

螺旋波等离子体中螺旋波与 Trivelpiece-Gould 波模式耦合及线性能量沉积特性参量分析*

李文秋^{1)2)3)†} 赵斌¹⁾ 王刚¹⁾³⁾ 相东⁴⁾

1) (中国科学院空天信息创新研究院, 北京 100094)

2) (普林斯顿大学, 普林斯顿等离子体物理实验室, 新泽西 08543, 美国)

3) (中国科学院大学电子电气与通信工程学院, 北京 100049)

4) (北京微电子技术研究所, 北京 100094)

(2020年1月9日收到; 2020年3月31日收到修改稿)

采用有限温度等离子体介电张量模型, 在考虑粒子热效应情形下, 通过求解传导边界条件下等离子体柱中本征模的色散关系, 分析了螺旋波等离子体中典型参量条件下螺旋波与 Trivelpiece-Gould (TG) 波的耦合特性及线性能量沉积特性. 在 $\omega/(2\pi) = 13.56$ MHz 和 $T_{eV,i} = 0.1T_{eV,e}$ 参量条件下计算结果表明: 对于螺旋波, 存在截止静磁场 $B_{0,H,cutoff}$ 与截止等离子体密度 $n_{0,H,cutoff}$, 在 $B_0 > B_{0,H,cutoff}$ 或 $n_0 < n_{0,H,cutoff}$ 条件下, 螺旋波变为消逝波; 在 $\omega/\omega_{ce} \in (0.01, 0.10)$ 范围内, 对于 $m = 0$ 角向模, TG 波 Landau 阻尼致使的能量沉积占主导地位, 而对于 $m = 1$ 角向模, 螺旋波 Landau 阻尼或 TG 波 Landau 阻尼致使的能量沉积哪个占据主导地位则取决于 B_0 的大小; 在 $\omega_{pe}/\omega_{ce} \in (3, 100)$ 范围内, TG 波 Landau 阻尼致使的能量沉积占主导地位; 在整体能量沉积过程中, 对于 $m = 0$ 模和 $m = 1$ 模, Landau 阻尼致使的能量沉积均占据主导地位.

关键词: 螺旋波等离子体, 模式耦合, 功率沉积, 色散关系

PACS: 52.50.Qt, 52.35.Mw, 52.25.Os, 11.55.Fv

DOI: 10.7498/aps.69.20200062

1 引言

螺旋波等离子体源 (helicon plasma sources, HPS) 因其高电离率产生的高等离子体密度特性, 在纳米电路刻蚀、深空电磁推进系统、卫星姿态调控、激光等离子体尾波场加速及引力波探测等领域正受到越来越多的关注^[1-3]. 自 1960 年 Aigrain^[4] 首次使用螺旋波 (helicon wave, H-mode) 的概念描述高电导率介质中传播的低频电磁波, 1991 年 Chen^[5] 首次利用螺旋波的 Landau 阻尼机制解释 HPS 中存在的高电离率现象以来, 关于 HPS 中的高电离率物理机制至今仍作为热点问题得到许多物理学家的研究. 1994 年—1998 年,

Shamrai 等^[6-8] 发现在螺旋波放电中存在一种静电性质的 Trivelpiece-Gould (TG) 波, 其通过在等离子体柱表面附近与螺旋波进行模式耦合而将能量沉积入等离子体中, 但其无法解释在等离子体柱中心处出现的峰值密度现象. 1999 年—2001 年, Chen 和 Blackwell^[9,10] 通过测量螺旋波等离子体中电子能量分布函数, 发现在螺旋波放电中并不存在强 Landau 阻尼引起的高能电子分布, 从而推翻了 1991 年提出的螺旋波强 Landau 阻尼机制. 2003 年, Kline 和 Scime^[11] 认为螺旋波 (泵浦波) 可以通过参数不稳定性模式转换为离子声波和 TG 波, 而离子声湍流可在局部通过散射加热电子. 2008 年, Kim 和 Hwang^[12] 指出碰撞效应在体模式转换过程中起到重要作用, 并进一步指出模式

* 国家留学基金委公派留学项目 (批准号: 201804910897) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: beiste@163.com

耦合层 (mode coupling surface, MCS) 附近螺旋波的碰撞阻尼率足以解释等离子体柱中心密度峰值现象. 2016 年, Shinohara^[3] 和 Isayama 等^[2,13] 指出, 当碰撞效应非常小时, 螺旋波与 TG 波之间的体模式转换将在波能量沉积过程中起到重要作用. 国内方面, 成玉国等^[14] 采用线性扰动波假设, 分析了轴向静磁场对螺旋波和 TG 波能量沉积的影响; 平兰兰等^[15] 利用 Helic code^[16-18], 分析了轴向静磁场和等离子体密度对功率沉积及其分布的影响. 至今, 虽然关于螺旋波等离子体中能量沉积的全部物理机理并未完全明朗, 但越来越多的细节正在被不断揭晓, 这为我们最终彻底理解螺旋波等离子体的高电离机制提供了有力支撑.

由于考虑粒子热效应会将求解本征模色散关系过程变得异常复杂, 故至今有关求解螺旋波和 TG 波横向波数的研究均采用冷等离子体模型, 为研究精确、完整起见, 实际情形中粒子的热效应应当予以考虑. 故本文利用包含粒子热效应的有限温度等离子体介电张量模型, 在不同等离子体色散函数 (plasma dispersion function, PDF) 近似条件下, 通过理论求解螺旋波和 TG 波本征模色散方程, 分析了螺旋波等离子体典型参量情形下螺旋波和 TG 波的耦合色散特性, 并参数分析了碰撞阻尼、Landau 阻尼、多普勒频移回旋阻尼及异常多普勒阻尼四种线性能量沉积机制致使的波能量沉积特性. 本文所得分析结果对揭示螺旋波等离子体高电离率物理机理具有一定的理论意义.

2 理论模型

图 1 所示为典型螺旋波等离子体源中放电管横向界面示意图, 半径为 a 的有限温度等离子体柱浸没在沿 z 轴的均匀静磁场 $B_0 e_z$ 中, 且被传导金属

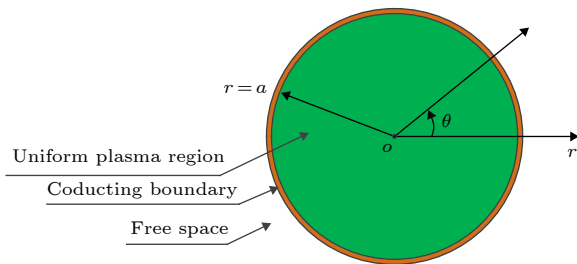


图 1 被传导边界包裹的等离子体柱横向截面示意图

Fig. 1. Cross section of plasma column surround by conducting boundary.

边界包裹. 等离子体柱中径向等离子体密度均匀分布, 且只存在电子及携带单位正电荷的氦离子, 其中电子温度远高于离子温度.

2.1 等离子体区域中的电磁场分布与本征模色散关系

假定扰动电磁场的传播因子为 $e^{j(m\theta + k_{zm}z - \omega t)}$, 利用 Maxwell 方程组:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -\frac{j\omega}{c^2} \epsilon \cdot \mathbf{E}, \quad (2)$$

其中 k_{zm} 为第 m 个角向模的轴向波数 (m 为角向模数); ϵ 为温等离子体介电张量. 借助等价符号 $\partial/\partial z = jk_z$, $\partial/\partial t = -j\omega$, $\partial/\partial \theta = jm$, 求得如下关于横向电磁场分量 E_z 和 B_z 满足的波动方程:

$$(\nabla_{\perp}^2 + k_{\perp m, H}^2)(\nabla_{\perp}^2 + k_{\perp m, TG}^2) \begin{pmatrix} E_{zm} \\ B_{zm} \end{pmatrix} = 0, \quad r \leq a, \quad (3)$$

其中 $\nabla_{\perp}^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ 为横向拉普拉斯算子; $k_{\perp m, H}$ 和 $k_{\perp m, TG}$ 分别为螺旋波、TG 横向波数, 其精确解可由以下等离子体中电磁波的一般色散关系得到^[19]:

$$\epsilon_{\perp} k_{\perp}^4 + k_{\perp}^2 [k_z^2 (\epsilon_{\perp} + \epsilon_{\parallel}) - k_0^2 (\epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel} + RL)] + \epsilon_{\parallel} (k_z^2 - k_0^2 R) (k_z^2 - k_0^2 L) = 0, \quad (4)$$

其中 $R = \epsilon_{\perp} + \epsilon_{\uparrow}$, $L = \epsilon_{\perp} - \epsilon_{\uparrow}$. ϵ_{\perp} , ϵ_{\uparrow} , ϵ_{\parallel} 为温度各向同性、无漂移、零阶有限拉莫尔半径效应近似下的温等离子体介电张量元素^[20]:

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & -j\epsilon_{\uparrow} & 0 \\ j\epsilon_{\uparrow} & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

其中张量各元素可表示为:

$$\epsilon_{\perp} = 1 + \sum_{\ell=i,e} \frac{\omega_{p\ell}^2}{2\omega k_z v_{th\ell}} [Z(\xi_{-1,\ell}) + Z(\xi_{1,\ell})], \quad (6a)$$

$$\epsilon_{\uparrow} = \sum_{\ell=i,e} \frac{\omega_{p\ell}^2}{2\omega k_z v_{th\ell}} [Z(\xi_{-1,\ell}) - Z(\xi_{1,\ell})], \quad (6b)$$

$$\epsilon_{\parallel} = 1 - \sum_{\ell=i,e} \frac{\omega_{p\ell}^2}{k_z^2 v_{th\ell}^2 + j\nu_{\ell} k_z v_{th\ell}} Z'(\xi_{0\ell}), \quad (6c)$$

其中 k_z 为轴向波数; $\omega_{p\ell} = \sqrt{n_0 e^2 / (\epsilon_0 m_{\ell})}$ 为 ℓ 粒子等离子体频率; $\omega_{c\ell} = eB_0 / m_{\ell}$ 为 ℓ 粒子回旋频率;

$\xi_{m\ell} = (\omega + j\nu_\ell + m\omega_{c\ell})/k_z v_{th\ell}$, $v_{th\ell} = \sqrt{2eT_{eV,\ell}/m_\ell}$ 为 ℓ 粒子热速度, ν_ℓ 为 ℓ 粒子碰撞频率 [5,21,22]:

$$\nu_e = \nu_{ei} + \nu_{en} = 2.9 \times 10^{-12} \lambda_{ei} \frac{n_0}{T_{eV,e}^{3/2}} + 1.3 \times 10^6 p_{Ar} T_{eV,e}, \quad (7)$$

$$\nu_i = 4.8 \times 10^{-14} \lambda_{ei} \frac{n_0}{\sqrt{\Lambda T_{eV,i}^{3/2}}}, \quad (8)$$

其中等离子体密度 n_0 的单位为 m^{-3} , 氩气气压 p_{Ar} 的单位为 mTorr (1 mTorr \approx 0.133 Pa), 电子温度 $T_{eV,e}$ 与离子温度 $T_{eV,i}$ 的单位为 eV, $\lambda_{ei} = 23 - 0.5 \ln(10^{-6} n_0 / T_{eV,e}^3)$ 为电子-离子库仑对数 [23], $\Lambda = 40$ 为氩元素原子量, m_ℓ 为 ℓ 粒子质量, $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C 为电子电量, ω 为波频率, $k_0 = \omega/c$ 为自由空间波数, c 为光速; $Z(\xi)$ 为等离子体色散函数 [24]:

$$Z(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-\tau^2}}{\tau - \xi} d\tau, \quad \text{Im}\{\xi\} > 0, \quad (9)$$

$$Z'(\xi) = -2[1 + \xi \cdot Z(\xi)]. \quad (10)$$

在螺旋波等离子体频率范围内, $\omega_{ci} \ll \omega < \omega_{ce} \ll \omega_{pe}$, (4) 式可化简为 [25]

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega [\omega_{ce} \cos \theta - \omega (1 + j\gamma_e)]}, \quad (11)$$

其中 $\gamma_e = \nu_e/\omega$, k 为总波数, $\cos \theta = k_z/k$. 求解 (11) 式, 得到关于总波数 k 的两个解:

$$k_{H,TG} = \frac{k_z}{2\zeta_e} \left[1 \mp \sqrt{1 - 4 \left(\frac{\zeta_e}{k_z \delta_0} \right)^2} \right], \quad (12)$$

其中 $\zeta_e = (\omega + j\nu_e)/\omega_{ce}$, $\delta_0 = c/\omega_{pe}$ 为等离子体趋肤深度. 至此, 可根据 (12) 式、波数间关系得到横向波数 $k_{\perp m,H}$ 和 $k_{\perp m,TG}$ 的具体数值.

求解波动方程 (3) 式, 得到等离子体区域磁场分量分布 [15]:

$$\begin{aligned} B_{zm} &= B_{zm,H} + B_{zm,TG} \\ &= -2j[f_m k_{\perp m,H} J_m(k_{\perp m,H} r) \\ &\quad + g_m k_{\perp m,TG} J_m(k_{\perp m,TG} r)], \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} B_{\theta m} &= B_{\theta m,H} + B_{\theta m,TG} \\ &= jf_m[(k_H + k_{zm}) J_{m-1}(k_{\perp m,H} r) \\ &\quad - (k_H - k_{zm}) J_{m+1}(k_{\perp m,H} r)] \\ &\quad + jg_m[(k_{TG} + k_{zm}) J_{m-1}(k_{\perp m,TG} r) \\ &\quad - (k_{TG} - k_{zm}) J_{m+1}(k_{\perp m,TG} r)], \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} B_{rm} &= B_{rm,H} + B_{rm,TG} \\ &= f_m[(k_H + k_{zm}) J_{m-1}(k_{\perp m,H} r) \\ &\quad + (k_H - k_{zm}) J_{m+1}(k_{\perp m,H} r)] \\ &\quad + g_m[(k_{TG} + k_{zm}) J_{m-1}(k_{\perp m,TG} r) \\ &\quad + (k_{TG} - k_{zm}) J_{m+1}(k_{\perp m,TG} r)]. \end{aligned} \quad (15)$$

其中, J_m 为 m 阶 Bessel 函数. 利用 Maxwell 方程, 得到电场分量分布:

$$E_{zm} = -j\omega\delta_0^2 [k_H B_{zm,H} + k_{TG} B_{zm,TG}], \quad (16)$$

$$E_{rm} = \frac{\omega}{k_{zm}} B_{\theta m} - j \frac{1}{k_{zm}} \frac{\partial E_{zm}}{\partial r}, \quad (17)$$

$$E_{\theta m} = \frac{m}{k_{zm} r} E_{zm} - \frac{\omega}{k_{zm}} B_{rm}, \quad (18)$$

其中 f_m 与 g_m 为场幅值系数.

最后, 利用边界条件: E_z 和 E_θ 在边界 $r = a$ 处为零, 即

$$E_{zm}(r = a) = 0, \quad (19)$$

$$E_{\theta m}(r = a) = 0. \quad (20)$$

将场分布代入 (19) 式和 (20) 式, 经过整理, 得到角向模数 m 对应的径向模式色散关系如下所示:

$$\begin{aligned} &\frac{k_H k_{\perp m,H}}{k_{TG} k_{\perp m,TG}} \cdot \frac{J_m(k_{\perp m,H} a)}{J_m(k_{\perp m,TG} a)} \\ &= [(k_H + k_{zm}) J_{m-1}(k_{\perp m,H} a) \\ &\quad + (k_H - k_{zm}) J_{m+1}(k_{\perp m,H} a)] \\ &\quad \times [(k_{TG} + k_{zm}) J_{m-1}(k_{\perp m,TG} a) \\ &\quad + (k_{TG} - k_{zm}) J_{m+1}(k_{\perp m,TG} a)]^{-1}. \end{aligned} \quad (21)$$

可以看到, (21) 式是边界约束条件下波数 k_{zm} , $k_{\perp m}$ 及 k ($k = \sqrt{k_{zm}^2 + k_{\perp m}^2}$) 之间关于贝塞尔函数的隐函数方程, 联立 (12) 式和 (21) 式, 可得到精确场分布.

2.2 线性能量沉积特性

在螺旋波等离子体中, 存在由碰撞阻尼 (collision damping, CD)、朗道阻尼 (Landau damping, LD)、多普勒频移回旋阻尼 (Doppler shifted cyclotron damping, DSCD) 及异常多普勒阻尼 (anomalous Doppler damping, ADD) 致使的螺旋波与 TG 波线性能量沉积机制. 四种阻尼效应通过波-粒相互作用机制将电磁波的能量传递给等离子体, 从而实现电子和离子的加热. 利用复数形式坡印廷定理, 得到螺旋波与 TG 模第 m 个角向模的功率沉积 P_{abs} 为

$$\begin{aligned}
 & P_{\text{abs}}(m, r) \\
 = & \text{Im} \left\{ 1 + \sum_{\ell=i,e} \frac{\omega_{\text{pl}\ell}^2}{\omega k_z v_{\text{th}\ell}} Z(\xi_{-1,\ell}) \right\} \epsilon_0 |E_{-m}(r)|^2 \\
 & + \text{Im} \left\{ 1 + \sum_{\ell=i,e} \frac{\omega_{\text{pl}\ell}^2}{\omega k_z v_{\text{th}\ell}} Z(\xi_{1,\ell}) \right\} \epsilon_0 |E_{+m}(r)|^2 \\
 & + \text{Im} \left\{ 1 - \sum_{\ell=i,e} \frac{\omega_{\text{pl}\ell}^2}{k_z^2 v_{\text{th}\ell}^2 + j\nu_\ell k_z v_{\text{th}\ell}} Z'(\xi_{0\ell}) \right\} \\
 & \times \epsilon_0 |E_{zm}(r)|^2, \quad (22)
 \end{aligned}$$

其中, $E_{-m} = (E_{rm} - jE_{\theta m})/\sqrt{2}$ 为右旋极化电场分量, $E_{+m} = (E_{rm} + jE_{\theta m})/\sqrt{2}$ 为左旋极化电场分量. (22) 式等号右侧第一项为多普勒频移回旋阻尼, 第二项为异常多普勒阻尼, 第三项为联合碰撞 - Landau 阻尼. 为区分碰撞阻尼与 Landau 阻尼, 我们将纵向介电张量元素 ϵ_{\parallel} 重写为如下形式 [26]:

$$\begin{cases} \epsilon_{\parallel, \text{CD}} \rightarrow 1 - \sum_{\ell=i,e} \frac{\omega_{\text{pl}\ell}^2}{\omega(\omega + j\nu_\ell)}, & \text{碰撞阻尼,} \\ \epsilon_{\parallel, \text{LD}} \rightarrow 1 - \sum_{\ell=i,e} \frac{\omega_{\text{pl}\ell}^2}{k_z^2 v_{\text{th}\ell}^2} Z'(\xi_{0\ell}), & \text{朗道阻尼.} \end{cases} \quad (23)$$

本文计算中, 中性工质气体为氩气; 等离子体柱半径 $a = 2.5 \text{ cm}$; 射频波频率 $\omega = 2\pi \times 13.56 \text{ MHz}$; 离子温度 $T_{eV,i} = T_{eV,e}/10$; 根据余量 ξ 的大小, 等离子体色散函数采取以下两种渐进形式 [27]:

$$\begin{aligned}
 Z(\xi) &= j\sqrt{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(j\xi)^n}{\Gamma\left(\frac{n}{2} + 1\right)} \\
 &= j\sqrt{\pi} e^{-\xi^2} - 2\xi \left[1 - \frac{2}{3}\xi^2 + \frac{4}{15}\xi^4 \right. \\
 &\quad \left. + (-2)^n \frac{\xi^{2n}}{(2n+1)(2n-1)\cdots 3 \cdot 1} \right], \\
 &|\xi| \ll 1, \quad (24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z(\xi) &= -\frac{1}{\xi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2\xi^2)^n} = j\sqrt{\pi} e^{-\xi^2} \\
 &\quad - \frac{1}{\xi} \left[1 + \frac{1}{2\xi^2} + \frac{3}{4\xi^4} + \cdots \frac{(2n-1)!!}{(2\xi^2)^n} \right], \\
 &|\xi| \gg 1, \\
 \sigma &= \begin{cases} 0, & \text{Im}(\xi) > 0, \\ 1, & \text{Im}(\xi) = 0, \\ 2, & \text{Im}(\xi) < 0, \end{cases} \quad (25)
 \end{aligned}$$

其中, Π 为某一子项的值不再单调递减时对应的

项子项的项序.

3 数值计算与结果分析

在螺旋波等离子体典型参量条件下, $n_0 = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $B_0 = 50 \text{ G}$ ($1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$), $p_{\text{Ar}} = 3 \text{ mTorr}$, 利用 (4) 式, 精确计算得到不同 $T_{eV,e}$ 值与不同 $T_{eV,i}$ 值条件下螺旋波与 TG 波的耦合色散曲线. 由图 2(a) 可知, 在 $T_{eV,e}$ 约为几电子伏条件下, 等离子体柱中同时存在螺旋波与 TG 波; 每个 k_z 值对应两个不同数值的横向波数, $k_{\perp, \text{H}}$ 和 $k_{\perp, \text{TG}}$ (其中较大者 $k_{\perp, \text{TG}}$ 为 TG 波的横向波数, 较小者 $k_{\perp, \text{H}}$ 为螺旋波的横向波数模); 螺旋波与 TG 模在 MCS 处发生模式耦合: $k_z = k_{z, \text{MCS}} = 0.38/\text{cm}$, $\text{Real}(k_{\perp}) = \text{Real}(k_{\perp, \text{MCS}}) | \text{Real}(k_{\perp, \text{H}}) = \text{Real}(k_{\perp, \text{TG}}) = 1.8/\text{cm}$; 曲线上, MCS 上侧为 TG-mode branch, 下侧为 H-mode branch; 此外, MCS 的位置对电子温度的依赖较为明显: 随着 $T_{eV,e}$ 的增大, $k_{z, \text{MCS}}$ 逐渐增大,

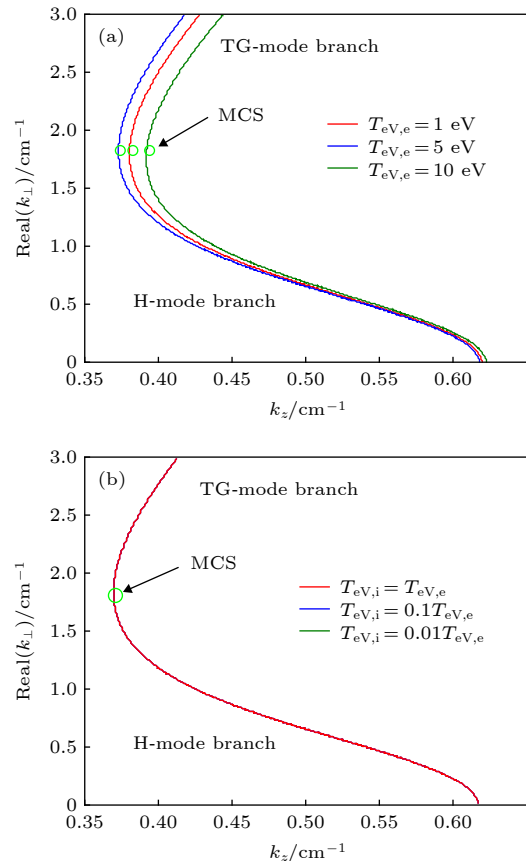


图 2 粒子温度对螺旋波与 TG 波耦合色散关系的影响 (a) 电子温度的影响; (b) 离子温度的影响

Fig. 2. Influence of particle temperature on dispersion relation between helicon and TG waves: (a) Electron temperature effect; (b) ion temperature effect.

而 $\text{Real}(k_{\perp, \text{MCS}})$ 变化较为微弱; 电子温度的变化对螺旋波与 TG 波横向波数的影响亦有不同: 在远离 MCS 处, 电子温度的变化对螺旋波横向波数的影响可以忽略, 而对 TG 波横向波数的影响甚为显著; 在 MCS 附近, 电子温度的变化对螺旋波与 TG 波两者横向波数的影响均较为显著. 另一方面, 当电子温度给定, $T_{eV, e} = 3 \text{ eV}$, 图 2(b) 表明离子温度对螺旋波与 TG 波耦合色散关系的影响极其微小, 完全可以忽略, 这是因为离子质量远大于电子质量, 导致其热速度远远小于电子热速度, 从而使得离子热速度与波相速的相互作用远不如电子热速度与波相速的相互作用那样强烈.

作为影响螺旋波与 TG 模耦合关系的核心参量之一, 轴向静磁场 $T_{eV, e} = 3 \text{ eV}$ 对螺旋波与 TG 波横向波数的决定关系如图 3 所示. 在参量 $T_{eV, e} = 3 \text{ eV}$, $k_z = 0.25 \text{ cm}^{-1}$, $n_0 = 1 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $p_{\text{Ar}} = 0.1 \text{ mTorr}$ 条件下, 图 3 计算结果表明: 存在一个临界轴向静磁场 $B_{0, \text{MCS}}$, 螺旋波与 TG 波在 $B_0 = B_{0, \text{MCS}}$ 处发生模式耦合; 对于螺旋波, 存在一个截止轴向静磁场 $B_{0, \text{H, cutoff}}$, 当 $B_0 > B_{0, \text{H, cutoff}}$ 时螺旋波成为消逝模; 碰撞效应的存在使得 $\text{Real}(k_{\perp, \text{H}}) = \text{Real}(k_{\perp, \text{TG}})$ 的位置转移至修正模式耦合层 (modified mode coupling surface, mMCS), 在 $B_0 = B_{0, \text{mMCS}}$ 处, $\text{Imag}(k_{\perp, \text{H}}) \neq 0$, 暗示 $B_0 = B_{0, \text{mMCS}}$ 处并非螺旋波与 TG 波发生模式耦合的位置; TG 模可在 $B_0 > B_{0, \text{mMCS}}$ 区域内传播, 而螺旋波只能在 $B_{0, \text{mMCS}} < B_0 < B_{0, \text{H, cutoff}}$ 区域内传播. 作为影响螺旋波与 TG 模耦合关系的另一个核心参量, 图 4 所示为等离子体密度参量 n_0 对螺旋波与 TG 模横向波数的决定关系, 在参量条件 $T_{eV, e} = 3 \text{ eV}$,

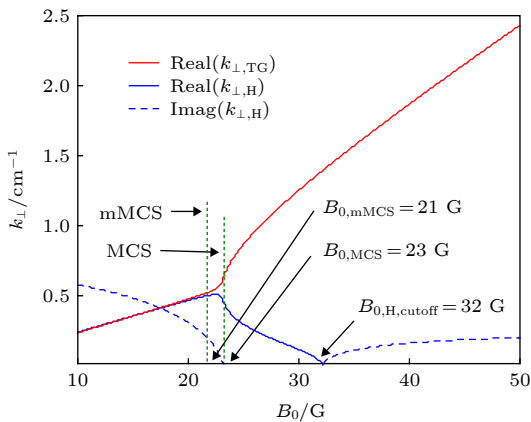


图 3 螺旋波与 TG 波横向波数对轴向静磁场的依赖关系
Fig. 3. The perpendicular wave number of helicon and TG waves given as functions of axial static magnetic field.

$k_z = 0.25 \text{ cm}^{-1}$, $B_0 = 60 \text{ G}$, $p_{\text{Ar}} = 0.1 \text{ mTorr}$ 下, 计算结果表明: 存在一个临界 $n_{0, \text{MCS}}$, 螺旋波与 TG 波在 $n_0 = n_{0, \text{MCS}}$ 处发生模式耦合; 对于螺旋波, 存在一个截止 $n_{0, \text{H, cutoff}}$, 当 $n_0 < n_{0, \text{H, cutoff}}$ 时螺旋波成为消逝模; 碰撞效应的存在使得 $\text{Real}(k_{\perp, \text{H}}) = \text{Real}(k_{\perp, \text{TG}})$ 的位置转移至 mMCS, 在 $n_0 = n_{0, \text{mMCS}}$ 处, $\text{Imag}(k_{\perp, \text{H}}) \neq 0$; TG 模可在 $n_0 < n_{0, \text{mMCS}}$ 区域内传播, 而螺旋波只能在 $n_{0, \text{H, cutoff}} < n_0 < n_{0, \text{mMCS}}$ 区域内传播.

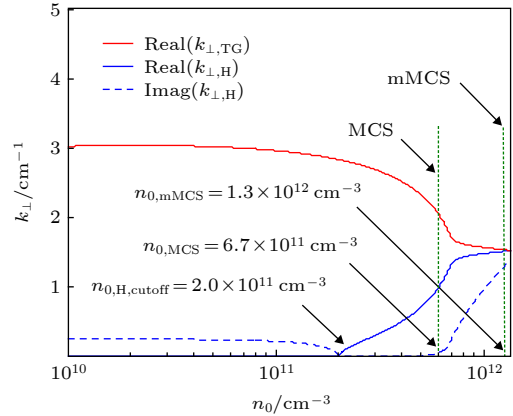


图 4 螺旋波与 TG 波横向波数对等离子体密度的依赖关系
Fig. 4. The perpendicular wave number of helicon and TG waves given as functions of plasma density.

图 5 描述了在 $T_{eV, e} = 3 \text{ eV}$, $p_{\text{Ar}} = 3 \text{ mTorr}$ 参数条件下, 螺旋波轴向波数的实部与虚部随轴向静磁场/等离子体密度的变化关系. 图 5(a) 暗示, 在 $n_0 = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ 等离子体密度条件下, 在 $\omega/\omega_{ce} \approx 0.2$ ($B_0 = 30 \text{ G}$) 处螺旋波开始出现回旋阻尼, 且随着轴向静磁场的减小, 回旋阻尼强度显著增大; 当波频率 $\omega/(2\pi) = 1 \text{ GHz}$ 时, 在 $\omega/\omega_{ce} \approx 0.8-0.9$ 范围内开始出现回旋阻尼 [28]. 图 5(b) 暗示, 在 $B_0 = 30 \text{ G}$ 条件下, 螺旋波在 $\omega_{pe}/\omega_{ce} \approx 100$ ($n_0 = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$) 处开始出现回旋阻尼, 且随着等离子体密度的增大, 回旋阻尼强度逐渐增大.

图 6 描述了 $T_{eV, e} = 3 \text{ eV}$, $n_0 = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $B_0 = 48.4 \text{ G}$ ($\omega/\omega_{ce} = 0.1$), $p_{\text{Ar}} = 3 \text{ mTorr}$ 参数条件下, 螺旋波与 TG 波的径向功率沉积分布. 图 6(a) 显示, 对于 $m = 0$ 模, 螺旋波与 TG 波碰撞阻尼与 Landau 阻尼致使的功率沉积均在中心处取得峰值, 且 TG 波 Landau 阻尼致使的功率沉积占据主导地位; 图 6(b) 显示, 对于 $m = 1$ 模, 回旋阻尼与异常多普勒阻尼致使的功率沉积在中心处取得峰值, 而碰撞阻尼与 Landau 阻尼致使的功率沉积在

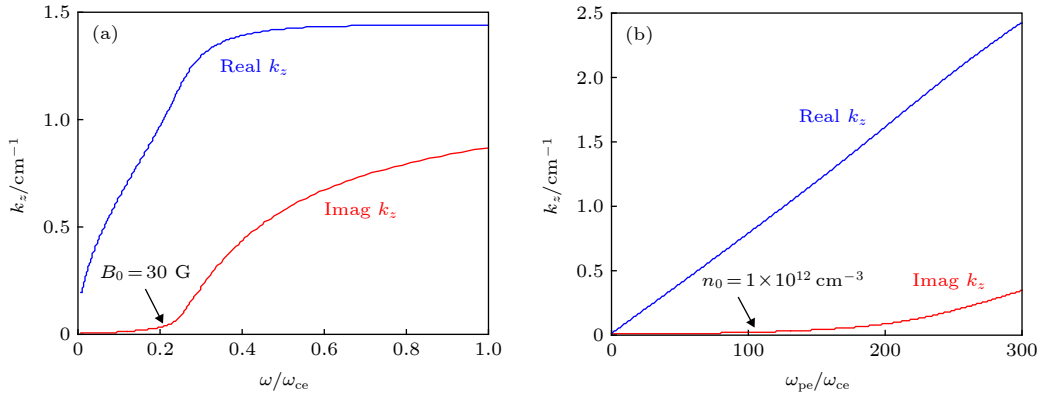


图 5 螺旋波轴向波数随参量变化情况 (a) 轴向波数随轴向静磁场变化; (b) 轴向静磁场随等离子体密度变化

Fig. 5. The axial wave number of the right hand polarized wave is given as a function of (a) axial static magnetic field and (b) plasma density.

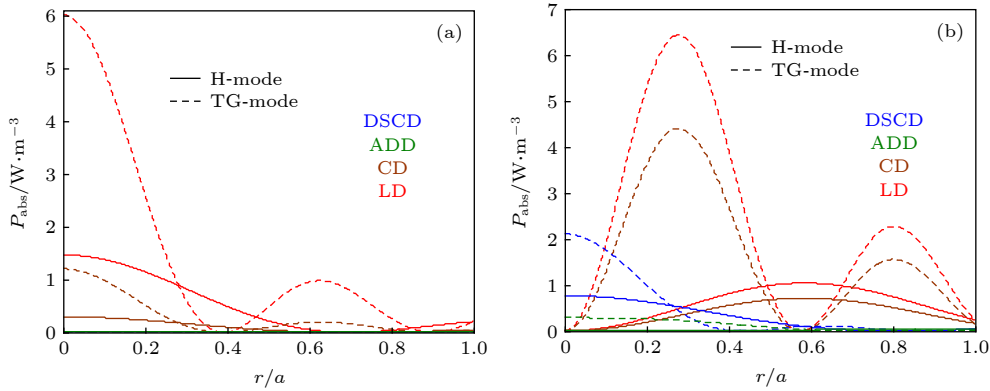


图 6 螺旋波与 TG 波径向功率沉积分布 (a) $m = 0$ 角向对称模; (b) $m = 1$ 角向对称模

Fig. 6. Radial power deposition profiles of the helicon and TG waves for: (a) $m = 0$ mode; (b) $m = 1$ mode.

偏离中心处取得峰值且占据主导地位.

图 7 和图 8 描述了 $n_0 = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $B_0 = 48.4 \text{ G}$ ($\omega/\omega_{ce} = 0.1$), $p_{Ar} = 0 \text{ mTorr}$ 参数条件下, 螺旋波与 TG 波的功率沉积随电子温度/离子温度的变化关系. 在螺旋波等离子体典型电子温度范围内, 对于 $m = 0$ 模, 图 7(a) 显示在 $T_{eV,e} < 0.5 \text{ eV}$ 范围内, 螺旋波和 TG 波碰撞阻尼致使的功率沉积占据主要地位, 而在 $T_{eV,e} > 0.5 \text{ eV}$ 范围内, 螺旋波和 TG 波 Landau 阻尼致使的功率沉积在整个功率沉积机制中占据主导地位; 对于 $m = 1$ 模, 图 7(b) 显示在 $T_{eV,e} < 0.5 \text{ eV}$ 范围内, TG 波碰撞阻尼致使的功率沉积占据主要地位, 而在 $T_{eV,e} > 0.5 \text{ eV}$ 范围内, TG 波 Landau 阻尼致使的功率沉积在整个功率沉积机制中占据主导地位. 另一方面, 在给定电子温度 ($T_{eV,e} = 1 \text{ eV}$) 条件下, 图 8 描述了螺旋波与 TG 波的功率沉积随离子温度的变化关系, 由图可知, 对于 $m = 0$ 模与 $m = 1$ 模, 离子温度的变化对螺旋波与 TG 波各类阻尼致使的功率沉积的影响完全可以忽略不计, 与功率沉积随电子温度变化

不同的是, 在 $T_{eV,i}/T_{eV,e} \in (0.1, 10)$ 范围内, TG 波 Landau 阻尼致使的功率沉积始终在整个功率沉积机制中占据主导地位. 此外, 一个重要的结论是粒子热效应的引入显著地改变了波功率沉积特性: 与仅包含碰撞效应的冷等离子体模型计算结果不同的是, 热效应的计入导致的朗道阻尼、回旋阻尼及异常多普勒阻尼为我们提供了更加清晰的波能量沉积细节特性, 即, 对于 $m = 0$ 模, 图 7(a) 揭示了螺旋波和 TG 波 Landau 阻尼在功率沉积中的主导地位; 而对于 $m = 1$ 模, 图 7(b) 则揭示了 TG 波 Landau 阻尼在功率沉积中的主导地位; 回旋阻尼与异常多普勒阻尼亦对功率沉积有所贡献, 但在当前参量条件下其占比很小.

图 9 描述了 $T_{eV,e} = 3 \text{ eV}$, $n_0 = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $p_{Ar} = 3 \text{ mTorr}$ 参数条件下, 螺旋波与 TG 波的功率沉积在 $\omega/\omega_{ce} \in (0.01, 0.1)$ 范围内的变化情况. 由图 9(a) 可知, 对于 $m = 0$ 模, TG 波 Landau 阻尼致使的功率沉积在整个功率沉积中占据主导地位, 且随着 ω/ω_{ce} 的增大这种主导特性逐渐增强; 对于

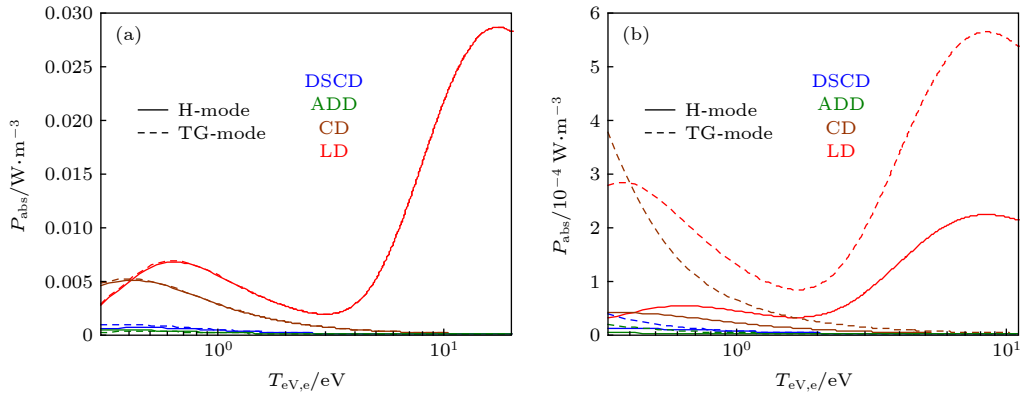


图 7 螺旋波与 TG 波功率沉积随电子温度的变化关系 (a) $m = 0$ 模; (b) $m = 1$ 模

Fig. 7. Power deposition profiles of helicon and TG waves are given as functions of electron temperature for: (a) $m = 0$ mode; (b) $m = 1$ mode.

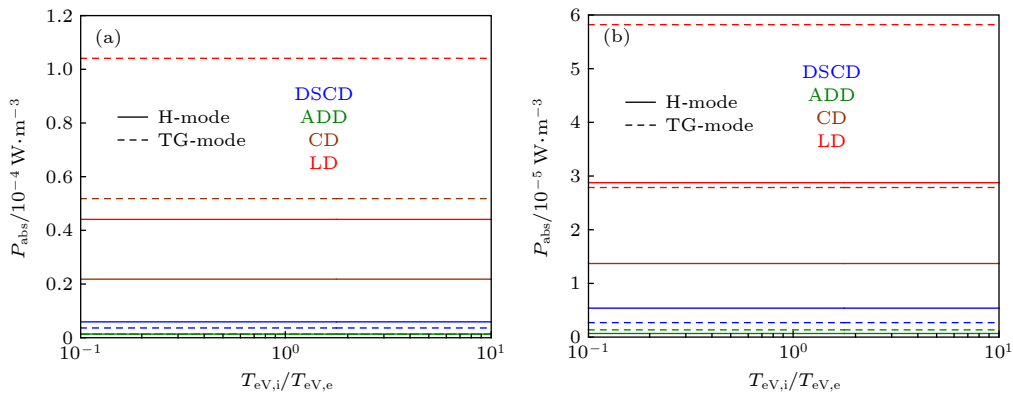


图 8 螺旋波与 TG 波功率沉积随离子温度的变化关系 (a) $m = 0$ 模; (b) $m = 1$ 模

Fig. 8. Power deposition profiles of helicon and TG waves are given as functions of ion temperature for: (a) $m = 0$ mode; (b) $m = 1$ mode.

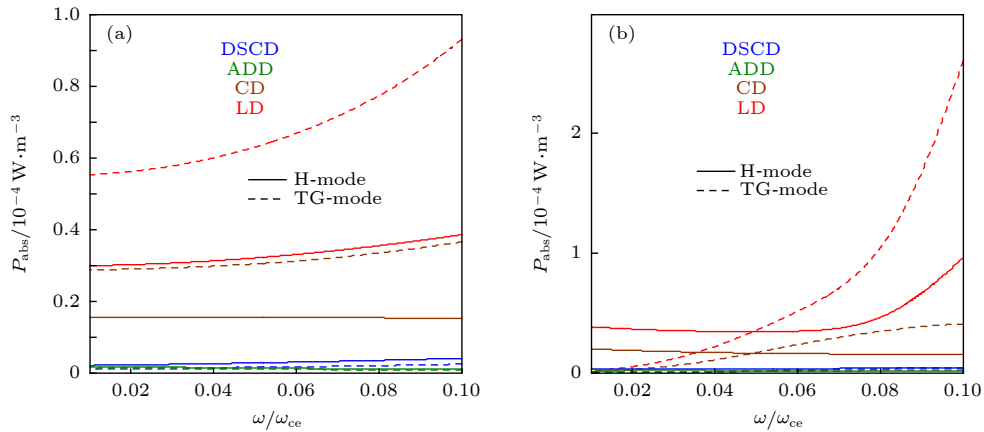


图 9 螺旋波与 TG 波功率沉积随轴向静磁场的变化关系 (a) $m = 0$ 模; (b) $m = 1$ 模

Fig. 9. Power deposition profiles of helicon and TG waves are given as functions of axial static magnetic field for: (a) $m = 0$ mode; (b) $m = 1$ mode.

$m = 1$ 模, 图 9(b) 表明, 在 $\omega/\omega_{ce} \in (0.01, 0.05)$ 范围内, 螺旋波的 Landau 阻尼致使功率沉积占据主导地位, 而在 $\omega/\omega_{ce} \in (0.05, 0.1)$ 范围内, TG 波的 Landau 阻尼致使功率沉积占据主导地位. 这些结

论表明: 对于不同角向模数, 轴向静磁场对波能量沉积影响不同; 此外我们应注意到, 相比碰撞阻尼和 Landau 阻尼, 回旋阻尼与异常多普勒阻尼致使的功率沉积始终很小.

图 10 描述了 $T_{eV,e} = 3 \text{ eV}$, $B_0 = 100 \text{ G}$, $p_{Ar} = 3 \text{ mTorr}$ 参数条件下, 螺旋波与 TG 波的功率沉积在 $\omega_{pe}/\omega_{ce} \in (3, 100)$ 范围内的变化情况. 对于螺旋波, 其功率沉积随等离子体密度的增大总体呈现上升趋势; 而对于 TG 波, 其功率沉积随等离子体密度的增大总体呈现下降趋势. 对于 $m = 0$ 模和 $m = 1$ 模, 图 10(a) 和图 10(b) 表明 TG 波的功率沉积在整个功率沉积机制中占据主导地位, 更精确地说, 是 TG 波 Landau 阻尼致使的能量沉积占据主导作用; 在两个角向模式中, $m = 1$ 模在 TG 波 Landau 阻尼致使的能量沉积过程占据主导地位.

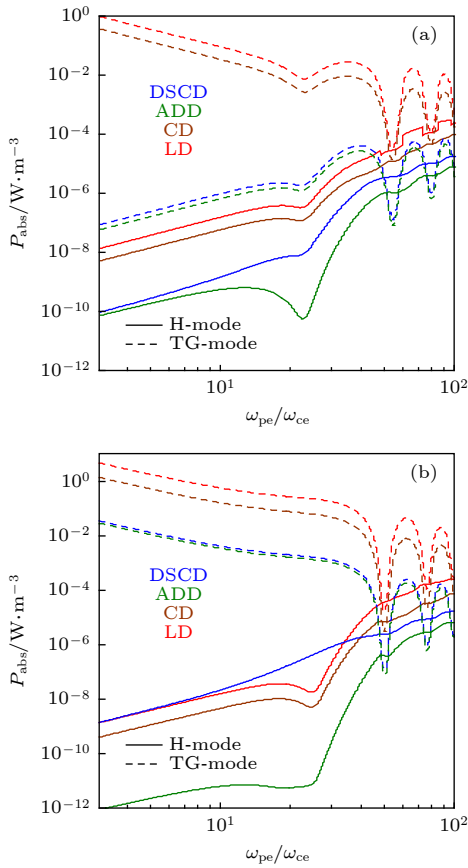


图 10 螺旋波与 TG 波功率沉积随等离子体密度的变化关系 (a) $m = 0$ 模; (b) $m = 1$ 模

Fig. 10. Power deposition profiles of helicon and TG waves are given as functions of plasma density for: (a) $m = 0$ mode; (b) $m = 1$ mode.

4 结 论

基于有限温度等离子体均匀填充圆柱传导边界物理模型, 在考虑粒子热效应条件下, 通过理论分析螺旋波等离子体典型参量条件下螺旋波与 TG 波的耦合色散特性及线性阻尼致使的能量沉

积特性, 得到了一些有用的结论: 1) 电子温度对螺旋波与 TG 波模式耦合层的位置有显著影响; 相较于 TG 波可在更广参量范围内传播, 螺旋波仅能在一定参量范围内传播; 2) 螺旋波与 TG 波角向对称模 ($m = 0$ 模) 的碰撞阻尼与 Landau 阻尼致使的能量沉积均在等离子体柱中心轴处取得峰值, 而角向非对称模 ($m = 1$ 角) 的碰撞阻尼与 Landau 阻尼致使的能量沉积均在偏离中心轴处取得峰值; 3) 在螺旋波等离子体典型电子温度范围 $T_{eV,e} \in (3 \text{ eV}, 5 \text{ eV})$ 内, 对于 $m = 0$ 模, 螺旋波与 TG 波 Landau 阻尼致使的功率沉积占据主导地位, 而对于 $m = 1$ 角, TG 波 Landau 阻尼致使的功率沉积占据主导地位; 4) 在 $\omega/\omega_{ce} \in (0.01, 0.10)$ 范围内, 对于 $m = 0$ 模, TG 波 Landau 阻尼致使的功率沉积占据主导地位, 而对于 $m = 1$ 模, 螺旋波 Landau 阻尼或 TG 波 Landau 阻尼致使的功率沉积何者占据主导地位则取决于轴向静磁场大小; 5) 在 $\omega_{pe}/\omega_{ce} \in (3, 100)$ 范围内, 随着等离子体密度增大, 螺旋波功率沉积总体呈现上升趋势, 而 TG 波功率沉积总体呈现下降趋势; 对于 $m = 0$ 模和 $m = 1$ 模, TG 波 Landau 阻尼致使的功率沉积在整个功率沉积中占据主导地位. 综上分析, 在低磁场中等密度螺旋波等离子体中, TG 模 Landau 阻尼致使的功率沉积占据主导地位. 这些结论为我们揭示螺旋波等离子体高电离率物理机理提供了重要的线索.

参考文献

- [1] Chen F F 2015 *Plasma Sources Sci. Technol.* **24** 014001
- [2] Isayama S, Shinohara S, Hada T 2018 *Plasma Fusion Res.* **13** 1101014
- [3] Shinohara S 2018 *Adv. Phys.: X* **3** 1420424
- [4] Aigrain P 1960 *Proceedings of the International Conference on Semiconductor Physics Prague, Czech Republic, August 4-8, 1960* p224
- [5] Chen F F 1991 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **33** 339
- [6] Shamrai K P, Taranov V B 1996 *Plasma Sources Sci. Technol.* **5** 474
- [7] Shamrai K P, Taranov V B 1994 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **36** 1719
- [8] Shamrai K P 1998 *Plasma Sources Sci. Technol.* **7** 499
- [9] Chen F F, Blackwell D D 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 2677
- [10] Blackwell D D, Chen F F 2001 *Plasma Sources Sci. Technol.* **10** 226
- [11] Kline J, Scime E 2003 *Phys. Plasmas* **10** 135
- [12] Kim S, Hwang Y 2008 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **50** 035007
- [13] Isayama S, Hada T, Shinohara S, et al. 2016 *Phys. Plasmas* **23** 063513
- [14] Cheng Y G, Cheng M S, Wang M G, et al. 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 035203 (in Chinese) [成玉国, 程谋森, 王墨戈等 2014

- 物理学报 63 035203]
- [15] Ping L L, Zhang X J, Yang H, et al. 2019 *Acta Phys.Sin.* **68** 205201 (in Chinese) [平兰兰, 张新军, 杨桦等 2019 物理学报 **68** 205201]
- [16] Chen F F, Arnush D 1997 *Phys. Plasmas* **4** 3411
- [17] Arnush D, Chen F F 1998 *Phys. Plasmas* **5** 1239
- [18] Arnush D 2000 *Phys. Plasmas* **7** 3042
- [19] Sakawa Y, Kunimatsu H, Kikuchi H, et al. 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 105001
- [20] Vey B 1984 PFC/RR-84-12 (Cambridge: Massachusetts Institute of Technology) pp30–31
- [21] Niemi K, Krämer M 2008 *Phys. Plasmas* **15** 073503
- [22] Shamrai K P, Shinohara S 2001 *Phys. Plasmas* **8** 4659
- [23] Huba J D 2016 *NRL Plasma Formulary* (Washington: Naval Research Laboratory) p34
- [24] Fried B D, Conte S D 2015 *The Plasma Dispersion Function: the Hilbert Transform of the Gaussian* (New York: Academic Press) pp1–3
- [25] Mouzouris Y, Scharer J E 1998 *Phys. Plasmas* **5** 4253
- [26] Shoji T, Sakawa Y, Nakazawa S, et al. 1993 *Plasma Sources Sci. Technol.* **2** 5
- [27] Swanson D G 1989 *Plasma Waves* (New York: Academic Press) pp375–376
- [28] Lafleur T, Charles C, Boswell R 2010 *Phys. Plasmas* **17** 073508

Parametric analysis of mode coupling and liner energy deposition properties of helicon and Trivelpiece-Gould waves in helicon plasma*

Li Wen-Qiu^{1)2)3)†} Zhao Bin¹⁾ Wang Gang¹⁾³⁾ Xiang Dong⁴⁾

1) (*Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China*)

2) (*Princeton Plasma Physics Laboratory, Princeton University, New Jersey 08543, USA*)

3) (*School of Electronic, Electrical and Communication Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

4) (*Beijing Institute of Aerospace Micro-electromechanical Technology, Beijing 100094, China*)

(Received 9 January 2020; revised manuscript received 31 March 2020)

Abstract

Based on the finite temperature plasma dielectric tensor model which contains the particle thermal effect, by numerically solving the eigenmode dispersion relation of electromagnetic waves propagating in radially uniform and magnetized warm plasma column which is surrounded by conducting boundary, the mode coupling characteristic and liner damping mechanism induced wave power deposition properties of helicon and Trivelpiece-Gould (TG) waves are parametrically analyzed. The detailed investigations show as follows. Under typical helicon plasma parameter conditions, i.e. wave frequency $\omega/(2\pi) = 13.56$ MHz, ion temperature is much smaller than electron temperature, for the helicon wave, there exist a cut-off magnetic field $B_{0,H,cutoff}$ and a cut-off plasma density $n_{0,H,cutoff}$, for which under the conditions of $B_0 > B_{0,H,cutoff}$ or $n_0 < n_{0,H,cutoff}$, the helicon wave becomes an evanescent wave. When the magnetic field intensity changes from 48.4 to 484 G, i.e., ω/ω_{ce} ranges from 0.01 to 0.1, for the power deposition intensity, Landau damping of TG wave dominates for the $m = 0$ mode, meanwhile, for the $m = 1$ mode, which wave, i.e. helicon wave or TG wave, plays a major role in power deposition mainly depends on the magnitude of the magnetic field. On the other hand, for a given magnetic field $B_0 = 100$ G, when ω_{pe}/ω_{ce} changes from 3 to 100, for both the $m = 0$ mode and the $m = 1$ mode, the power deposition induced by Landau damping of TG wave plays a major role, further, one may notice that the power deposition of TG wave decreases while the power deposition of the helicon wave increases as plasma density increases. Finally, for both the $m = 0$ mode and the $m = 1$ mode, the power deposition due to the Landau damping plays a dominant role. All these conclusions provide us with some useful clues to better understanding the high ionization mechanism of helicon wave discharges.

Keywords: helicon plasma, mode coupling, power deposition, dispersion relation

PACS: 52.50.Qt, 52.35.Mw, 52.25.Os, 11.55.Fv

DOI: 10.7498/aps.69.20200062

* Project supported by the Chinese Scholarship Council (CSC) (Grant No. 201804910897).

† Corresponding author. E-mail: beiste@163.com