

大气湍流信道中聚焦涡旋光束 轨道角动量串扰特性*

闫玠霖 韦宏艳[†] 蔡冬梅 贾鹏 乔铁柱

(太原理工大学物理与光电工程学院, 太原 030024)

(2020年2月19日收到; 2020年4月9日收到修改稿)

携带轨道角动量的涡旋光束作为传输信息的载体能有效提高信息传输效率, 然而在传输过程中受大气湍流影响轨道角动量会发生串扰. 基于螺旋谱分析理论, 推导得到了聚焦拉盖尔高斯光束在各向异性大气湍流中传输时的螺旋谱解析表达式, 并对比分析不同湍流和光束参数对聚焦与非聚焦拉盖尔高斯光束接收功率的影响, 最后利用多相位屏法进行模拟验证. 结果表明: 随着传输距离、湍流强度、拓扑荷数的增大以及湍流内尺度、光束波长的减小, 接收功率减小, 轨道角动量串扰增大; 接收孔径到达一定值时对轨道角动量串扰的影响非常小; 聚焦光束比非聚焦光束的轨道角动量串扰要小. 这些结果将对提高自由空间光通信的质量有一定意义.

关键词: 大气湍流, 聚焦涡旋光束, 轨道角动量串扰, 多相位屏法

PACS: 42.68.Bz, 42.25.Dd, 42.60.Jf

DOI: 10.7498/aps.69.20200243

1 引言

涡旋光通信将涡旋光束的光子轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 用于自由空间光通信^[1,2]中, 丰富了通信系统的调制方式, 增加了通信信道容量, 能有效解决随着信息共享需求不断增长而带来的数据传输的潜在瓶颈. 但是, 由于湍流的存在, 携带信息的光束在大气中传输时会受到随机波动的大气湍流折射率的影响^[3-5], 初始 OAM 态在湍流的影响下扩散到了相邻的 OAM 态, 导致具有 OAM 态的入射光束在接收平面上会有许多不同于初始 OAM 模式的 OAM 态, 这种效应称为 OAM 态串扰. OAM 态串扰会导致传输系统整体性能下降, 误码率增加, 极大地降低了光束质量^[6].

国内外已展开了许多有关涡旋光束 OAM 串

扰的研究^[7-12], 光束类型多为经典的涡旋光束, 有关聚焦涡旋光束的研究很少. 仓吉等^[13]研究了聚焦高斯空心涡旋光束通过大气湍流传输后焦平面内的光强分布模型. 吴逢铁等^[14]分析了高阶贝塞尔光束聚焦后的重建行为, 数值模拟了光束重建后的三维光场分布和截面光强分布. 罗亚梅等^[15]研究了聚焦高斯涡旋光束在聚焦场中电场和磁场的偏振奇点变化规律. 目前的研究没有涉及大气湍流对聚焦涡旋光束 OAM 串扰的影响. 本文以聚焦拉盖尔高斯 (Laguerre-Gaussian, LG) 涡旋光束为模型, 根据螺旋谱分析理论, 利用衍射积分公式, 详细研究了这类光束在真空中传输的光强分布以及受大气湍流影响后的螺旋谱分布特性, 重点分析了湍流强度、各向异性系数、湍流内尺度、焦距、拓扑荷数、光束束腰半径及光束波长对 OAM 串扰的影响, 并与 LG 光束的结果做比较, 最后利用多相位屏方法模拟验证了所得结果.

* 国家自然科学基金 (批准号: 61805173) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: why_1221@126.com

2 理论分析

2.1 聚焦 LG 涡旋光束

将会聚透镜放置在 LG 光束源平面前方, 经过会聚透镜后的光场^[16]表示为

$$U_1(r, \theta, 0) = U_0(r, \theta, 0) \exp\left(-\frac{ikr^2}{2f}\right), \quad (1)$$

$$U_0(r, \theta, 0) = A(-i)^l \left(\frac{\sqrt{2}r}{w_0}\right)^l L_p^l\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) \times \exp\left(\frac{-r^2}{w_0^2}\right) \exp(i l \theta), \quad (2)$$

式中, $U_0(r, \theta, 0)$ 为入射 LG 光束源平面光场表达式, r, θ 分别表示源平面极坐标中的径向参数和角向参数, $A = \sqrt{2p!/(l+p)!}\pi$ 为归一化因子, w_0 为初始波束束腰半径, l 为 LG 光束的 OAM 指数, p 为径向指数, $L_p^l(\cdot)$ 为广义拉盖尔多项式, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长, f 为焦距.

根据菲涅耳衍射积分表达式, 得到聚焦 LG 光束在真空中传输距离为 L 时的表达式为

$$U_{\text{free}}(\rho, \phi, L) = A(-i)^l \left(\frac{\sqrt{2}\rho}{w_0}\right)^l \frac{(2-q)^p}{q^{l+p+1}} \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_0^2 q}\right) \exp\left(-\frac{ik\rho^2}{2qf}\right) \times L_p^l\left[\frac{(2/w_0^2 + ik/f)\rho^2}{q(2-q)}\right] \exp(ikL) \exp(-il\phi), \quad (3)$$

其中, ρ, ϕ 分别表示接收平面极坐标中的径向参数和角向参数. $q = 1 + 2iL/(kw_0^2) - L/f$, L 为传输距离, $L = f$.

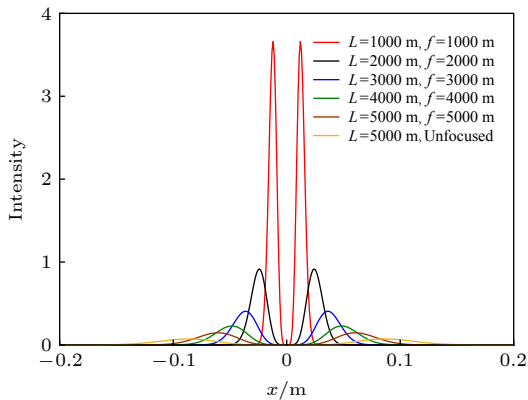


图 1 聚焦 LG 光束真空中传输不同距离的光强分布
Fig. 1. Intensity distribution of the focused LG beam propagating at different distances in vacuum.

图 1 中 x 表示接收平面上的点离光轴的距离. LG 光束聚焦后, 光束尺寸减小, 光强增大, 焦距越短效果越明显. 这是由于聚焦效果与焦距有一定关系, 当瑞利距离远大于焦距 f 时, 聚焦效果更好.

2.2 聚焦 LG 涡旋光束串扰特性

为了更清晰地描述轨道角动量模式, 通常把涡旋光束的表达式分解成螺旋谐波函数的线性叠加, 从而形成了轨道角动量谱, 也称为螺旋谱. 聚焦 LG 光束经过大气湍流后的光场用螺旋谐波函数展开^[17]为

$$U(\rho, \phi, L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l(\rho, L) \exp(il\phi), \quad (4)$$

式中

$$a_l(\rho, L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} U(\rho, \phi, L) \exp(-il\phi) d\phi, \quad (5)$$

$|a_l(\rho, L)|^2$ 则表示聚焦 LG 光束在 (ρ, L) 位置处的模式概率密度. 在大气湍流中, 模式概率密度与湍流介质的系综平均有关:

$$|a_l(\rho, L)|^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} U_{\text{free}}(\rho, \phi, L) U_{\text{free}}^*(\rho', \phi', L) \times \exp[-il(\phi - \phi')] \langle \exp[\psi(\rho, \phi, L)] + \exp^*[\psi(\rho', \phi', L)] \rangle d\phi d\phi'. \quad (6)$$

基于 Rytov 相位结构函数的二次近似, 有关系式^[18]:

$$\langle \exp[\psi(\rho, \phi, L)] + \exp^*[\psi(\rho', \phi', L)] \rangle \approx \exp\left\{-\left[\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\phi - \phi')\right]/\rho_0^2\right\}, \quad (7)$$

其中 ρ_0 是光束在各向异性 non-Kolmogorov 湍流下的空间相干长度, 形式为

$$\rho_0 = \left[\pi^2 k^2 L / 3 \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa) d\kappa\right]^{-1/2}, \quad (8)$$

式中, $\Phi_n(\kappa)$ 为各向异性大气湍流的功率谱^[19],

$$\Phi_n(\kappa) = A(\alpha) C_n^2 \mu^2 \frac{\exp\left\{-\left[\mu^2(\kappa_x^2 + \kappa_y^2) + \kappa_z^2\right]/\kappa_l^2\right\}}{\left[\mu^2(\kappa_x^2 + \kappa_y^2) + \kappa_z^2 + \kappa_0^2\right]^{\alpha/2}}, \quad (9)$$

其中, $\kappa_0 = 4\pi/L_0$, $\kappa_l = c(\alpha)/l_0$, l_0, L_0 分别为湍流的内、外尺度.

$$A(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha-1)}{4\pi^2} \sin\left[\frac{\pi}{2}(\alpha-3)\right], \quad (10)$$

$$c(\alpha) = \left[\pi A(\alpha) \Gamma\left(\frac{-\alpha+3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{-\alpha+3}{3}\right) \right]^{\frac{1}{\alpha-5}}, \quad (11)$$

式中, μ 为大气湍流各向异性系数, α 为 non-Kolmogorov 湍流功率谱指数, 其范围为 $3 < \alpha < 4$, $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数, $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z$ 分别为空间波数在 x, y, z 方向上的分量, C_n^2 表示湍流折射率结构常数.

将 (9) 式代入 (8) 式得到 [20]:

$$\rho_0 = \left\{ \mu^{2-\alpha} \frac{\pi^2 k^2 L A(\alpha)}{6(\alpha-2)} C_n^2 \left[\kappa_l'^{2-\alpha} \gamma \exp\left(\frac{\kappa_0^2}{\kappa_l^2}\right) \right. \right. \\ \left. \left. \times \Gamma\left(2 - \frac{\alpha}{2}, \frac{\kappa_0^2}{\kappa_l^2}\right) - 2\kappa_0'^{4-\alpha} \right]^{-1/2} \right\}, \quad (12)$$

其中, $\gamma = 2\kappa_0'^2 - 2\kappa_l'^2 + \alpha\kappa_l'^2$, $\kappa_0'^2 = \kappa_0^2/\mu^2$, $\kappa_l'^2 = \kappa_l^2/\mu^2$. $\Gamma(x, y)$ 是不完全伽马函数. 利用 (8) 式并根据积分表达式 [21]

$$\int_0^{2\pi} \exp[-il\phi_1 + \eta \cos(\phi_1 - \phi_2)] d\phi_1 \\ = 2\pi \exp(-il\phi_2) I_n(\eta), \quad (13)$$

可得到各向异性湍流下聚焦 LG 光束的模式概率密度表达式为

$$|a_l(\rho, L)|^2 = 2\pi A^2 \left(\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right)^l \left|\frac{(2-q)^p}{q^{l+p+1}}\right|^2 \\ \times \left| \exp\left(-\frac{2\rho^2}{w_0^2 q}\right) \exp\left(-\frac{ik\rho^2}{qf}\right) \right| \\ \times \left| L_p^l \left(\frac{(2/w_0^2 + ik/f)\rho^2}{q(2-q)}\right) \right|^2 \\ \times \exp\left(-\frac{2\rho^2}{\rho_0^2}\right) I_{l-l_0}\left(\frac{2\rho^2}{\rho_0^2}\right), \quad (14)$$

其中 I_{l-l_0} 是第一类修正贝塞尔函数.

这样大气湍流中不同螺旋谐波指数 l 携带的能量表示为

$$C_l = \int_0^R |a_l(\rho, L)|^2 \rho d\rho, \quad (15)$$

式中, R 为光束的接收孔径, 螺旋谱定义式 $P = C_l / \sum_{q=-\infty}^{\infty} C_q$ 表示光束展为不同 OAM 的螺旋谐波的能量占光束总能量的权重, C_q 为各级螺旋谐波的能量.

3 数值分析

根据 (15) 式研究聚焦 LG 光束、LG 光束通过

各向异性大气湍流时的螺旋谱特性. 如没有特殊说明, 设置光束和湍流参数如下: $\lambda = 1060 \text{ nm}$, $l = 3$, $p = 0$, $w_0 = 0.02 \text{ m}$, $l_0 = 0.001 \text{ m}$, $L_0 = 1.552 \text{ m}$, $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, $L = 1000 \text{ m}$, $\mu = 1$; $\alpha = 11/3$.

由图 2 可得, 随着传输距离增大, 光束螺旋谐波主量不断减小, 相邻的螺旋谐波分量逐渐增大, 轨道角动量发生串扰. 相比 LG 光束, 聚焦后的 LG 光束串扰明显较小.

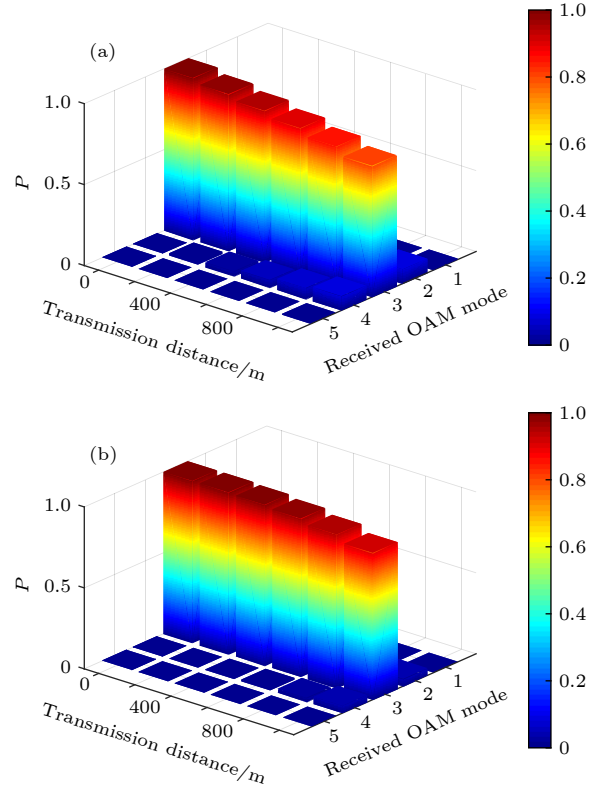


图 2 LG 光束 (a)、聚焦 LG 光束 (b) 在湍流中传输不同距离时的螺旋谱分布

Fig. 2. Spiral spectrum distribution of LG beam (a) and focused LG beam (b) at different distances in turbulence.

图 3 中轨道角动量模的接收功率 P_m 表示在发射平面处携带的轨道角动量模 l 被传输到接收平面处, 接收平面接收到信号的轨道角动量模 $m = l$ 时的螺旋谱, 即轨道角动量模信号被正确传输的概率.

从图 3(a) 可以看出, 波长越小的光束接收功率越小, OAM 发散程度越严重. 同一波长, 聚焦后光束的接收功率增大, 波长越短增大效果越好. 这是因为波长短的波束瑞利距离大, 从而增强了光束的聚焦效果. 图 3(b) 中随着拓扑荷数的增大接收

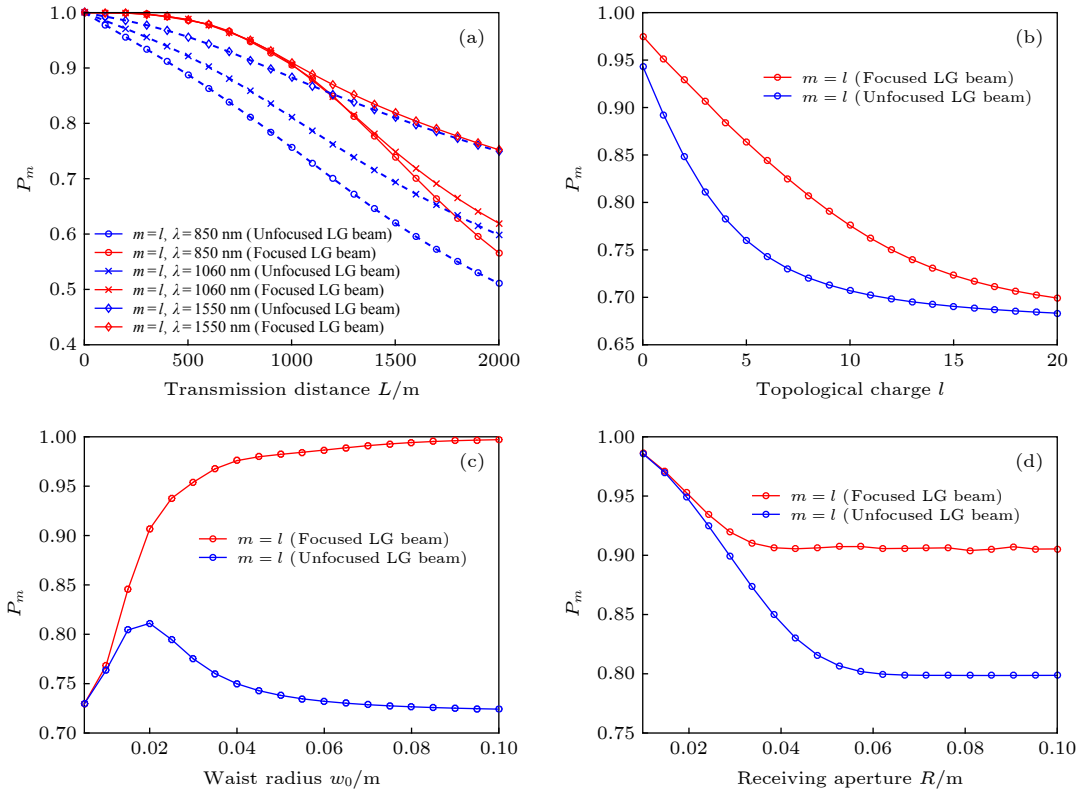


图 3 不同波束参数下 LG、聚焦 LG 光束在湍流中的接收功率 (a) 波长; (b) 拓扑荷数; (c) 束腰半径; (d) 接收孔径

Fig. 3. Receiving power of LG and focused LG beams in turbulence under different beam parameters: (a) Wavelength; (b) topological charge; (c) waist radius; (d) receiving aperture.

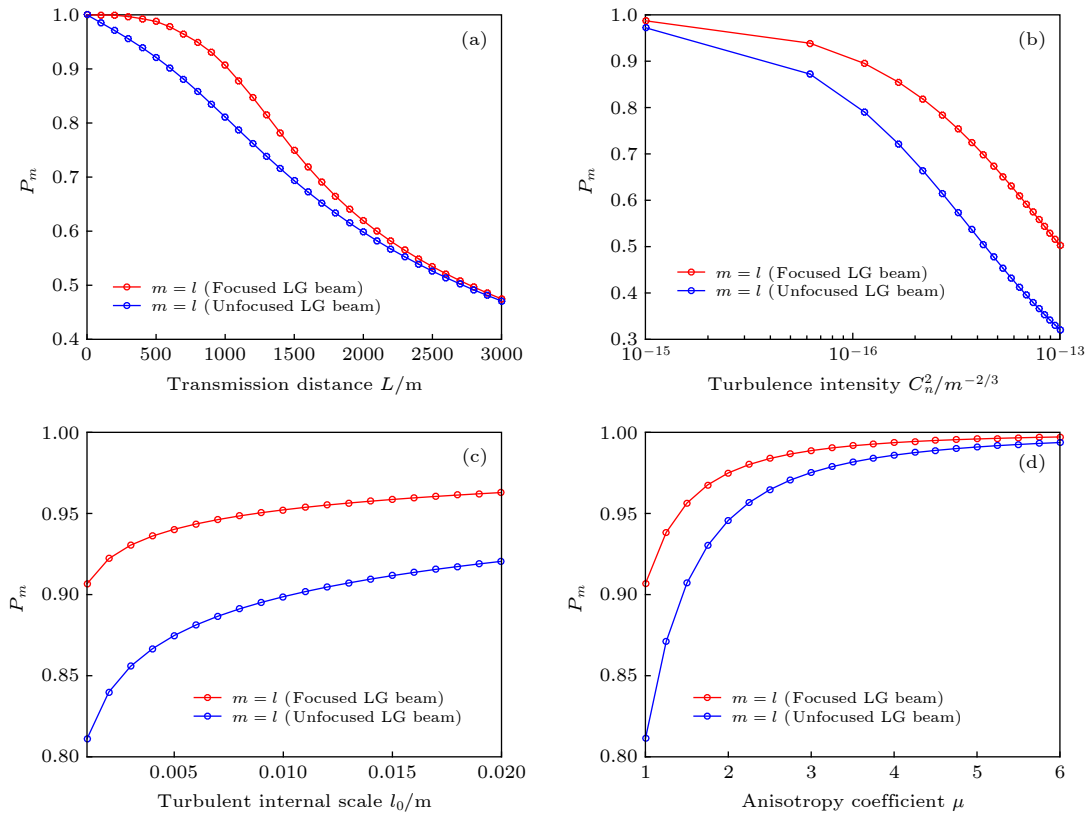


图 4 不同湍流参数下 LG、聚焦 LG 光束在湍流中的接收功率 (a) 距离; (b) 湍流强度; (c) 湍流内尺度; (d) 各向异性系数

Fig. 4. Receiving power of LG and focused LG beams in turbulence under different turbulence parameters: (a) Distance; (b) turbulence intensity; (c) turbulence internal scale; (d) anisotropy coefficient.

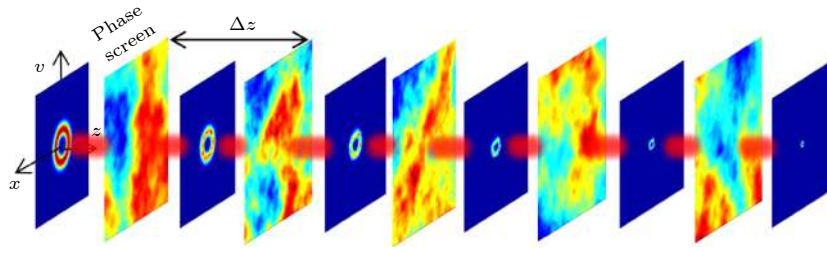


图 5 多相位屏法模拟聚焦 LG 光束在湍流中传输示意图

Fig. 5. Multiphase screen method to simulate the propagation of focused LG beam in turbulence.

功率减小, 之后趋于一定值, 即湍流对 OAM 串扰的影响趋于稳定. 聚焦 LG 光束的串扰相对较小, 但随拓扑荷数的增大, 其接收功率逐渐接近非聚焦光束, 聚焦对减小串扰的效果逐渐降低.

图 3(c) 中, LG 光束存在一个最佳的 w_0 值使得接收功率达到最大, 而聚焦 LG 光束随着 w_0 值的增加其接收功率不断增大. 这是由于聚焦效果随 w_0 值的增大而增强, 大气湍流对光束的影响越小. 图 3(d) 所示随着接收孔径 R 的增大 OAM 发散逐渐增强, 当 R 达到一定值时, OAM 发散趋于稳定. 聚焦光束在 R 较大时减小串扰的效果较好.

图 4 所示, 整体来看, 聚焦 LG 光束的接收功率较大. 但图 4(a) 中随着传输距离的增大, 聚焦 LG 光束的接收功率逐渐趋于 LG 光束. 这是由于随着传输距离增大, 焦距也增大, 当焦距趋于瑞利距离时, 聚焦效果减弱, 光束性质趋于一致. 由图 4(b) 可知, 接收功率随湍流强度的增大而减小, OAM 串扰越严重. 湍流强度较大时, 聚焦后的 LG 光束对减小串扰的效果较好, 抗湍流效果较明显.

图 4(c) 表明湍流内尺度越小接收功率越小, 随着内尺度不断增大接收功率曲线趋于一定值. 这是由于内尺度较小时, 传输路径上会有更多的湍流涡旋使光强分布更分散. 图 4(d) 随着各向异性系数的减小, 接收功率逐渐减小. 各向异性系数越小时, 大气湍流强度越大, 此时聚焦对减小串扰的作用较大, 这一结果与图 4(b) 得出的结论一致.

4 模拟仿真

利用多相位屏法进行数值模拟. 相位屏是利用快速傅里叶变换的功率谱反演法产生的, 多相位屏法认为大范围的湍流环境可以通过一层一层的相位屏来模拟, 当光束一层层穿过相位屏就模拟了光束通过真实的湍流环境.

图 5 采用多相位屏法模拟了聚焦 LG 光束在

大气湍流中传输时的光强分布. 聚焦 LG 光束受湍流影响光斑逐渐破裂, 相位发生畸变, 受聚焦影响光斑尺寸逐渐减小, 在焦平面处达到最小值.

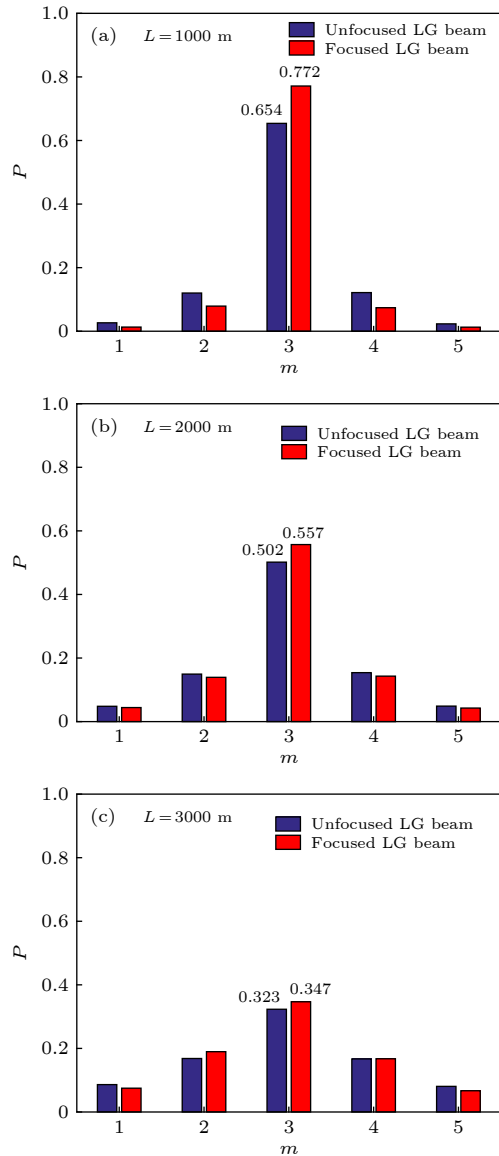


图 6 LG 光束、聚焦 LG 光束在大气湍流中传输不同距离时的螺旋谱分布

Fig. 6. Spiral spectrum distribution of LG and focused LG beams propagation at different distances in atmospheric turbulence.

图 6 中多相位屏模拟参数如下: 网格数 (512×512)、尺寸 (1.5 m)、间距 (100 m). 聚焦 LG 光束受湍流影响 OAM 发生串扰, 随传输距离的增大串扰越来越严重; 相比 LG 光束, 聚焦 LG 光束的螺旋谐波主量较大, OAM 发散程度较轻, 传输距离为 1000 m 时效果最好. 当传输距离越来越大时, 聚焦 LG 光束的螺旋谐波主量值越来越接近 LG 光束, 说明焦距的增大减弱了聚焦效果, 这个结论与前面的理论分析相对应.

5 结 论

研究了聚焦 LG 涡旋光束经大气湍流传输时 OAM 态的串扰特性, 分析了大气湍流及光束参数对 LG 和聚焦 LG 光束接收功率等的影响, 得到以下规律: 1) OAM 串扰随着传输距离、湍流强度、拓扑荷数的增大而增大; 2) OAM 串扰随着湍流内尺度、光束波长的减小而增大; 3) 接收孔径到达一定值时对 OAM 串扰的影响非常小; 4) 相比 LG 光束, 聚焦 LG 光束在大气湍流中传输时 OAM 串扰要小. 导致这一现象的原因是当 LG 光束聚焦后, 光束尺寸减小, 光强密度增大, 在传输过程中大气湍流与光束的相互作用面积减小, 从而使光束湍流负效应减小. 因此在涡旋光通信中我们可以用聚焦涡旋光束作为信号光减弱 OAM 模式间的串扰, 提高通信质量. 该研究结果对减小空间光通信中串扰问题有一定的理论参考价值.

参考文献

- [1] Gibson G, Courtial J, Padgett M, Vasnetsov M, Pas'ko V, Barnett S, Franke-Arnold S 2004 *Opt. Express* **12** 5448
- [2] Dikmelik Y, Davidson F M 2005 *Appl. Opt.* **44** 4946
- [3] Anguita J A, Neifeld M A, Vasic B V 2008 *Appl. Opt.* **47** 2414
- [4] Dogariu A, Amarande S 2003 *Opt. Lett.* **28** 10
- [5] Tyler G A, Boyd R W 2009 *Opt. Lett.* **34** 142
- [6] Ji X L, Lv B D 2005 *Opt. Commun.* **251** 231
- [7] Li F, Tang H, Jiang Y S, Ou J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 014204 (in Chinese) [黎芳, 唐华, 江月松, 欧军 2011 物理学报 **60** 014204]
- [8] Cheng M, Zhang Y, Zhu Y, Gao J, Dan W, Hu Z 2015 *Opt. Laser Tech.* **67** 20
- [9] Ke X Z, Chen J, Yang Y M 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 150301 (in Chinese) [柯熙政, 谌娟, 杨一明 2014 物理学报 **63** 150301]
- [10] Zhu Y, Zhang Y, Li Y, Hu Z D 2016 *Int. J. Mod. Phys. B* **30** 1650193
- [11] Yangsheng Y, Dong L, Zhengxian Z, Huafeng X, Jun Q, Yangjian C 2018 *Opt. Express* **26** 21861
- [12] Xu Y, Zhang Y X 2019 *Opt. Commun.* **438** 90
- [13] Cang J, Zhang Y X, Xu J C 2009 *Acta. Phot. Sin.* **38** 2122 (in Chinese) [仓吉, 张逸新, 徐建才 2009 光子学报 **38** 2122]
- [14] Wu F T, Ma L, Zhang Q A, Zheng W T, Pu J X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 014202 (in Chinese) [吴逢铁, 马亮, 张前安, 郑维涛, 蒲继雄 2012 物理学报 **61** 014202]
- [15] Luo Y M, Gao Z H, Tang B H, Lv B D 2014 *Acta Phys. Sin.* **15** 154201 (in Chinese) [罗亚梅, 高曾辉, 唐碧华, 吕百达 2014 物理学报 **15** 154201]
- [16] Cang J, Zhang Y X 2009 *Acta. Phot. Sin.* **38** 1277 (in Chinese) [仓吉, 张逸新 2009 光子学报 **38** 1277]
- [17] Torner L, Torres J, Carrasco S 2005 *Opt. Express* **13** 873
- [18] Zhang T, Liu Y D, Wang J, Liu P, Yang Y 2016 *Opt. Express* **24** 20507
- [19] Toselli I 2014 *J. Opt. Soc. Am. A. Opt. Image Sci. Vis.* **31** 1868
- [20] Wu G H, Tong C M, Cheng M J, Peng P 2016 *Chin. Opt. Lett.* **14** 080102
- [21] Xu J, Gao J, Zhu Y, Zhang L, Zhang Y 2014 *Optik* **125** 280

Effect of atmospheric turbulence on orbital angular momentum crosstalk of focused vortex beams*

Yan Jie-Lin Wei Hong-Yan[†] Cai Dong-Mei Jia Peng Qiao Tie-Zhu

(*Institute of Physics and Optoelectronics Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China*)

(Received 19 February 2020; revised manuscript received 9 April 2020)

Abstract

Vortex beams with orbital angular momenta with different mode numbers are mutually orthogonal to each other, which makes it possible to improve the information transmission efficiency in space optical communication system. Nevertheless, the implementation of this strategy is limited by the orbital angular momentum crosstalk caused by atmospheric turbulence. Focused Laguerre-Gaussian vortex beams are less affected by atmospheric turbulence due to their larger intensity density. Consequently, focused Laguerre-Gaussian vortex beams can be used as the carriers to reduce the orbit angular momentum crosstalk and increase the channel capacity of information transmission. In this paper, based on the spiral spectrum analysis theory, the analytical expression of spiral spectrum of focused Laguerre Gaussian beam propagating in anisotropic atmospheric turbulence is derived. The influences of turbulence and beam parameters on the received power of focused and unfocused Laguerre Gaussian beam are investigated via numerical calculations. Finally, the multi-phase screen method is used for verificating the simulation. The research findings are as follows. First, with the increase of transmission distance, turbulence intensity and topological charge, the receiving power of orbital angular momentum decreases, that is, the orbital angular momentum crosstalk turns more serious. Second, the larger the turbulence inner-scale, anisotropy index and beam wavelength are, the smaller the orbital angular momentum crosstalk is. Third, when the receiving aperture reaches a certain value, its influence on the orbit angular momentum crosstalk is very small. Fourth, different parameters have different effects on crosstalk, and the orbit angular momentum crosstalk of the focused vortex beam is less than that of the unfocused vortex beam. Therefore, in the vortex optical communication, the focused vortex beams can be used as the signal light to reduce the crosstalk between the orbit angular momentum modes, and thus improving the communication quality. These results have some theoretical reference values for reducing crosstalk in free-space optical communication.

Keywords: atmospheric turbulence, focus vortex beam, orbital angular momentum crosstalk, multi-phase screen method

PACS: 42.68.Bz, 42.25.Dd, 42.60.Jf

DOI: [10.7498/aps.69.20200243](https://doi.org/10.7498/aps.69.20200243)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61805173).

[†] Corresponding author. E-mail: why_1221@126.com