, $d_{\pm} = (d_{x^2-y^2} \pm id_{xy})/\sqrt{2}$, 其中 p_x/p_y 用来表示满足与 x 轴/ y 轴偶或奇对称的简并偶极模态, $d_{x^2-y^2}/d_{xy}$ 用来表示满足与 x 轴/ y 轴同时为奇对称和偶对称的简并四极模态. 从元胞的振型分析, 三角形穿孔的旋转角度 $\theta = 0^\circ$ 时偶极模态 p_x/p_y 和四极模态 $d_{x^2-y^2}/d_{xy}$ 分别位于带隙的下方和上方. 使用 COMSOL Multiphysics 有限元分析软件进行数值仿真计算结构的能带特性和响应特性时, 可以忽略水平剪切模的影响, 研究声子晶体板中弹性波其他模态的拓扑特性. 为了能够得到准确的仿真结果, 在有限元网格划分时应保证在分析频率范围内的最短波长下有 6—10 个网格.

拓扑保护边界态的实现依赖于体系的拓扑相变. 利用能带反转现象实现拓扑相变的过程, 首先需要在晶体板能带结构中产生四重简并 (或称双狄拉克锥). 一些研究中采用具有 C_{6V} 对称的声子晶体进行近邻耦合实现偶然简并的双狄拉克锥^[15,41,42], 而本文则通过旋转近邻的三角形穿孔角度打破镜像对称性, 使得晶体只具有 C_6 对称性, 从而产生四重简并. 通过从三角形穿孔初始位置开始调整增大旋转角度, 发现在 $\theta = 33^\circ$ 时出现偶然简并的双狄拉克锥, 如图 2(b) 所示. 当继续增大旋转角度 θ , 发现偶极模态和四极模态能带位置发生交换, 当

$\theta = 60^\circ$ 时, 偶极模态 p_x/p_y 和四极模态 $d_{x^2-y^2}/d_{xy}$ 在分别位于带隙的上方和下方, 如图 2(c) 所示, 与 $\theta = 0^\circ$ 时相比, 其能带对应位置发生了上下交换, 这种能带反转过程表明拓扑相变的发生.

为清晰表示出能带反转情况, 对元胞中三角孔旋转角度和三角形边长两个参数进行细致扫描. 图 3 展现了随着晶格参数的变化, 拓扑多极模态的能带位置变化过程. 图中线条表示在布里渊区中心 Γ 点处偶极模态 (p_{\pm}) 和四极模态 (d_{\pm}) 特征频率的变化特性. 图 3(a) 中固定三角形穿孔的边长, 调整变化旋转角度 θ . 图 3(a) 表明从 $\theta = -60^\circ$ 到 $\theta = 60^\circ$ 的过程中, 在布里渊区中心 Γ 点的偶极模态和四极模态能带位置发生了两次交换, 即出现两次能带反转. 调整三角形穿孔旋转角度 $\theta = 33^\circ$ 产生四重简并后将其固定不变, 当三角形穿孔边长以 $l = 3.7 \text{ mm}$ 为基准发生变化时, 能带变化情况同样反映了能带反转现象, 如图 3(b) 中所示, 但是, 在能带反转前后, 带隙不具有重合频段, Yin 等^[25] 在研究一维弹性声子晶体能带反转特性时发现, 如果反转前后带隙所在频段不具有重叠频段, 则无法构造出拓扑边界态. 故本文中主要通过调节旋转角度的方法实现能带反转效应, 从而达到使体系发生拓扑相变目的.

声子晶体的拓扑性质可以用赝自旋陈数 C_{\pm} 来表征^[19], 当自旋陈数 C_{\pm} 为 0 时, 表明此时带隙是平庸的, 对应的晶体称为拓扑平庸晶体 (topological trivial crystal, TTC), 自旋陈数 C_{\pm} 不为 0 时, 表明此时带隙是非平庸的, 对应的晶体称为拓扑非平

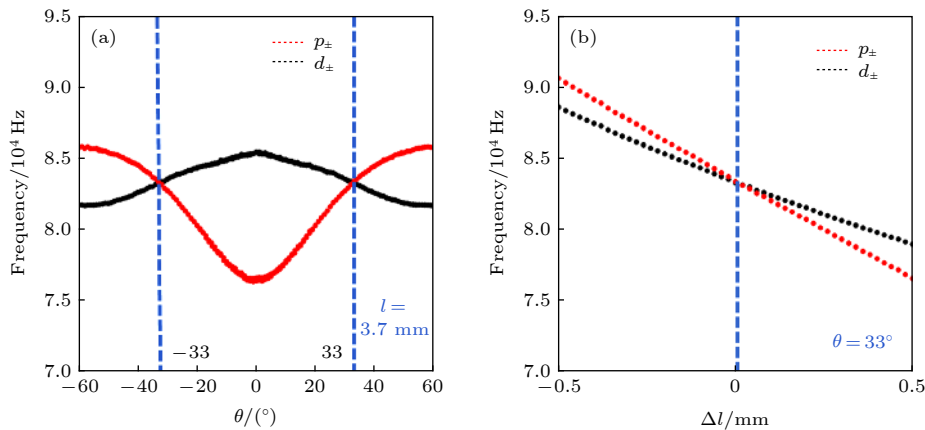


图 3 晶格参数变化对布里渊区中心 Γ 点的偶极模态和四极模态能带特征频率的影响 (a) 三角形穿孔旋转角度 θ 的影响; (b) 三角形穿孔边长 l 的影响

Fig. 3. Effect of lattice parameters on eigenfrequencies of the dipole modes and quadrupole modes at the center Γ point of Brillouin zone: (a) The effect of the rotation angle θ of the triangular holes; (b) the effect of the side length l of the triangular holes.

庸晶体 (topological nontrivial crystal, TNC). 可以利用下面公式计算 [13,18,19]

$$C_{\pm} = \pm \frac{1}{2} [\text{sgn}(M) + \text{sgn}(B)]. \quad (1)$$

其中 $M = (f_d - f_p)/2$ 表示在布里渊区中心 Γ 点处四极模态和偶极模态的特征频率差; B 来自等效哈密顿量的二阶扰动项对角线元素, 它是负的, 即 $\text{sgn}(B) = -1$. 对于本文设计的声子晶体, 当 $-33^\circ < \theta < 33^\circ$ 时, $M = (f_d - f_p)/2 > 0$, 即 $\text{sgn}(M) = 1$, 则自旋陈数 $C_{\pm} = 0$, 此时带隙是平庸的, 晶体为 TTC; 当 $-60^\circ < \theta < -33^\circ$ 或 $33^\circ < \theta < 60^\circ$ 时, $M = (f_d - f_p)/2 < 0$, 即 $\text{sgn}(M) = -1$, 则自旋陈数 $C_{\pm} = \pm 1$, 此时带隙是非平庸的, 晶体为 TNC.

2.3 自旋依赖的拓扑边界态

将 TTCs 与 TNCs 拼合构造超元胞结构, 以研究其能带结构特性. 从图 4(a) 可以看出, 该超元胞由 5 个 $\theta = 0^\circ$ 的 TTCs 元胞与 5 个 $\theta = 60^\circ$ 的 TNCs 元胞沿着 y 轴方向拼合而成, 并将上下侧设置为低反射边界 (low reflecting boundary, LRB) 条件, 晶格基矢 k_x 所示方向为周期性边界条件方向. 图 4(b) 为通过有限元方法计算得到的该超元胞能带结构, 结果表明弹性波在该超元胞边界中存在禁带, 范围为 8.249×10^4 — 8.831×10^4 Hz, 且在禁带内形成的一对不同赝自旋方向相关的拓扑边界态, 被分别用红色点和蓝色点标出. 值得注意的

是, 图中带隙内存在灰色圆圈为水平剪切模, 它与其他弹性波模互不相关.

图 4(c) 为图 4(b) 中 A 和 B 点处边界态所对应的板平面外 z 方向位移场分布情况, 从图 4(c) 可以看出, 位移振幅的最大值集中在 TNCs 和 TTCs 拼合边界处, 并且向两侧迅速衰减, 因而位移被限制于超元胞边界处. 同时, 图 4(c) 中的放大图中标绘出超元胞边界态的机械能量通量方向, 分别呈现出顺时针或逆时针的分布情况. 事实上, 弹性波赝自旋态的物理意义可以由机械能流的循环模态表征, 该放大图揭示了 A (B) 点处具有逆时针 (顺时针) 机械能流循环模式的赝自旋+ ($-$) 模态. 同时不同赝自旋方向相关的边界态能带斜率相反 (即群速度相反), 则两种边界态具有相反的传播方向, 这表明存在赝自旋相关的弹性波单向传播.

3 基于拓扑边界态的稳健波导设计

通过将 TNCs 与 TTCs 拼合构成超元胞, 在同一频率处得到了两种不同赝自旋方向的边界态, 这一性质能够被用于实现稳健的弹性波单向传播控制. 本文中利用垂直于声子晶体板方向 (z 方向) 的振动源进行激励 (如上文所分析, 这种方法能够激发出不包含水平剪切模的弹性波), 以进一步研究所设计的声子晶体板中弹性波的拓扑保护边界态.

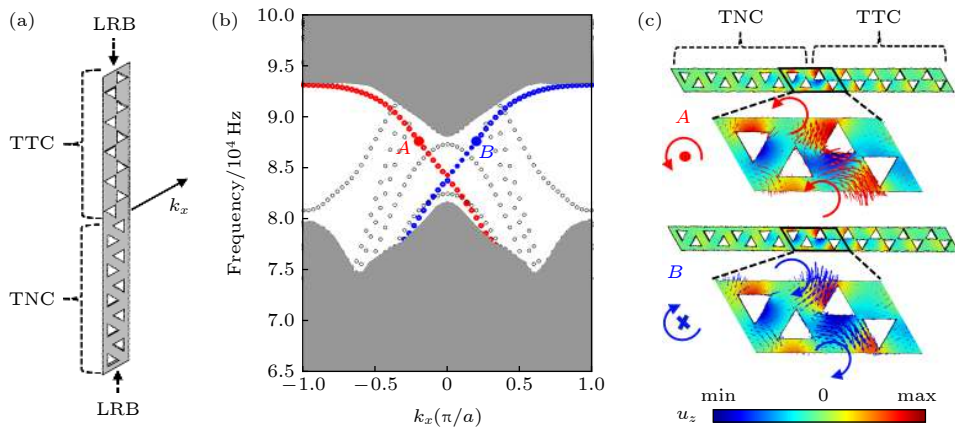


图 4 (a) 由 5 个 TTCs 与 5 个 TNCs 组成的超元胞; (b) 该超元胞的能带结构图, 其中红色和蓝色点代表边界态, A 和 B 点为波矢 $k_x = \pm 0.2\pi/a$ 时对应的边界态, 灰色圆圈表示水平剪切模; (c) 图 (b) 中 A 和 B 点对应的 z 方向位移场分布, 放大图显示了边界态处的机械能量通量方向

Fig. 4. (a) Supercell composed of 5 TTCs and 5 TNCs; (b) the band structure of the supercell in (a), red and blue dots represent the edge states, A and B dots represent the pseudospin states in $k_x = \pm 0.2\pi/a$, and the gray circles represent the shear horizontal modes; (c) the DFDs in z -direction corresponding to points A and B in (b), the enlarged figure shows the mechanical energy flux direction.

首先, 利用两种不同类型拓扑晶体构造受到拓扑保护的弹性波直通通道和“Z”字形通道, 如图 5 所示, 图中声子晶体板结构边界上都设置为 LRB 条件. 图 5(a) 中分别用三角形穿孔旋转角度为 $\theta = 25^\circ$ 的 TTCs 与 $\theta = 0^\circ$ 的 TTCs 构成 A 处黑色边界, 以及 $\theta = 0^\circ$ 的 TTCs 与 $\theta = 60^\circ$ 的 TNCs 构成 B 处蓝色边界, 当在板的左侧 A, B, C 三个激励点 (图中红点所示位置) 处同时添加沿垂直板方向且频率为 $f = 8.75 \times 10^4$ Hz 振动激励时, 从图中晶体板总位移场分布 (用 u 表示) 可以看出弹性波沿着由两种不同类型晶体组成的边界界面 (即图中蓝

色边界) 向右传播, 并只有很少的背散射, 这种边界称为弹性波通道, 而对于同种类型晶体组成的边界 (即图中黑色边界), 弹性波几乎不能向右传播. 图 5(b) 中则用 $\theta = 0^\circ$ 的 TTCs 与 $\theta = 60^\circ$ 的 TNCs 构成具有两个转角的“Z”字形边界, 添加与图 5(a) 中相同的振动激励时, 弹性波能够沿着“Z”字形的通道顺利地传播过去.

同时, 若“Z”字形通道上存在缺陷, 例如图 6(a) 和图 6(b) 所示声子晶体板上存在三角形穿孔缺失以及乱序缺陷, 在板的左侧红点处添加频率为 $f = 8.75 \times 10^4$ Hz 的 z 方向振动激励时, 弹性波依

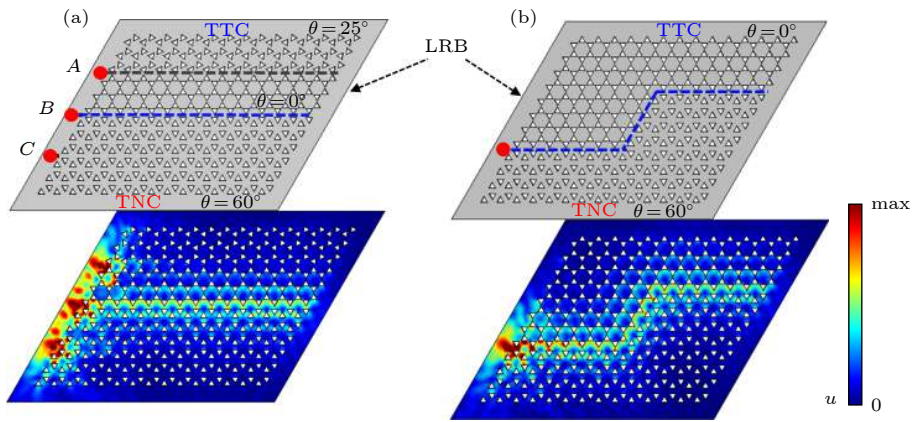


图 5 由 TTCs 和 TNCs 构成的不同通道的声子晶体板 (a) 黑色虚线表示 $\theta = 25^\circ$ 的 TTCs 与 $\theta = 0^\circ$ 的 TTCs 构成的边界, 蓝色虚线表示 $\theta = 0^\circ$ 的 TTCs 与 $\theta = 60^\circ$ 的 TNCs 构成的边界, 并设置 A, B, C 三个激励点 (红色点处), 下图为 z 方向振动激励下的位移场分布; (b) 蓝色虚线表示 $\theta = 0^\circ$ 的 TTCs 与 $\theta = 60^\circ$ 的 TNCs 构成的“Z”字形边界

Fig. 5. Phononic crystal plate composed of TTCs and TNCs with different waveguide channels. (a) The black dashed line represents the edge formed by $\theta = 25^\circ$ TTCs and $\theta = 0^\circ$ TTCs, and the blue dashed line represents the edge formed by $\theta = 0^\circ$ TTCs and $\theta = 60^\circ$ TNCs. Three excitation points A, B and C are set at red points, and the DFDs under the vibration excitation in z -direction are shown in below. (b) The blue dashed line represents the zigzag edge formed by $\theta = 0^\circ$ TTCs and $\theta = 60^\circ$ TNCs.

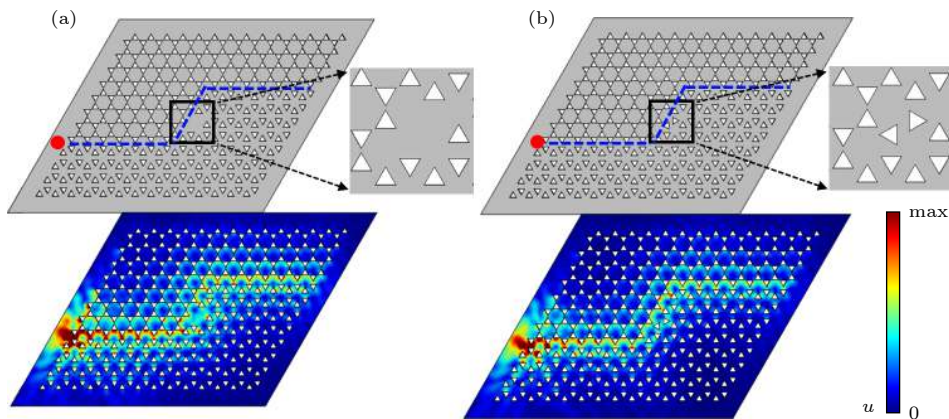


图 6 由 TTCs 和 TNCs 构成的存在缺陷的声子晶体板 (a) “Z”字形通道中存在三角形穿孔缺失 (红色点为激励位置), 下图为该声子晶体板在 z 方向振动激励下的位移场分布情况; (b) “Z”字形通道中存在乱序缺陷

Fig. 6. Defective phononic crystal plate composed of TTCs and TNCs: (a) The zigzag channel with missing triangular holes (the red point is the excitation position), and the DFDs under the z -direction vibration excitation are shown in below; (b) the zigzag channel with disordered triangular holes.

旧能够沿着呈现为“Z”字形通道的拓扑边界传播, 这种很强的背散射抑制、通道缺陷免疫传播效果正是非平庸拓扑的结果.

为进一步说明拓扑保护边界态对于弹性波的单向传播控制效果, 利用 TNCs 与 TTCs 拼合构造“Z”字形通道, 并在声子晶体板中间施加具有相位差的多点振动激励, 如图 7(a) 和图 7(b) 所示, 红色点表示激励点组的位置, 放大图为其激励点位

置细节情况, 通过设计三个具有相位差的相邻点激励, 达到选择性的激发出赝自旋+或赝自旋-的模式. 图中三个具有相位差的激励点位于不同类型晶体拼合构成的边界域上, 定义为 $F_1 = F \exp(i\omega t + \pi)$, $F_2 = F \exp(i\omega t + \pi/3)$, $F_3 = F \exp(i\omega t)$, 即 F_1 与 F_2 之间相位差为 $2\pi/3$, 而 F_2 与 F_3 之间相位差为 $\pi/3$, 且它们与放大所示的六角晶格中心点距离不是固定的 [19,35]. 当激励频率 $f = 8.6 \times 10^4$ Hz 时, 这种激

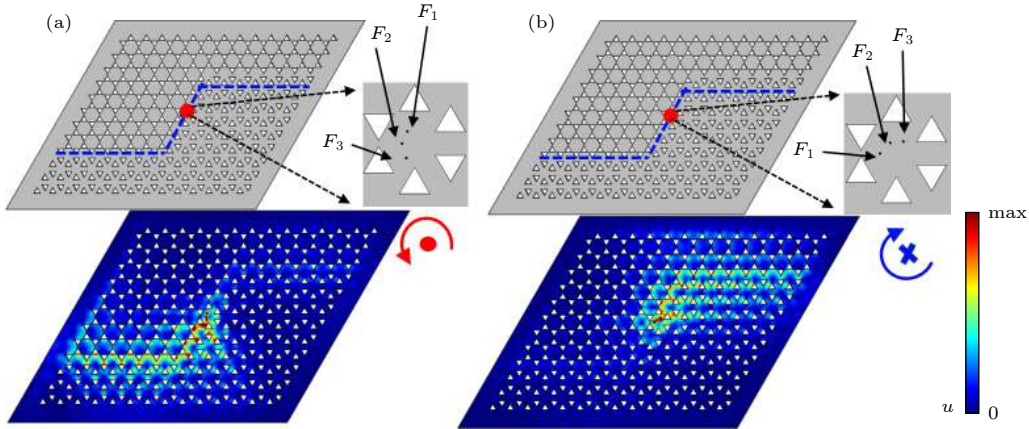


图 7 利用多点激励策略实现弹性波的单向传播 (其对应的位移场分布情况清晰地说明了基于拓扑保护边界态下弹性波单向传播效果) (a) 在多点激励下产生赝自旋+模式; (b) 在多点激励下产生赝自旋-模式

Fig. 7. One-way propagation of elastic wave is realized by using multi-point excitation strategy, and the corresponding DFDs clearly show the one-way propagation phenomenon of elastic wave based on the topological protected edge states: (a) The pseudospin + state is generated by the strategy; (b) the pseudospin - state is generated by the strategy.

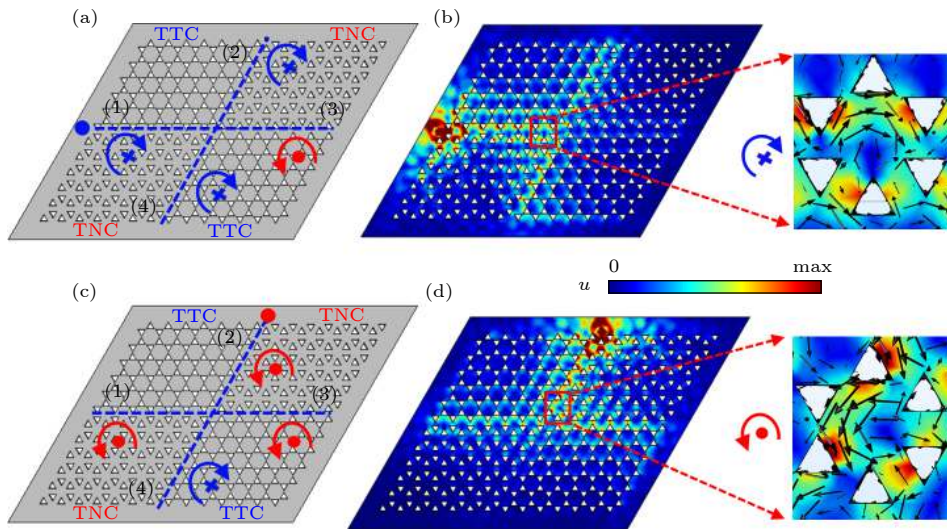


图 8 基于拓扑保护边界态的多通道波导开关 (a) 声子晶体板上蓝色虚线为不同类型晶体构成的四个波导通道, 并在板左侧设置蓝色激励点, 其中蓝色或红色圆形箭头表示弹性波从激励点出发沿该通道传播时的赝自旋方向; (b) 激励点为左侧蓝点时的位移场分布, 放大图显示了边界态处的机械能量通量方向; (c) 在晶体板上侧设置红色激励点; (d) 激励点为上侧红点时的位移场分布

Fig. 8. Multichannel waveguide switch based on topologically protected edge states: (a) The phononic crystal plate with an excitation point (blue point) on the left side and four waveguide channels (blue dashed lines) which formed by different types of crystals, in which the blue or red circular arrow indicates the pseudospin direction of elastic wave propagating along the channel from the excitation point; (b) the DFDs when the excitation point is the left blue point and the enlarged figure shows the mechanical energy flux direction; (c) the phononic crystal plate with an excitation point (red point) on the upper side; (d) the DFDs when the excitation point is the upper red point.

励策略很好地实现了图 7(a) 和图 7(b) 中所示的弹性波不同赝自旋方向传播效果, 并且尽管通道上存在弯曲角, 弹性波也很好地沿着由 TTCs 和 TNCs 构成的边界单向传播.

也可以基于这种赝自旋边界态设计多波导通道开关. 如图 8 所示, 声子晶体板的左上角和右下角为 TTCs, 左下角和右上角为 TNCs, 该板一共形成图中 1, 2, 3, 4 这个四个波导通道, 并设计了两个振动激励点, 即图 8(a) 中的左侧蓝色点和图 8(c) 中上侧红色点. 当在图 8(a) 蓝色点激励且激励频率 $f = 8.6 \times 10^4$ Hz 时, 弹性波沿着通道 1 向右传播, 结合图 8(b) 放大区域的机械能流循环模式可知此时产生赝自旋-的模式, 并且弹性波传播过程中 TTC 位于通道左侧、TNC 位于通道右侧, 弹性波传播到板中心后, 沿通道 2 和 4 传播将不改变这种结构的空对称性, 若沿通道 3 传播两侧结构的空对称性发生反转 (TTC 位于通道右侧、TNC 位于通道左侧), 这将改变赝自旋方向 (即赝自旋+), 如图 8(a) 圆箭头方向所示, 则此时弹性波不能沿该通道传播. 同样, 在图 8(c) 红色点激励产生向下传播弹性波时, 结合图 8(d) 易知具有赝自旋+的模式, 此时将不能沿通道 4 传播.

通过以上仿真结果说明, 基于赝自旋霍尔效应构造的声子晶体板能够有效进行弹性波的传播控制, 使其沿着即使存在弯曲角以及三角形穿孔缺失、乱序缺陷的波导通道进行传播, 具有很强的背散射抑制、缺陷免疫效果. 本文基于声学赝自旋霍尔效应设计实现了弹性波传播控制, 没有使用任何主动器件就达到了良好效果, 这将为其他类型的波的传播控制提供很好的思路.

4 结 论

本文提出了一种能够实现弹性波传播控制的三角形穿孔声子晶体板, 实现了板中弹性波的赝自旋霍尔效应. 其三角形穿孔旋转角度 $\theta = 0^\circ$ 的元胞能带结构具有布里渊区中心的两个双重简并态, 当 $\theta = 33^\circ$ 时, 不需要晶格的折叠便实现了四重简并, 且 $\theta = 60^\circ$ 时与 $\theta = 0^\circ$ 的元胞能带相比发生了能带反转, 表明通过调整三角形穿孔旋转角度能够使得体系发生拓扑相变, 从而得到 TTC 与 TNC. 使用 $\theta = 0^\circ$ 的 TTC 和 $\theta = 60^\circ$ 的 TTC 构成超元胞结构, 通过计算其投影能带结构, 发现对于非水平剪切模

的弹性波存在禁带, 并在带隙频率范围内具有赝自旋+和赝自旋-相关的两种边界模态, 这一拓扑性质能够被用于实现稳健的弹性波调控, 并通过仿真验证了其对于“Z”字形通道以及具有三角形穿孔缺失、乱序等缺陷的通道展现出很强的鲁棒性. 本文设计的弹性声子晶体板, 具有很好的单向波导以及多通道开关控制特性. 在振动与噪声控制、结构状态感知、精确信号传播等方面具有可能的应用前景.

参考文献

- [1] Fang X, Wen J, Bonello B, Yin J, Yu D 2017 *Nat. Commun.* **8** 1288
- [2] Xiao Y, Wen J, Wen X 2012 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **45** 195401
- [3] Ma G, Sheng P 2016 *Sci. Adv.* **2** e1501595
- [4] Fang X, Wen J, Benisty H, Yu D 2020 *Phys. Rev. B* **101** 104304
- [5] Lu Z M, Cai L, Wen J H, Wen X S 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 174301 (in Chinese) [陆智森, 蔡力, 温激鸿, 温熙森 2016 物理学报 **65** 174301]
- [6] Chen Y, Liu X N, Xiang P, Hu G K 2016 *Adv. Mech.* **46** 382 (in Chinese) [陈毅, 刘晓宁, 向平, 胡更开 2016 力学进展 **46** 382]
- [7] Guenneau S, Movchan A, Pétursson G, Ramakrishna S A 2007 *New J. Phys.* **9** 399
- [8] Zhu J, Christensen J, Jung J, Martin-Moreno L, Yin X, Fok L, Zhang X, Garcia-Vidal F J 2011 *Nat. Phys.* **7** 52
- [9] Zhang Z, Tian Y, Cheng Y, Wei Q, Liu X, Christensen J 2018 *Phys. Rev. Appl.* **9** 34032
- [10] Zhang Z, Tian Y, Wang Y, Gao S, Cheng Y, Liu X, Christensen J 2018 *Adv. Mater.* **30** 1803229
- [11] Lu J, Qiu C, Ye L, Fan X, Ke M, Zhang F, Liu Z 2017 *Nat. Phys.* **13** 369
- [12] Wen X, Qiu C, Lu J, He H, Ke M, Liu Z 2018 *J. Appl. Phys.* **123** 91703
- [13] Mei J, Chen Z, Wu Y 2016 *Nat. Phys.* **6** 32752
- [14] Jia D, Sun H, Xia J, Yuan S, Liu X, Zhang C 2018 *New J. Phys.* **20** 93027
- [15] He C, Ni X, Ge H, Sun X, Chen Y, Lu M, Liu X, Chen Y 2016 *Nat. Phys.* **12** 1124
- [16] Pei D, Yang T, Chen M, Liu Y, Xu W, Zhang M, Jiang H, Wang Y 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 024302 (in Chinese) [裴东亮, 杨洮, 陈猛, 刘宇, 徐文帅, 张满弓, 姜恒, 王育人 2020 物理学报 **69** 024302]
- [17] Mousavi S H, Khanikaev A B, Wang Z 2015 *Nat. Commun.* **6** 8682
- [18] Li J, Wang J, Wu S, Mei J 2017 *AIP Adv.* **7** 125030
- [19] Huo S, Chen J, Huang H 2018 *J. Phys.: Condens. Matter* **30** 145403
- [20] Zhang Q, Chen Y, Zhang K, Hu G 2020 *Phys. Rev. B* **101** 14101
- [21] Yu S, He C, Wang Z, Liu F, Sun X, Li Z, Lu H, Lu M, Liu X, Chen Y 2018 *Nat. Commun.* **9** 3072
- [22] Yan M, Lu J Y, Li F, Deng W Y, Huang X Q 2018 *Nat. Mater.* **17** 993
- [23] Huo S, Chen J, Feng L, Huang H 2019 *J. Acoust. Soc. Am.*

146 729

- [24] Wang J, Mei J 2018 *Appl. Phys. Express* **11** 57302
- [25] Yin J, Ruzzene M, Wen J, Yu D, Yue L 2018 *Sci. Rep.* **8** 6806
- [26] Wang P, Lu L, Bertoldi K 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 104302
- [27] Khanikaev A B, Fleury R, Mousavi S H, Alù A 2015 *Nat. Commun.* **6** 8260
- [28] Souslov A, van Zuijden B C, Bartolo D, Vitelli V 2017 *Nat. Phys.* **13** 1091
- [29] Zhang Z, Tian Y, Cheng Y, Liu X, Christensen J 2017 *Phys. Rev. B* **96** 241306
- [30] Miniaci M, Gliozzi A S, Morvan B, Krushynska A, Pugno N M 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 214301
- [31] Graff K F 1991 *Wave Motion in Elastic Solids* (New York: Dover publications) pp431–463
- [32] Ganti S S, Liu T, Semperlotti F 2020 *J. Sound Vib.* **466** 115060
- [33] Ma G, Xiao M, Chan C T 2019 *Nat. Rev. Phys.* **1** 281
- [34] He C, Lu M H, Chen Y F 2017 *Physics* **46** 12 (in Chinese) [何程, 卢明辉, 陈延峰 2017 物理 **46** 12]
- [35] Chaunsali R, Chen C, Yang J 2018 *Phys. Rev. B* **97** 54307
- [36] Nanthakumar S S, Zhuang X, Park H S, Nguyen C, Chen Y, Rabczuk T 2019 *J. Mech. Phys. Solids* **125** 550
- [37] Zhang Z, Wei Q, Cheng Y, Zhang T, Wu D, Liu X 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 84303
- [38] Deng Y, Ge H, Tian Y, Lu M, Jing Y 2017 *Phys. Rev. B* **96** 184305
- [39] Xia B, Liu T, Huang G, Dai H, Jiao J, Zang X, Yu D, Zheng S, Liu J 2017 *Phys. Rev. B* **96** 94106
- [40] Vila J, Pal R K, Ruzzene M 2017 *Phys. Rev. B* **96** 134307
- [41] Chen Z G, Ni X, Wu Y, He C, Sun X C, Zheng L Y, Lu M H, Chen Y F 2014 *Sci. Rep.* **4** 4613
- [42] Li Y, Wu Y, Mei J 2014 *Appl. Phys. Lett.* **105** 14107

Topologically protected edge states of elastic waves in phononic crystal plates^{*}

Zheng Zhou-Fu Yin Jian-Fei[†] Wen Ji-Hong[‡] Yu Dian-Long

(*Laboratory of Science and Technology on Integrated Logistics Support, College of Intelligence Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*)

(Received 13 April 2020; revised manuscript received 5 May 2020)

Abstract

The topologically protected edge states of elastic waves in phononic crystal plates have the outstanding characteristics in wave manipulation such as the strong suppression of back-scattering and defect immunity, which can be used for controlling vibration and noise, detecting the structural damage, conducting the material nondestructive test and other engineering practices, and therefore have received much attention. But for plate structures, the propagation of elastic waves is complicated due to the coexistence and coupling of different types of wave modes, resulting in a challenge in designing topologically protected states.

In this paper, a simple phononic crystal plate with triangular holes is designed for elastic wave manipulation based on topologically protected edge states. The band structure characteristics of the unit cell are studied by varying the rotation angle θ of the triangular holes around their geometric centers from the initial positions. It is found that the band structure of the initial unit cell with rotation angle $\theta = 0^\circ$ has two pairs of degenerate modes. At $\theta = \pm 33^\circ$, a double Dirac cone appears at the center Γ point of the Brillouin zone without requiring the lattices to fold, and a band inversion occurs on both sides of $\pm 33^\circ$ which can be characterized as a topological phase transition.

The elastic band gap and two kinds of pseudospin states with clockwise or counterclockwise circulating mechanical energy flux patterns in the band structure are found by calculating the projected band structures of a supercell which is composed of phononic crystals with different topological phases. Based on this finding, different constructions of phononic waveguide are used for implementing the numerical analysis to demonstrate the back-scattering immunity of the edge states when disorder, tortuosity and cavity are introduced into the waveguide. Unidirectional robust propagation and multichannel waveguide switch due to the pseudospin-dependent one-way edge modes are also validated with numerical models. The phononic crystal plate presented in this paper provides a simple realizable method of designing the topologically protected elastic edge states.

Keywords: topological phase transition, elastic wave-guide, elastic topological edge states, phononic crystals

PACS: 62.30.+d, 03.65.Vf

DOI: [10.7498/aps.69.20200542](https://doi.org/10.7498/aps.69.20200542)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11991032, 11991034).

[†] Corresponding author. E-mail: nmlsyjf@nudt.edu.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: wenjihong@vip.sina.com