针对典型分离流动数值模拟的 自适应耗散调节方法^{*}

李昊† 刘伟 王圣业

(国防科技大学空天科学学院,长沙 410073)

(2020年1月15日收到; 2020年4月12日收到修改稿)

分离流动是一种复杂湍流现象,其中微小尺度结构的发展演化有着重要的影响,但是湍流数值模拟中数 值方法的固有耗散会抑制小尺度流动结构的发展.因此,本文结合延迟分离涡模拟方法,基于五阶耗散紧致 格式,通过引入流场相关的调节因子,构造自适应耗散调节方法,使其在大涡模拟区域降低耗散影响以提高 对小尺度流动结构的辨识能力,在雷诺平均区域恢复正常耗散水平以保持稳定求解.本文首先通过近似色散 关系和涡输运算例说明该方法可有效降低数值耗散影响,同时具有更高分辨率的涡保持能力;随后通过各向 同性衰减湍流和平板槽道流动展示了该方法可有效提高对微小流动结构的辨识能力,同时在存在大梯度的 流场中可保持求解稳定性;最后求解 *Re* = 3900 亚临界状态下的圆柱绕流,通过对比流场云图、时均速度和 雷诺应力分布曲线,说明了该方法通过减小分离区耗散影响,可有效提高对典型分离流动求解的准确性.

关键词: 分离流动, 延迟分离涡模拟, 自适应耗散方法, 耗散紧致格式 **PACS:** 47.32.Ff, 47.27.-i, 47.27.E-, 47.11.Bc **DOI:** 10.7498/aps.69.20200102

1 引 言

分离流动是流体力学中一类复杂的流动现象, 分离现象对物体的绕流和流体动力学特性有着十 分重要的影响.随着飞行器性能的不断提高和对分 离流动研究的深入,人们已经从传统的尽量避免分 离的气动设计理念发展到控制和利用分离流动的 新阶段^[1].战斗机的边条翼/鸭翼,地球再入返回舱 以及火星着陆舱的稳定耳片都属于控制和利用分 离流及其有利干扰的气动设计,分离流动对于气动 力、气动声学和气动光学等现象都有着重要的影 响,目前已经成为流体力学的重要研究分支^[2].典 型分离流动通常先在壁面处产生细小的涡结构,随 后脱离壁面逐渐发展为大尺度漩涡.目前工程中常 用的方法会引入过多的耗散,抑制微小流动结构的 发展,进而影响对分离流场求解的准确性,而采用加密网格的方式又会给工程实际问题增加难以接受的计算量.高精度数值格式通常具有较高的流场分辨率,适用于求解分离流动^[3,4],但为了保证迭代求解的稳定性,需要引入一定的耗散,也不可避免地会影响到对微小湍流结构的辨识能力.最理想的方式就是在涡结构占主导的分离流动区域适当降低耗散以精确求解,同时在其他区域恢复正常的耗散水平以维持计算稳定性^[5].因此,有必要针对分离流动构造一种流场相关的可自适应调节耗散的高精度方法.

基于高精度格式目前已有一些耗散调节方法. 例如针对激波问题,由于间断处存在非物理振荡, 通过引入更多耗散以提高计算鲁棒性.一系列加权 本质无振荡 (weighted essentially non-oscillatory, WENO) 格式^[6-10] 通过改进间断处的耗散引入

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: 11572348) 和国防科技大学重大应用基础研究项目 (批准号: ZDYYJCYJ20140101) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: 583259351@qq.com

^{© 2020} 中国物理学会 Chinese Physical Society

方式,使其在可压缩湍流数值模拟中,可同时高 效准确地处理激波和湍流问题. 通过构造混合 格式一定程度也可以解决上述问题, Wong和 Lele^[11] 将带有耗散的迎风差值同中心差值混合, 减 少了间断和高波数流场区域数值震荡的影响. Adams 和 Shariff^[12] 将迎风格式和激波捕捉本质无 振荡 (essentially non-oscillatory, ENO) 格式耦合, Priozzoli^[13]将守恒型格式同 WENO 格式耦合, 以 及其他多种类似思路的混合格式[6,14]都可以有效 提高对激波和湍流结构的捕捉能力. 而另一类紧致 格式能够在相同的模板下具有更高的精度,为求解 小尺度流动提供更高的分辨率,适用于求解高波数 湍流流动^[15]. Lele^[16]提出一类中心紧致格式,但 其无耗散特性在求解分离流动时会在高波数范 围引起非物理振荡,需要结合滤波使用.但滤波 技术的引入可能会导致模板增加,失去紧致格式的 优势. Deng 和 Shen^[17]提出了一类耗散紧致格式 (dissipative compact scheme, DCS), 通过选择适 当的控制参数,能够调节高波数范围的耗散水平, 进一步提高对小尺度流动的求解能力. 上述方法都 是通过人工引入固有耗散,需要一定的经验性,难 以应用到更为复杂的分离流动中.

对于高保真的湍流数值模拟往往需要一些更 为精确的数值方法.目前分离涡模拟 (detached eddy simulation, DES) 类方法等 RANS/LES 混 合方法已经开始应用于典型分离流数值模拟中¹⁸. 通过结合 RANS 方法和 LES 方法各自的优势, 可 有效提高对分离流动求解的准确性,但是过多的数 值耗散有时甚至会掩盖物理黏性耗散的作用,导 致小尺度湍流结构不能被准确求解^[19]. Mary 和 Sagaut^[20] 在 2 阶 MUSCL 格式的基础上, 通过引 入感受因子来调节方法耗散. Anderson 等^[21]在3 阶迎风格式的基础上,为了提高求解准确性,将耗 散水平降低为原 1/8. Bui^[22] 通过在 MUSCL 格式 中引入控制系数,根据不同流动问题,人工调整其 耗散水平.采用类似的思路, Qin 和 Xia^[23]及 Yoon 等^[24] 分别基于 Roe 格式和 Steger-Warming 格式提出了相应的低耗散方法. 尽管这些方法对于 精确求解湍流流动有一定的改进作用并且易于实 现,但是经验性较强,而且引入不合理的参数也会 导致非物理现象的出现. Travin⁵ 通过在中心/迎 风混合格式中引入调和函数,结合 RANS/LES 混 合方法,在 LES 区域和 RANS 区域分别提高中心 格式和迎风格式的权重,在保证计算稳定的前提下 提高对小尺度结构的求解能力,Mockett^[25]改进调和 函数的构造形式以实现自适应调节耗散.Tajallipour 等^[26]通过自适应调节对流通量中迎风项的权重, 可有效提高非结构网格上大涡模拟求解的准确性. Xiao 等^[27]基于 SST-DDES 模型比较了固定耗散 和自适应耗散的结果,证明了自适应耗散方法可有 效提高求解准确性.

目前多种自适应耗散方法通过适当增加耗散, 提高计算稳定性,已广泛应用于处理激波问题,但 是对于分离流数值模拟还缺少相应的通过适当减 少耗散,提高求解精度的方法,特别是基于高精度 格式的自适应耗散方法.因此,本文基于5阶耗散 紧致格式 DCS,结合 SST-DDES 模型的构造思想, 通过引入流场相关的调节参数,构造了自适应耗散 方法 (adaptive DCS, ADCS),在湍流结构丰富的 LES 区域采用低耗散的方法求解,在 RANS 区域 恢复到正常耗散水平,并通过典型算例验证该方法 的求解效果.

2 计算方法

2.1 耗散紧致格式

耗散紧致格式是在中心紧致格式无耗散特性的基础上,通过人工引入耗散项,使其在保持紧致格式优点的同时具有一定的耗散水平,提高计算稳定性^[17].通过调整模板数量,可得到5阶,7阶,9阶等一系列耗散紧致格式.在格式中,半节点处的数值通量可通过如下公式得到:

$$F_{j\pm 1/2} = F(\tilde{U}_{j\pm 1/2}^{\rm L}, \tilde{U}_{j\pm 1/2}^{\rm R}), \qquad (1)$$

其中 $\tilde{U}_{j\pm 1/2}^{L}$, $\tilde{U}_{j\pm 1/2}^{R}$ 是半节点处的流动变量, 在中 心紧致格式中有

$$\beta \tilde{U}_{j-1/2} + \tilde{U}_{j+1/2} + \beta \tilde{U}_{j+3/2}$$
$$= \sum_{m=1}^{n} a_{2m} (U_{j+m} + U_{j+1-m}).$$
(2)

在耗散紧致格式中,在保证其中心格式无耗散特性 的前提下引入耗散项,得到迎风偏置的形式为

$$A(1-\alpha)\tilde{U}_{j-1/2}^{L} + \tilde{U}_{j+1/2}^{L} + A(1+\alpha)\tilde{U}_{j+3/2}^{L}$$

$$= \sum_{m=1}^{n} a_{3m}(U_{j+m} + U_{j+1-m})$$

$$+ \alpha \sum_{m=1}^{n} b_{3m}(U_{j+m} - U_{j+1-m}), \qquad (3)$$

其中α是控制参数,用以调节耗散项的权重,这里 仅给出本文涉及的5阶耗散紧致格式的形式:

$$\frac{3}{10}(1-\alpha)\tilde{U}_{j-1/2}^{L} + \tilde{U}_{j+1/2}^{L} + \frac{3}{10}(1+\alpha)\tilde{U}_{j+3/2}^{L}$$

$$= \frac{3}{4}(U_{j+1} - U_{j}) + \frac{1}{20}(U_{j+2} - U_{j-1})$$

$$+ \alpha \left[\frac{3}{8}(U_{j+1} - U_{j}) + \frac{3}{40}(U_{j+2} - U_{j-1})\right]. \quad (4)$$

2.2 SST-DDES 模型

分离涡模拟方法最初是在 SA 模型的基础上 提出的,通过当地网格尺度与壁面距离之间的大小 关系进行判断,实现在以大涡输运为主要特征的区 域采用 LES 方法求解,其他区域采用 RANS 方法 求解^[28]. 2001年, Strelets^[20]将分离涡模拟的思路 推广到 SST 模型上,守恒型 SST 模型方程形式如下:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\hat{u}_jk)$$
$$= P - \bar{\rho}\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma_k\mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right], \qquad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{\rho} \omega \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{\rho} \hat{u}_j \omega \right)$$

$$= \frac{\bar{\rho} \gamma}{\hat{\mu}_t} P - \beta \bar{\rho} \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \sigma_k \mu_t \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]$$

$$+ 2 \left(1 - F_1 \right) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \qquad (6)$$

其中具体参数定义可参见文献 [29],为了避免出现 网格诱导分离现象,通过引入延迟函数,提出 DDES 模型^[30],将原湍动能*k*方程中的耗散项通过 下式替代:

$$\epsilon = C_{\mu}k\omega \to \epsilon = \frac{k^{3/2}}{L_{\text{DDES}}}.$$
(7)

定义参数 r_d,在边界层对数率层内为 1,在边 界层边缘过渡到 0,并构造转换函数 f_d:

$$r_{\rm d} = \frac{\nu + \nu_t}{\sqrt{U_{ij}U_{ij}}k^2 d_w^2},\tag{8}$$

$$f_{\rm d} = 1 - \tanh(8r_{\rm d})^3.$$
 (9)

得到的 DDES 模型中长度尺度的定义为

$$L_{\text{DDES}} = \frac{\sqrt{k}}{C_{\mu}\omega} - f_{\text{d}}\max\left(0, \frac{\sqrt{k}}{C_{\mu}\omega} - C_{\text{DDES}}\Delta_{\max}\right),\tag{10}$$

其中 Δ_{max} 为当地最大网格尺度, $\sqrt{k}/(C_{\mu}\omega)$ 为 SST 模型中定义的湍流长度尺度, 其他参数的详细 介绍可参阅文献 [30].

2.3 自适应耗散方法

在耗散紧致格式中,通过调节α值的大小可以 调节计算方法的耗散水平,当α=0时,格式恢复 到无耗散形式.因此可构造流场相关的调节参数α, 使其可根据流场中不同流域的求解需求,自适应地 调整计算方法耗散水平.结合 SST-DDES 模型,为 了提高对分离流动求解的准确性,希望计算方法在 分离流动占主导区域,即 LES 求解区域表现为低 耗散求解形式,在其他区域恢复到正常耗散水平. 保证计算稳定的前提下,尽可能地降低耗散的影 响.因此,借鉴 SST-DDES 模型的思路,基于5 阶 DCS 格式,构造自适应耗散调节因子:

$$\alpha = \alpha_{\max} \tanh(A^{C_{\mathrm{H1}}}), \tag{11}$$

其中 α_{max} 为通过色散保持关系得到的理论值,这里 取 $\alpha_{\text{max}} = 0.31, (11)$ 式中函数A定义为

 $A = C_{H2} \max\{[(C_{DDES}\Delta/l_{turb})/g - 0.5], 0\}, (12)$ 其中 C_{DDES} 为 SST-DDES 模型的模型系数, Δ 为 网格特征长度, l_{turb} 为湍流长度尺度, 这里定义为:

$$l_{\rm turb} = (\nu_t + \nu) / [C_{\mu}^{3/2} K]^{1/2}, \qquad (13)$$

$$K = \max\{[(S^2 + \Omega^2)/2]^{1/2}, 0.1\tau^{-1}\},$$
 (14)

湍流长度尺度 l_{turb} 由层流黏性 ν ,湍流黏性 ν ,正应 变率张量S和涡量 Ω 共同决定,其中 τ 为特征对流 时间,这里起到限制器的作用.在函数A中的参数 g定义如下:

$$g = \tanh(B^4),\tag{15}$$

 $B = C_{\rm H3}\Omega\max(S,\Omega)/\max[(S^2 + \Omega^2), 10^{-20}], \quad (16)$

参数*g*的作用是在流场中的无旋区,即 RANS 求解 区域,使方法恢复的正常耗散水平.函数中的其他 参数定义为:

$$C_{\rm H1} = 3.0$$
, $C_{\rm H2} = 1.0$, $C_{\rm H3} = 0.5$. (17)
通过在耗散紧致格式 DCS 中引入流场相关的

耗散调节因子,使其可根据流场情况自适应调节耗 散水平,得到自适应耗散紧致格式 ADCS.在大部 分湍流数值模拟中,无耗散格式难以保持计算稳定 性,因此在实际应用中,通常会限制耗散调节因子 α 的最小值,即 $\alpha = \max(\alpha_{max} \tanh(A^{C_{H1}}), \alpha_{min}).$

2.4 自适应耗散方法分析

2.4.1 近似色散关系

近似色散关系 (approximate dispersion relation, ADR) 常用于在谱空间上分析非线性格式的耗散 色散特性^[31].这里借助近似色散关系,分析自适应 耗散方法在非线性情况下的耗散色散特性,同时引 入了传统的 DCS 格式和常用的 MUSCL 格式的结 果用于比较.因为本算例中控制方程为一维对流方 程,涡量为零, ADCS 方法中的自适应耗散调节因 子无法启动,因此这里将其强制设置为最小值,用



图 1 耗散色散特性分析 (a) 耗散特性; (b) 色散特性 Fig. 1. Analysis of dissipation and dispersion: (a) Dissipation; (b) dispersion.

以分析自适应耗散方法在极限情况下的耗散色散 特性.

图1分别给出了修正波数的虚部和实部曲线, 其中虚部ω;h对应格式的耗散特性,实部ω,h对应 格式的色散特性. 图 1(a) 中给出了理想无耗散曲 线 $\omega_i h = 0$ 作为参考,与之差异越小表示格式具有 越好的耗散保持特性.可以看出,随着波数ωh增 加, MUSCL率先出现了明显的差异, 随后是 DCS, 而 ADCS 几乎与理想无耗散曲线保持一致,即 耗散作用对 ADCS 在高波数区求解的影响更小. 图 1(b) 对应色散保持特性,同样给出了参考曲线 用于对比. 在理论上, ADCS 方法中引入的自适应耗 散调节因子仅用于调节迎风偏置模板的权重,因此 仅影响其耗散特性,对色散特性几乎无影响. 图 1(b) 中随着波数 ωh 增加, MUSCL 较早出现偏差, 而 DCS 和 ADCS 保持相似的色散特性, 符合理论结果. 总 的来说, ADCS 方法在保持原有色散特性的基础 上,具有更好的耗散保持特性,因此更加适用于求 解含有微小流动结构的分离流动.

2.4.2 非定常涡输运

本算例计算二维均匀流中非定常涡输运情况,可用于分析计算方法中耗散对涡保持特性的影响^[32]. 在 xy方向,计算域的范围分别取为 $0 \le x \le 0.1$, $0 \le y \le 0.1$,各个方向均采用周期性边界条件.通 过不同密度的均匀网格 (32^2 , 48^2 , 64^2 , 96^2 , 128^2)分 析方法的求解精度和涡保持能力.控制方程为二维 欧拉方程,时间推进方法采用三阶龙格库塔方法, 计算 50个对流周期 *T*得到瞬态结果.

在均匀流中首先需要附加一个初始的涡结构, 满足以下关系式:

$$u_{0} = U_{\infty} + \delta u, \quad v_{0} = \delta v,$$

$$\rho_{0} = \rho_{\infty} \left(\frac{T_{0}}{T_{\infty}}\right)^{1/(\gamma-1)},$$

$$T_{0} = T_{\infty} - \delta T, \quad (18)$$

$$\delta u = -\left(U_{\infty}\beta \frac{y - y_{c}}{R} \exp\left(-\gamma^{2}/2\right)\right),$$

$$\delta v = \left(U_{\infty}\beta \frac{x - x_{c}}{R} \exp\left(-\gamma^{2}/2\right)\right),$$

$$\delta T = \frac{1}{2C_{p}} \left(U_{\infty}\beta\right)^{2} \exp\left(-r^{2}\right),$$
(19)

$$C_{\rm p} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R_{\rm gas},$$

$$r = \frac{\sqrt{(x - x_{\rm c})^2 + (y - y_{\rm c})^2}}{R},$$

$$U_{\infty} = M a_{\infty} \sqrt{\gamma R_{\rm gas} T_{\infty}},$$
(20)

其中 u_0, v_0 分别为速度分量, R = 0.005为涡核半径, 其他参数分别为 $P_{\infty} = 10^5$ Pa, $T_{\infty} = 300$ K, $Ma_{\infty} = 0.05, \beta = 1/50.$

在理想无耗散的条件下,涡核将保持其初始结构,因此可以将初始涡结构作为精确解,用以分析不同方法的模拟准确性.同时可以通过熵的L2误差,对计算方法准确性进行定量分析,其定义如下:

$$\operatorname{Error}_{L_2} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N} \operatorname{error}_j^2 |J_j| \\ \sum_{j=1}^{N} |J_j| \end{bmatrix}, \quad (21)$$

 $\operatorname{error}_{j} = (\operatorname{entropy}_{i}^{j} - \operatorname{entropy}_{i}^{\operatorname{exact}})/\operatorname{entropy}_{i}^{\operatorname{exact}}.$ (22)

表1给出了不同方法熵L2误差及计算精度的 比较,图2给出了熵L2误差随网格尺度和CPU时 间的变化,其中引入网格自由度(degree of freedoms, DoFs),即网格单元总数^[33],来计算网格尺度 $h = 1/(DoFs)^{1/dim}$,dim为计算空间维度,CPU时 间取50个对流周期的结果.通过上述结果可以看 出,在相同的网格条件下,ADCS方法能够得到比 DCS方法更高的计算精度.随着网格密度的增加, ADCS方法更易于达到理论精度,但是也出现了 ADCS方法精度略高于理论精度的情况,这可能与 时间推进方法或机器误差有关.在相同熵L2误差 的要求下,ADCS方法所需的时间略少于DCS方 法.综上,为了准确地保持流场中的涡结构,ADCS 方法对网格分辨率的要求更低,同时更易于达到设 计精度.



图 2 *L*₂误差变化曲线 (a) 随网格尺度 *h*; (b) 随 CPU 时间

Fig. 2. The curve of L_2 error (a) vs. mesh scale h; (b) vs. CPU time.

图 3 和图 4 分别给出了 64²和 128²网格下 50 个对流周期后的涡结构等值线图,图 5 给出了 对应的中心线处 (*x* = 0.05)处的水平速度型曲线. 可以看出在网格较粗的条件下,DCS 方法得到的 涡结构出现了较为明显的变形,同时速度型曲线和 精确解之间也存在较为明显的偏差,但 ADCS 方 法基本能够保持原有涡结构,并且速度型仅在极值

	表 1 L ₂ 误差和计算精度比较	
Table 1.	Comparison of L_2 error and accuracy of orde	er.

	1	-	2	
网格 ——	ADCS		DCS	
	L_2 误差	精度	L_2 误差	精度
32^{2}	5.91520×10^{-9}	_	5.49050×10^{-9}	
48^{2}	4.14450×10^{-9}	0.87	3.84780×10^{-9}	0.88
64^{2}	2.33030×10^{-9}	2.01	2.06870×10^{-9}	2.16
96^{2}	$2.59250\!\times\!10^{-10}$	5.42	5.15010×10^{-10}	3.43
128^{2}	5.39380×10^{-11}	5.46	1.26630×10^{-10}	4.88

处与精确解间存在细微偏差.随着网格密度增加, 两种方法均能够较好地保持原有涡结构,但 ADCS 方法能够更加高效地利用现有的网格尺度,得到更为准确的结果.



图 3 64²网格下涡结构等值线图 (a) DCS; (b) ADCS Fig. 3. Vorticity magnitude contour of 64² grid: (a) DCS; (b) ADCS.



图 4 128² 网格下涡结构等值线图 (a) DCS; (b) ADCS Fig. 4. Vorticity magnitude contour of 128² grid: (a) DCS; (b) ADCS.



图 5 中心线处水平速度型比较 (a) 64^2 网格; (b) 128^2 网格 Fig. 5. Comparison of *u* velocity profile at centerline: (a) 64^2 ; (b) 128^2 .

2.5 各向同性衰减湍流

各向同性衰减湍流可用于分析湍流尺度特性, 标定湍流模型常数以及分析数值方法中耗散特性 的影响.各向同性湍流是一种理想化的流动,初始 流场在没有湍动能补充的情况下自然衰减.这里基 于 SST-DDES 模型求解流动,模型参数已预先标 定好,仅通过此算例分析自适应耗散方法对求解小 尺度湍流结构的改善效果.

计算网格为256³均匀网格, 计算域的特征长度 需远小于湍流的积分尺度和对应风洞实验的特征 尺度, 这里设置计算域边长为L = 0.508 m, 各面 采用周期性边界条件,以Commte-Bellot和 Corrisin^[34]的实验数据作为参考结果.在实验中, 流动以某一固定速度运动,湍流强度随时间衰减. 实验中提供了沿流向方向3个站位的结果($U_0t/L =$ 42,98,171),这里以第一个位置($U_0t/L =$ 42)的数 据作为初始条件,计算得到第二、三个位置($U_0t/L =$ 98,171)的结果进行比较.流场中水平方向的初始 速度为 $U_0 = 12.7$ m/s,基于计算域边长的雷诺数 $Re_L = 34000$.

这里 SST-DDES 模型的模型参数已预先标定, 如果采用未预先标定的湍流模型进行模拟, 会引入 过多的非物理耗散影响小尺度流动结构的发展. 对 于 RANS 方法, 在时间和空间上都是雷诺平均的; 对于 DDES 模型参数的标定, 需要部分求解三维 非定常湍流脉动, 因此对 DDES 模型参数标定即 是对其 LES 求解部分进行标定, 可通过将模型方 程中的特征长度设置为 C_{DDES} 么来强制使用 DDES 模型中的 LES 部分求解. 这里采用三种方 法求解并进行比较, 分别为耗散紧致格式 DCS, 自 适应耗散方法 ADCS 和强制最小耗散的自适应耗 散方法 ADCS (α_{min}).

在数值模拟之前需要明确如何给定涡黏性初场. 对于 LES 方法,可通过 $\mu_t = (C_8 \Delta \sqrt{2S_{ij}S_{ij}})^2$ 获得涡黏性初场,但是对于 DDES 模型,由于包含了隐式时间相关项,通常通过以下两种方式来获得初场^[35],一种是采用 Smagorinsky 模型得到,但是这种方法又需要标定相应的模型参数 C_8 ,另一种方式是通过冻结湍流模型方程中的动量和压力计算得到,这里采用这种方式.

图 6 中分别给出了采用 3 种方法得到的两个 时刻的能量谱曲线,并给出了相应的实验值作为对

比,其中垂直的虚线对应截断波数.在截断波数之 前,能量谱曲线随波数增加而减少,但由于计算方 法引入的耗散, 随波数增加, 计算结果会逐渐位于 参考结果下方.从图 6 可以看出, DCS 方法耗散特 性较为明显,在中等波数区开始出现偏差,而强制 最小耗散的 ADCS(α_{min}) 方法因趋近于中心紧致 方法,在截断波数之前基本保持无耗散特性,满足 理论分析的结果, ADCS 方法的结果位于二者之 间,因为 ADCS 方法是通过识别涡结构来降低相 应区域的耗散,并不是一种全场低耗散的方法. 图 7 和图 8 中为两个时刻流场 Q 准则等值面图, 从左至右分别为 ADCS (α_{min}), ADCS 和 DCS 得 到的结果,其中 ADCS 的结果采用自适应耗散方 法中的耗散调节系数着色, ADCS (α_{min})和 DCS 的 结果均采用固定参数着色.从图中可以看出,由于 DCS 方法过高的耗散, 使得微小的涡结构不能充



图 6 不同时刻能量谱曲线 (a) $U_0 t/L = 98$; (b) $U_0 t/L =$ 171

Fig. 6. Comparison of energy-spectral: (a) $U_0 t/L = 98$; (b) $U_0 t/L = 171$.



图 7 $U_0t/L = 98$ 处 Q 等值面云图 (a) ADCS (α_{\min}); (b) ADCS; (c) DCS Fig. 7. Q-criterion iso-surface at $U_0t/L = 98$: (a) ADCS (α_{\min}); (b) ADCS; (c) DCS.



图 8 $U_0 t/L = 171$ 处 Q 等值面云图 (a) ADCS (α_{\min}); (b) ADCS; (c) DCS Fig. 8. Q- criterion iso-surface at $U_0 t/L = 171$: (a) ADCS (α_{\min}); (b) ADCS; (c) DCS.

分辨识, 而 ADCS (α_{min})方法得到了十分精细的流 场结构, ADCS 方法对流场辨识的精细程度略低 于 ADCS (α_{min})的结果, 但是优于 DCS 方法的结 果. 综上 ADCS 方法可提高对流场中精细流动结 构的辨识能力, 符合理论分析情况.

2.6 平板槽道流动

平板槽道流动通常存在较大的梯度以及流场 初始化中引入的人工扰动,可有效验证方法求解的 稳定性.这里基于 SST-DDES 模型,分别采用 DCS 和 ADCS 方法对平板槽道流动进行数值模 拟.通过对速度型的求解和流场中湍流结构的捕 捉,对比不同方法对附着湍流结构的分辨能力.

取槽道半高度 H 为参考长度, 计算域沿流向方向 $L_x = 4H$, 展向方向 $L_z = 2H$, 流向和展向均采用均匀分布网格, 法向壁面第一层网格高度取为 $d_w = 5 \times 10^{-4}$, 采用固定拉伸比 1.1, 得到三维网格 101 × 111 × 61. 为了确保数值计算最大库朗数小于 1, 无量纲时间步长设置为 1 × 10⁻³. 此外需

要对速度场进行初始化,由中心线速度、质量速度 以及摩擦速度之间的关系,结合壁面距离得到层流 速度型,通过在层流速度型中添加随机扰动对速度 场进行初始化,得到速度初场.同时由于槽道流动 流向为周期性边界条件,需要引入压力梯度作为驱 动项.本文通过给定摩擦速度,得到压力梯度源项 为 $\nabla p = \rho u_{\tau}^2/h$.速度初始化及压力梯度源项详细 关系式可参考文献 [36].

这里以流场的壁面摩阻系数和槽道内的平均 马赫数作为判断依据,当达到统计定常状态后,二 者基本保持不变或在某一很小的范围内波动,然后 进行时间统计平均得到时均流场,再经流向和展向 平均得到空间平均流场.图9为计算得到的速度型 曲线和 DDES 模型中的调和函数 f_d 分布曲线,为 在同一坐标系中显示, f_d 幅值扩大 20 倍.当 $f_d = 0$ 时, DDES 模型采用 RANS 模式求解,当 $f_d = 1$ 时, DDES 模型采用 LES 模式求解. 从图 9 可以看出 ADCS 方法基本保持了 DCS 方法对壁面边界层的 求解能力,仅在对数率层存在细微差别. RANS 模 式和 LES 模式的过渡区位于 $y^+ \approx [4,20]之间.$ 因为在近壁面处, ADCS 方法降低了数值耗散的影响, 分辨出更多的湍流脉动, 因此基于 ADCS 方法的 DDES 模型可以略早地从 RANS 模式过渡到 LES 模式.

图 10 中给出了流场中Q等值面分布,两种方 法在壁面附近均形成了大尺度的相干结构,上下壁 面之间形成了表现为朝向下游的、与壁面具有一定 倾角的茎状涡结构,也间或出现不对称的马蹄涡结 构,这些结构相互影响形成了复杂的湍流结构,两 种方法均可较好地捕捉到一定的涡结构,但由于 ADCS 方法适当地降低了数值耗散的影响,因此可 得到更加复杂精细的流动结构.



图 9 $Re_{\tau} = 180$ 条件下 u^+ 和 20 f_d 分布曲线 Fig. 9. u^+ and 20 f_d curves at $Re_{\tau} = 180$.



图 10 $Re_{\tau} = 180$ 条件下Q 等值面 (a) DCS; (b) ADCS Fig. 10. Q criterion iso-surface at $Re_{\tau} = 180$: (a) DCS; (b) ADCS.

图 11 给出了 ADCS 方法中自适应耗散调节 参数 α 和 DDES 模型中调和函数 f_d 的三个方向截 面的瞬态分布云图. α 值越小, 对应的区域数值耗 散越小, 当 $f_d = 0$ 时, 即采用 DDES 模型中的 RANS 模式求解, 当 $f_d = 1$ 时, 即采用 DDES 模型 中的 LES 模式求解. 从图 11 可以看出, 在近壁面 处采用了 RANS 模式求解, 同时近壁面处 $\alpha = \alpha_{max}$, 即采用正常耗散, 保证计算的稳定性. 随着壁面距 离的增加, DDES 模型逐渐过渡到 LES 模式求解, 同时 α 值减小, 即该区域耗散水平降低, 微小流动 结构得以更加充分地发展.

为了更加清晰地展示两种方法对壁面附近湍流结构分辨能力的差别,图 12 给出了y = 0.1H切面处y方向涡量分布云图.两种方法的结果均呈现了近壁区明显的条带结构,以及高速条带和低速条带交替出现的现象.在y = 0.1H处,DDES模型刚刚完成 RANS模式和 LES模式之间的过渡,自适应调节因子也开始降低该区域的耗散水平,因此得到的条带状结构更加丰富.



图 11 $Re_{\tau} = 180$ 条件下 ADCS f_d 和 α 分布 (a) f_d ; (b) α

Fig. 11. The contour of f_d and α of ADCS at $Re_{\tau} = 180$: (a) f_d ; (b) α .



图 12 y = 0.1H 处 y 方向涡量分布云图 (a) DCS; (b) ADCS

Fig. 12. The contour of vorticity y at y = 0.1H: (a) DCS; (b) ADCS.

综上,自适应耗散 ADCS 方法可稳定求解,同时基本保持了 DCS 方法对近壁面流动求解的准确性.在近壁面的 RANS 区域保持正常耗散水平,随着壁面距离增加,在 LES 区域降低耗散的影响,从而分辨出更加精细的湍流结构.

2.7 Re=3900 圆柱绕流

钝头体绕流通常伴随着典型的分离流动, Re = 3900圆柱绕流是其中的经典算例之一.在 Re = 3900的亚临界条件下,边界层在圆柱的迎风 面处保持层流状态,随后沿壁面发展为分离流动. 尽管结构简单,但是圆柱尾流近壁面处的湍流脉动 对不同的计算方法非常敏感,并且可能导致最终结 果出现较大偏差^[37],因此可用来对比验证本文自 适应耗散 ADCS 方法的求解效果.

雷诺数 $Re = U_{\infty}D/\nu$,其中 U_{∞} 是自由来流速 度,D是圆柱直径, ν 为动力黏性系数.x,y,z三个 方向分别为流向、径向和展向,展向采用πD 展长, xy平面的原点位于z/D = 0处.在xy平面约有 35000个结构网格单元,三维网格共约140万单 元,壁面第一层网格 $y^+ \le 1$,并对尾流区网格加密. xy方向采用远场边界条件,展向采用周期边界条 件.时间推进采用 LU-SGS 双时间步法,在整个计 算过程中保证 CFL ≤ 1 ,时间步长设置为0.01T,其 中对流时间 $T = D/U_{\infty}$.

图 13 给出了圆柱绕流尾流的Q等值面云图, 其中 DCS 的结果通过马赫数着色, ADCS 结果通 过自适应耗散调节系数α着色.由于两种方法均采 用 DDES 模型求解,因此均呈现了明显的三维结 构.由 ADCS 的结果可以看出,在尾流区近壁面 处,α取值较小,即该区域采用较低的耗散水平求 解,分辨出的流场结构也更加精细,得到了流场中 丰富的拟序结构.随着壁面距离增加,耗散调节系 数α逐渐恢复到正常的耗散水平.而 DCS 方法,在 尾流处过多的耗散可能会干扰涡结构的形成并且 导致一些小尺度的结构不能充分发展.



图 13 圆柱尾流 Q 等值面云图 (a) DCS; (b) ADCS Fig. 13. Q criterion at the wake of circular cylinder: (a) DCS; (b) ADCS.

图 14 给出了经时间平均和展向平均后的圆柱 表面压力系数分布曲线,其中 $\theta = 0^{\circ}$ 对应前驻点, $\theta = 180^{\circ}$ 对应后驻点.这里同 Parnaudeau 等^[38]的 实验结果进行比较,因为采用了 DDES 模型, DCS 方法和 ADCS 方法的结果均与实验值符合较 好.在 $\theta \approx 50^{\circ}$ 时,开始出现早期的分离流动, DCS 方法得到的压力系数绝对值略小于实验值. 当压力系数达到谷底时,对应着圆柱表面出现明显 的分离点,两种方法得到的分离点位置几乎一致, 但是 ADCS 得到的压力系数的绝对值略高于 DCS 的结果.在 ADCS 的流场中,分离区耗散水 平较低,发展了更多的湍流脉动,更多的小尺度流 动不断撞击壁面,导致壁面压力系数略微增加.随 着 θ 继续增加直至出现大范围的分离流动, ADCS与DCS结果之间的差异更加明显. 总的来 说,两种方法得到的表面压力系数分布与实验值均 符合较好,但是 ADCS 方法在涡结构丰富的大范 围分离区域的结果与实验值更加符合,因而能够得 到更加准确的气动力结果.





图 15 给出了经时间平均和展向平均后的 y = 0处水平速度沿流向分布曲线.水平速度在后 驻点处为零,随后在回流区内为负并达到极小值, 随流向距离增加逐步趋近某一定值.图中 ADCS 方法得到的结果与实验结果几乎一致,而 DCS 的 结果整体略滞后于实验结果.其中 $u \leq 0$ 表示回流 区的范围,可以看出 DCS 得到的回流区范围明显 大于 ADCS 的结果.

图 16—图 19 分别给出圆柱尾流近壁面处 x/D = 1.06, 1.54, 2.02 和远壁面处 x/D = 4.0, 7.0, 10.0共 6 个站位的速度型和雷诺应力分布曲 线.为了在同一张图中展示曲线的发展变化,部分 站位的数据沿纵坐标平移一定距离.在近壁区,由 于回流区的存在,图 16 中水平速度 u 出现明显的 负值,并且随着壁面距离的增加,速度型呈对称分 布并逐渐由 U 型过渡为 V 型.对于纵向速度 v,呈 现明显的反对称分布,并且随着壁面距离增加,反 对称幅度更加明显.在近壁区,ADCS 得到的速度 型分布曲线均与实验结果符合较好,而 DCS 的结 果在 x/D = 1.54和 x/D = 2.02处与实验结果相比 均出现了一定偏差,与图 15 中的水平速度分布类 似, DCS 的结果略滞后于 ADCS.



图 15 y = 0处水平速度分布曲线 Fig. 15. u velocity profile at y = 0.



图 16 x/D = 1.06, 1.54, 2.02 三个站位时均速度分布(a) u; (b) v

Fig. 16. Mean velocity profile at $x/D=1.06, 1.54, 2.02 \colon$ (a) $u\,;\, (b)\,\,v\,.$

图 17 给出了近壁区雷诺应力分布曲线.速度 脉动量的量级一般小于平均速度量,因此更容易受 到不同方法引入的耗散的影响.从*x*/*D* = 1.06的结 果可以看出, 〈u'u'〉曲线呈对称分布并存在两个明显的峰值, 对应着尾部回流区与外流形成剪切层的位置.随着流向距离的增加, 分离涡逐渐形成, 曲线峰值更加明显. 〈u'v'〉与速度v类似, 呈现了反对称分布, 〈v'v'〉呈现出中心对称分布形态并且脉动





Fig. 17. Reynolds stress profile at x/D = 1.06, 1.54, 2.02: (a) u'u'; (b) u'v'; (c) v'v'. 幅度逐渐增加. DCS 和 ADCS 的结果均呈现了相 似的分布趋势, 但是 DCS 结果的峰值略小于实验 结果. 在该区域, 速度脉动发展初期易受到数值耗 散的影响, 而 DCS 因为在该区域引入了过多的非 必要的耗散, 可能导致一些微小的脉动不能充分发 展, 而 ADCS 方法在该区域自适应的调节耗散水 平, 使得湍流结构可以更加充分地发展, 从而得到 了与实验值符合较好的结果.

图 18 为远壁区 *x*/*D* = 4.0,7.0,10.0 三个站位 平均速度分布曲线,图 19 为雷诺应力分布曲线并 分别同实验结果进行比较.图 18 中水平速度 V 型 分布并呈现由深到浅的变化趋势,纵向速度由反对 称分布逐渐趋近于水平分布,雷诺应力的分布曲线 也呈现了类似的变化.在圆柱尾流远壁区,耗散调 节因子逐渐增加,但 DCS 和 ADCS 方法的结果之 间还是存在较为明显的差异, ADCS 方法的结果



图 18 x/D = 4.0, 7.0, 10.0 三个站位时均速度分布 (a) u; (b) v

Fig. 18. Mean velocity profile at x/D = 4.0, 7.0, 10.0: (a) u; (b) v.

与实验值更为符合. 但是在 *x*/*D* = 10.0处,由于网格过于稀疏,不足以支持 DDES 模型进行高保真求解,同时耗散调节因子也逐渐恢复到最大值, ADCS 与 DCS 的结果与参考结果之间均存在较为明显的差异.



图 19 x/D = 4.0, 7.0, 10.0 三个站位雷诺应力分布 (a) u'u'; (b) u'v'; (c) v'v'

Fig. 19. Reynolds stress profile at x/D = 4.0, 7.0, 10.0: (a) u'u'; (b) u'v'; (c) v'v'. 综上,对于 Re = 3900 圆柱绕流的大范围分离 流动, ADCS 方法在近壁面涡结构丰富的区域可有 效地降低数值耗散的影响,同时可以与 DDES 模 型有效地耦合求解,分辨出更多精细的流动结构, 提高对速度型分布,雷诺应力分布求解的准确性.

3 结 论

本文针对分离流动,在传统 5 阶耗散紧致 DCS 格式的基础上,引入流场相关的调节因子作 用于耗散项,构造了自适应耗散 ADCS 方法.通过 流场中涡量、湍流黏性和当地网格尺度三者之间的 关系,ADCS 方法能够通过调节 DCS 格式中迎风 偏斜模板的权重,实现在涡结构丰富的分离流动区 域降低数值耗散,以减少耗散对精细湍流结构发展 的影响,在无旋稳态流场区域将数值耗散恢复到正 常水平,以保证数值计算的稳定性.本文通过将 ADCS 方法同 DDES 模型耦合求解,得到以下结论.

1) 通过色散保持关系和涡输运算例证明了 ADCS 方法相比于 DCS 方法, 在几乎不改变色散 特性的前提下, 可有效减少在高波数范围内的耗散 效应, 提高对精细流动结构求解的准确性. 同时 ADCS 方法在相同的网格条件下具有更高分辨率 的涡保持能力, 并且更容易达到理论求解精度.

2) 通过各向同性衰减湍流和平板槽道流验证 了 ADCS 方法与 DDES 模型耦合求解的能力, 通 过能量谱分布证明了 ADCS 方法可有效提高在高 波数范围求解的准确性, 同时通过流场对比说明 ADCS 可求解出更加精细的涡结构. 在平板槽道流 动计算中, ADCS 方法可将 RANS 与 LES 的转换 区略微提前, 但基本保持原 DCS 方法求解效果.

3) 通 过 Re = 3900 圆 柱 绕 流 算 例 验 证 了 ADCS 方法对典型分离流动的求解能力, 证明了 ADCS 方法可有效提高对分离区近壁面处精细结 构的辨识能力, 同时通过对时均速度型和雷诺应力 分布曲线的比较, 证明了 ADCS 方法可有效提高 对分离流动求解的准确性.

参考文献

- Cummingsa R M, Forsytheb J R, Mortonb S A 2003 Prog. Aerosp. Sci 39 369
- [2] Tucker P 2016 Appl. Math. Comput. 272 582
- [3] Wang G X, Wang S Y, Ge M M, Deng X G 2018 Acta Phys. Sin. 67 194701 (in Chinese) [王光学, 王圣业, 葛明明, 邓小刚

2018 物理学报 67 194701]

- [4] Ge M M, Wang S Y, Wang G X, Deng X G 2019 Acta Phys. Sin. 68 204702 (in Chinese) [葛明明, 王圣业, 王光学, 邓小刚 2019 物理学报 68 204702]
- [5] Travin A, Shur M, Strelets M, Spalart P R 2002 Adv. LES Complex. Flow 65 239
- [6] Jiang G S 1996 J. Comput. Phys. 126 202
- [7] Henrick A K, Aslam T D, Powers J M 2005 J. Comput. Phys. 207 542
- [8] Borges R, Carmona M, Costa B, Don W S 2008 J. Comput. Phys. 227 3191
- [9] Martín M P, Taylor E M, Wu M, Weirs V G 2006 J. Comput. Phys. 220 270
- [10] Hu X Y, Wang Q, Adams N A 2010 J. Comput. Phys. 229 8952
- [11] Wong M L, Lele S K 2017 J. Comput. Phys. 339 179
- [12] Adams N A, Shariff K 1996 J. Comput. Phys. 127 27
- [13] Pirozzoli S 2002 J. Comput. Phys. 178 81
- [14] Shahbazi K, Nathan A, Oscar P B, Jan S H 2011 J. Comput. Phys. 230 8779
- [15] Meitz H L, Fasel H F 2000 J. Comput. Phys. 157 371
- [16] Lele S K 1992 J. Comput. Phys. 103 16
- [17] Deng X, Shen C 1996 AIAA 27th Fluid Dynamics Conference, New Orleans, USA, June 17–20, 1996
- [18] Chaouat, Bruno 2017 Flow Turbul. Combust. 99 279
- [19] Xiao Z, Fu S 2009 Acta Mech. Sin. 25 471
- [20] Mary I, Sagaut P 2002 AIAA 40 1139
- [21] Anderson N, Eriksson L E, Davidson L 2005 AIAA 43 1899
- [22] Bui T T 2000 Comput. Fluids 29 877
- [23] Qin N, Xia H 2008 Proc. Inst. Mech. Eng. I 222 373

- [24] Yoon S, Barnhardt M, Candler G 48th AIAA Aerospace Science Meeting, Orlando, USA, January 4–7, 2010 p1573
- [25] Mockett C 2009 Ph. D. Dissertation (Berlin: Technische Universitat Berlin)
- [26] Tajallipour N, Babaee Owlam B, Paraschivoiu M 2009 J. Aircraft 46 915
- [27] Xiao Z, Jian L, Huang J, Song F 2012 AIAA 50 1119
- [28] Spalart P R, Jou W H, Strelets M, Allmaras S R 1997 Adv. In DNS/LES (Columbus: Greyden Press) pp137–149
- [29] Strelets M 2001 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit Reno, NV, January 8–11, 2001 pA01-16694
- [30] Spalart P R, Deck S, Shur M L, Squires K D, Strelets M K, Travin A 2006 Theor. Comput. Fluid Dyn. 20 181
- [31] Pirozzoli S 2006 J. Comput. Phys. 219 489
- [32] Wang Z J, Fidkowski K, Abgrall R, Bassi F, Caraeni D, Cary A, Deconinck H, Hartmann R, Hillewaert K, Huynh H T 2013 Int. J. Numer. Methods Fluids 72 811
- [33] Kroll N, Bieler H, Deconinck H, Couaillier V, Ven H v d, Sorensen K 2010 ADIGMA A European Initiative on the Development of Adaptive Higher-order Variational Methods for Aerospace Applications (Berlin: Springer) pp1–10
- [34] Comte-Bellot G, Corrsin S 1971 J. Fluid. Mech. 48 273
- [35] Bunge U, Mockett C, Thiele F 2007 Aerosp. Sci. Technol. 11 376
- [36] Pope S B 2000 Turbulent Flows (Cambridge: Cambridge University Press) pp264–288
- [37] Kravchenko, P M 2000 Phys. Fluids 12 403
- [38] Parnaudeau P, Carlier J, Heitz D, Lamballais E 2008 Phys. Fluids 20 261

A method of adaptively adjusting dissipation for the simulation of separated flow^{*}

Li Hao[†] Liu Wei Wang Sheng-Ye

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China) (Received 15 January 2020; revised manuscript received 12 April 2020)

Abstract

Separate flow is a typical complex turbulent phenomenon. The full development of small-scaled structures is of great importance for accurate numerical simulation. However, these small-scaled structures can be easily damped by the inherent dissipation of numerical method. Therefore, based on the 5th-order dissipative compact scheme (DCS), we propose an adaptive dissipative compact scheme (ADCS), which can adjust the numerical dissipation with self-adaptive capability by incorporating a flow related adjusting parameter. Combining with the delay detached eddy simulation (DDES), the ADCS can reduce the influence of numerical dissipation in LES region to enhance the ability to discern small-scaled structures, and restore the normal dissipation level in the RANS region to keep numerical stability. In the process of numerical simulation, firstly, the approximate dispersion relation (ADR) is obtained, it shows that the ADCS method can effectively reduce the influence of dissipation in the high wave number region, without contaminating the dispersive performance, which is conducive to enhancing the resolution of turbulent structures. Secondly, the advection of vortical structure is simulated. Compared with DCS, the ADCS can reach the theoretical accuracy in an efficient way and acquire more advanced resolution of vortical structure even on a relatively coarse mesh scale, which proves that the ADCS reduces the negative influence of dissipation on vortical structure. The third case is the decay of isotropic turbulence. The energy spectral curves stay close to the reference before cut-off number, showing that more small-scaled structures can be distinguished by the ADCS method, and most of the vortical dominated regions are solved at a near-minimum level. The forth case is the plate channel turbulent flow. Both of DCS method and ADCS method give acceptable results. The ADCS method is performed with optimal dissipation in the near-wall region and reduces the dissipative level in the vortex dominated region, and it is also exhibited that the ADCS method can maintain the stability for flow with high gradient and avoid divergence. Finally, the subcritical Re = 3900 circular cylinder is simulated, and the fully separate flow is developed in the wake. The turbulent fluctuation near the wall is sensitive to the effect of numerical dissipation. The contour of flow field shows that the ADCS method obtains more small-scale structures. As for the pressure coefficient and mean velocity, the ADCS method shows an acceptable accuracy. Considering the Reynolds stress profile, which can be easily affected by the dissipation, the ADCS exhibits more accurate results than the traditional DCS method. Generally, the ADCS method can reduce the influence of dissipation and is beneficial to acquiring more accurate results in separate flow.

Keywords: separated flow, delayed-detached eddy simulation, adaptive dissipative method, dissipative compact scheme

PACS: 47.32.Ff, 47.27.-i, 47.27.E-, 47.11.Bc

DOI: 10.7498/aps.69.20200102

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11572348) and the Basic Research Foundation of the National University of Defense Technology of China (Grant No. ZDYYJCYJ20140101).

[†] Corresponding author. E-mail: 583259351@qq.com