

离轴抽运厄米-高斯模固体激光器*

连天虹^{1)†} 王石语²⁾ 寇科¹⁾ 刘芸¹⁾

1) (西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 西安 710048)

2) (西安电子科技大学物理与光电工程学院, 西安 710071)

(2020年1月13日收到; 2020年3月7日收到修改稿)

给出了离轴抽运固体激光器多模速率方程组在阈值附近的小信号求解方法, 用这种方法研究了模式随离轴量的变化以及厄米-高斯模的竞争行为. 抽运光斑较小时, 离轴量增加高阶模式依次出现; 抽运光斑较大时, 模式变化呈现复杂性. 用小信号近似得到的模式光子数比例与较高抽运功率下数值求解速率方程组的结果接近, 表明可以用该方法估算实际较高功率激光器的模式分布, 这可以方便这类激光器的研究. 对离轴抽运下的多厄米-高斯模激光器, 阈值附近的模竞争体现为, 随着抽运功率的增加, 第一个净增益由负变正的模式, 光子数随即开始增加, 增加趋势接近线性. 而第二个净增益由负变正的模式, 光子数并不立即开始增加, 而要等到抽运功率进一步增加后才开始增加, 其开始增加后第一个模式的增长趋势变缓. 从动态过程看, 各个模式经过交叉尖峰和交叉弛豫振荡竞争后, 逐渐达到稳态. 实验获得了 HG₀₀-HG₅₀ 模光束, 实验所得到的模式分布与理论计算结果符合很好.

关键词: 固体激光器, 离轴抽运, 模式竞争, 小信号解

PACS: 42.55.Xi, 42.60.Jf, 42.60.Lh

DOI: 10.7498/aps.69.20200086

1 引言

厄米-高斯 (Hermite-Gaussian, HG) 光束在光通信^[1]、涡旋光束产生等方面具有重要的应用价值^[2,3], 因此, 这类光束的产生一直备受研究人员的关注. 在低功率情况下, 通常可用空间光调制器将基模高斯光束转换为 HG 光束^[4-6]. 但受转换元件损伤阈值、实际加工精度等因素的限制, 难以转换出高功率、高纯净度的 HG 光束. 随着应用研究的深入, 在远距离空间光通信、探测等应用中需要高功率、模式纯净度高的 HG 光束^[7,8]. 用激光器直接产生 HG 光束在功率水平、模式纯净度方面具有很大的优势, 可为高功率涡旋光产生、远距离通信、探测等提供理想的光源. 因此, 用激光器直接产生

HG 光束成为激光技术研究的一个热点^[9-14].

HG 模是稳定球面谐振腔的高阶本征模式, 高阶模式的亮斑偏离谐振腔轴线. 在二极管端面抽运固体激光器中, 可使抽运光偏离谐振腔的光轴, 与高阶 HG 模的亮斑达到模式匹配从而输出特定的 HG 光束. 众所周知, 谐振腔光电场的 HG 模组成了完备正交的函数系, 但其模方却不正交, 即谐振腔中各个 HG 模的光强空间分布存在一定的交叠, 呈现部分交叠部分分离的状态. 这使得离轴抽运时, 抽运光难以作用于单个 HG 模, 而往往是同时作用于若干个 HG 模. 受抽运光作用的这些 HG 模将产生空间增益竞争, 激光器的稳态输出模式与抽运光分布形式、离轴量等因素有关. 对这种激光器振荡模式的计算方面, 文献^[15]给出了考虑抽运光空间分布和振荡光模式下各个模式阈值的计算方

* 国家自然科学基金 (批准号: 61805196, 61805195)、陕西省自然科学基金 (批准号: 2018JQ6097) 和陕西省教育厅专项科研计划 (批准号: 17JK0559) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: thlian@xaut.edu.cn

法, 文献 [16] 用这种方法研究了各个模式的阈值, 但其成立的条件是只有一个模式振荡, 不能研究多模竞争问题.

目前, 在固体激光器中迫切需要产生单一的 HG 模并且实现模式的调控 [17–21]. 调控的一个重要方法是使抽运光偏离中心轴线与各个高阶 HG 模实现匹配, 从而实现模式的调谐输出. 在此调控过程中, 谐振腔结构保持不变, 而抽运光通过横向移动与各个模式发生匹配. 抽运光横向移动过程中, 将作用于若干个 HG 模. 为了获得可控的模式输出, 需要确定哪些模式最终能够稳定输出. 本文给出了一种离轴抽运下多个 HG 模激光器模式分布的简便计算方法. 在谐振腔结构保持不变的情况下, 研究了不同的抽运光半径下, 激光器输出模式随离轴量的演变过程, 并研究了模式在阈值附近的竞争行为. 另外, 为了与小信号计算结果比较, 通过直接数值求解速率方程得到了较高抽运功率下的稳态光子数比例, 并研究了模式竞争的动态过程. 论文还实验产生了一些 HG 模式, 并与理论结果进行了比较分析.

2 理论

2.1 理论模型

为了简化问题, 采用如图 1 所示的平凹谐振腔进行分析. Nd:YAG 晶体的端面镀 1064 nm 高反射膜和输出耦合镜构成谐振腔. 以晶体抽运端面中心为坐标原点、光传播方向为 z 轴建立直角坐标系. 谐振腔长度为 L , 输出镜的曲率半径为 C . 激光晶体的吸收长度一般都比较短, 如常见的 1 at.% 掺杂的 Nd:YAG 晶体, 吸收长度约为 1.3 mm. 在这种情况下, 可以近似认为增益集中分布在晶体的抽运端面, 对腔内振荡光, 可以忽略光斑沿 z 方向的变化, 只考虑二维分布. 用 $P(x, y)$ 表示抽运速

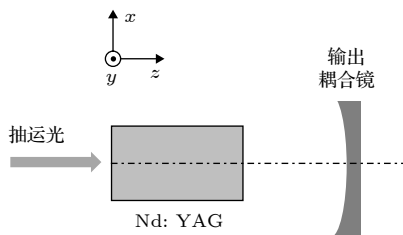


图 1 端面离轴抽运固体激光器图示

Fig. 1. Schematic of an off-axis end-pumped solid-state laser.

率, $N(x, y)$ 表示反转粒子数密度, 用 $\Phi_{mn}(x, y)$ 表示 HG _{m n} 模的光子数密度, 则多个模式振荡时的速率方程可以写为

$$\begin{aligned} & \frac{dN(x, y, t)}{dt} \\ &= P(x, y, x_0, y_0) - c\sigma N(x, y, t) \sum_{m,n} \Phi_{mn}(x, y, t) \\ & \quad - N(x, y, t)/\tau_f, \end{aligned} \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d\Phi_{mn}(x, y, t)}{dt} \\ &= c\sigma N(x, y, t) \Phi_{mn}(x, y, t) - \Phi_{mn}(x, y, t)/\tau_{mn}, \\ & \quad m, n = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (1b)$$

其中 c 为介质中的光速, σ 为受激发射截面, τ_f 为上能级寿命, τ_{mn} 为 HG _{m n} 模的光子寿命, (x_0, y_0) 为抽运光的中心坐标.

2.2 阈值附近的小信号稳态解

通常情况下, 速率方程 (1a) 和 (1b) 不易直接求解. 若激光器工作在阈值附近, 谐振腔中振荡光场很弱, 可求得其小信号稳态解.

令方程 (1a) 中 $dN/dt = 0$, 可得稳态时的反转粒子数密度为

$$N^E(x, y) = \frac{\tau_f P(x, y, x_0, y_0)}{1 + c\sigma\tau_f \sum_{m,n} \Phi_{mn}^E(x, y)}, \quad (2)$$

其中 $N^E(x, y)$ 为稳态反转粒子数密度, $\Phi_{mn}^E(x, y)$ 为稳态时 HG _{m n} 模的光子数密度. 将方程 (1b) 两边在谐振腔体积内积分

$$\begin{aligned} & \iint_A L_c \frac{d\Phi_{mn}(x, y, t)}{dt} dx dy \\ &= \iint_A L_a c\sigma N(x, y, t) \Phi_{mn}(x, y, t) dx dy \\ & \quad - \iint_A L_c \frac{\Phi_{mn}(x, y, t)}{\tau_{mn}} dx dy, \end{aligned} \quad (3)$$

积分中忽略了 z 方向反转粒子数和振荡光子数密度的变化, 其中 L_c 为谐振腔长度, L_a 为增益介质的有效长度, 近似等于吸收长度. 振荡过程中, 认为各个模式的分布形式保持不变, 而光子数 S_{mn} 随时间变化, 可将 $\Phi_{mn}(x, y, t)$ 用各模式的光子数 S_{mn} 和模式的归一化分布函数 $\phi_{mn}(x, y)$ 表示, 即

$$\Phi_{mn}(x, y, t) = S_{mn}(t) \phi_{mn}(x, y), \quad (4)$$

归一化分布函数

$$\begin{aligned} & \phi_{mn}(x, y) \\ &= \frac{2}{\pi\omega_0^2 L_c m! n!} 2^{-(m+n)} \exp\left[-\frac{2(x^2+y^2)}{\omega_0^2}\right] \\ & \times \left[H_m\left(\frac{x\sqrt{2}}{\omega_0}\right) H_n\left(\frac{y\sqrt{2}}{\omega_0}\right) \right]^2, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $H_m(x)$ 为 m 阶厄米多项式, ω_0 为基模振荡光的半径, 归一化条件为 $L_c \iint_A \phi_{mn}(x, y) dx dy = 1$. 将 (4) 式代入 (3) 式, 可得

$$\begin{aligned} & dS_{mn}(t)/dt = \\ & S_{mn}(t) \iint_A L_a c \sigma N(x, y, t) \phi_{mn}(x, y) dx dy \\ & - S_{mn}(t)/\tau_{mn}. \end{aligned} \quad (6)$$

在稳态下, 令 $dS_{mn}(t)/dt = 0$, 可得

$$c\sigma L_a \iint_A N^E(x, y) \phi_{mn}(x, y) dx dy = \frac{1}{\tau_{mn}}. \quad (7)$$

将 (2) 式代入 (7) 式,

$$\begin{aligned} & c\sigma\tau_f L_a P_0 \iint \frac{\vartheta(x, y, x_0, y_0)}{1 + c\sigma\tau_f \sum_{m,n} S_{mn}^E \phi_{mn}(x, y)} \\ & \times \phi_{mn}(x, y) dx dy = \frac{1}{\tau_{mn}}, \end{aligned} \quad (8)$$

$P(x, y, x_0, y_0) = P_0 \vartheta(x, y, x_0, y_0)$, $\vartheta(x, y, x_0, y_0)$ 为抽运光归一化分布函数, P_0 为抽运速率, 即单位时间抽运到上能级的粒子数, 近似等于单位时间内增益介质吸收的抽运光子数, S_{mn}^E 为稳态时 HG_{mn} 模的光子数.

在小信号情况下, 谐振腔中的光子数很小, 所以 (8) 式可以近似为

$$\begin{aligned} & c\sigma\tau_f L_a P_0 \iint \vartheta(x, y, x_0, y_0) \phi_{mn}(x, y) \\ & \times \left[1 - c\sigma\tau_f \sum_{m,n} S_{mn}^E \phi_{mn}(x, y) \right] dx dy = \frac{1}{\tau_{mn}}, \end{aligned} \quad (9)$$

即

$$\begin{aligned} & c\sigma\tau_f L_a P_0 \iint \vartheta(x, y, x_0, y_0) \phi_{mn}(x, y) dx dy \\ & - c^2 \sigma^2 \tau_f^2 L_a P_0 \sum_{m',n'} S_{m',n'}^E \iint \vartheta(x, y, x_0, y_0) \\ & \times \phi_{mn}(x, y) \phi_{m',n'}(x, y) dx dy = \frac{1}{\tau_{mn}}. \end{aligned} \quad (10)$$

为了方便, 引入以下参数

$$\begin{aligned} \alpha_{mn} &= c\sigma\tau_f L_a P_0 \iint \vartheta(x, y, x_0, y_0) \\ & \times \phi_{mn}(x, y) dx dy - 1/\tau_{mn}, \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \beta_{mnm'n'} &= c^2 \sigma^2 \tau_f^2 L_a P_0 \iint \vartheta(x, y, x_0, y_0) \\ & \times \phi_{mn}(x, y) \phi_{m'n'}(x, y) dx dy, \end{aligned} \quad (11b)$$

则 (10) 式可以简写为

$$\sum_{mnm'n'} S_{m'n'}^E \beta_{mnm'n'} = \alpha_{mn}, \quad (12)$$

其中求和遍历所有可能振荡的模式. α_{mn} 具有 s^{-1} 的量纲, 反映了单位时间内光子数的变化, 包含了抽运光与 HG_{mn} 模的交叠程度及 HG_{mn} 模光子寿命的影响, 这里称之为净增益, 其值为正时表示光子数增大, 为负时表示光子数减小; $\beta_{mnm'n'}$ 反映了抽运光与 HG_{mn} 模、 $HG_{m'n'}$ 模三者的交叠程度. 为了简化脚标, 将模式依次编号

$$\begin{array}{cccccccc} 00 & 10 & 01 & 11 & 21 & 12 & 22 & \dots, \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & \dots, \end{array}$$

则 (12) 式可以写为矩阵形式

$$\begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \dots & \beta_{1N} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} & \dots & \beta_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \beta_{N1} & \beta_{N2} & \beta_{N3} & \dots & \beta_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1^E \\ S_2^E \\ \vdots \\ S_N^E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{pmatrix}, \quad (13)$$

其中 N 为参与振荡的模式数目, 利用 (13) 式可直接求得小信号情况下各个模式的稳态光子数. 需要说明的是, 从 (8) 式可以看出, 能否满足小信号条件, 不仅与各个模式的光子数有关, 还与模式的归一化分布函数有关. 取 $\omega_0 = 0.15 \text{ mm}$, $L_c = 15 \text{ cm}$, 几个低价模式的光子数密度的最大值为 $\phi_{00}^{\max} = 1.89 \times 10^8$, $\phi_{10}^{\max} = 1.38 \times 10^8$, $\phi_{20}^{\max} = 1.24 \times 10^8$, $\phi_{30}^{\max} = 1.15 \times 10^8$. 对各模式而言, 符合弱信号条件的腔内光子数大约都在 10^8 量级. 当 ω_0 和 L_c 增大时, 光子数密度减小, 符合小信号条件的光子数随着增大.

3 离轴抽运下阈值附近激光器的工作特性

本节根据 2.2 节中给出的方法, 计算在小功率离轴抽运下激光器的模式分布. 对一定的谐振腔结构, 研究抽运光半径分别为振荡光半径的一半和与

振荡光半径相等时, 模式随离轴量的演变过程. 归一化分布函数 $\vartheta(x, y, x_0, y_0)$ 采用 (14) 式所给形式,

$$\vartheta(x, y, x_0, y_0) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\omega_p^2 L_a}, & (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \leq \omega_p^2, \\ 0, & (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 > \omega_p^2, \end{cases} \quad (14)$$

其中 ω_p 为抽运光半径. 抽运速率 $P_0 = P_a/(h\nu_p)$, P_a 为抽运光功率, $h\nu_p$ 为抽运光光子能量. 对于 Nd:YAG, $\sigma = 6.5 \times 10^{-19} \text{ cm}^2$, $\tau_f = 230 \text{ }\mu\text{s}$, 抽运光波长为 808 nm, 吸收长度 L_a 取为 1 mm. 谐振腔长度 L_c 取为 15 cm, 输出镜的曲率半径 C 取为 200 mm, 对应的抽运端面处的 HG₀₀ 模振荡光半径 ω_0 约为 0.15 mm. 光子寿命 τ_{mn} 取决于模式的损耗, 在本文的计算条件下, 谐振腔的非涅耳数很大, 各模式的衍射损耗近似相等, 可近似认为光子寿命由

耦合输出镜的反射率决定, 即 $\tau_{mn} = L_c/[c_0 \ln(R)]$, c_0 为真空中的光速. 计算中, 只考虑沿 x 轴方向离轴的情形, 即 $y_0 = 0$, 这时离轴量 $\Delta x = |x_0|$. 根据 Nd:YAG 的晶体参数及给定的谐振腔参数, 可以估算出激光器的阈值抽运功率约为 0.15 W, 为满足小信号条件, 计算中抽运功率取值略高于阈值功率. 为计算简便又能说明问题, 计算中考虑 HG₀₀, HG₁₀, HG₂₀, HG₃₀, HG₄₀, HG₅₀, HG₆₀ 7 个模式. 这样, 给定离轴量、抽运功率和抽运光半径, 将 (14) 式及相关参数代入 (11) 式, 求解方程组 (13) 便可得到一定离轴量下各模式的光子数.

3.1 抽运光半径 $\omega_p = 0.5\omega_0$ 时的输出模式

图 2 是 P_a 为 0.25 W、抽运光半径 $\omega_p = 0.5\omega_0 = 0.075 \text{ mm}$ 时, 不同离轴量下各模式光子数分布形成

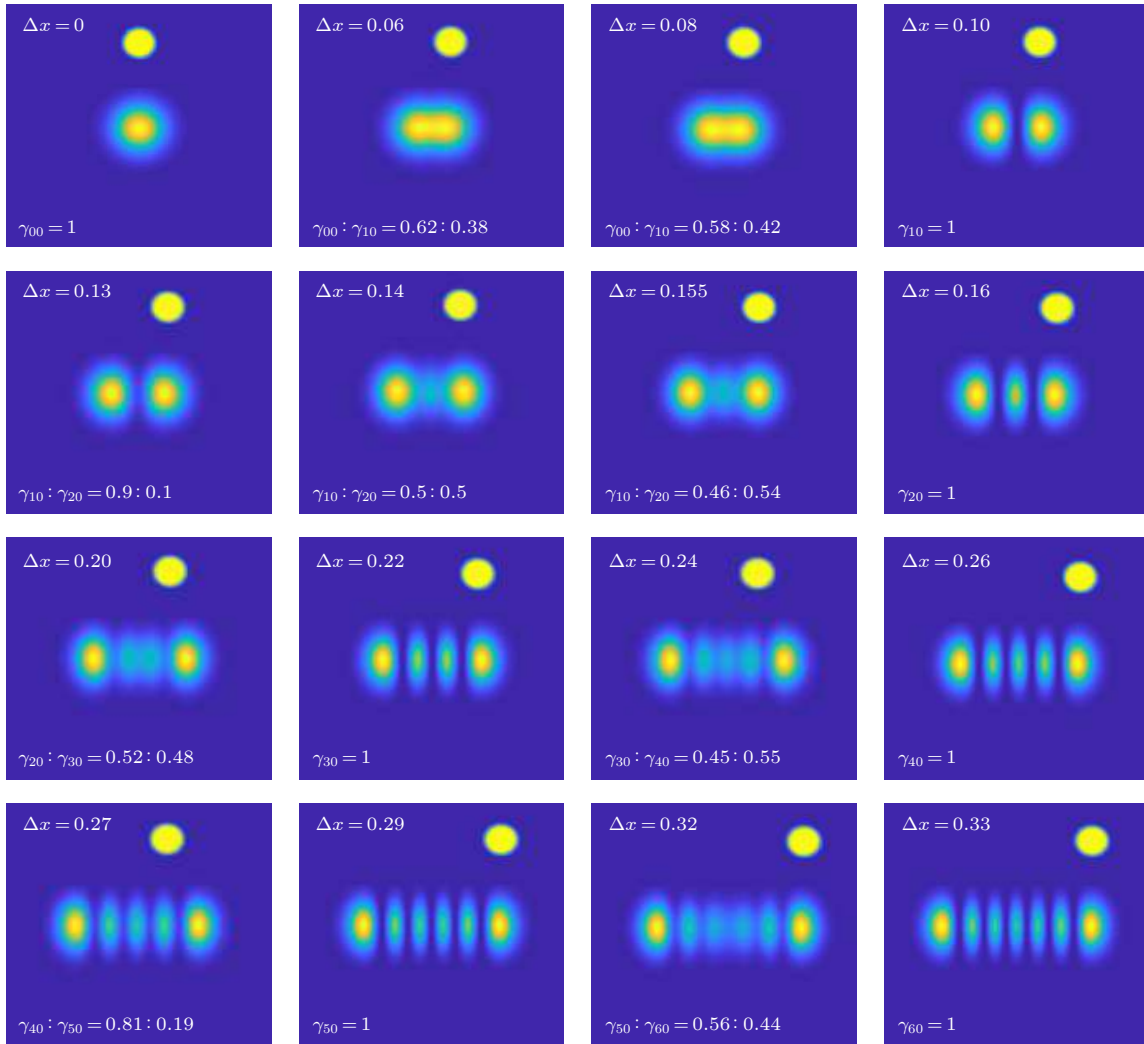


图 2 抽运功率 0.25 W、抽运光半径 0.075 mm 时, 16 个离轴量下的光斑

Fig. 2. Laser beam profiles with different mode distributions in the sixteen transverse displacements when the pump power is 0.25 W and the pump beam radius is 0.075 mm.

的光斑. 图中 $\gamma_{00} : \gamma_{10} : \gamma_{20} : \gamma_{30} : \gamma_{40} : \gamma_{50} : \gamma_{60}$ 表示模式的光子数比例. 可以看出, 当在中心抽运时, 只有 HG_{00} 模工作; 随着离轴量的增加, 模式依次出现演变. 当离轴量为 0.08 mm 时, 为 HG_{00} 模和 HG_{10} 模的叠加, 叠加比例为 0.58:0.42, 离轴量为 0.11 mm 时, HG_{00} 模不再出现, 单一 HG_{10} 模工作. 离轴量再增加时, HG_{20} 模出现; 当离轴量为 0.13 mm 时, HG_{10} 模和 HG_{20} 模的叠加比例为 0.9:0.1; 当增加到 0.155 mm 时, 这一比例变为 0.46:0.54, 光斑不再有明显的暗线, 呈现出模糊的状态; 当增加到 0.16 mm 时, 呈现出单一的 HG_{20} 模. 再往后, 随着离轴量的增加, 各个高阶 HG 模依次出现, 在离轴量为 0.22, 0.26, 0.29 和 0.33 mm 时, 分别出现 HG_{30} , HG_{40} , HG_{50} 和 HG_{60} 模. 在每两个模式转换之间, 会出现两个模式的叠加工作状态, 如离轴量为 0.27 和 0.32 mm 时. 在模式叠加状态下, 光斑呈现一定程度的模糊. 在此抽运光半径下, 离轴量适当时总会出现单一模式工作的状态, 从而可实现单一模式的选择和调控.

通常单一模式激光器抽运功率高于阈值后, 振荡光子数随抽运功率的增加线性增加. 这里研究两个模式工作的特点, 图 3 所示是离轴量为 0.08 和 0.155 mm 时, 对应的两个模式的光子数在阈值附

近随抽运功率的变化情况. 为了分析, 图 4 中表示了这两个离轴量对应的两个模式的净增益, 没有表示出的模式, 净增益均小于 0. 从图 3(a) 可以看出, 当抽运功率从 0.12 W 开始增大时, HG_{00} 模的光子数随之增大, 变化趋势接近线性, HG_{10} 模的光子数先保持为 0; 从图 4(a) 所示的净增益可以看出, HG_{00} 模的净增益由负变正, 这符合单模在阈值附近的工作特点. 当抽运功率增大到 0.13 W 时, HG_{10} 模的净增益也由负变正, 但从图 3(a) 看出, 这时 HG_{10} 模的光子数并未立即开始增加, 而是一直抽运功率增加为 0.15 W 时, HG_{10} 模的光子数才由 0 开始增加, 这和单模激光器的工作特点明显不同. HG_{10} 模的光子数开始增加后, HG_{00} 模的光子数变化曲线出现了一个拐点, 增加趋势变缓, HG_{10} 模光子数增加斜率要大于 HG_{00} 模的斜率, 但二者均近似线性增长. 从图 3(b) 所示的光子数所占比例看出, 随着抽运功率增加, 二者所占比例趋于稳定, HG_{00} 模所占比例大于 HG_{10} 模.

图 4(a) 中, 抽运功率为 0.13 W 时, HG_{10} 模的净增益开始大于 0, 而一直到抽运功率增加为 0.15 W 时, 图 3(a) 中 HG_{10} 模的光子数才由 0 开始增加. 产生这一现象的物理原因是: 净增益反映了没有其他模式振荡情况下, 增益介质中属于这个

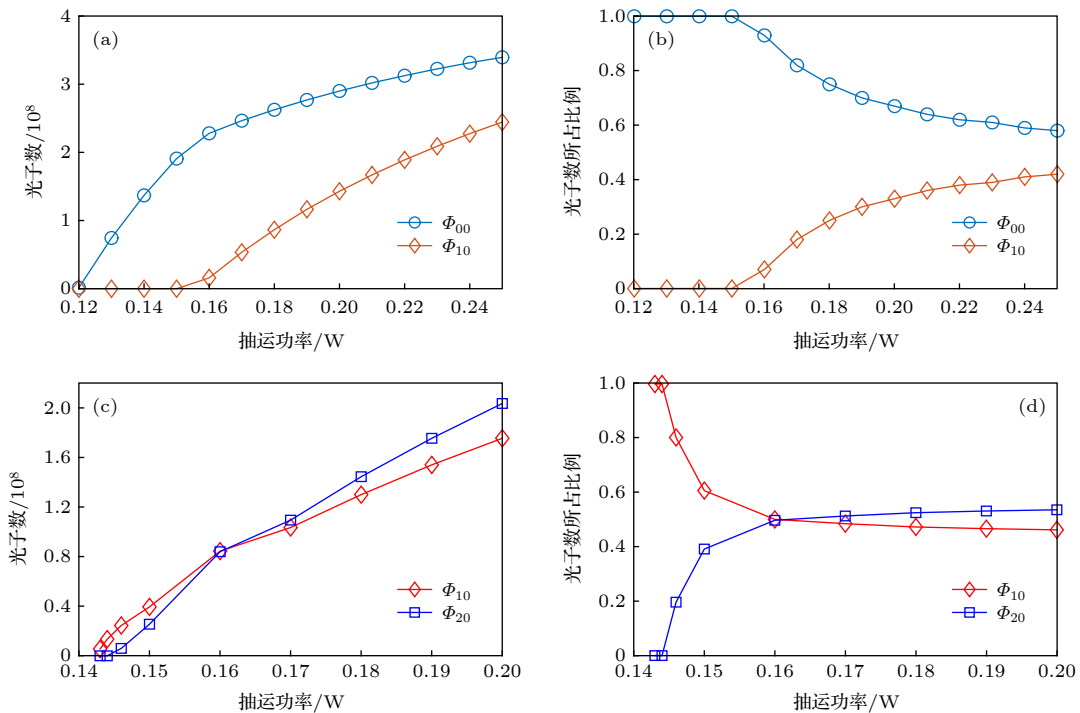


图 3 在阈值附近, HG_{00} 和 HG_{10} 模光子数 (a), 光子数比例 (b); HG_{10} 和 HG_{20} 模光子数 (c), 光子数比例 (d) 随抽运功率的变化
Fig. 3. Photon numbers of the mode HG_{00} and HG_{10} (a), and their percentages (b); photon numbers of the modes HG_{10} and HG_{20} (c), and their percentages (d) near the threshold.

模式的增益. 若谐振腔中没有其他的振荡模式, 某个模式的净增益大于 0 后, 该模式将达到阈值, 光子数将立即由 0 开始增加; 而当谐振腔中有其他模式振荡, 且其他模式与该模式空间上有交叠时, 原本属于该模式的一部分增益被其他模式消耗, 此时尽管计算出的净增益大于 0 了, 但实际上该模式并没有达到阈值条件. 这实际上反映了模式的空间交叉饱和效应, 是多模速率方程组 (1) 式或代数方程组 (13) 式中模式耦合效应的体现. 这里, 抽运功率为 0.13 W 时, HG₁₀ 模的净增益开始大于 0, 但由于 HG₀₀ 模消耗了二者交叠区域的增益, 使 HG₁₀ 模直至抽运功率增加到 0.15 W 时才开始增加.

图 3(c) 是离轴量为 0.155 mm 时 HG₁₀ 模和 HG₂₀ 模光子数的变化情况. 当抽运功率超过 0.14 W 时, HG₁₀ 模和 HG₂₀ 模的光子数几乎同时开始增长, 从图 4(b) 可以看出, 在此抽运功率下, 两个模式的净增益都由负变正, HG₁₀ 模的净增益

略大于 HG₂₀ 模的净增益. 而从光子数增加趋势看, 两个模式光子数的增加偏离线性, HG₁₀ 模呈现上凸的增长趋势, HG₂₀ 模呈现下凸的增长趋势, 当抽运功率增加到 0.16 W 时, 两个模式光子数相等, 随着抽运功率的进一步增加, 两个模式的光子数呈现近似线性增加的趋势, HG₂₀ 模的增长斜率要大于 HG₁₀ 模的增长斜率. 从图 3(d) 看出, 在抽运功率在 0.16 W 以下时, HG₁₀ 模光子数所占比例大于 HG₂₀ 模的光子数, 随抽运功率增加, 前者快速下降而后者上升, 然后逐渐趋于稳定, 最终 HG₂₀ 模光子数所占比例要大于 HG₁₀ 模的光子数.

3.2 抽运光半径 $\omega_p = \omega_0$ 时的输出模式

此时抽运光与振荡光的有效交叠变小, 若抽运功率继续保持在 0.25 W, 计算发现离轴后各模式都不能达到阈值, 因此将抽运功率设定为 0.5 W 进行计算. 图 5 是这种情况下, 不同离轴量

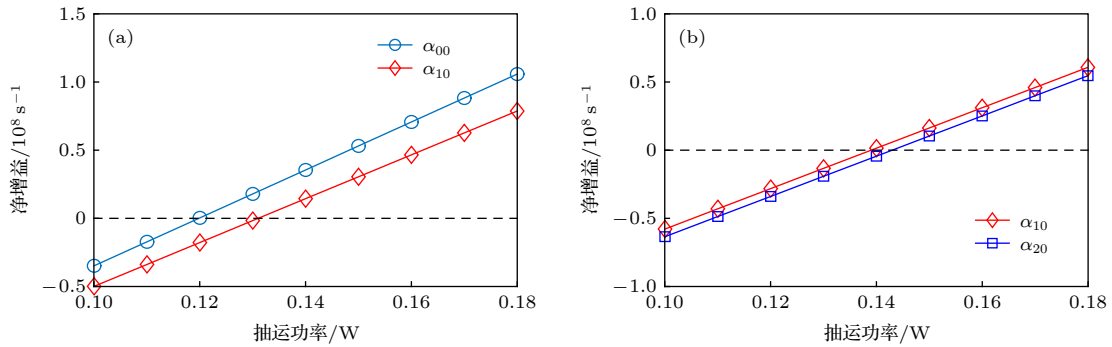


图 4 净增益随抽运功率的变化 (a) 0.08 mm; (b) 0.155 mm

Fig. 4. Dependence of the net gains on the pump power: (a) 0.08 mm; (b) 0.155 mm.

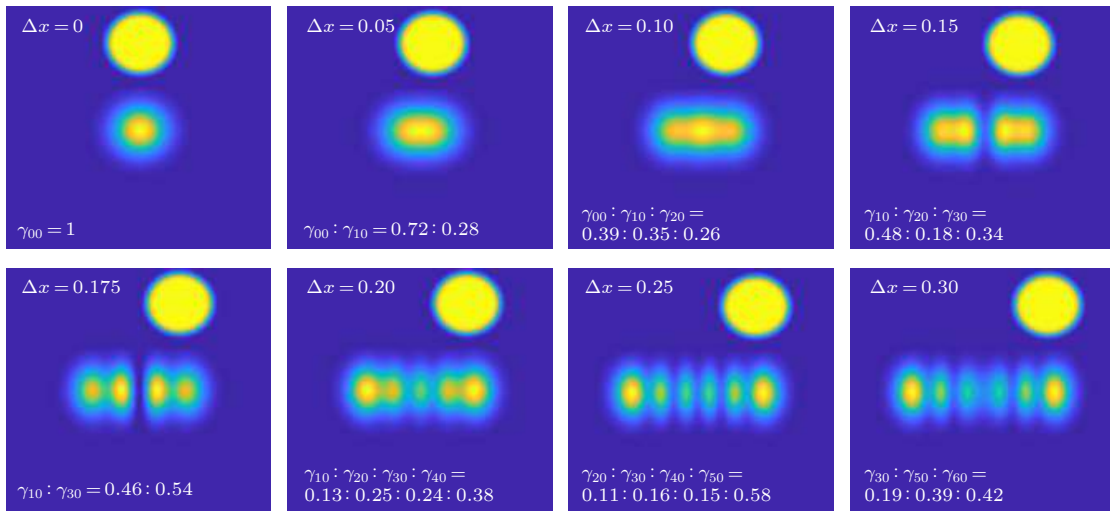


图 5 抽运功率 0.5 W、抽运光半径 0.15 mm 时, 8 个离轴量下的光斑

Fig. 5. Laser beam profiles with different mode distributions in the eight transverse displacements when the pump power is 0.5 W and the pump beam radius is 0.15 mm.

时的光斑. 可以看出, 在离轴量为 0 时, 仍然只有 HG_{00} 模输出; 当离轴量为 0.05 mm 时, 为 HG_{00} 模和 HG_{10} 模的叠加输出; 而当离轴量为 0.1 mm 时, 变为 HG_{00} , HG_{10} 和 HG_{20} 三个模式的叠加输出; 当离轴量增加到 0.15 mm 时, HG_{00} 模不再出现, 变为 HG_{10} , HG_{20} 和 HG_{30} 三个模式的叠加; 当离轴量增加到 0.175 mm 时, HG_{20} 模消失, 模式数目变少, 成为 HG_{10} 和 HG_{30} 两个模式的叠加; 当离轴量继续增加到 0.2 mm 时, 模式数目增加到四个, 成为 HG_{10} , HG_{20} , HG_{30} , HG_{40} 模的叠加; 而当离轴量进一步增加到 0.25 mm 时, 叠加的四个模式变为 HG_{20} , HG_{30} , HG_{40} 和 HG_{50} 模. 可见, 当抽运光半径与 HG_{00} 模的半径相等时, 随着离轴量的增加, 总有多个模式参与振荡, 整体上

呈现低阶模被抑制、高阶模参与振荡的趋势, 但具体的演变过程又存在复杂性, 并不是低级模消失、高阶模出现这样的简单变化.

图 6 是多个模式参与振荡时, 阈值附近各模式的光子数及光子数所占比例随抽运功率的变化, 为便于分析, 图 7 给出了模式的净增益随抽运功率的变化. 图 6(a) 和图 6(b) 是离轴量为 0.1 mm 下, HG_{00} , HG_{10} 和 HG_{20} 模的光子数及其所占比例随抽运功率的变化, 结合图 7(a) 所示这种情况下净增益的变化可以看出, HG_{00} 模的净增益最大, 随着抽运功率的增加, 其最先由负变正, HG_{00} 模的光子数最先开始增加, 在其他模式光子数增加前, 其接近线性趋势增大. 当抽运功率增大到 0.24 W 时, HG_{10} 模的净增益由负变正, 但此时 HG_{10} 模的光

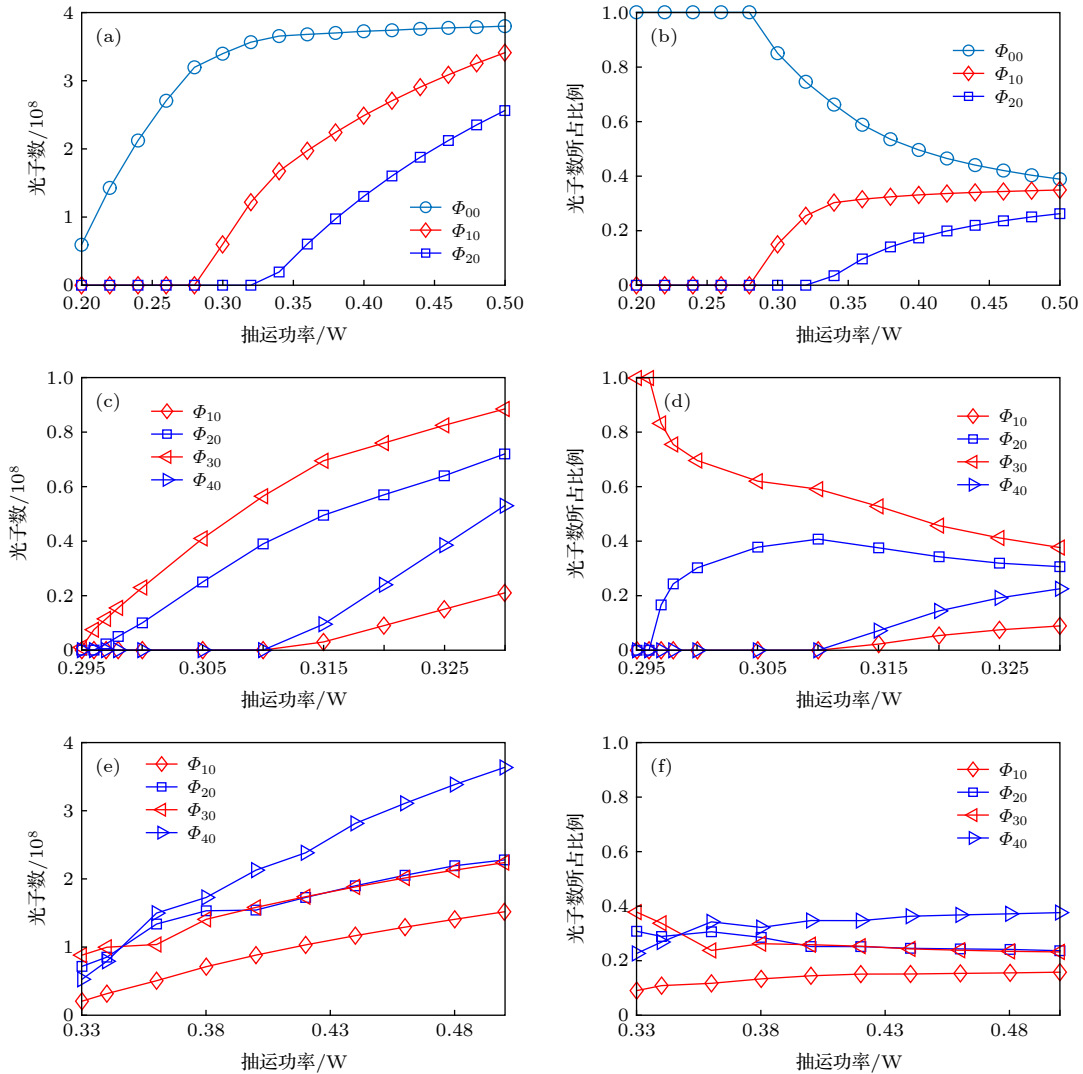


图 6 在阈值附近, HG_{00} , HG_{10} 和 HG_{20} 模光子数 (a), 光子数比例 (b); HG_{10} , HG_{20} , HG_{30} 和 HG_{40} 模光子数 ((c), (e)), 光子数比例 ((d), (f)) 随抽运功率的变化

Fig. 6. Photon numbers of the modes HG_{00} , HG_{10} and HG_{20} (a) and their percentages (b); photon numbers of the modes HG_{10} , HG_{20} and HG_{30} ((c), (e)) and their percentages ((d), (f)) near the threshold.

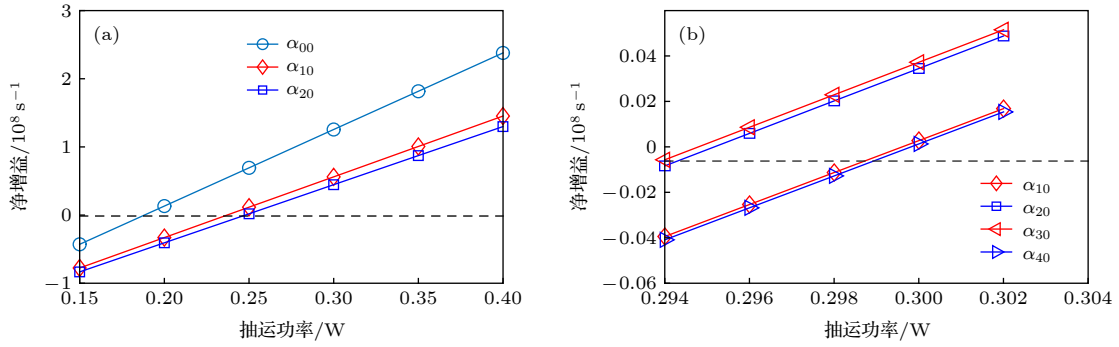


图 7 净增益随抽运功率的变化 (a) 离轴量 0.1 mm; (b) 离轴量 0.2 mm

Fig. 7. Dependence of the net gains on the pump power: (a) 0.1 mm; (b) 0.2 mm.

子数并未开始增加. 当抽运功率增大到 0.25 W 时, HG_{20} 模的净增益由负变正, 但 HG_{20} 模的光子数也并不开始增加. 直至抽运功率增加到 0.28 W 时, HG_{10} 模的光子数才开始增加, 到 0.32 W 时, HG_{20} 模的光子数才开始增加. 随着后面两个模式的增加, HG_{00} 模的曲线出现拐点, 增长趋势变缓; 当 HG_{20} 模的光子数开始增加后, HG_{10} 模的增长趋势也变缓. 从三个模式光子数所占比例看, 随抽运功率的增加, 各自所占比例逐渐趋于稳定.

图 6(c)—图 6(f) 是离轴量为 0.2 mm 下, HG_{10} , HG_{20} , HG_{30} , HG_{40} 模的光子数及其所占比例随抽运功率的变化, 图 7(b) 所示是这种情况下四个模式的净增益. HG_{30} 模的净增益最大, 随抽运功率的增加, 其光子数最先开始增加, 然后 HG_{20} 模的光子数开始增加. 在抽运功率接近 0.3 W 时, HG_{10} 模和 HG_{40} 模的净增益先后由负变正, 在抽运功率增加到 0.31 W 时, 这两个模式的光子数开始增加. 这时, 前两个模式光子数的增长趋势变缓. 另外我们看到, HG_{40} 模要比 HG_{10} 模增加得快. 从图 6(e) 看出, 当抽运功率增加到约为 0.35 W 时, HG_{20} , HG_{30} 和 HG_{40} 模的光子数增长曲线出现了一个交叉点, HG_{40} 模的光子数变为最大, 之后逐渐过渡为稳定增长, HG_{20} 和 HG_{30} 模的光子数变得十分接近. 从各模式光子数所占比例看, 随着抽运功率的增加, 经过一个复杂变化过程后, 比例逐渐趋于稳定.

4 模式竞争的动态过程

第 3 节中讨论了阈值附近稳态时各个模式的光子数随抽运功率的变化情况. 本节通过直接数值求解速率方程 (1) 分析模式竞争的动态过程, 同时计算在较高抽运功率下各模式光子数所占的比例,

与阈值附近的计算结果进行比较. 计算了与上文对应的几个离轴抽运情况下的光子数动态变化, 结果如图 8 所示. 从图 8(a) 可以看出, 在抽运光半径为 0.075 mm, 离轴量为 0.08 mm, 抽运功率为 0.25 W 时, 有两个模式 HG_{00} 模和 HG_{10} 模参与振荡. HG_{00} 模先进入了尖峰阶段, 经过数次尖峰后, HG_{10} 模出现第一次尖峰, HG_{10} 模尖峰的出现干扰了 HG_{00} 模的尖峰规律. 在 200—600 μ s, 两个模式呈现交叉尖峰. 在 600 μ s 后两个模式出现了交叉弛豫振荡, 1000 μ s 后逐渐进入稳态. 从图 8(b) 可以看出当抽运功率增加为 5 W 时, 仍然为这两个模式振荡, 振荡的动态过程基本类似, 交叉尖峰和交叉弛豫振荡的时间缩短. 结合图 4(a) 可以看出, 先进入交叉尖峰的 HG_{00} 模的净增益较大. 抽运功率为 5 W 时, 数值计算得到的 HG_{00} 和 HG_{10} 模光子数所占的比例为 0.59: 0.41, 与阈值附近计算的结果十分接近.

当抽运光半径为 0.15 mm, 离轴量为 0.1 mm, 抽运功率为 0.5 和 5 W 时光子数的动态过程如图 8(c) 和图 8(d) 所示. 可以看出, 净增益最大的 HG_{00} 模最先进入了尖峰阶段, 经过数个衰减尖峰后, HG_{10} 模出现了第一尖峰, HG_{00} 模的尖峰规律被打乱, 二者交叉尖峰, HG_{20} 模的尖峰出现后三者交叉尖峰, 尖峰的幅度逐渐衰减过渡到交叉弛豫振荡阶段, 最终进入稳定状态. 在 5 W 抽运功率下, HG_{00} , HG_{10} , HG_{20} 三个模式的光子数所占比例为 0.40:0.33:0.27, 与阈值附近计算的结果十分接近. 当抽运光半径为 0.15 mm, 离轴量为 0.2 mm, 抽运功率为 0.5 和 5 W 时光子数的动态过程如图 8(e) 和图 8(f) 所示. 同样也是这种情况下净增益最大的 HG_{30} 模最先出现尖峰, 其他几个模式的尖峰出现后互相干扰, 整体上呈现幅度减小趋势, 逐渐进入交叉弛豫阶段, 最后进入稳态. 抽运功率较大时,

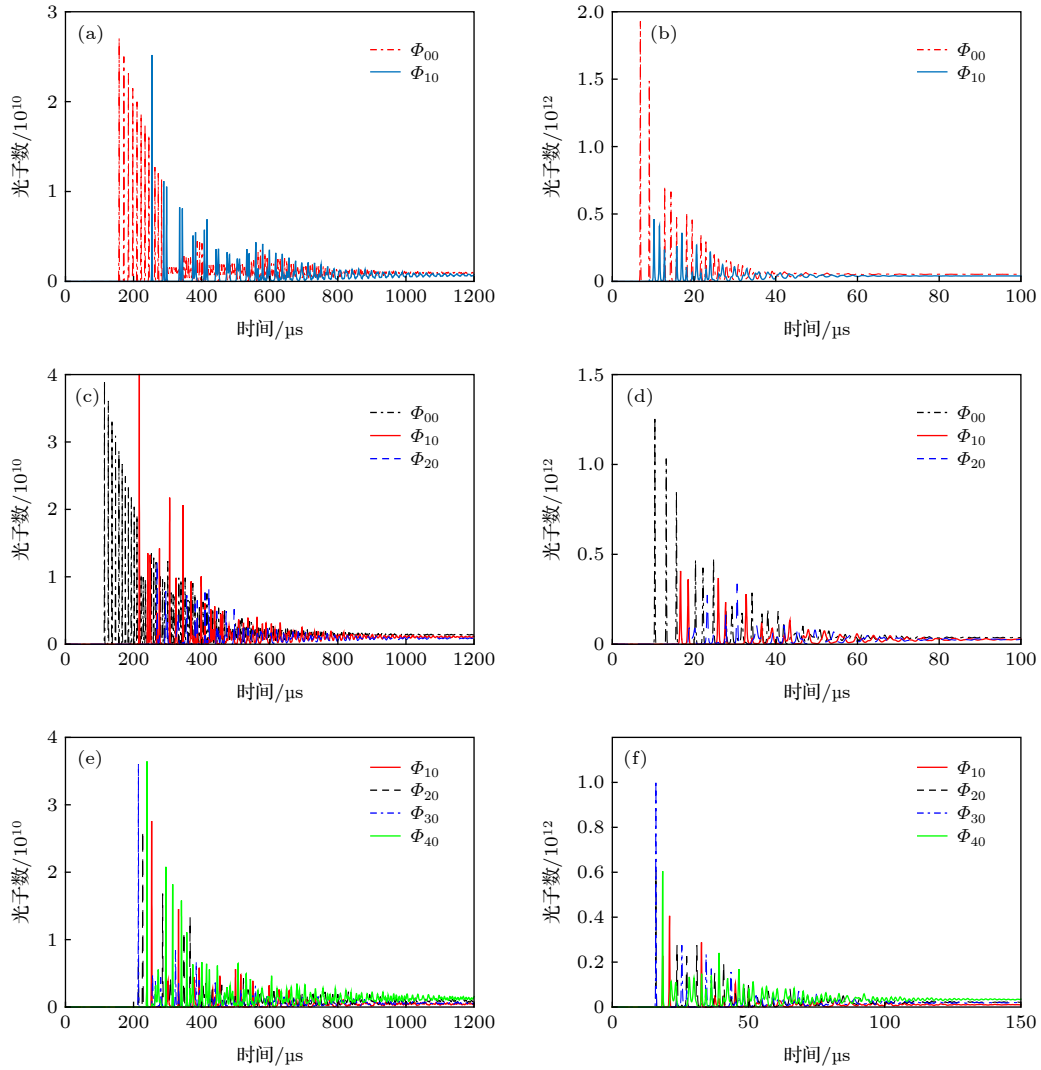


图 8 光子数的动态变化过程 (a) $\omega_p = 0.075$ mm, $\Delta x = 0.08$ mm, $P_a = 0.25$ W; (b) $\omega_p = 0.075$ mm, $\Delta x = 0.08$ mm, $P_a = 5$ W; (c) $\omega_p = 0.15$ mm, $\Delta x = 0.1$ mm, $P_a = 0.5$ W; (d) $\omega_p = 0.15$ mm, $\Delta x = 0.1$ mm, $P_a = 5$ W; (e) $\omega_p = 0.15$ mm, $\Delta x = 0.2$ mm, $P_a = 0.5$ W; (f) $\omega_p = 0.15$ mm, $\Delta x = 0.2$ mm, $P_a = 5$ W

Fig. 8. Dynamics of the photon numbers: (a) $\omega_p = 0.075$ mm, $\Delta x = 0.08$ mm, $P_a = 0.25$ W; (b) $\omega_p = 0.075$ mm, $\Delta x = 0.08$ mm, $P_a = 5$ W; (c) $\omega_p = 0.15$ mm, $\Delta x = 0.1$ mm, $P_a = 0.5$ W; (d) $\omega_p = 0.15$ mm, $\Delta x = 0.1$ mm, $P_a = 5$ W; (e) $\omega_p = 0.15$ mm, $\Delta x = 0.2$ mm, $P_a = 0.5$ W; (f) $\omega_p = 0.15$ mm, $\Delta x = 0.2$ mm, $P_a = 5$ W.

进入稳态需要的时间大为缩短. 在 5 W 抽运功率下, HG₁₀, HG₂₀, HG₃₀ 和 HG₄₀ 模稳态时光子数所占比例为 0.12:0.25:0.24:0.39, 与阈值附近计算的结果十分接近.

在较高抽运功率下, 计算得到的光子数比例与阈值附近小信号计算结果接近的原因在于当抽运功率升高, 各个模式光子数开始增加的初始阶段光子数随抽运功率的变化比较复杂, 但当抽运功率增加到一定值后, 各个模式的光子数随抽运功率进入线性增加阶段, 从此以后, 光子数的比例保持不变, 图 3 和图 6 中各种情况下的光子数比例变化图也说明了这一点. 大抽运功率下, 数值计算结果与阈

值附近计算结果一致, 说明我们可以用阈值附近小信号的计算结果来估算大抽运功率下各个模式光子数的比例, 从而省去费时的数值计算.

5 实验

设计了一台离轴抽运光纤耦合二极管端面抽运 Nd: YAG 激光器, 实验系统如图 9 所示. 抽运源为北京大族天成半导体技术有限公司的 M808 ± 10 -7-F105/22-R2 型光纤耦合半导体激光器, 输出波长 808 nm, 纤芯直径 0.105 mm, 数值孔径 0.22, 耦合透镜 1 和耦合透镜 2 的焦距分别为

20 和 30 mm, 经耦合透镜变换后的抽运光直径约为 0.15 mm. Nd:YAG 晶掺杂浓度为 1 at.%, 抽运端面镀 1064 nm 高反、808 nm 高透膜. 输出耦合镜的曲率半径为 200 mm, 透过率为 10%. Nd: YAG 晶体和输出耦合镜安装在精密位移台上, 实现抽运光的离轴. 用光斑分析仪 (Cinogy 公司, CinCam CMOS-1201) 观察输出光斑. 实验中谐振腔长度取为 15 cm.

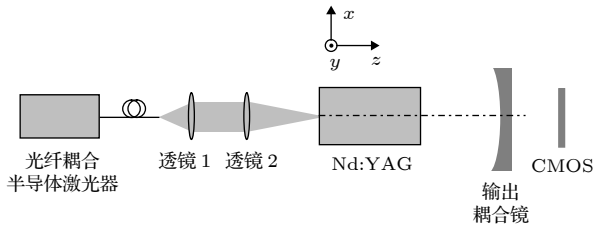


图 9 离轴抽运实验装置图
Fig. 9. Schematic of the experimental setup.

在未离轴时, 激光器在 0.4 W 抽运功率下产生 HG_{00} 模激光输出, 将抽运功率增加到 1 W, 增加离轴量观察输出光斑, 结果如图 10 所示. 随着离轴量的增加, 依次获得了 HG_{00} — HG_{50} 模式, 在两个单模之间, 出现了叠加模式输出. 本实验采用的输出耦合镜和谐振腔长度, 对应的 Nd: YAG 抽运端面处的 HG_{00} 模半径约为 0.15 mm, 而抽运光半径约为 0.075 mm. 从图 10 可以看出, 输出光

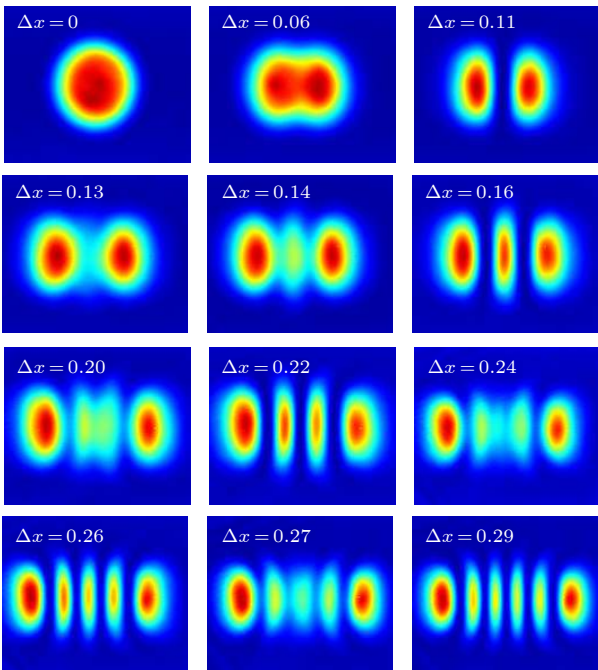


图 10 不同离轴量下的输出光斑
Fig. 10. Output spots with different off-axis displacements.

斑随离轴量的变化与图 2 的理论计算结果符合很好. 选择一些离轴量, 研究光斑随激光功率的变化, 图 11 是离轴量为 0.14 mm 时, 光斑随激光功率的变化. 在该离轴量下, 输出光斑为 HG_{20} 模和 HG_{30} 模的组合, 当抽运功率在 0.7—2.1 W 变化时, 激光功率在 50—400 mW 变化, 而光斑基本保持不变.

图 10 与图 2 的符合, 以及图 11 中光斑随功率保持不变的特点, 从实验上佐证了小信号方法计算的正确性. 图 12(a) 是在抽运功率为 1 W 时, 激光输出功率随离轴量的变化, 随着离轴量的增加,

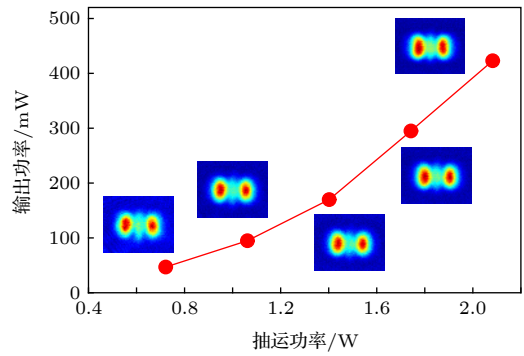


图 11 光斑随激光功率保持不变
Fig. 11. The spot keeps unchanged with the variation of the laser power.

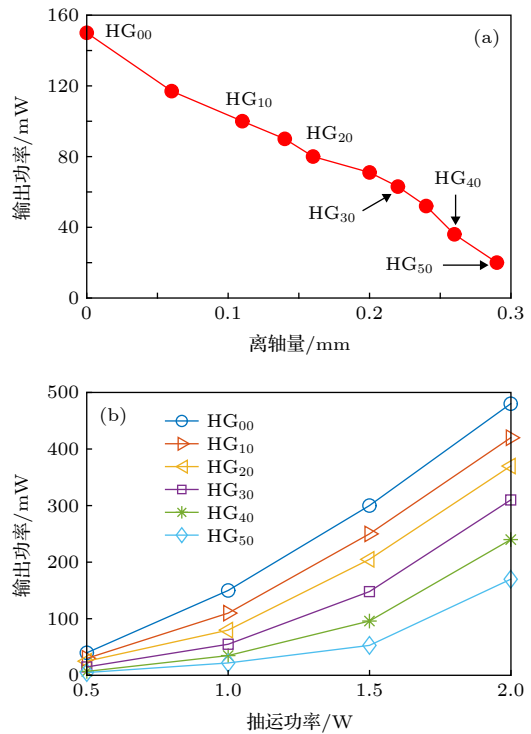


图 12 (a) 激光功率随离轴量的变化; (b) 模式能达到的最大功率
Fig. 12. (a) Dependence of the output power on the displacement; (b) the maximum powers of the modes.

输出功率出现接近线性的下降趋势. 图 12(b) 是各个模式的输出功率随抽运功率的变化. 激光功率随抽运功率的增加接近线性增加, 但模式阶数越高, 功率越小. 高阶模式的功率减小, 与实际谐振腔的衍射损耗及离轴抽运时非对称热效应形成的热致衍射损耗等因素有关.

6 结 论

针对离轴抽运下固体激光器中多个 HG 模的竞争问题, 给出了阈值附近的小信号求解方法, 该方法把多模耦合的微分方程组化简为线性代数方程组. 用这种方法研究了输出光斑随离轴量的变化. 当抽运光半径在基模振荡光半径的一半以下时, 能选择出单一 HG 模; 当抽运光半径与基模振荡光半径相等时, 会出现三模以至四模输出. 随着离轴量的增加, 模式变化的整体趋势是高阶模工作, 低阶模抑制, 但具体过程呈现复杂性. 在多模竞争情况下, 在阈值附近随着抽运功率的增加, 第一个净增益由负变正的模式, 对应的模式光子数随即开始增加. 而第二个净增益由负变正的模式, 其光子数并不立即开始增加, 而要到抽运功率进一步增加后才开始增加, 其开始增加后第一个模式的增长趋势变缓, 这体现了模式竞争行为. 从动态过程看, 各个模式经过交叉尖峰和交叉弛豫振荡竞争过程后, 达到稳态. 较高抽运功率下的稳态光子数比例和小信号计算结果基本一致, 这使我们用小信号方法计算实际较高抽运功率激光器的输出模式, 方便这类激光器的研究. 实验获得了 HG_{00} - HG_{50} 模光束, 输出光斑随离轴量的变化与计算的结果符合很好.

参考文献

- [1] Sayan Ö F, Gerçekcioğlu H, Baykal Y 2020 *Opt. Commun.* **458** 124735
- [2] Beijersbergen M W, Allen L, van der Veen H E L O, Woerdman J P 1993 *Opt. Commun.* **96** 123
- [3] Chu S C, Chen Y T, Tsai K F, Otsuka K 2012 *Opt. Express* **20** 7128
- [4] Wang Y D, Gan X T, Ju P, Pang Y, Yuan L G, Zhao J L 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 034204 (in Chinese) [王亚东, 甘雪涛, 俱沛, 庞燕, 袁林光, 赵建林 2015 *物理学报* **64** 034204]
- [5] Yang Y J, Zhao Q, Liu L L, Liu Y D, Guzman C R, Qiu C W 2019 *Phys. Rev. Appl.* **12** 064007
- [6] Fu S Y, Gao C Q 2019 *Acta Opt. Sin.* **39** 0126014 (in Chinese) [付时尧, 高春清 2019 *光学学报* **39** 0126014]
- [7] Austin J, William J, Alan L, Linda M, Brandon C 2018 *Opt. Express* **26** 2668
- [8] Willner A E, Zhao Z, Ren Y X, Li L, Xie G D, Song H Q, Liu C, Zhang R Z, Bao C J, Pang K 2018 *Opt. Commun.* **408** 21
- [9] Forbes A 2017 *Phil. Trans. R. Soc. A* **375** 20150436
- [10] Ngcobo S, Litvin I, Burger L, Forbes A 2013 *Nat. Commun.* **4** 2289
- [11] Zhang M M, He H S, Dong J 2017 *IEEE Photonics J.* **9** 1501214
- [12] Fang Z Q, Xia K G, Yao Y, Li J L 2015 *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **21** 1600406
- [13] Tuan P H, Liang H C, Huang K F, Chen Y F 2018 *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **24** 1600809
- [14] Shen Y J, Meng Y, Fu X, Gong M L 2018 *Opt. Lett.* **43** 291
- [15] Kubodera K, Otsuka K 1979 *J. Appl. Phys.* **50** 653
- [16] Chen Y F, Huang T M, Kao C F, Wang C L, Wang S C 1997 *IEEE J. Quantum Electron.* **33** 1025
- [17] Shen Y J, Wang X J, Xie Z W, Min C J, Fu X, Liu Q, Gong M L, Yuan X C 2019 *Light: Science & Applications* **8** 90
- [18] Wang S, Zhang S L, Li P, Hao M H, Yang H M, Xie J, Feng G Y, Zhou S H 2018 *Opt. Express* **26** 18164
- [19] Zhu Y F, Geng T 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 014205 (in Chinese) [朱一帆, 耿滔 2020 *物理学报* **69** 014205]
- [20] Liu Q Y, Zhao Y G, Ding M M, Yao W C, Fan X L, Shen D Y 2017 *Opt. Express* **25** 23312
- [21] Fu S Y, Gao C Q 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 034201 (in Chinese) [付时尧, 高春清 2018 *物理学报* **67** 034201]

Off-axis pumped Hermite-Gaussian mode solid-state laser*

Lian Tian-Hong^{1)†} Wang Shi-Yu²⁾ Kou Ke¹⁾ Liu Yun¹⁾

1) (*School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China*)

2) (*School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

(Received 13 January 2020; revised manuscript received 7 March 2020)

Abstract

To study the modes' pattern and the modes' competition behavior of an off-axis pumped solid-state laser, a small signal approximation method is derived, which simplifies the multiple-mode differential equations into linear algebraic equations. When the pump beam radius is small, the higher-order Hermite-Gaussian modes emerge successively with the off-axis displacement increasing, while the pattern evolution shows some complexity when the pump radius is larger. The percentage of the modes with a small pump power near the threshold, calculated with the small signal method, is close to that calculated at a higher pump power by directly solving the rate equations numerically. This indicates that we can estimate the modes' pattern of an actual high power laser by using the small signal method. For a multiple Hermite-Gaussian modes off-axis pumped solid state laser, as the pump power increases, the photon number of the mode increases linearly as its net gain becomes positive, while that of the second mode with a smaller net gain does not increase immediately as it becomes positive successively. Larger pump power is required until the photon number begins to increase. The increasing slope of first mode decreases as the second mode begins to grow. The dynamics of the modes' competition presents cross spiking and cross relaxation process before they become stable. Moreover, the outputs of the modes HG₀₀-HG₅₀ are experimentally demonstrated, and the spot evolution with the off-axis displacement agrees very well with the calculated result.

Keywords: solid-state laser, off-axis pumped, modes competition, small signal approximation

PACS: 42.55.Xi, 42.60.Jf, 42.60.Lh

DOI: 10.7498/aps.69.20200086

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61805196, 61805195), the Natural Science Basic Research Plan of Shaanxi Province, China (Grant No. 2018JQ6097), and the Scientific Research Program Funded by Shaanxi Provincial Education Department, China (Grant No. 17JK0559).

† Corresponding author. E-mail: thlian@xaut.edu.cn