

## 专题：冷原子-分子物理

## 光学微腔中一维费米气的磁性关联特性\*

冯彦林<sup>1)2)</sup> 樊景涛<sup>1)2)</sup> 陈刚<sup>1)2)†</sup> 贾锁堂<sup>1)2)</sup>

1) (山西大学激光光谱研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

2) (山西大学极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2018年11月1日收到; 2018年12月4日收到修改稿)

对于准一维两组分费米气与光学微腔耦合的系统, 证明了微腔光子的超辐射可以驱动原子系统的磁性转变, 该磁性转变与原子的失谐以及费米子的填充数密切相关。对于无相互作用原子气, 在超辐射相区内平均场近似合理。基于该近似, 分析了不同的填充和失谐情况下体系的静态自旋结构因子, 由此刻画出腔光子协助的磁性关联转变, 并得到了依赖于微腔参数的相图。最后, 对可行的实验参数做了相关讨论。

**关键词:** 有效光晶格, 超辐射, 自旋结构因子, 磁性关联

**PACS:** 37.10.Jk, 37.30.+i, 42.50.Pq, 67.85.-d, 67.85.Lm

**DOI:** 10.7498/aps.68.20181954

## 1 引言

近年来, 光学微腔中超冷原子气的量子特性受到了人们广泛的关注与探索<sup>[1–13]</sup>。例如, 实验上实现了玻色-爱因斯坦凝聚与光学微腔的耦合<sup>[3]</sup>, 该耦合诱导出原子间的有效长程相互作用, 这种有效长程相互作用会与原子间的短程碰撞相互作用竞争, 进而给出丰富的量子相<sup>[4–7]</sup>。伴随着实验上的进展, 越来越多的理论工作者也投身于该领域, 并致力于新奇物理模型的构建。例如, 理论上发展了包含微腔光子的广义玻色-哈伯德模型<sup>[8–10]</sup>, 预言了微腔诱导的自旋轨道耦合, 并阐明了与该自旋轨道耦合相关的拓扑特性<sup>[11]</sup>。最近, 研究者又建立了周期振荡的腔光晶格模型, 并发现该模型包含着丰富的Floquet动力学特性<sup>[12]</sup>。

另一方面, 原子间磁性关联的量子模拟一直以来都是物理学界的热点课题, 近年来, 该方向更是成果斐然。例如, 基于光晶格冷原子系统, 实验上观测到了短程的反铁磁关联<sup>[14–16]</sup>、隐藏的反铁磁

关联<sup>[17]</sup>、不可约的自旋关联<sup>[18]</sup>以及反铁磁长程序<sup>[19]</sup>等。理论方面的研究包括, 非相干超冷原子的密度关联效应<sup>[20]</sup>、三阱光学超晶格中自旋为1的超冷原子特性<sup>[21]</sup>以及周期驱动的费米-哈伯德模型中的磁性量子相变<sup>[22]</sup>等。我们注意到, 目前关于冷原子磁性关联的研究大多集中于无动力学反馈的光晶格系统, 而作为原子间相互作用的“中继站”, 微腔光子在原子磁性构建过程中承担何种作用? 对于这个问题, 目前学术界还缺乏系统研究。最近, 在超辐射相区外, 研究者发现了红失谐于原子的微腔光子对原子磁序有重要影响<sup>[23]</sup>。然而, 在超辐射相区内, 人们对腔光子-原子相互作用系统的具体磁性关联仍缺乏理解。因此, 本文着重探索超辐射相区内原子的磁性关联问题。

本文的研究对象是一个准一维两组分的无相互作用费米气与光学微腔耦合的系统, 分析了该系统中腔参数、原子的填充和原子的失谐对原子磁性关联的影响。具体地, 对光场自由度取平均场近似, 得到了腔场的超辐射相变, 并计算了原子在 $\hat{z}$ 方向

\* 国家重点研发计划(批准号: 2017YFA0304203)、国家自然科学基金(批准号: 11674200, 11804204)、教育部长江学者和创新团队发展计划(批准号: IRT13076)和山西省“1331工程”重点学科建设计划资助的课题。

† 通信作者。E-mail: chengang971@163.com

的自旋结构因子。我们发现，微腔光子的超辐射对原子系统的磁性关联有重要影响，在合适参数条件下甚至会驱动磁性转变。当驱动光与原子蓝失谐时，调节腔参数，系统会由超辐射反铁磁关联度越到超辐射铁磁关联。红失谐的情况则与之完全不同，此时系统始终保持反铁磁关联。最后对可行的实验参数做了简单讨论。

## 2 模型和腔场的自治平均场计算

我们考虑的系统是装载在准一维背景光晶格中的两组分费米气与高精度光学微腔的耦合。如图 1(a) 所示，准一维背景光晶格沿着腔轴  $\hat{x}$  排列，原子只沿腔轴方向运动，不仅与线偏振驱动的腔模耦合，且与沿  $\hat{z}$  方向入射的两束圆偏振的抽运光耦合。如图 1(b) 所示，我们考虑的原子包含四个内态，即两个简并的基态 ( $|\uparrow\rangle$  和  $|\downarrow\rangle$ ) 与两个激发态 ( $|1\rangle$  和  $|2\rangle$ )。 $|\downarrow\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  和  $|\uparrow\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  (蓝色的实线) 的跃迁由量子化的腔场引起且对应的单光子的拉比频率为  $g$ ， $|\uparrow\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  和  $|\downarrow\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  (红色的虚线) 的跃迁由

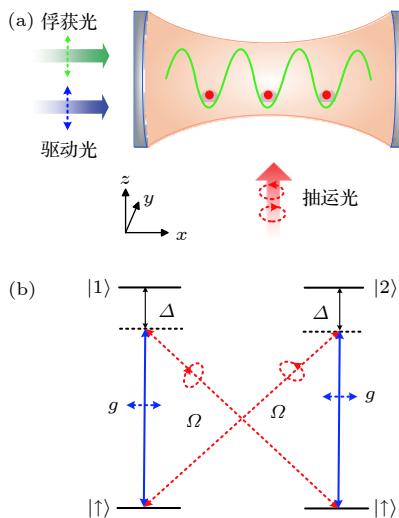


图 1 (a) 超冷费米气沿着腔轴  $\hat{x}$  方向被俘获在准一维背景光学晶格中，费米气被两束圆偏振的横向（沿着  $\hat{z}$  方向）抽运激光驱动，腔模由一束线偏振的纵向（沿着  $\hat{x}$  方向）驱动光驱动；(b) 费米子的能级跃迁图，图中相关的跃迁过程和符号的定义见正文

Fig. 1. (a) The ultracold fermions are trapped in a quasi-one-dimensional background optical lattice along the cavity axis  $\hat{x}$ . These fermions are pumped by two circular-polarized transverse (along  $\hat{z}$ ) lasers and the cavity mode is driven by a linear-polarized longitudinal (along  $\hat{x}$ ) laser. (b) the atomic energy levels and their transition. See main text for the corresponding transition processes and the definition of the labels.

两束横向的抽运光产生且对应的拉比频率为  $\Omega$ ，抽运光和腔模形成两个拉曼过程使  $|\uparrow\rangle$  和  $|\downarrow\rangle$  耦合起来。 $\Delta = \omega_p - \omega_a$  是驱动光与原子的激发态的失谐 ( $\omega_a$  为原子激发态的频率)，且满足  $|\Delta| \gg g, \Omega$ ，量子化轴沿  $\hat{z}$  方向。

在驱动光与原子的失谐为大失谐的条件下，我们绝热地去除掉原子的激发态，并作二次量子化，则系统可以用如下的哈密顿量描述：

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \int dx \hat{\Psi}_{\sigma}^{\dagger}(x) \\ & \times \left[ \frac{p_x^2}{2m} + (V_0 + U \hat{a}^{\dagger} \hat{a}) \cos^2(k_R x) \right] \hat{\Psi}_{\sigma}(x) \\ & + \eta_A (\hat{a}^{\dagger} + \hat{a}) \left[ \int dx \hat{\Psi}_{\uparrow}^{\dagger}(x) \cos(k_R x) \right. \\ & \left. \times \hat{\Psi}_{\downarrow}(x) + \text{H.c.} \right] - \Delta_c \hat{a}^{\dagger} \hat{a}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中， $\hat{\Psi}_{\sigma}(x)$  是费米子的场算符， $\hat{a}$  为量子化腔场的湮灭算符， $m$  为原子的质量， $V_0$  为背景晶格强度， $U = g^2/\Delta$  是单光子的光学势阱深度， $\eta_A = g\Omega/\Delta$  是有效的光与原子耦合强度， $\Delta_c = \omega_p - \omega_c$  是腔场的失谐， $\omega_p$  为抽运光频率， $\omega_c$  为腔频。我们选择腔场的失谐为红失谐  $\Delta_c < 0$ 。在接下来的讨论中，由于有限的磁场对结果没有影响 [23]，我们不考虑超精细态的 Zeeman 分裂；由于原子失谐  $\Delta$  的正负会影响有效光子数依赖的晶格势的形状，所以我们分别对原子的蓝失谐 ( $\Delta > 0$ ) 和红失谐 ( $\Delta < 0$ ) 两种情况下光场序参量和系统磁性关联进行分析。

当考虑腔场的耗散  $\kappa$  存在时，从量子朗之万方程出发我们可以得到光场  $\hat{a}$  的稳态形式 [2]：

$$\hat{a} = \frac{\eta_A \left[ \int dx \hat{\Psi}_{\uparrow}^{\dagger}(x) \cos(k_R x) \hat{\Psi}_{\downarrow}(x) + \text{H.c.} \right]}{\Delta_c + i\kappa - U \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \int dx \hat{\Psi}_{\sigma}^{\dagger}(x) \hat{\Psi}_{\sigma}(x) \cos^2(k_R x)}. \quad (2)$$

当不考虑原子间相互作用时，光场原则上可以用平均场近似来刻画 [2,11,23]，即  $\alpha = \langle \hat{a} \rangle$ ，且结合粒子数方程，得到如下自治方程组：

$$\begin{aligned} \alpha = & \frac{\eta_A \left[ \int dx \langle \hat{\Psi}_{\uparrow}^{\dagger}(x) \hat{\Psi}_{\downarrow}(x) \rangle \cos(k_R x) + \text{H.c.} \right]}{\Delta_c + i\kappa - U \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \int dx \langle \hat{\Psi}_{\sigma}^{\dagger}(x) \hat{\Psi}_{\sigma}(x) \rangle \cos^2(k_R x)}, \\ N = & \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \int dx \langle \hat{\Psi}_{\sigma}^{\dagger}(x) \hat{\Psi}_{\sigma}(x) \rangle \end{aligned} \quad (3)$$

通过数值计算，得到光场序参量  $\alpha$  和对应的化

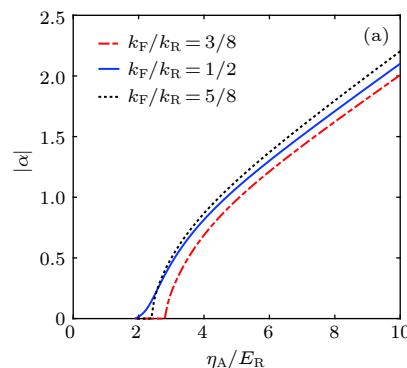
学势  $\mu$ , 为了简化以反冲能  $E_R = \hbar^2 k_R^2 / 2m$  为归一化单位, 其中  $k_R$  为反冲动量. 我们得到在不同填充下的  $\alpha$  随有效耦合强度  $\eta_A$  的变化 (图 2). 在图 2(a) 中, 考虑蓝失谐的情况  $\Delta > 0$  下, 不同的晶格填充对超辐射发生的影响, 其中  $k_F/E_R$  不同的值对应不同的填充 [24],  $k_F$  为费米动量. 可以看出, 在半满填充  $k_F/E_R = 1/2$  时, 系统与在一维电子—声子模型中的 Peierls 不稳定性 [25,26] 的模型相同, 所以在半满时, 系统更容易趋向能量更低的状态, 超辐射态更容易发生 ( $|\alpha| \neq 0$ ), 所需临界的有效光与原子耦合强度最小. 在图 2(b) 中, 我们考虑红失谐的情况  $\Delta < 0$  下, 不同的晶格填充对超辐射发生的影响. 同样地, 在半满填充时临界有效的光与原子耦合强度最小.

### 3 系统的磁性关联

系统的磁性可用静态自旋结构因子来表征, 对应的在  $\hat{z}$  方向的自旋结构因子可以表示为 [27–30]

$$S_z(k) = \frac{1}{L} \sum_{l,j} e^{ik(l-j)} \langle s_l^z s_j^z \rangle, \quad (4)$$

其中,  $s_l^z = \frac{\hbar}{2} \sum_l \hat{c}_{l\uparrow}^\dagger \hat{c}_{l\uparrow} - \hat{c}_{l\downarrow}^\dagger \hat{c}_{l\downarrow}$ ,  $l$  和  $j$  分别表示不同的格点; 自旋结构因子  $S_z(k)$  的峰值表示自旋在  $\hat{z}$  方向的变化, 在  $k = 0$  和  $k = \pm\pi$  分别对应于  $\hat{z}$  方向上的铁磁关联和反铁磁关联 [27–30]. 接下来我们分别对两种不同原子失谐的情况进行分析.



### 3.1 蓝失谐的情况

当光场不为零时 (超辐射发生), 假定背景晶格的强度  $V_0$  远大于腔场引起的拉曼项, 哈密顿量 (1) 中的费米场算符可用单带近似的瓦尼尔函数来表示:  $\hat{\Psi}_\sigma = \sum_{i\sigma} \hat{c}_{i\sigma} W(x - x_i)$ , 其中  $\hat{c}_{i\sigma}$  为在格点  $i$  的原子的湮灭算符, 则在单带近似和紧束缚近似下, 哈密顿量 (1) 可以写为

$$\hat{H} = t_s \sum_{\langle i,j \rangle, \sigma} \hat{c}_{i\sigma}^\dagger \hat{c}_{j\sigma} + \sum_{\langle i,j \rangle} t_{so}(i,j) \left( \hat{c}_{i\uparrow}^\dagger \hat{c}_{j\downarrow} + \text{H.c.} \right) - \Delta_c \hat{a}^\dagger \hat{a}, \quad (5)$$

其中跃迁系数表示为  $t_s = \int dx W^*(x - x_i) \left[ \frac{p_x^2}{2m} + (V_0 + U|\alpha|^2) \cos^2(k_R x) \right] W(x - x_j)$  和  $t_{so}(i,j) = \eta_A (\alpha + \alpha^*) \int dx W^*(x - x_i) \cos(k_R x) W(x - x_j)$ . 由于我们选择的原子失谐是蓝失谐, 以及拉曼过程产生的光子数依赖的晶格势的周期是背景晶格的两倍, 则有  $t_{so}(i, i \pm 1) = \pm (-1)^i t_{so}$ . 我们使用局域的幺正变换  $\hat{c}_{i\downarrow} = (-1)^i \hat{c}_{i\downarrow}$  [31], 并对场算符作傅里叶变换, 哈密顿量 (5) 在动量空间可以写成如下的形式:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \sum_k \begin{pmatrix} \varphi_{k\uparrow}^\dagger & \varphi_{k\downarrow}^\dagger \end{pmatrix} \\ & \times \begin{pmatrix} 2t_s \cos(k_R a) & -2it_{so} \sin(k_R a) \\ 2it_{so} \sin(k_R a) & -2t_s \cos(k_R a) \end{pmatrix} \\ & \times \begin{pmatrix} \varphi_{k\uparrow} \\ \varphi_{k\downarrow} \end{pmatrix} - \Delta_c \hat{a}^\dagger \hat{a}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $a = \pi/k_R$  为晶格系数. 从哈密顿量可以看出,

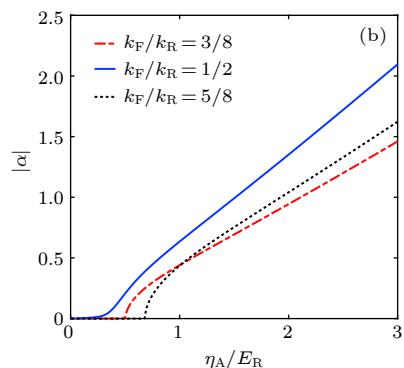


图 2 a) 蓝失谐的情况  $\Delta > 0$ , 光场  $|\alpha|$  在不同的晶格填充下随耦合强度  $\eta_A$  的变化. 图中其他参数的选择:  $V_0 = 5E_R$ ,  $\kappa = 100E_R$ ,  $\Delta_c = -10E_R$ ,  $k_B T = E_R/200$  和  $U = 5E_R$ ; b) 红失谐的情况  $\Delta < 0$ , 光场  $|\alpha|$  在不同的晶格填充下随耦合强度  $\eta_A$  的变化. 图中其它参数的选择:  $V_0 = -5E_R$ ,  $\kappa = 100E_R$ ,  $\Delta_c = -100E_R$ ,  $k_B T = E_R/200$  和  $U = -E_R$ . 我们考虑的具有 80 个格点的晶格对应不同的填充, 其中  $k_F/E_R$  不同的值对应不同的填充,  $k_F$  为费米动量

Fig. 2. (a) The cavity field  $|\alpha|$  for systems in different fillings with  $\Delta > 0$ . The plotted parameters are chosen as  $V_0 = 5E_R$ ,  $\kappa = 100E_R$ ,  $\Delta_c = -10E_R$ ,  $k_B T = E_R/200$ , and  $U = 5E_R$ . (b) the cavity field  $|\alpha|$  for systems in different fillings with  $\Delta < 0$ . The plotted parameters are chosen as  $V_0 = -5E_R$ ,  $\kappa = 100E_R$ ,  $\Delta_c = -100E_R$ ,  $k_B T = E_R/200$ , and  $U = -E_R$ . We consider a lattice of sites 80 with different fillings.

在原子失谐为蓝失谐时可产生腔辅助的自旋轨道耦合。在哈密顿量中,  $t_s$  可以通过晶格参数来调节, 同时也依赖于光场,  $t_{\text{so}}$  可以通过  $\Omega$  和  $g$  进行调节, 则在背景晶格参数固定的条件下,  $t_s$  和  $t_{\text{so}}$  都可以通过  $\eta_A$  ( $\Omega$  和  $g$ ) 来进行大范围的调节。

在由平均场方法得到  $|\alpha|$  的基础上, 为了描述有效的光与原子相互作用对系统的磁性关联的影响, 我们对系统的自旋结构因子进行分析 (图 3)。首先考虑半满填充的情况 (图 3(b)), 当  $\eta_A$  取值较小时 (黑色实线), 对应  $|\alpha| = 0$ ,  $S_z(k)$  在  $k = \pm\pi$  处有峰值, 此时系统只有跃迁相且处于无能隙的金属态, 具有各向同性的反铁磁关联特性。当  $\eta_A$  较大时, 对应  $|\alpha| \neq 0$ , 有效光与原子相互作用会驱动自旋发生翻转, 从而使得自旋不守恒, 导致  $S_z(k)$  在  $k = \pm\pi$  的反铁磁关联削弱 (峰值降低) 和在  $k = 0$  处的铁磁关联逐渐增强 (红色点划线), 系统具有反铁磁关联特性, 当超过某一临界点时 (蓝色虚线), 在  $k = \pm\pi$  的反铁磁关联消失和在  $k = 0$  处呈现铁磁关联 (峰值增加) (粉色点线), 系统具有铁磁关联的特性。于是, 在有超辐射发生时, 通过调节  $\eta_A$  会使系统实现从反铁磁关联到铁磁关联的跃迁。在非半满填充时 (图 3(a) 和 3(c)), 通过调节  $\eta_A$ , 磁性关联在  $k = 0$  和  $k = \pm\pi$  处与半满填充时会有相同的磁性规律, 只是系统实现相变的临界点不同。

### 3.2 红失谐的情况

当光场不为零 (超辐射发生) 和原子的失谐是

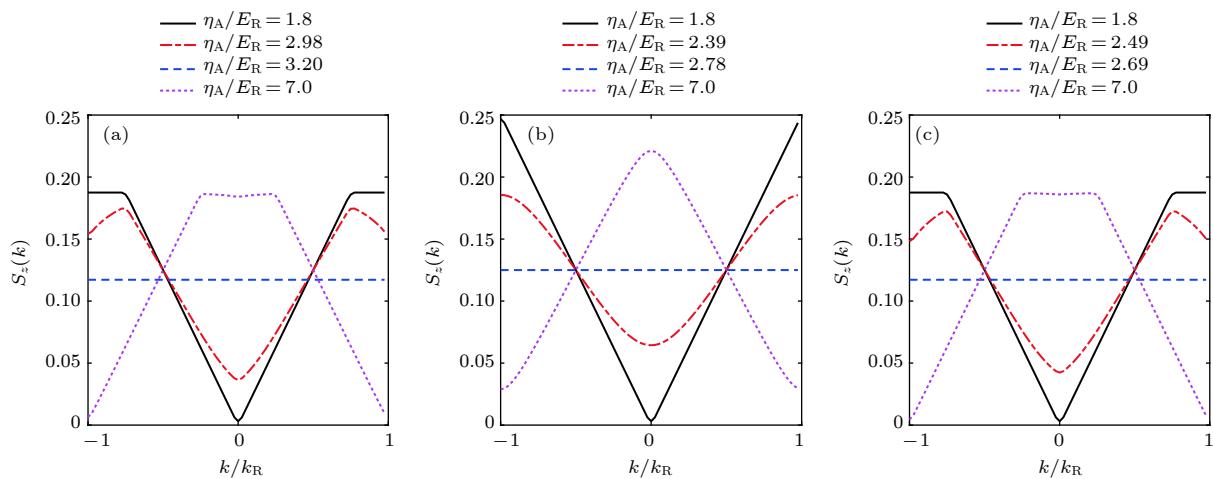


图 3 静态自旋结构因子  $S_z(k)$  (a)  $k_F/E_R = 3/8$ ; (b)  $k_F/E_R = 1/2$ ; (c)  $k_F/E_R = 5/8$ . (图中对应的其它参数的选择与图 2(a) 中一致)

Fig. 3. The spin structure factors  $S_z(k)$  for systems in different fillings: (a)  $k_F/E_R = 3/8$ ; (b)  $k_F/E_R = 1/2$ ; (c)  $k_F/E_R = 5/8$  (The plotted parameters are the same as those in Fig. 2(a)).

红失谐  $\Delta < 0$  时, 在单带近似和紧束缚近似下, 哈密顿量 (1) 可以写为

$$\hat{H} = t_s \sum_{\langle i,j \rangle, \sigma} \hat{c}_{i\sigma}^\dagger \hat{c}_{j\sigma} + \sum_i t_{\text{cd}}(i) \left( \hat{c}_{i\uparrow}^\dagger \hat{c}_{i\downarrow} + \hat{c}_{i\downarrow}^\dagger \hat{c}_{i\uparrow} \right) - \Delta_c \hat{a}^\dagger \hat{a}, \quad (7)$$

其中跃迁系数表示为  $t_s = \int dx W^*(x - x_i) \left[ \frac{p_x^2}{2m} + (V_0 + U|\alpha|^2) \cos^2(k_R x) \right] W(x - x_i)$  和  $t_{\text{cd}}(i) = \eta_A (\alpha + \alpha^*) \int dx W^*(x - x_i) \cos(k_R x) W(x - x_i)$ 。由于我们选择的原子失谐是红失谐, 以及拉曼过程产生的光子数依赖的晶格势的周期是背景晶格的两倍, 所以有  $t_{\text{cd}}(i) = (-1)^i t_{\text{cd}}$ 。同样地, 使用一个局域的幺正变换  $\hat{c}_{i\downarrow} = (-1)^i \hat{c}_{i\downarrow}$ , 并对场算符做傅里叶变换, 哈密顿量 (7) 在动量空间可以写成如下的形式:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \sum_k \begin{pmatrix} \varphi_{k\uparrow}^\dagger & \varphi_{k\downarrow}^\dagger \end{pmatrix} \\ & \times \begin{pmatrix} 2t_s \cos(k_R a) & t_{\text{cd}} \\ t_{\text{cd}} & -2t_s \cos(k_R a) \end{pmatrix} \\ & \times \begin{pmatrix} \varphi_{k\uparrow} \\ \varphi_{k\downarrow} \end{pmatrix} - \Delta_c \hat{a}^\dagger \hat{a}. \end{aligned} \quad (8)$$

从哈密顿量我们可以看出, 在背景晶格参数固定的条件下,  $t_s$  和  $t_{\text{cd}}$  依然要通过  $\eta_A$  ( $\Omega$  和  $g$ ) 来进行大范围的调节。

在基于  $|\alpha|$  自洽求解的前提下, 通过哈密顿量 (8), 我们得到静态的自旋结构因子  $S_z(k)$ , 它可以反映红失谐下长程相互作用对系统的磁性关联的影响 (图 4)。我们依然首先考虑在半满填充下的情

$\eta_A/E_R = 1.8$ $\eta_A/E_R = 2.98$ $\eta_A/E_R = 3.20$ $\eta_A/E_R = 7.0$	$\eta_A/E_R = 1.8$ $\eta_A/E_R = 2.39$ $\eta_A/E_R = 2.78$ $\eta_A/E_R = 7.0$	$\eta_A/E_R = 1.8$ $\eta_A/E_R = 2.49$ $\eta_A/E_R = 2.69$ $\eta_A/E_R = 7.0$
--	--	--

$$\eta_A/E_R = 1.8$$

$$\eta_A/E_R = 2.39$$

$$\eta_A/E_R = 2.78$$

$$\eta_A/E_R = 7.0$$

$$\eta_A/E_R = 1.8$$

$$\eta_A/E_R = 2.49$$

$$\eta_A/E_R = 2.69$$

$$\eta_A/E_R = 7.0$$

况(图4(b)), 当 $\eta_A$ 取值较小(黑色实线), 即 $|\alpha|=0$ 时, 系统处于无能隙的金属态, 与在蓝失谐时相同,  $S_z(k)$ 只在 $k=\pm\pi$ 处有峰值且具有反铁磁关联的特性. 当 $\eta_A$ 逐渐增大, 对应 $|\alpha|\neq 0$ 时, 自旋翻转的有效相互作用会使得 $S_z(k)$ 在 $k=0$ 处铁磁关联逐渐增强(红色点划线和蓝色虚线), 而在 $k=\pm\pi$ 处峰值依然存在, 使得系统呈现反铁磁关联的特性. 当 $\eta_A$ 很大时,  $S_z(k)$ 依然在 $k=\pm\pi$ 时取峰值且呈现反铁磁关联和在 $k=0$ 处的铁磁关联逐渐增强(粉色点线), 这与蓝失谐情况完全不同. 在非半满填充时(图4(a)和4(c)), 通过调节 $\eta_A$ , 磁性关联

在 $k=0$ 和 $k=\pm\pi$ 处与半满填充时会有相同的磁性规律.

### 3.3 稳态相图

基于对上述磁性关联在两种不同失谐下的分析, 我们现在可以得到在 $k_F-\eta_A$ 平面上的相图. 我们可以通过 $S_z(k)$ 在 $k=0$ 和 $k=\pm\pi$ 处的峰值来判断不同的磁性, 通过在 $k=0$ 处的峰值与其他处相等时给出磁性的相边界(图5). 图5(a)为蓝失谐情况下的相图, M表示金属相, AF-SR表示的是反铁磁关联的超辐射相, FM-SR表示的是铁磁关联的

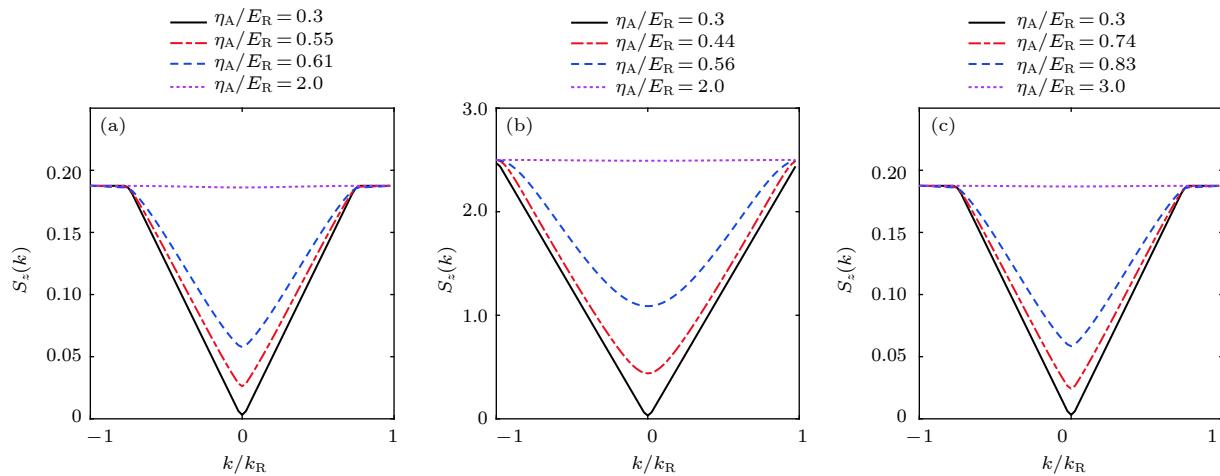


图4 静态自旋结构因子  $S_z(k)$  (a)  $k_F/E_R = 3/8$ ; (b)  $k_F/E_R = 1/2$ ; (c)  $k_F/E_R = 5/8$ (图中对应的其他参数的选择与图2(b)中一致)

Fig. 4. The spin structure factors  $S_z(k)$  for systems in different fillings: (a)  $k_F/E_R = 3/8$ ; (b)  $k_F/E_R = 1/2$ ; (c)  $k_F/E_R = 5/8$  (The plotted parameters are the same as those in Fig. 2(b)).

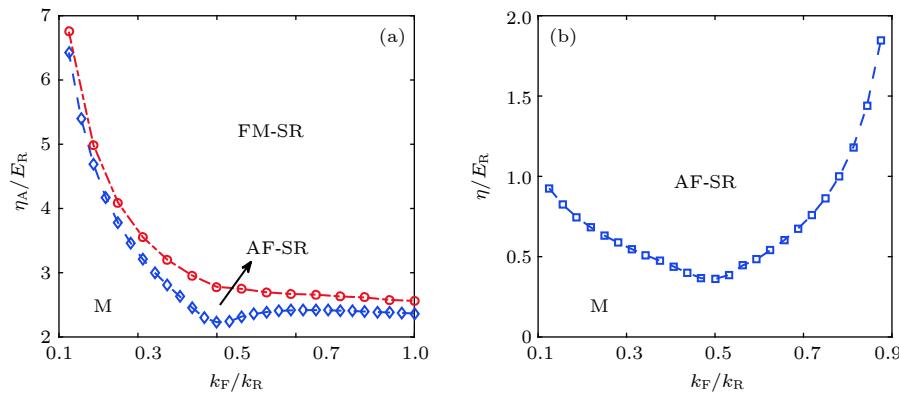


图5 (a) 蓝失谐时  $k_F-\eta_A$  平面上的相图(M, AF-SR 和 FM-SR 分别代表金属相、反铁磁关联的超辐射相和铁磁关联的超辐射相, 其它参数的选择与图2(a)相同); (b) 红失谐时  $k_F-\eta_A$  平面上的相图(AF-SR 代表反铁磁关联的超辐射相, 对应的其它参数的选择与图2(b)中一致)

Fig. 5. (a) The phase diagram in the  $k_F-\eta_A$  plane for the system with blue-detuned atomic detuning (M, AF-SR, and FM-SR correspond to metallic phase, antiferromagnetic superradiant phase, and ferromagnetic superradiant phase, respectively. The plotted parameters are the same as those in Fig. 2(a)); (b) the phase diagram in the  $k_F-\eta_A$  plane for the system with red-detuned atomic detuning (AF-SR corresponds to the antiferromagnetic superradiant phase. The plotted parameters are the same as those in Fig. 2(b)).

超辐射相, 可以看出在不同填充情况下, 调节  $\eta_A$  系统可以实现从 M 相到 AF-SR 相和从 AF-SR 相到 FM-SR 相的越变. 图 5(b) 为红失谐情况下的相图, 可以看出在不同填充情况下, 调节  $\eta_A$  系统可以实现从 M 相到 AF-SR 相的越变.

## 4 参数估计

本节估算所需参数并且表明我们得到的相在实验参数下可以观测. 具体地, 以<sup>6</sup>Li 原子为例, 对应的超精细态  $|\uparrow\rangle$  和  $|\downarrow\rangle$  分别对应于态  $|F=1/2, m_F=1/2\rangle$  和  $|F=1/2, m_F=-1/2\rangle$ , 其中  $F$  为总角动量,  $m_F$  为磁量子数. 对于蓝失谐的情况, 我们固定  $V_0 = 5E_R$ , 其中反冲能量选择  $E_R \sim 73.7$  kHz, 对应的其他参数的选择为  $\kappa = 7.4$  kHz,  $g = 27.1$  MHz 和  $\Delta = 2$  GHz, 对应到我们文中参数的设定分别为  $\kappa = 100E_R$ ,  $U = 5E_R$  和  $\Delta_c = -10E_R$ . 对于红失谐的情况, 我们固定  $V_0 = -5E_R$ , 对应的其他参数的选择为  $\kappa = 7.4$  kHz,  $g = 5.4$  MHz 和  $\Delta = -2$  GHz, 对应到我们文中参数的设定分别为  $\kappa = 100E_R$  和  $U = -E_R$ . 由于在红失谐, 即  $U < 0$  时, 光场的有效失谐满足  $\Delta_c - U \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \int dx \langle \hat{\Psi}_\sigma^\dagger(x) \hat{\Psi}_\sigma(x) \rangle \cos^2(k_R x) < 0$ , 系统才会有超辐射发生 [32], 所以我们选择  $\Delta_c = -100E_R$ .

接下来我们简单讨论一下关于得到的不同的磁性关联相在实验上的探测. 首先, 超辐射反映在光子数的集体激发上. 光子数实验可以使用校准的单光子计数模块对腔内光强进行实时监测 [3]. 另外, 关于磁性相变由自旋动力学结构因子体现, 实验上可以通过探测透射光子来探测 [33]. 因此, 我们期望所预估的相图在实验中是可探测的.

## 5 总 结

在本文中, 我们提出了一个实验上可行的方案并研究了由超辐射引起的准一维两组分费米气的磁性相变与原子的失谐以及费米子的填充数的关系. 在不考虑原子间的相互作用时, 我们利用平均场近似的方法得到了体系的超辐射相变, 在此基础上, 通过定性分析  $\hat{z}$  方向的自旋结构因子来研究系统的磁性转变. 结果表明, 有效的光与原子相互作用导致的自旋不守恒过程会使得系统发生磁性相变, 且在蓝失谐时, 通过调节腔参数, 系统会实现

由反铁磁关联的超辐射相到磁性关联超辐射的转变; 相反地, 在红失谐时, 系统会得到反铁磁关联的超辐射相. 在非半满填充的时候系统也具有类似的结果.

## 参考文献

- [1] Bloch I, Dalibard J, Zwerger W 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 885
- [2] Ritsch H, Demokos P, Brennecke F, Esslinger T 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 553
- [3] Baumann K, Guerlin C, Brennecke F, Esslinger T 2010 *Nature (London)* **464** 1301
- [4] Landig R, Hruby L, Dogra N, Landini M, Mottl R, Donner T, Esslinger T 2016 *Nature (London)* **532** 476
- [5] Hruby L, Dogra N, Landini M, Donner T, Esslinger T 2018 *PNAS* **115** 3279
- [6] Lénard J, Morales A, Zupancic P, Esslinger T, Donner T 2017 *Nature (London)* **543** 87
- [7] Lénard J, Morales A, Zupancic P, Donner T, Esslinger T 2017 *Science* **358** 1415
- [8] Caballero-Benitez S F, Mekhov I B 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 243604
- [9] Dogra N, Brennecke F, Huber S D, Donner T 2016 *Phys. Rev. A* **94** 023632
- [10] Chen Y, Yu Z, Zhai H 2016 *Phys. Rev. A* **93** 041601(R)
- [11] Pan J S, Liu X J, Zhang W, Yi W, Guo G C 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 045303
- [12] Luo X W, Zhang C 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 263202
- [13] Gu H M, Huang Y Q, Wang H H, Wu G, Duan X F, Liu K, Ren X M 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 144201 (in Chinese) [谷红明, 黄永清, 王欢欢, 武刚, 段晓峰, 刘凯, 任晓敏 2018 物理学报 **67** 144201]
- [14] Parsons M F, Mazurenko A, Chiu C S, Ji G, Greif D, Greiner M 2016 *Science* **353** 1253
- [15] Boll M, Hilker T A, Salomon G, Omran A, Nespoli J, Pollet L, Bloch I, Gross C 2016 *Science* **353** 1257
- [16] Cheuk L W, Nichols M A, Lawrence K R, Okan M, Zhang H, Khatami E, Trivedi N, Paiva T, Rigol M, Zwierlein M W 2016 *Science* **353** 1260
- [17] Hilker T A, Salomon G, Grusdt F, Omran A, Boll M, Demler E, Bloch I, Gross C 2017 *Science* **357** 484
- [18] Salomon G, Koepsell J, Vijayan J, Hilker T A, Nespoli J, Pollet L, Bloch I, Gross C 2019 *Nature* **565** 56
- [19] Mazurenko A, Chiu C S, Ji G, Parsons M F, Kanasz-Nagy M, Schmidt R, Grusdt F, Demler E, Greif D, Greiner M 2017 *Nature* **545** 462
- [20] Xu Z J, Liu X Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 120305 (in Chinese) [徐志君, 刘夏吟 2011 物理学报 **60** 120305]
- [21] Qin S F, Zheng G P, Ma X, Li H Y, Tong J J, Yang B 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 110304 (in Chinese) [秦帅锋, 郑公平, 马晓, 李海燕, 童晶晶, 杨博 2013 物理学报 **62** 110304]
- [22] Sun N, Zhang P F, Zhai H 2018 *arXiv:* **1808** 03966v1 [cond-mat.quant-gas]
- [23] Fan J T, Zhou X F, Zheng W, Yi W, Chen G, Jia S T 2018 *Phys. Rev. A* **98** 043613
- [24] Giuliani G, Vignale G 2005 *Quantum Theory of the Electron Liquid* (Cambridge: Cambridge University Press) pp29-36
- [25] Su W P, Schrieffer J R, Heeger A J 1979 *Phys. Rev. Lett.* **42** 1698
- [26] Peierls R E 1955 *Quantum Theory of Solids* (Oxford: Clarendon Press) p108
- [27] Ogata M, Shiba H 1990 *Phys. Rev. B* **41** 2326
- [28] Costa N C, Mendes-Santos T, Paiva T, Santos R R dos,

- Scalettar R T 2016 *Phys. Rev. B* **94** 155107  
[29] Chang C-C, Zhang S 2008 *Phys. Rev. B* **78** 165101  
[30] Hart R A, Duarte P M, Yang T L, Liu X, Paiva T, Khatami E, Scalettar R T, Trivedi N, Huse D A, Hulet R G 2015 *Nature (London)* **519** 211  
[31] Liu X-J, Law K T, Ng T K 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 086401  
[32] Klinder J, Keßler H, Wolke M, Mathey L, Hemmerich A 2015 *PNAS* **112** 3290  
[33] Landig R, Brennecke F, Mottl R, Donner T, Esslinger T 2015 *Nat. Commun.* **6** 7046

## SPECIAL TOPIC—Cold atoms and molecules

# Magnetic properties of one-dimensional Fermi gases in an optical cavity\*

Feng Yan-Lin<sup>1)2)</sup> Fan Jing-Tao<sup>1)2)</sup> Chen Gang<sup>1)2)†</sup> Jia Suo-Tang<sup>1)2)</sup>

1) (*State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Laser Spectroscopy, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

2) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

(Received 1 November 2018; revised manuscript received 4 December 2018)

### Abstract

In this work we show that the superradiance of the cavity photons can give rise to a magnetic transformation for the atomic system when the quasi one-dimensional Fermi gases are coupled to an optical cavity. This magnetic transformation has a close relationship with the atomic detuning and the filling number. When the interaction between the atoms is neglected, the mean-field approximation may be used in the superradiant phase. In this approximation, we analyze the static spin structure factors of the system with different filling numbers and atomic detuning. Then we characterize the cavity photons-assisted magnetic transformation and obtain the phase diagrams which are dependent on the cavity parameters. Finally, the feasible experimental parameters of our results are also discussed.

**Keywords:** effective optical lattice, superradiance, spin structure factor, magnetic correlation

**PACS:** 37.10.Jk, 37.30.+i, 42.50.Pq, 67.85.-d, 67.85.Lm

**DOI:** 10.7498/aps.68.20181954

\* Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant No. 2017YFA0304203), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11674200, 11804204), the Program for Changjiang Scholars and Innovative Research Team in University of Ministry of Education of China (Grant No. IRT13076), and the Fund for Shanxi “1331 Project” Key Subjects Construction, China.

† Corresponding author. E-mail: chengang971@163.com