

环形势阱中自旋-轨道耦合旋转玻色-爱因斯坦凝聚体的基态*

李吉¹⁾ 刘斌²⁾ 白晶¹⁾ 王寰宇³⁾ 何天琛^{1)†}

1) (太原师范学院物理系, 晋中 030619)

2) (山西能源学院基础部, 晋中 030600)

3) (中国科学院物理研究所, 北京凝聚态物理国家研究中心, 北京 100190)

(2020年3月12日收到; 2020年4月21日收到修改稿)

研究了在环形势阱中自旋-轨道耦合旋转玻色-爱因斯坦凝聚体的基态结构. 探索了自旋-轨道耦合作用和旋转效应对基态的影响. 结果发现, 在环形势阱下, 基态结构呈现环形分布的 half-skyrmion 链. 调节自旋-轨道耦合强度, 不仅可以改变体系内 half-skyrmion 数量, 而且能够调控 half-skyrmion 环形排列的对称性. 随着旋转频率增大, 体系从平面波相转化为环形对称排列的 half-skyrmion 链相, 最后过渡到三角格子的 half-skyrmion 相. 讨论了自旋相互作用和势阱形状对基态的影响. 自旋-轨道耦合强度和旋转频率作为体系的调控参数, 可用于控制不同基态相间的转化.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚体, 环形势阱, 自旋-轨道耦合, 旋转

PACS: 03.75.Lm, 03.75.Hh, 05.30.Jp

DOI: 10.7498/aps.69.20200372

1 引言

光势阱中的碱金属原子气体由于受到光偶极力作用, 原子能够被束缚在所有的超精细能态上, 这将形成具有自旋自由度的原子气体及旋量玻色-爱因斯坦凝聚体 (BEC)^[1,2]. 旋量 BEC 由于内部自旋自由度的释放为人们提供了更多的机遇去研究各种有趣的拓扑激发^[3-21]. 在理论方面, Li 等^[5,6] 在旋量 BEC 系统中给出了精确孤波解和畴壁解, 并详细讨论了该系统中孤波和畴壁的性质. Zhao 等^[7] 在旋量 BEC 中发现了非均匀形式的自旋畴壁现象. Isoshima 等^[8] 在旋量 BEC 中探讨了量子自旋涡旋的性质. 一些研究者详细讨论了旋量 BEC 体系性质以及其中可能存在的拓扑激发类型^[9-11]. 考虑带有旋转的旋量 BEC, 人们发现该体系存在

无芯涡旋、轴对称涡旋以及非轴对称涡旋^[12,13]. Mizushima 等^[14] 在铁磁相互作用下的旋转 BEC 中发现了奇异性质的涡旋格子相. Schweikhard 等^[15] 在研究涡旋格子动力学过程中发现涡旋格子之间可以发生相干现象. Ji 等^[16] 在旋转 BEC 动力学过程中观察到半量子数涡旋的出现. 实验方面, Stenger 等^[17] 在旋量 BEC 中首次发现了自旋畴壁. Seo 等^[18,19] 观察到了半量子数涡旋并进一步研究了半量子数涡旋间的碰撞动力学. Mizushima 等^[20] 在旋转铁磁 BEC 中发现 Mermin-Ho 涡旋及对应自旋空间下的整数 skyrmion. 2016 年, Orlova 等^[21] 在具有拉比耦合的旋量 BEC 中得到了 skyrmion 类型的涡旋格子. 近年来, 在凝聚态领域中自旋-轨道耦合的研究受到了人们广泛关注. 这种耦合效应对于拓扑绝缘体和自旋霍尔效应的产生起到了关键作用. 固体材料由于本身材料参数的

* 山西省高等学校科技创新项目 (批准号: 2019L0813, 2019L0785, 2019L0808) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 471925407@qq.com

局限性, 导致固体体系中自旋-轨道耦合强度的调控性很微弱. 而超冷原子的量子多体系统在实验上是精确可调的, 因而该体系中自旋-轨道耦合强度的调控性很强, 许多研究者已经在超冷原子气体中给出了实现人造自旋-轨道耦合的实验结果和理论方案 [22–34]. 由于人造自旋-轨道耦合 BEC 可以实现原子内部自旋和原子质心运动的耦合, 因而为探索新奇量子态提供了更多可能性 [35–39]. Wang 等 [35] 发现在无外势 BEC 中自旋-轨道耦合能够诱导平面波相和条纹相. 如果考虑束缚外势, 体系将出现新的拓扑激发, 例如 half-skyrmion [36]、分数涡旋 [37]、skyrmion 格子 [38]. 此外考虑具有偶极相互作用的 BEC 体系, 自旋-轨道耦合可以导致量子准晶相的出现 [39]. 进一步考虑旋转与自旋-轨道耦合的双重效应, Liu 等 [40] 研究了该体系对应的基态相图, 发现旋转频率与自旋-轨道耦合强度的增强更有利于 half-skyrmion 的产生. Liu 等 [41] 也研究了旋转效应下自旋-轨道耦合 BEC 中的涡旋激发, 发现在强自旋-轨道耦合下, 各个超精细能态上的涡旋形成涡旋组, 同时绕凝聚体中心形成花瓣状涡旋斑图.

最近, 环形外势阱中 BEC 的研究正成为人们越来越关注的问题, 这将为探索超流和对称性破缺等现象提供一个全新的量子平台 [42–47]. Capuzzi 等 [42] 发现了环形势阱中 BEC 的涡旋阵列. Benakli 等 [43] 讨论了环形势阱中 BEC 的角动量态等性质. 一些研究者在环形势阱中的 BEC 体系发现了伴随超流的有趣现象, 例如量子涡旋动力学 [44]、环形分布的三角涡旋格子 [45]、以及 BEC 的持续流等现象 [46]. Abad 等 [47] 在环形势阱偶极 BEC 体系中观察到了对称破缺现象. 如果在环形势阱的前提下, 考虑自旋-轨道耦合效应, 环形势阱是否对该体系性质有影响? 2017 年, Zhang 等 [48] 研究了环形势阱中两分量自旋-轨道耦合 BEC 的基态性质, 发现基态呈现可调控的条纹相、交替排列的条纹相、以及反向平面波相. Wang 等 [49] 详细讨论了旋转环形势阱中两分量自旋-轨道耦合 BEC 的基态结构. 进一步, Wang 等 [50] 研究了旋转环形势阱中反铁磁自旋-轨道耦合 BEC 的基态相图. 然而, 在环形势阱下的铁磁 BEC 体系中, 自旋-轨道耦合和旋转效应共同作用是否会导致新奇量子态和自旋构型.

本文将研究环形势阱下自旋-轨道耦合作用和旋转频率对铁磁 BEC 基态的影响. 研究表明,

在环形势阱中, 自旋-轨道耦合可以诱导体系出现环形分布的 half-skyrmion 链. 调节自旋-轨道耦合强度, 不仅可以改变体系内 half-skyrmion 数量, 而且能够调控 half-skyrmion 环形排列的对称性. 进一步调节旋转频率, 结果显示随着旋转频率增大, 体系发生从平面波相向环形对称排列的 half-skyrmion 链相的转化, 最后转变为三角格子的 half-skyrmion 相. 此外, 还讨论了自旋相互作用和势阱高度、宽度参数对基态的影响. 最后给出了不同基态的自旋构型.

2 理论模型

考虑环形势阱中具有自旋-轨道耦合和旋转的铁磁 BEC 体系, 在平均场近似下, 哈密顿量可写为 [40,41,50]

$$H = \int d^2\mathbf{r} \left(\Psi^\dagger \left[\frac{-\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(r) + \nu_{\text{soc}} - \Omega' L_z \right] \Psi + \left\{ \frac{c_0}{2} n^2 + \frac{c_2}{2} [(n_1 - n_{-1})^2 + 2|\Psi_1^* \Psi_0 + \Psi_0^* \Psi_{-1}|^2] \right\} \right), \quad (1)$$

其中 $\Psi = [\Psi_1(\mathbf{r}), \Psi_0(\mathbf{r}), \Psi_{-1}(\mathbf{r})]^T$ 是 BEC 的序参量, 体系总粒子数为 $N = \int d^2\mathbf{r} \Psi^\dagger \Psi$, 总粒子数密度 $n = \sum_m n_m$, 其中 $n_m = |\Psi_m(r)|^2$ 且 $m = 0, \pm 1$. 哈密顿量第一项描述粒子的动能, \hbar 为普朗克常量, m 为选取 ^{87}Rb 原子质量. 二维环形外势 [44–47] 可以表示为 $V(r) = V_h \exp(-2r^2/w_0^2) + m\omega^2 r^2/2$, 其中 $r^2 = x^2 + y^2$, V_h 表示势阱高度参量, w_0 表示势阱宽度参量, ω 表示各向同性简谐外势频率. $\mathbf{F} = (\mathbf{F}_x, \mathbf{F}_y, \mathbf{F}_z)^T$ 为自旋为 1 的矩阵矢量, 其中 \mathbf{F}_x , \mathbf{F}_y 和 \mathbf{F}_z 是 3×3 的泡利矩阵. $\nu_{\text{soc}} = -i\hbar(\kappa_x F_x \partial_x + \kappa_y F_y \partial_y)$ 表示自旋-轨道耦合项, κ_x 和 κ_y 描述自旋-轨道耦合强度. $\kappa_x = \kappa_y = \kappa$ 表示各向同性自旋-轨道耦合, 对于各向异性自旋-轨道耦合情况为 $\kappa_x \neq \kappa_y$. 本文主要考虑各向同性自旋-轨道耦合. Ω' 为旋转频率, $L_z = -i\hbar(x\partial_y - y\partial_x)$ 是 z 方向的轨道角动量. 相互作用项的耦合参量 $c_0 = 4\pi\hbar^2(a_0 + 2a_2)/3m$ 和 $c_2 = 4\pi\hbar^2(a_2 - a_0)/3m$, 其中 a_0 和 a_2 为两体作用的散射长度. 自旋为 1 的 BEC 基态和动力学过程可以通过下述的无量纲化耦合非线性方程组描述:

$$i\frac{\partial\psi_1}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2}\nabla^2 + V + i\Omega(x\partial_y - y\partial_x) + \lambda_0\rho + \lambda_2(\rho_1 + \rho_0 - \rho_{-1}) \right] \psi_1 + \kappa(-i\partial_x - \partial_y)\psi_0 + \lambda_2\psi_{-1}^*\psi_0^2, \quad (2)$$

$$i\frac{\partial\psi_0}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2}\nabla^2 + V + i\Omega(x\partial_y - y\partial_x) + \lambda_0\rho + \lambda_2(\rho_1 + \rho_{-1}) \right] \psi_0 + \kappa(-i\partial_x + \partial_y)\psi_1 + \kappa(-i\partial_x - \partial_y)\psi_{-1} + 2\lambda_2\psi_1\psi_{-1}\psi_0^*, \quad (3)$$

$$i\frac{\partial\psi_{-1}}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2}\nabla^2 + V + i\Omega(x\partial_y - y\partial_x) + \lambda_0\rho + \lambda_2(\rho_0 + \rho_{-1} - \rho_1) \right] \psi_{-1} + \kappa(-i\partial_x + \partial_y)\psi_0 + \lambda_2\psi_1^*\psi_0^2, \quad (4)$$

其中, $\psi_j = N^{-1/2}a_h\Psi_j$ ($j = 0, \pm 1$) 描述凝聚体原子分布在各个超精细能态上的无量纲化宏观波函数, 波函数满足归一化条件 $\int d^2r\psi^\dagger\psi = 1$. 无量纲化二维环形外势可以表示为 $V = V_0 \exp(-2r^2/\sigma^2) + r^2/2$, 其中 $r^2 = x^2 + y^2$, V_0 表示无量纲化势阱高

度参量, σ 表示无量纲化势阱宽度参量. 旋转项中 Ω 代表无量纲旋转频率. $\rho = \rho_1 + \rho_0 + \rho_{-1}$ 表示总粒子数密度, $\rho_j = |\psi_j|^2$ ($j = 0, \pm 1$). 无量纲化相互作用强度分别为 $\lambda_0 = 4\pi N(a_0 + 2a_2)/(3a_h)$ 和 $\lambda_2 = 4\pi N(a_2 - a_0)/(3a_h)$, 其中 $a_2 = (100.4 \pm 0.1)a_B$ 和 $a_0 = (101.8 \pm 0.2)a_B$, a_B 是玻尔半径. 无量纲化自旋-轨道耦合强度为 κ . 谐振子势的特征长度为 $a_h = \sqrt{\hbar/m\omega}$. 在数值计算过程中, 长度、时间、能量、自旋-轨道耦合强度的单位分别为 $\sqrt{\hbar/m\omega}$, ω^{-1} , $\hbar\omega$, $\sqrt{\hbar\omega/m}$. 通过求解方程 (2)–(4), 利用虚时演化方法得到体系基态^[40,41,48–51], 其中空间离散采用傅里叶谱方法, 时间迭代采用向前向后欧拉迭代法. 数值离散网格为 480×480 , 对应实际计算体系为 $24 \times 24a_h^2$.

3 研究结果与讨论

首先固定环形外势的势阱高度、宽度参数以及旋转频率, 讨论自旋-轨道耦合效应对体系基态的影响. 图 1 显示不同自旋-轨道耦合强度下基态粒子数密度和相位分布. 第 1, 2, 3 列表示自旋

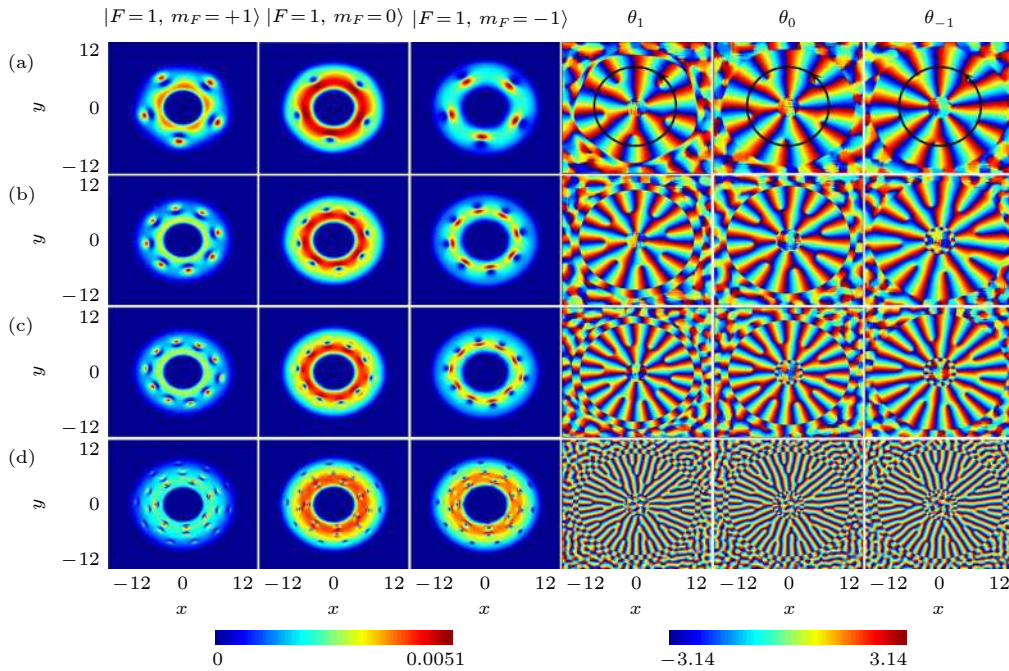


图 1 环形势阱中不同自旋-轨道耦合强度下铁磁⁸⁷Rb BEC 基态粒子数密度分布 (第 1, 2, 3 列) 和相位分布 (第 4, 5, 6 列). 改变自旋-轨道耦合强度, 可以调控体系中 half-skyrmion 数量以及环形排列的对称性 (a) $\kappa = 0.4$; (b) $\kappa = 0.8$; (c) $\kappa = 1.2$; (d) $\kappa = 3$. 该图其余模拟参数选为 $\lambda_0 = 3200$, $\lambda_2 = -32$, $\Omega = 0.2$, $V_0 = 300$, $\sigma = 2$ 和 $\omega = 2\pi \times 250$ Hz

Fig. 1. Ground state of the rotating ferromagnetic BEC of ⁸⁷Rb for the different spin-orbit coupling strengths under the toroidal trap. The first, second and third columns show the particle number densities. The fourth, fifth and sixth columns show phase distributions. Changing the strength of spin-orbit coupling can control the number of half-skyrmion in the system and the symmetry of half-skyrmion with circular distribution. The parameters are set as follows: (a) $\kappa = 0.4$; (b) $\kappa = 0.8$; (c) $\kappa = 1.2$; (d) $\kappa = 3$. And the rest of parameters are $\lambda_0 = 3200$, $\lambda_2 = -32$, $\Omega = 0.2$, $V_0 = 300$, $\sigma = 2$ and $\omega = 2\pi \times 250$ Hz.

$m_F = 1$, $m_F = 0$ 和 $m_F = -1$ 分量的粒子数密度分布, 第 4, 5, 6 列分别对应不同自旋组分的相位分布. 从相位图中可以看到相位值大小的变化, 从蓝色逐渐变化到红色, 描述相位值从 $-\pi$ 到 π 的增大. 当考虑弱自旋-轨道耦合 $\kappa = 0.4$, 对于铁磁 BEC 系统, 自旋-轨道耦合与自旋交换相互作用之间的双重效应导致体系呈现平面波相, 平面波相对应的相位变化趋势如图 1(a) 相位图中逆时针方向. 此外由于有旋转势的存在, 凝聚体各个自旋组分在平面波的背景上都会出现涡旋, 如图 1(a) 前三列所示. $m_F = 1$ 和 $m_F = -1$ 分量表现为非轴对称涡旋, $m_F = 0$ 分量表现为轴对称涡旋. 如果将每个分量相同位置处的一个涡旋看作一个元胞组合, 这个元胞组合在自旋纹理中实际上都对应一个 half-skyrmion, 因此我们也称此时的基态为环形排列的对称 half-skyrmion, 下文将详细讨论. 进一步增大自旋-轨道耦合强度 $\kappa = 0.8$, 如图 1(b) 所示, 体系中 half-skyrmion 数量增多并呈现八角对称排列, 这一结果不同于在简谐外势中的情况. 之前的研究证实简谐外势中增加自旋-轨道耦合强度, 体系内的 half-skyrmion 分布对称性几乎没有变化^[40]. 我

们的结果证实在环形势阱中调节自旋-轨道耦合强度能够改变体系中 half-skyrmion 对称性. 继续将自旋-轨道耦合增强到 $\kappa = 1.2$, 发现凝聚体中 half-skyrmion 数量进一步变多, 此时呈现十角对称排列分布, 如图 1(c) 所示. 最后在强自旋-轨道耦合 $\kappa = 3$ 作用下, 凝聚体中 half-skyrmion 数量依然保持增多, 而此时 half-skyrmion 呈现径向多层的对称排列, 如图 1(d) 所示. 在环形势阱中, 通过改变自旋-轨道耦合强度, 可以调控体系中 half-skyrmion 数量以及对称性, 实现了体系中 half-skyrmion 分布模式从环形单层式对称排列到环形多层式规则排列的转变. 这一结果从物理角度不难理解, 一方面随着原子自旋和原子质心运动的耦合增强, 体系内自旋结构将发生频繁翻转, 导致体系内 half-skyrmion 数量逐渐增多; 另一方面, 自旋-轨道耦合和环形势阱的共同作用会改变体系内 half-skyrmion 分布的对称性.

进一步, 固定自旋-轨道耦合强度大小, 研究不同旋转频率对系统基态性质的影响. 当旋转频率很小时, 体系没有出现任何拓扑缺陷, 基态呈现平面波相^[35], 如图 2(a) 所示. 尽管系统此时考虑了旋转

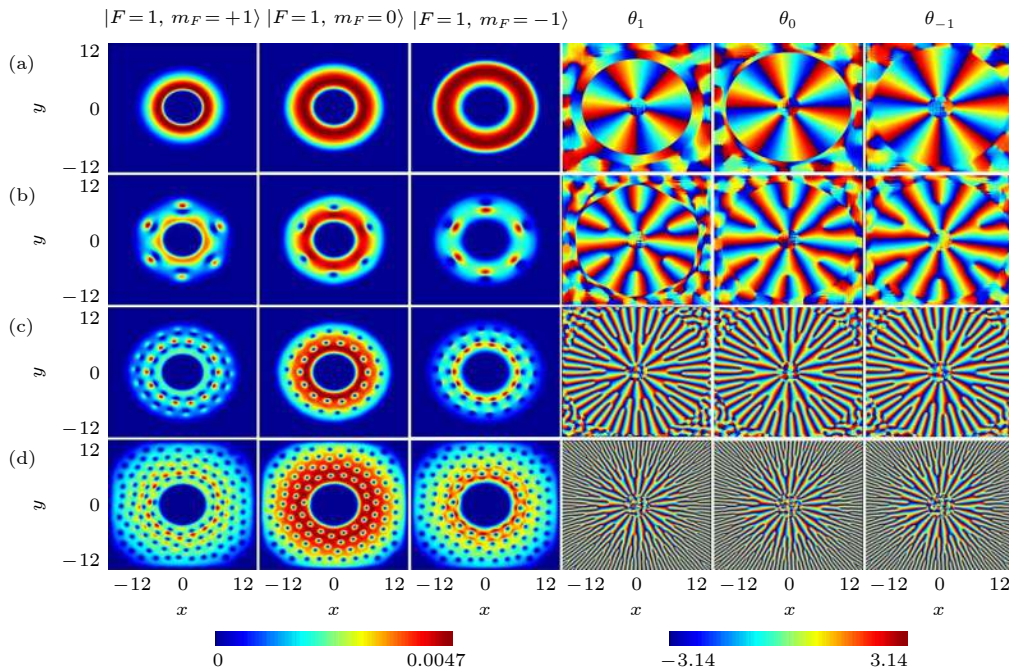


图 2 不同旋转频率对基态的影响. 随着旋转频率增大, 体系从平面波相转化为环形对称排列的 half-skyrmion 链相. 第 1, 2, 3 列描述粒子数密度分布; 第 4, 5, 6 列表示对应的相位分布 (a) $\Omega = 0.1$; (b) $\Omega = 0.2$; (c) $\Omega = 0.6$; (d) $\Omega = 0.9$. 该图其余模拟参数选为 $\lambda_0 = 3200$, $\lambda_2 = -32$, $V_0 = 300$, $\sigma = 2$, $\kappa = 0.4$ 和 $\omega = 2\pi \times 250$ Hz

Fig. 2. Effects of the different rotation frequency on ground state. With the increase of rotation frequency, the system transforms from plane wave phase to half-skyrmion chain phase with circular symmetry arrangement. The first, second and third columns are the particle number densities. The fourth, the fifth and the sixth columns are the corresponding phase distributions. The parameters are set as follows: (a) $\Omega = 0.1$; (b) $\Omega = 0.2$; (c) $\Omega = 0.6$; (d) $\Omega = 0.9$. And the other parameters are $\lambda_0 = 3200$, $\lambda_2 = -32$, $V_0 = 300$, $\sigma = 2$, $\kappa = 0.4$ and $\omega = 2\pi \times 250$ Hz.

效应, 但旋转频率小于能够产生拓扑缺陷的临界值, 此外旋转势的作用也小于自旋-轨道耦合对体系的作用, 所以仅有平面波相出现. 继续增大旋转频率, 基态结构呈现六角对称排列的 half-skyrmion, 如图 2(b) 所示. 较大的旋转频率会导致 half-skyrmion 数目增多, 此外这些拓扑缺陷呈现双层径向排布, 外层的缺陷数目多于内层, 如图 2(c) 所示. 当旋转频率很大时, 如图 2(d) 所示, 越来越多的 half-skyrmion 出现在体系中, 同时它们形成三角格子排列方式, 这是因为拓扑缺陷以三角格子排布时对应体系能量最低态, 体系最稳定.

紧接着固定自旋-轨道耦合强度和旋转频率, 研究不同自旋非相关和自旋相关相互作用对基态的影响. 图 3(a1) 和图 3(a2) 分别显示了不同自旋非相关相互作用下基态粒子数密度和相位的分布, 当相互作用强度较小时, 发现 half-skyrmion 沿着环形凝聚体以单层排列, 如图 3(a1) 所示. 当相互作用增强, 凝聚体表面分布面积增大, 由于在旋转条件下, 凝聚体中出现的拓扑缺陷数目与凝聚体分

布面积成线性关系, 另一方面相互作用增强也可以改变体系内的磁序分布, 因此将导致凝聚体中拓扑缺陷的增多. 从图 3(a2) 可以看出, 围绕环形凝聚体分布的 half-skyrmion 数目增多, 并且以环形双层排列. 图 3(b1) 和图 3(b2) 分别显示不同自旋相关相互作用下基态粒子数密度和相位分布. 对比发现, 调节不同大小的自旋相关相互作用对 half-skyrmion 的数目和分布模式影响微弱, 仅仅使 half-skyrmion 的环形空间排布变得更规则.

接下来分析不同势阱宽度和势阱高度对基态的影响. 当势阱宽度很小时, 系统内凝聚体靠近体系中心区域分布, 其中的 half-skyrmion 沿着中心径向排列, 如图 4(a1) 所示. 对于势阱宽度较大的情况, 如图 4(a2) 所示. 对应环形凝聚体中 half-skyrmion 形成环形单层排布模式, 但它们的数目并没有发生明显变化, 这是因为调节势阱宽度仅仅改变凝聚体形状, 而其中的拓扑缺陷只发生空间排布上的改变. 图 4(b1) 和图 4(b2) 分别描述不同势阱高度下基态粒子数密度和相位分布. 对比发现势

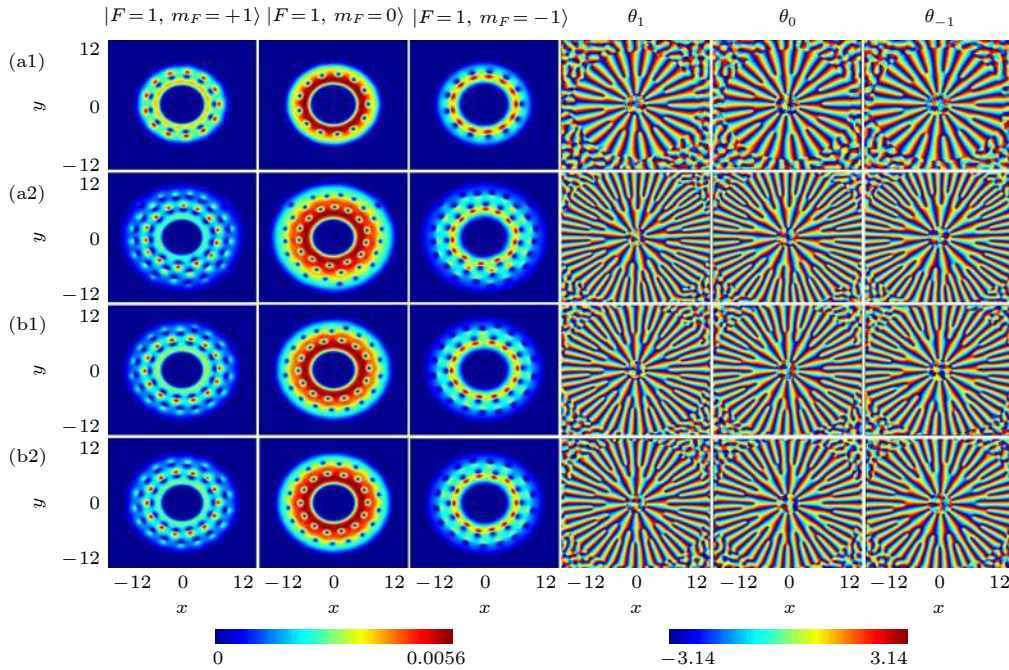


图 3 不同自旋非相关作用和自旋相关作用对基态的影响. 随着自旋非相关作用强度增加, half-skyrmion 分布从环形单层排列转化为环形双层排列. 不同自旋相关相互作用对 half-skyrmion 的数目影响微弱, 仅仅使 half-skyrmion 环形排列变得更规则. (a1) $\lambda_0 = 1200$, $\lambda_2 = -32$; (a2) $\lambda_0 = 4600$, $\lambda_2 = -32$; (b1) $\lambda_0 = 3200$, $\lambda_2 = -12$; (b2) $\lambda_0 = 3200$, $\lambda_2 = -96$. 该图其余模拟参数选为 $\Omega = 0.6$, $V_0 = 300$, $\sigma = 2$, $\kappa = 0.4$ 和 $\omega = 2\pi \times 250$ Hz

Fig. 3. Effects of the different spin-independent and spin-dependent interactions on ground state. Increasing the strength of spin-independent interaction can induce the transition of half-skyrmion distribution from a circular monolayer arrangement to a circular bilayer arrangement. The influence of different spin-dependent interaction on the number of half-skyrmion is weak, which only makes the ring arrangement of half-skyrmion more regular. The parameters are set as follows: (a1) $\lambda_0 = 1200$, $\lambda_2 = -32$; (a2) $\lambda_0 = 4600$, $\lambda_2 = -32$; (b1) $\lambda_0 = 3200$, $\lambda_2 = -12$; (b2) $\lambda_0 = 3200$, $\lambda_2 = -96$. And the other parameters are $\Omega = 0.6$, $V_0 = 300$, $\sigma = 2$, $\kappa = 0.4$ and $\omega = 2\pi \times 250$ Hz.

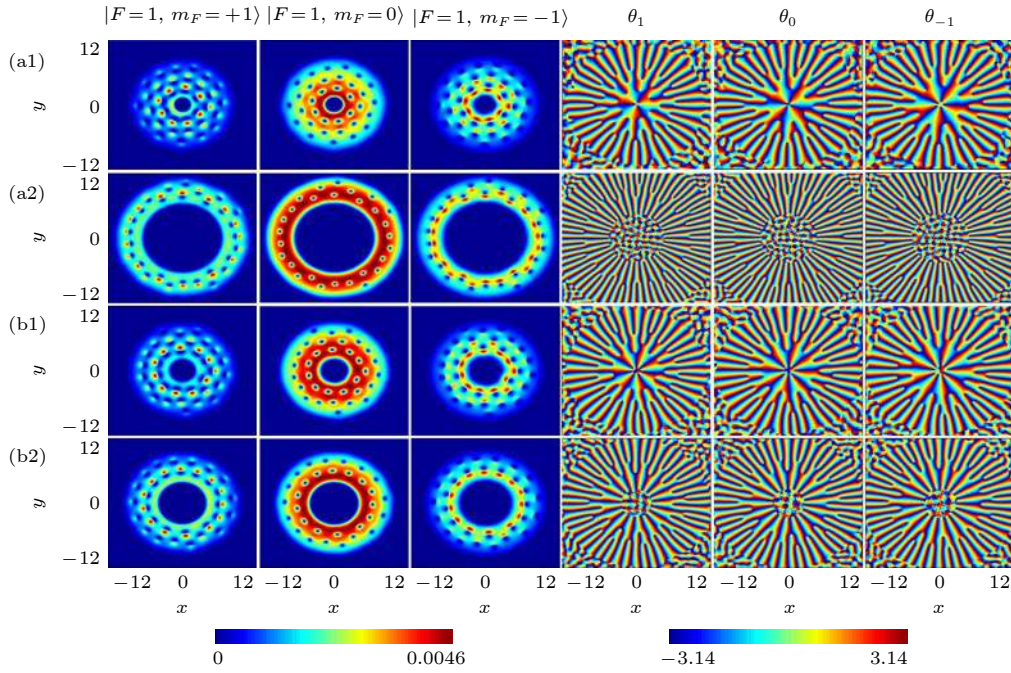


图 4 不同势阱宽度和势阱高度对基态的影响. 改变势阱宽度和高度, 可以调控 half-skyrmion 链的环形分布. 基态粒子数密度分布如 1, 2, 3 列所示; 对应相位分布如 4, 5, 6 列所示 (a1) $V_0 = 300$, $\sigma = 0.8$; (a2) $V_0 = 300$, $\sigma = 4$; (b1) $V_0 = 60$, $\sigma = 2$; (b2) $V_0 = 600$, $\sigma = 2$. 该图其余模拟参数选为 $\lambda_0 = 3200$, $\lambda_2 = -32$, $\Omega = 0.6$, $\kappa = 0.4$ 和 $\omega = 2\pi \times 250$ Hz

Fig. 4. Effects of the width and the central height of the toroidal potential on ground state. The ring distribution of half-skyrmion chain can be controlled by changing the width and height of potential well. The particle number densities of ground state are shown in the first, second and third columns. The corresponding phase distributions are shown in the fourth, fifth and sixth columns. The parameters are set as follows: (a1) $V_0 = 300$, $\sigma = 0.8$; (a2) $V_0 = 300$, $\sigma = 4$; (b1) $V_0 = 60$, $\sigma = 2$; (b2) $V_0 = 600$, $\sigma = 2$. And the other parameters are $\lambda_0 = 3200$, $\lambda_2 = -32$, $\Omega = 0.6$, $\kappa = 0.4$ and $\omega = 2\pi \times 250$ Hz.

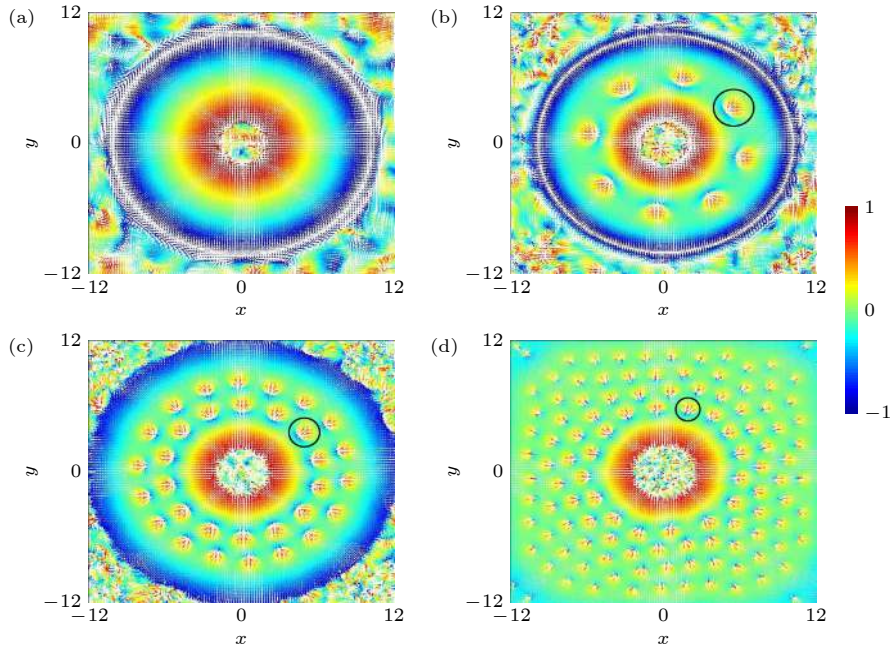


图 5 不同基态的自旋结构 (a) 对应图 2(a) 的自旋构型; (b) 对应图 1(b) 的自旋构型; (c) 对应图 2(c) 的自旋构型; (d) 对应图 2(d) 的自旋构型. 图中圆圈区域表示一个 half-skyrmion 结构. 自旋密度平均值变化范围从 -1 (蓝色) 到 1 (红色)

Fig. 5. The spin texture of the ground state: (a) Spin texture corresponding to the Fig. 2(a); (b) spin texture corresponding to the Fig. 1(b); (c) spin texture corresponding to the Fig. 2(c); (d) spin texture corresponding to the Fig. 2(d). The circle region in the graph represents a half-skyrmion structure. Values of the spin density are from -1 (blue) to 1 (red).

阱高度的变化几乎不会导致 half-skyrmion 数目的改变。

最后我们讨论不同基态的自旋结构, 定义自旋平均值为^[51]

$$\begin{aligned} F_x &= [\psi_1^* \psi_0 + \psi_0^* (\psi_1 + \psi_{-1}) + \psi_{-1}^* \psi_0] / \sqrt{2}, \\ F_y &= i[-\psi_1^* \psi_0 + \psi_0^* (\psi_1 - \psi_{-1}) + \psi_{-1}^* \psi_0] / \sqrt{2}, \\ F_z &= |\psi_1|^2 - |\psi_{-1}|^2. \end{aligned} \quad (5)$$

计算拓扑荷公式 $Q = \frac{1}{4\pi} \iint \mathbf{s} \left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial y} \right) dx dy$.

拓扑荷密度表示为 $\rho = \frac{\mathbf{s}}{4\pi} \cdot \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial y}$. 图 5(a) 表示对应于图 2(a) 的自旋构型, 此时旋转频率很小, 环形凝聚体中没有出现拓扑缺陷对应的自旋构型. 图 5(b) 是对应于图 1(b) 的自旋构型, 通过计算体系中每个拓扑缺陷对应的拓扑荷为 0.5, 这样的自旋结构被称为 half-skyrmion, 从图 5(b) 中可以看出, 环形凝聚体中有 8 个对称排列的 half-skyrmion. 图 5(c) 是对应于图 2(c) 的自旋构型, 由于旋转频率的增加, 环形体系中出现的 half-skyrmion 数目增多, 并且呈现环形双层排列. 图 5(d) 是对应于图 2(d) 的自旋构型, 对于特别大的旋转频率, 体系内 half-skyrmion 形成三角格子分布, 此时对应的格子态的能量更低更稳定.

4 结 论

本文研究了环形势阱中具有自旋-轨道耦合和旋转的铁磁 BEC 基态结构. 结果表明: 不同于简谐势阱情况, 环形势阱下, 凝聚体基态结构表现为环形分布的 half-skyrmion 链. 调节自旋-轨道耦合强度, 不仅可以改变体系内 half-skyrmion 数量, 而且能够调控 half-skyrmion 环形排列的对称性. 调节旋转频率可以实现基态相之间的转化, 体系从平面波相转化为环形对称排列的 half-skyrmion 链相, 最后转变为三角格子的 half-skyrmion 相. 同时讨论了自旋相互作用和势阱形状对基态性质的影响. 未来的工作可以考虑环形外势阱中其他形式的自旋-轨道耦合体系, 例如各向异性自旋-轨道耦合 BEC 和高维形式的自旋-轨道耦合 BEC 等^[52-54], 此时基态结构对应的相图将更加丰富. 也可以考虑环形势阱中具有梯度磁场和自旋-轨道耦合的 BEC 系统^[55,56], 由于磁场梯度强度和自旋-轨道耦合强度之间相互竞争, 将对凝聚体的基态性质、动

力学稳定性产生显著影响. 此外, 在环形势阱中, 可以研究费米凝聚体中的超流和超固现象^[57,58]. 环形势阱中的 BEC 作为一种重要的量子平台, 不仅开辟了研究新奇量子相的新方向, 而且对于丰富基态相图发挥了关键作用.

参考文献

- [1] Ho T L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 742
- [2] Görlitz A, Gustavson T L, Leanhardt A E, Löw R, Chikkatur A P, Gupta S, Inouye S, Pritchard D E, Ketterle W 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 090401
- [3] Bloch I, Dalibard J, Zwerger W 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 885
- [4] Stamper-Kurn D M, Ueda M 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 1191
- [5] Li L, Li Z D, Malomed B A, Mihalache D, Liu W M 2005 *Phys. Rev. A* **72** 033611
- [6] Li Z D, Li Q Y, He P B, Liang J Q, Liu W M, Fu G S 2010 *Phys. Rev. A* **81** 015602
- [7] Zhao D, Song S W, Wen L, Li Z D, Luo H G, Liu W M 2015 *Phys. Rev. A* **91** 013619
- [8] Isoshima T, Machida K, Ohmi T 2001 *J. Phys. Soc. Jpn.* **70** 1604
- [9] Klausen N N, Bohn J L, Greene C H 2001 *Phys. Rev. A* **64** 053602
- [10] Tuchiya S J, Kurihara S 2001 *J. Phys. Soc. Jpn.* **70** 1182
- [11] Kasamatsu K, Tsubota M, Ueda M 2005 *Int. J. Mod. Phys. B* **19** 1835
- [12] Martikainen J P, Collin A, Suominen K A 2002 *Phys. Rev. A* **66** 053604
- [13] Mizushima T, Machida K, Kita T 2002 *Phys. Rev. A* **66** 053610
- [14] Mizushima T, Kobayashi N, Machida K 2004 *Phys. Rev. A* **70** 043613
- [15] Schweikhard V, Coddington I, Engels P, Tung S, Cornell E A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 210403
- [16] Ji A C, Liu W M, Song J L, Zhou F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 010402
- [17] Stenger J, Inouye S, Stamper-Kurn D M, Miesner H J, Chikkatur A P, Ketterle W 1998 *Nature* **396** 345
- [18] Seo S W, Kang S J, Kwon W J, Shin Y 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 015301
- [19] Seo S W, Kwon W J, Kang S J, Y. Shin Y 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 185301
- [20] Mizushima T, Machida K, Kita T 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 030401
- [21] Orlova N V, Kuopanportti P, Milošević M V 2016 *Phys. Rev. A* **94** 023617
- [22] Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B 2011 *Nature* **471** 83
- [23] Ji S C, Zhang J Y, Zhang L, Du Z D, Zheng W, Deng Y J, Zhai H, Chen S, Pan J W 2014 *Nat. Phys.* **10** 314
- [24] Wu Z, Zhang L, Sun W, Xu X T, Wang B Z, Ji S C, Deng Y J, Chen S, Liu X J, Pan J W 2016 *Science* **354** 83
- [25] Huang L H, Meng Z M, Wang P J, Peng P, Zhang S L, Chen L C, Li D H, Zhou Q, Zhang J 2016 *Nat. Phys.* **12** 540
- [26] Wang P J, Yu Z Q, Fu Z K, Miao J, Huang L H, Chai S J, Zhai H, Zhang J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 095301
- [27] Campbell D L, Juzeliūnas G, Spielman I B 2011 *Phys. Rev. A* **84** 025602
- [28] Zhang J Y, Ji S C, Chen Z, Zhang L, Du Z D, Yan B, Pan J S, Zhao B, Deng Y J, Zhai H, Chen S, Pan J W 2012 *Phys.*

- Rev. Lett.* **109** 115301
- [29] Liu X J, Borunda M F, Liu X, Sinova J 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 046402
- [30] Anderson B M, Spielman I B, Juzeliūnas G 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 125301
- [31] Anderson B M, Juzeliūnas G, Galitski V M, Spielman I B 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 235301
- [32] Cheuk L W, Sommer A T, Hadzibabic Z, Yefsah T, Bakr W S, Zwierlein M W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 095302
- [33] Ruseckas J, Juzeliūnas G, Öhberg P, Fleischhauer M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 010404
- [34] Lan Z H, Öhberg P 2014 *Phys. Rev. A* **89** 023630
- [35] Wang C J, Gao C, Jian C M, Zhai H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 160403
- [36] Su S W, Liu I K, Tsai Y C, Liu W M, Gou S C 2012 *Phys. Rev. A* **86** 023601
- [37] Sinha S, Nath R, Santos L 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 270401
- [38] Hu H, Ramachandran B, Pu H, Liu X J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 010402
- [39] Gopalakrishnan S, Martin I, Demler E A 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 185304
- [40] Liu C F, Liu W M 2012 *Phys. Rev. A* **86** 033602
- [41] Liu C F, Wan W J, Zhang G Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 200306 (in Chinese) [刘超飞, 万文娟, 张赣源 2013 物理学报 **62** 200306]
- [42] Capuzzi P, Jezek D M 2009 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **42** 145301
- [43] Benakli M, Raghavan S, Smerzi A, Fantoni S, Shenoy S R 1999 *Europhys. Lett.* **46** 275
- [44] Mason P, Berloff N G 2009 *Phys. Rev. A* **79** 043620
- [45] Aftalion A, Mason P 2010 *Phys. Rev. A* **81** 023607
- [46] Ryu C, Andersen M F, Cladé P, Natarajan V, Helmerson K, Phillips W D 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 260401
- [47] Abad M, Guilleumas M, Mayol R, Pi M 2010 *Phys. Rev. A* **81** 043619
- [48] Zhang X F, Kato M, Han W, Zhang S G, Saito H 2017 *Phys. Rev. A* **95** 033620
- [49] Wang H, Wen L H, Yang H, Shi C X, Li J H 2017 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **50** 155301
- [50] Wang J G, Xu L L, Yang S J 2017 *Phys. Rev. A* **96** 033629
- [51] Li J, Yu Y M, Zhuang L, Liu W M 2017 *Phys. Rev. A* **95** 043633
- [52] Liu C F, Yu Y M, Gou S C, Liu W M 2013 *Phys. Rev. A* **87** 063630
- [53] Han W, Zhang X F, Song S W, Saito H, Zhang W, Liu W M, Zhang S G 2016 *Phys. Rev. A* **94** 033629
- [54] Li J, Zhang X F, Liu W M 2018 *Ann. Phys.-New York* **396** 87
- [55] Liu J S, Li J, Liu W M 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 130305 (in Chinese) [刘静思, 李吉, 刘伍明 2017 物理学报 **66** 130305]
- [56] Li J, Liu W M 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 110302 (in Chinese) [李吉, 刘伍明 2018 物理学报 **67** 110302]
- [57] Urban M 2005 *Phys. Rev. A* **71** 033611
- [58] Wang H Y, Zheng Z, Zhuang L, Tai Y H, Shi J S, Liu W M 2020 *J. Phys.: Condens. Matter* **32** 235701

Ground state of spin-orbit coupled rotating ferromagnetic Bose-Einstein condensate in toroidal trap^{*}

Li Ji¹⁾ Liu Bin²⁾ Bai Jing¹⁾ Wang Huan-Yu³⁾ He Tian-Chen^{1)†}

1) (*Department of Physics, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China*)

2) (*Basic Courses, Shanxi Institute of Energy, Jinzhong 030600, China*)

3) (*Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

(Received 12 March 2020; revised manuscript received 21 April 2020)

Abstract

Realization of spinor Bose-Einstein condensate in an optical trap has made it possible to create a variety of topological nontrivial structures, due to the vector character of the order parameter. Recently, artificial spin-orbit coupling in the spinor Bose-Einstein condensate, owing to coupling between the spin and the center-of-mass motion of the atom, provides an unprecedented opportunity to search for novel quantum states. As is well known, the potential well in the Bose-Einstein condensate is adjustable. The toroidal trap is an important model potential because of its simplicity and richness in physics. In particular, the spinor Bose-Einstein condensate under the toroidal trap has brought an ideal platform for studying fascinating properties of a superfluid, such as persistent flow and symmetry-breaking localization. For the case of the spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate, the previous studies of the toroidal trap mainly focused on the two-component or antiferromagnetic case. However, in the presence of a toroidal trap, there remains an open question whether the combined effects of the spin-orbit coupling and rotation can produce previously unknown types of topological excitations in the ferromagnetic Bose-Einstein condensate. In this work, by using quasi two-dimensional Gross-Pitaevskii equations, we study the ground state structure of spin-orbit coupled rotating ferromagnetic Bose-Einstein condensate in the toroidal trap. We concentrate on the effects of the spin-orbit coupling and the rotation on the ground states. The numerical results show that in the presence of a toroidal trap, the ground state structure is displayed as half-skyrmion chain with circular distribution. Adjusting the strength of spin-orbit coupling not only changes the number of half-skyrmion in the system, but also controls the symmetry of half-skyrmion with circular distribution. As the rotation frequency increases, the system undergoes the transitions from the plane wave to the half-skyrmion chain with circular distribution, and eventually developing the half-skyrmion phase of triangular lattice. Next, we examine the effect of spin-independent interaction on spin-orbit coupled rotating spinor Bose-Einstein condensate. As the spin-independent interaction increases, the topological defects in the condensate increase due to the variation of the local magnetic order. We also discuss the influence of well shape on the ground state structure. These topological structures can be detected via the time-of-flight absorption imaging technique. The spin-orbit coupled spinor Bose-Einstein condensate in the toroidal trap is an important quantum platform, which not only opens up a new avenue for exploring the exotic topological structures, but also is crucial for realizing the transitions among different ground states. This work paves the way for future exploring the topological defects and the corresponding dynamical stability in quantum system subjected to the toroidal trap.

Keywords: Bose-Einstein condensate, toroidal trap, spin-orbit coupling, rotation

PACS: 03.75.Lm, 03.75.Hh, 05.30.Jp

DOI: 10.7498/aps.69.20200372

^{*} Project supported by the Scientific and Technology Innovation Program of Shanxi Province Colleges and Universities, China (Grant Nos. 2019L0813, 2019L0785, 2019L0808).

[†] Corresponding author. E-mail: 471925407@qq.com