

## 热粘弹波在变温非均匀合金熔体中的传播\*

王汝佳 吴士平<sup>†</sup> 陈伟

(哈尔滨工业大学材料科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

(2018年10月29日收到; 2018年12月1日收到修改稿)

机械波在金属凝固过程中传播的定量计算一直是一个难题, 主要原因就是在这个过程中的熔体结构非常复杂. 本研究考虑到熔体的变温、非均匀和粘弹性的特点, 采用 Kelvin 粘弹性介质模型, 建立了具有粘热损失特性的热粘弹性波动方程, 通过隐式有限差分方法对波动方程进行求解, 并以 ZL203A 合金熔体为研究对象, 探究了热粘弹波在变温非均匀介质中的传播规律. 结果表明: 热粘弹波从合金熔体的低温区向高温区传播时, 非均匀的温度场对波的传播有较大影响; 相反, 当波从合金熔体的高温区向低温区传播时, 非均匀的温度场对波的传播几乎没有影响. 热粘弹波在合金熔体中的衰减系数随频率的增大呈线性增大, 而随温度的升高先增大后减小, 在熔体的枝晶搭接温度附近达到最大值.

**关键词:** 热粘弹波, 数值模拟, 合金熔体, Kelvin 介质, 衰减系数

**PACS:** 81.30.Fb, 46.40.Cd, 43.20.+g

**DOI:** 10.7498/aps.68.20181923

## 1 引言

将机械振动应用于合金凝固过程中能起到细化晶粒、增加铸件致密度、除气除杂、增强补缩等作用<sup>[1-6]</sup>, 因此, 机械振动在合金凝固领域已经得到了广泛的应用和研究. 在合金凝固过程中施加机械振动, 其实质是周期性的外力在熔体中产生了波动, 波动在熔体中传播并与熔体发生相互作用, 从而产生各种声效应并影响合金的凝固组织和性能<sup>[7]</sup>. 因此, 研究机械波在合金熔体中的传播能够指导机械振动在合金凝固过程中的应用. 由于合金熔体的高温和不透明等特点, 实验研究受到了极大的限制, 数值模拟成为了揭示波在合金熔体中传播规律的一个重要手段<sup>[7]</sup>. 其中机械波在合金凝固过程中传播的定量计算一直是一个难题, 主要原因就是凝固过程中合金熔体的结构非常复杂. 凝固过程中的熔体温度场不均匀, 且温度场在不断地变化, 随着

温度的变化, 熔体中发生了固液相变. 因此, 在波的传播问题中, 凝固过程中的合金熔体是一个典型的变温变结构的非均匀粘弹性体<sup>[8]</sup>. 波在该类介质中的传播问题非常复杂. 为了实现定量计算, 目前的研究都将其进行了简化: 忽略复杂的微观结构, 将具有固液两相的混合介质处理成单一连续介质; 将熔体假设成简单的弹性体或牛顿流体; 忽略热耦合作用造成的热损失. 基于以上简化, Kong 和 Cang<sup>[9]</sup> 采用 ANSYS FLUENT 软件模拟了功率超声在钢液中产生的声流效应; Jiang 等<sup>[10]</sup> 利用 ANSYS FLUENT 中的二次开发功能, 模拟了超声施加在铝合金半连铸过程中的声-流-热耦合过程; Shao 等<sup>[11]</sup> 采用 COMSOL 软件对 AZ80 合金的超声空化和声流效应进行了数值模拟. 简化处理的缺点是只能计算波在温度比较高的熔体中的传播, 对于波在固液两相区的半固态熔体中传播的计算偏差较大.

同时, 波在传播过程中, 介质会产生周期性的

\* 国家自然科学基金 (批准号: 51475120) 和国家自然科学基金重点项目 (批准号: U1537201) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: [spwu@hit.edu.cn](mailto:spwu@hit.edu.cn)

压缩和膨胀, 压缩区温度升高, 膨胀区温度降低, 导致介质中的温度场分布不均匀, 从而产生热传导, 这将导致波的衰减. 这个波是和热耦合在一起的, 若介质是弹性的, 叫作热弹波; 若介质是粘弹性的, 那么这个波就叫作热粘弹波<sup>[12]</sup>. Nowinski 和 Boley<sup>[13]</sup> 指出热力耦合的作用是将施加给物体的机械能转化为热流, 而后消耗掉. 因此耦合项造成的能量耗散是不可逆的. Bruno 等<sup>[14]</sup> 认为, 耦合效应的物理实质是对热弹性波的阻尼. 范绪箕和陈国光<sup>[15]</sup> 指出, 耦合作用使应变 (应力、温度等) 在波前的突变迅速衰减, 这是热力耦合波动方程中耦合项的重要特征之一. Takeuti 和 Tanigawa<sup>[16]</sup> 认为, 对于金属材料, 耦合项的影响比动力项的影响更大. 因此在波动方程中考虑热力耦合作用是非常重要的, 而目前的大部分波动计算中均未考虑热力耦合效应.

针对以上问题, 本研究考虑了合金熔体的粘弹性特点, 将熔体看作 Kelvin 粘弹性介质, 同时考虑到热力耦合作用, 在本构方程中加入了热应力项, 并在热传导微分方程中加入了热力耦合项, 利用动量守恒、能量守恒原理建立了热粘弹波的波动方程组. 然后采用隐式有限差分法对一维平面热粘弹波进行了求解, 在计算中考虑了介质的变温和非均匀的特点, 采用了 ZL203A 合金熔体的热力学参数作为计算参数, 对热粘弹波在变温非均匀介质中的传播进行了数值模拟研究.

## 2 热粘弹波的控制方程

本文基于如下假设建立热粘弹波的波动方程组.

- 1) 介质满足连续性假设条件;
- 2) 介质满足各向同性假设;
- 3) 介质发生的变形为小变形, 应变和位移梯度满足线性关系;
- 4) 热传导满足傅里叶热传导定律;
- 5) 非热力耦合的粘弹性介质的应力-应变本构关系满足 Kelvin 模型.

波在传播过程中, 由于波动的应力会在介质中产生形变, 同时对微元体做功, 因此在热传导微分方程中应该加上应力做功项  $\sigma_{ij}v_{i,j}$ . 通过对热力学中的态函数分析, 认为主要由介质的体积形变来产生力与热的耦合作用<sup>[16]</sup>, 因此该应力做功项可以简化为  $T\beta v_{ii}$ . 当介质温度变化时, 介质若不能自

由变形, 那么介质中将会产生热应力, 这个力主要是因为介质的不自由压缩或膨胀引起的, 因此在应力-应变本构方程中还需要加上由于温度变化引起的热应力  $\beta\theta$ . 根据以上分析, 结合动量守恒定律、能量守恒定律、Kelvin 介质的热粘弹性本构方程和几何方程, 一维热粘弹平面波的波动方程组可表示为

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \\ \rho \frac{\partial H}{\partial T} \frac{\partial \theta}{\partial t} = k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \alpha K T_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \\ \sigma = M\varepsilon + \eta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \alpha K \theta \\ \varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} \end{cases}, \quad (1)$$

式中:  $u$  为各质点的位移;  $v$  为质点的速度;  $\sigma$  为应力;  $\varepsilon$  为应变;  $T_0$  为介质中热应力为零时的初始温度;  $T$  为介质的实时温度;  $\theta = T - T_0$  表示介质的温差;  $\rho$  为熔体的密度;  $H$  为熔体的焓值;  $k$  为熔体的热传导系数;  $\alpha$  为熔体的热膨胀系数;  $\beta$  为熔体的热力系数, 表示增加单位温度时压应力的增大值;  $M$  为熔体的纵波模量, 且满足  $M = K + 4/3G$ , 其中,  $K$  和  $G$  分别为熔体的体积弹性模量和剪切弹性模量;  $\eta$  为声粘滞系数, 且满足  $\eta = \eta_v + 4/3\eta_s$ , 其中,  $\eta_v$  和  $\eta_s$  分别为熔体的体积粘滞系数和剪切粘滞系数.

当剪切弹性模量为零时, 介质中只能产生纵波, 此时方程 (1) 退变为流体中的声波方程; 当声粘滞系数为零时, 介质中的波不发生衰减, 此时方程 (1) 退变成为完全弹性介质中的热弹性波动方程. 方程 (1) 的求解难点在于能量守恒方程和本构方程中的热力耦合项, 它要求对温度场和应力场进行耦合求解.

设  $v = \frac{\partial u}{\partial t}$ ,  $w = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ , 那么 (1) 式可以简化为

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} - \eta \frac{\partial w}{\partial t} = Mw - \alpha K \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \rho \frac{\partial H}{\partial T} \frac{\partial \theta}{\partial t} = k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \alpha K T_0 \frac{\partial v}{\partial x} \end{cases}. \quad (2)$$

初始条件:

$$w(x, 0) = 0; \quad v(x, 0) = 0; \quad \theta(x, 0) = 0. \quad (3)$$

边界条件:

$$\begin{aligned} w(0, t) = 0, w(l, t) = 0; \\ v(0, t) = A \sin(2\pi ft), v(l, t) = 0; \\ \theta(0, t) = 0, \theta(l, t) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

上式中,  $A$  表示速度的振幅,  $f$  表示速度的振动频率.

### 3 波动方程的数值求解

对波动方程组 (2) 在空间方向上采用中心差

$$\begin{cases} \frac{w_i^{n+1} - w_i^n}{\Delta t} = \frac{v_{i+1}^{n+1} - 2v_i^{n+1} + v_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} \\ \eta_i \frac{w_i^{n+1} - w_i^n}{\Delta t} - \rho_i \frac{v_i^{n+1} - v_i^n}{\Delta t} = \alpha_i K_i \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - \theta_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} - M_i w_i^{n+1} \\ \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^n}{\Delta t} = \frac{k_i}{\rho_i(\partial H/\partial T)_i} \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - 2\theta_i^{n+1} + \theta_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} - \frac{\alpha_i K_i T_{0i}}{\rho_i(\partial H/\partial T)_i} \frac{v_{i+1}^{n+1} - v_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} \end{cases} \quad (5)$$

将方程组 (5) 进行整理, 并代入初、边界条件, 得到波动方程的隐式差分表达式:

$$P\mathbf{X}^{n+1} = D\mathbf{X}^n + \boldsymbol{\varphi}^{n+1}, \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{X}^n = [w^n, v^n, \theta^n]^T$ ,  $\boldsymbol{\varphi}^n = [\varphi_1^n, \varphi_2^n, \varphi_3^n]^T$ ,

$$\begin{aligned} P &= \begin{pmatrix} I & pB_1 & 0 \\ cI & -\rho I & -q\alpha KC_1 \\ 0 & qbB_2 & C_2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} I & 0 & 0 \\ \eta I & -\rho I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}, \\ w^n &= [w_1^n, w_2^n, \dots, w_{N-1}^n], \quad v^n = [v_1^n, v_2^n, \dots, v_{N-1}^n], \quad \theta^n = [\theta_1^n, \theta_2^n, \dots, \theta_{N-1}^n], \\ \varphi_1^n &= [pv(0, t_n), 0, \dots, 0], \quad \varphi_2^n = 0_{1 \times (M-1)}, \quad \varphi_3^n = [b_1qv(0, t_n), 0, \dots, 0], \\ B_1 &= \begin{pmatrix} 2 & -1 & & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & & & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & & 0 \\ -1 & 0 & -1 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & -1 & 0 & -1 \\ 0 & & & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_2 = C_1, \\ C_2 &= \begin{pmatrix} 1 + 2a_1p & -a_1p & & & 0 \\ -a_2p & 1 + 2a_2p & -a_2p & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -a_{N-2}p & 1 + 2a_{N-2}p & -a_{N-2}p \\ 0 & & & -a_{N-1}p & 1 + 2a_{N-1}p \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $p = \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2}$ ,  $q = \frac{\Delta t}{2\Delta x}$ ;  $B_1, B_2, C_1, C_2$  是  $(N-1) \times (N-1)$  阶方阵;  $\rho, \alpha, K, \eta, b, c$  是  $(N-1) \times (N-1)$  阶的对角阵, 其中第  $i$  个对角线元素与一维介质中的第  $i$  个节点的计算参数相对应, 其大小由该节点上的介质参数来计算, 如下所示:

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{k_i}{\rho_i(\partial H/\partial T)_i}, \quad b_i = \frac{\alpha_i T_{0i} K_i}{\rho_i(\partial H/\partial T)_i}, \\ c_i &= \eta_i + M_i \Delta t, \quad i = 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

分, 时间上采用向后差分. 差分方程中的计算参数都是温度的函数, 因此可以根据节点的温度来确定节点的计算参数. 由于在波动传播过程中, 热力耦合效应造成的温度变化相较于初始温度非常小, 所以本研究忽略热力耦合效应造成的温差对计算参数的影响, 差分方程中所有节点的计算参数值按照初始温度场的分布给出.

## 4 热粘弹波在变温非均匀介质中的传播规律

### 4.1 计算参数

本研究以 ZL203A 合金熔体的热力学参数作为数值模拟的计算参数, 其中 Kelvin 介质模型中的剪切弹性模量 ( $G$ ) 和剪切粘滞系数 ( $\eta_s$ ) 可以从

文献 [17] 中获得, 密度 ( $\rho$ )、热焓 ( $H$ )、热传导系数 ( $k$ ) 和热膨胀系数 ( $\alpha$ ) 可以从 Procast 数据库中获得. 在 ZL203A 固相线处的泊松比为 0.372 (来自于材料性能模拟软件-Jmatpro), 根据体积弹性模量、剪切弹性模量和泊松比的关系,  $K = \frac{2G(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$ , 可知,  $K = 3.57G$ . 由于体积弹性模量随温度的变化不

大 [18], 所以在 ZL203A 合金的固液区间假设其为常数. 熔体的体积粘滞系数和剪切粘滞系数之比  $\eta_v/\eta_s$  近似为常数 [19], 根据 Bansal [20] 的研究结果可知, 铝溶液的  $\eta_v/\eta_s$  近似为 1.34, 因此可以根据已知的  $\eta_s$  求得  $\eta = 2.67\eta_s$ . 本研究中所用到的计算参数随温度的变化关系如图 1 所示.

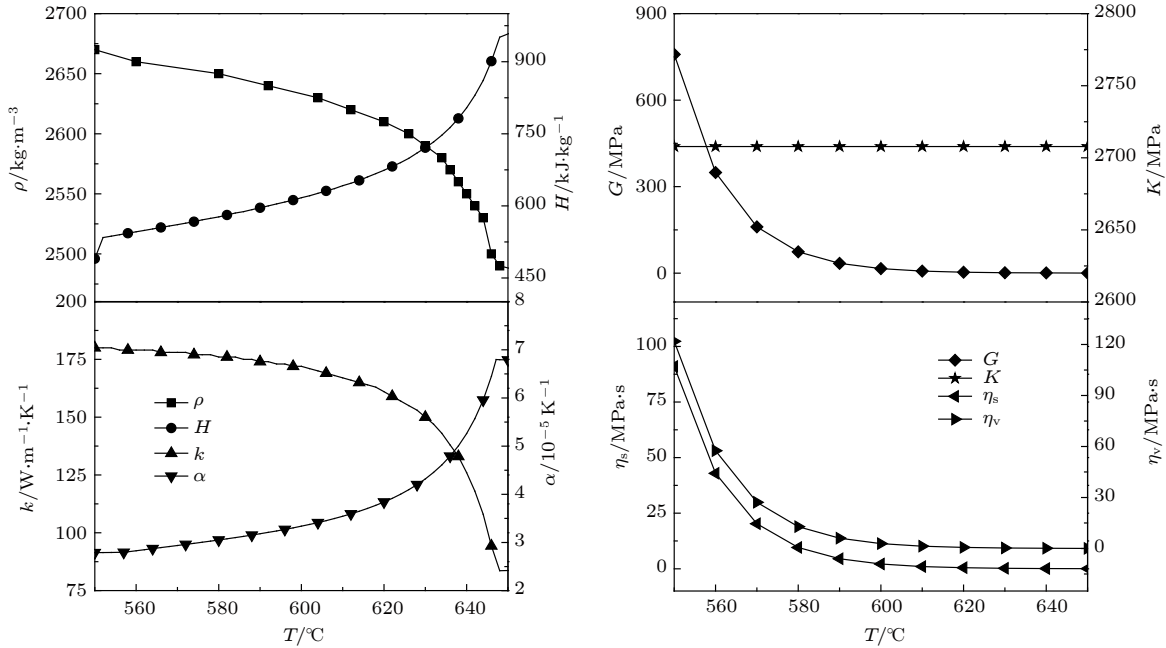


图 1 数值模拟中采用的计算参数  
Fig. 1. Parameters used in numerical simulation.

### 4.2 热粘弹波在不同介质模型中的传播规律

如前所述, Kelvin 粘弹性介质模型可以通过介质参数的变化演变成完全弹性介质. 因此本研究通过变换参数, 考虑波在不同介质模型中的传播规律. 在波动方程 (1) 中, 将粘滞系数设为零, 该方程组演变成了热弹性波动方程组. 由于 Kelvin 介质的相速度和弹性模量、粘滞系数、频率满足关系 (7) [21], 当波的振动频率不变, 介质模型退化为完全弹性介质模型后, 波的传播速度也将发生变化, 为了保持波速不变, 以便于比较, 在将粘滞系数设置为零后, 还需要将弹性模量按照 (7) 式进行修改.

$$V_{p-ph}^2 = \frac{2(\lambda + 2\mu)}{\rho} \frac{1 + \left[ \frac{\omega(\lambda' + 2\mu')}{\lambda + 2\mu} \right]^2}{\sqrt{1 + \left[ \frac{\omega(\lambda' + 2\mu')}{\lambda + 2\mu} \right]^2} + 1}, \quad (8)$$

式中,  $V_{p-ph}$  为平面波的相速度;  $\omega$  为波动圆频率;  $\eta = \lambda' + 2\mu'$ , 其中  $\lambda', \mu'$  是介质的粘滞拉梅系数;

$M = \lambda + 2\mu$ , 其中  $\lambda, \mu$  为介质的弹性拉梅系数.

频率为 20 kHz, 速度振幅相同的振动在 600 °C 的均匀熔体中的传播过程如图 2 所示. 由于粘滞系数的存在, Kelvin 热粘弹波的阶跃被抹平了, 如图 2 中的波前所示, 弹性波的波前梯度变化比较清晰, 而粘弹波的波前被拉得很宽. 在相同波长和相同温度场条件下, 热粘弹波的衰减非常快, 而在完全弹性介质中无衰减. 从图 2 中还可以看出, 热粘弹波场中的温度变化比位移超前约  $\pi/2$ .

### 4.3 热粘弹波在变温均匀介质中的传播

频率为 20 kHz, 速度振幅相同的振动在不同温度的均匀熔体中的传播过程如图 3 所示. 热粘弹波在高温介质中的波长小, 衰减快, 传播距离短. 当熔体完全处于液相时, 波衰减最快, 传播距离只有 0.1 m, 而在固液区传播距离大于 2 m. 波在介质中的衰减主要有热损失、粘滞衰减和散射. 本文所建立的模型并未考虑介质的微观结构, 因此在均



匀介质中不产生散射, 这里的衰减主要是粘滞衰减和热损失. 从该结果可以推断, 超声在液相中的粘滞衰减和热损失要大于高温固相.

#### 4.4 热粘弹波在变温非均匀介质中的传播

在变温非均匀介质中波传播的数值模拟, 需要将各个节点的计算参数按实时的温度值给出, 这个温度是在不断变化的, 但由于波的传播速度较大, 引起介质的温度变化也较小, 因此可以将变温介质看成是瞬态恒温介质来给计算参数赋值. 介质中的一维温度场为 550 °C 到 650 °C 的线性分布, 振源位于 550 °C 的一端.

如图 4 所示, 正弦热粘弹性波在非均匀介质中

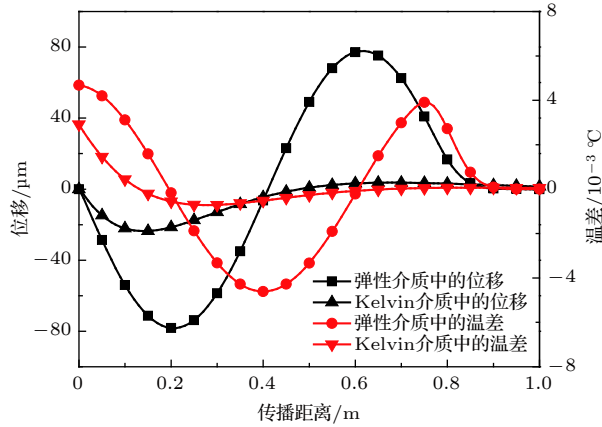


图 2 热粘弹波在弹性介质和 Kelvin 介质中的位移和温差的分布

Fig. 2. Distribution of displacement and temperature difference of thermoviscoelastic wave in elastic medium and Kelvin medium.

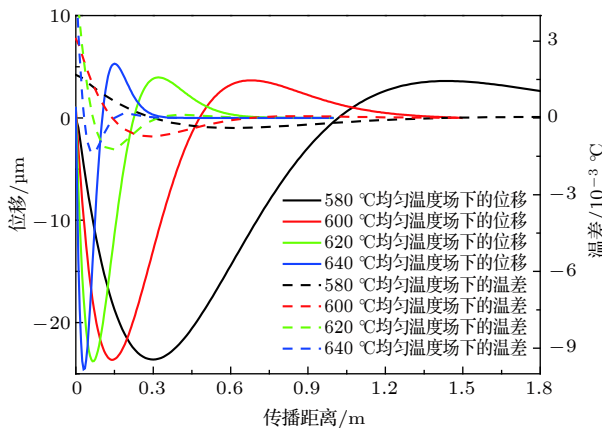


图 3 热粘弹波在变温均匀介质中的位移和温差的分布

Fig. 3. Distribution of displacement and temperature difference of thermoviscoelastic wave in homogeneous medium with variable temperature.

传播时, 波动影响区域的质点位移都随时间成正弦变化, 但在空间上, 波的振幅随传播距离的增加而衰减. 当介质处于压缩状态时, 介质中的温度升高; 处于拉伸状态时, 温度降低. 虽然热粘弹波会对温度场造成影响, 但图 4 表明, 由热损失和粘滞衰减引起的熔体温度变化非常小, 几乎可以忽略不计. 许多研究表明, 熔体中施加超声后会对熔体的温度场造成非常大的影响, 使熔体温度场变均匀, 金属

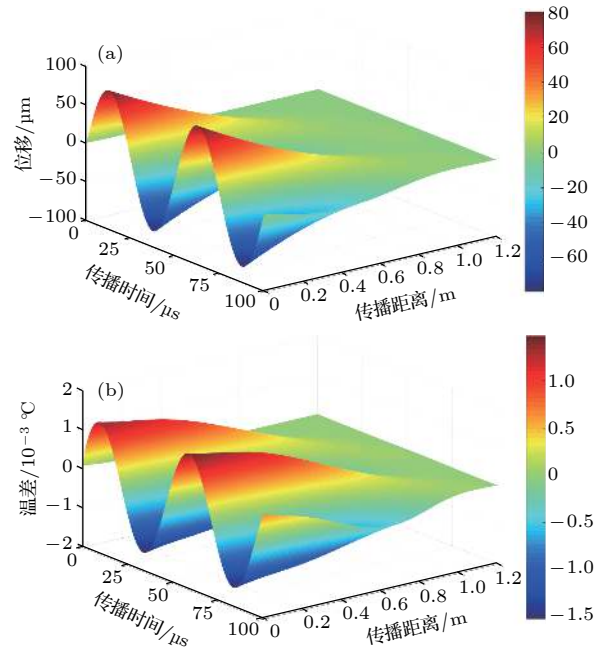


图 4 热粘弹波在非均匀介质中的传播 (a) 位移随时间和空间的变化; (b) 温差随时间和空间的变化

Fig. 4. Propagation of thermoviscoelastic waves in inhomogeneous medium: (a) Displacement changes with time and space; (b) temperature difference changes with time and space.

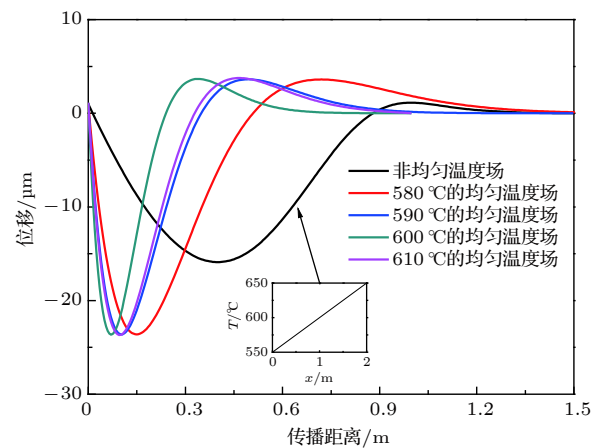


图 5 热粘弹波在不同的均匀温度场中的位移分布

Fig. 5. Distribution of displacement of thermoviscoelastic wave in different uniform temperature field.

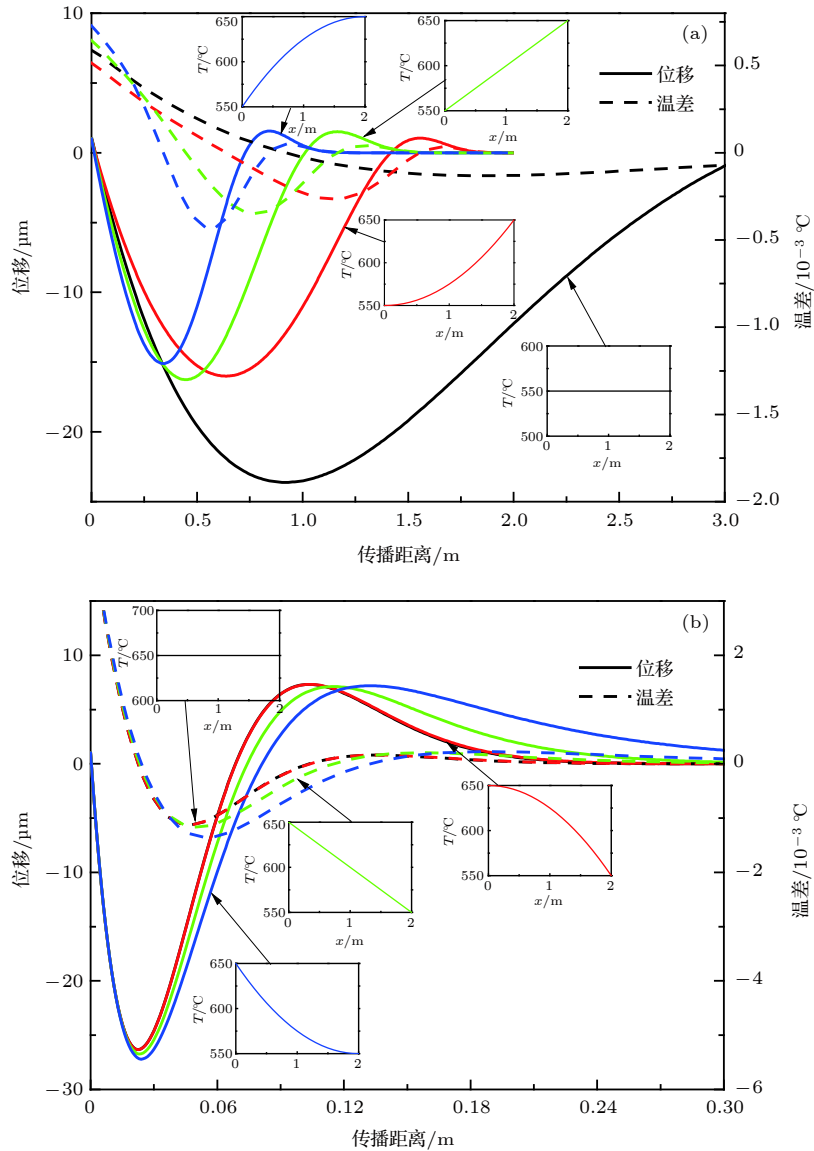


图 6 热粘弹波在不同的非均匀温度场中的位移和温差的分布 (a) 波从低温区域向高温区域传播; (b) 波从高温区域向低温区域传播

Fig. 6. Distribution of displacement and temperature difference of thermoviscoelastic wave in different inhomogeneous temperature field: (a) Propagation from low temperature region to high temperature region; (b) propagation from high temperature region to low temperature region.

凝固时间变短<sup>[22]</sup>. 图 4 的结果表明, 熔体温度场的剧烈变化很难由熔体对超声的吸收引起. 该结果间接证明了, 超声对熔体温度场的改变主要由声流对熔体的搅拌作用引起.

不均匀的温度场对波动会产生非常大的影响, 在如图 5 所示的线性温度场中, 热粘弹波在初始时传播速度快, 衰减较小. 热粘弹波在非均匀温度场中传播相当于在层状介质中传播, 每层的波阻抗不同, 因此波在遇到界面时会发生折射和反射, 在传播过程中不断遇到界面, 散射衰减加重, 传播距离缩短.

如图 6 所示, 当波从合金熔体的高温区向低温区传播时, 非均匀温度场的分布对波传播的规律有非常大的影响, 波入射处的温度场梯度越小, 波的衰减越小, 传播的距离越远; 当波从合金熔体的高温区向低温区传播时, 温度场的不同分布对波传播几乎没有影响. 造成此现象的原因和波在不同温度区的衰减系数不同有关. 波在高温区的衰减系数比低温区大很多, 所以在高温区, 温度场的分布对波造成的影响不如衰减系数的影响大, 波还未来得及对不同分布的温度场产生响应, 波已经完全衰减了, 所以不同温度场下位移和温差的分布差异较小.

### 4.5 频率和温度对热粘弹波衰减的影响

波的衰减系数如公式 (8) 所示.

$$\alpha_s = -\frac{1}{\Delta x} \ln \frac{A_2}{A_1}, \quad (9)$$

式中,  $\alpha_s$  为波的衰减系数,  $\Delta x$  为波传播的距离,  $A_1$ ,  $A_2$  分别为声波在相距为  $\Delta x$  的两点的振幅.

根据公式 (8), 对波在不同温度分布的介质中的衰减系数随频率的变化关系进行了统计. 如图 7 所示, 不论是均匀温度场还是非均匀温度场, 热粘弹波的衰减系数都随频率的增大而增大, 而且都和频率成线性关系. 衰减最大的是在非均匀高温区中传播的波, 衰减最小的是在均匀低温区中传播的波. 随着热粘弹波频率的增大, 热粘弹波在熔体中的衰减愈严重, 传播距离愈短. 由于本研究中的衰减包括粘滞衰减, 这是一个不可逆的热力学过程, 频率越高, 在相同的时间里内摩擦的次数越多, 因此消耗的机械能越多, 表现为衰减越快.

如图 8 所示, 热粘弹波在金属熔体中的衰减系数随温度升高而先增大后减小, 衰减转折点发生在 ZL203A 合金的枝晶搭接温度处. Lavender [23] 测量了超声在 0.47% 碳钢的固相区、两相区、液相区中的衰减系数, 也发现了在固液区间随着温度的升高, 超声衰减先增大后减小的现象, 但他并未对此现象作出解释. 通过 Al-4.5%Cu 的流变实验, 我们可以确定 ZL203A 的枝晶搭接温度在 635 °C (固相线 530 °C, 液相线 640 °C) 附近 [24], 由于本计算的液相线取为 650 °C, 所以 640 °C 约是 ZL203A 合金的枝晶搭接温度. 从图 8 的结果我们

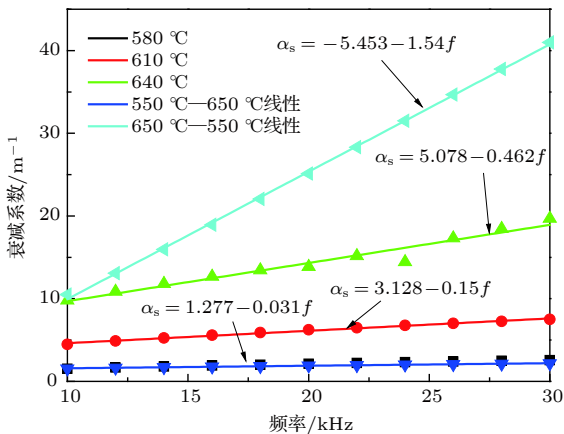


图 7 不同温度场下热粘弹波的衰减系数与频率的关系  
Fig. 7. Relationship between attenuation coefficient and frequency of thermoviscoelastic wave in different temperature fields.

可以推断, 当合金熔体从高温液相开始凝固时, 由于粘度的降低, 超声的粘滞损失增大, 超声衰减加剧 [25]. 当熔体中出现固相时, 随着温度的降低, 粘度增加的速度加快, 衰减也快速增加, 此时的固相颗粒完全分散于金属液中, 还不能抵抗剪切应力, 相当于粘度非常大的流体. 当枝晶搭接到一起时, 形成了多孔介质, 液相被搭接的枝晶分割开, 形成不连续的流体. 这时的熔体能够承受一定的剪切应力, 表现出弹性的性质, 温度越低, 固相越多, 弹性性质越明显, 而超声波在弹性介质中无衰减, 所以超声的衰减系数又随温度的降低而减小. 综上, 超声在合金熔体中衰减系数最大时的温度是合金的枝晶搭接温度. 利用该结论, 我们可以采用测量超声衰减的方法来确定枝晶搭接温度, 进一步指导超声熔体处理工艺的改进.

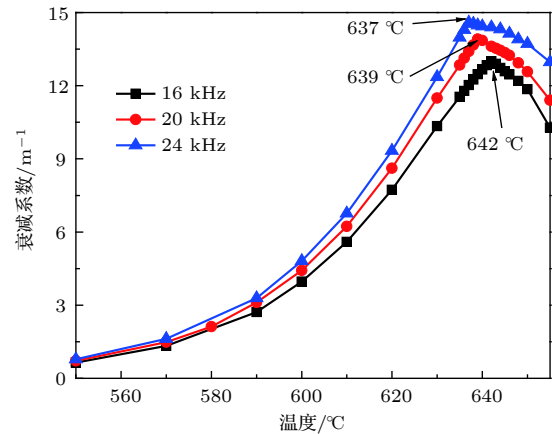


图 8 不同频率下热粘弹波的衰减系数与温度的关系  
Fig. 8. Relationship between attenuation coefficient of thermoviscoelastic wave and temperature in different frequency.

## 5 结论

本研究通过 Kelvin 粘弹性介质模型的热力耦合波动方程, 采用隐式有限差分方法对波动方程进行求解, 探究了热粘弹波在变温非均匀合金熔体中的传播规律. 以 ZL203A 合金熔体为研究对象, 通过对相同波长的波在弹性介质和粘弹性介质中传播规律的对比, 发现热粘弹波的衰减特别快, 而热弹波无衰减; 热粘弹波的阶跃会在传播过程中迅速被抹平变得光滑, 而热弹波的阶跃比较明显. 通过热粘弹波在不同温度均匀介质中的传播对比, 可以发现, 热粘弹波在高温金属熔体中的波长较小, 衰减较严重, 传播距离短. 通过对热粘弹波在具有不

同温度分布的非均匀介质中的传播对比,发现:热粘弹波在非均匀介质中传播相当于在阻抗不同的层状介质中传播,相较于在均匀介质中的传播,其衰减更快;热粘弹波从合金熔体的低温区向高温区传播时,非均匀温度场的分布对波的传播有较大影响,波入射处的温度场梯度越小,波的衰减越小,传播的距离越远;当波从高温区向低温区传播时,非均匀温度场的分布对波传播几乎没有影响.计算不同频率的热粘弹波在不同温度的均匀介质中的衰减系数,结果表明,热粘弹波在金属熔体中的衰减系数随频率的增大呈线性增大,而随温度的升高先增大后减小,衰减系数最大时的温度是枝晶搭接温度.

### 参考文献

- [1] Guo F, Luo P, Qiu B, Li K 2008 *Met. Mat. Metall. Eng.* **1** 015
- [2] Kotadia H R, Qian M, Eskin D G, Das A 2017 *Mater. Design* **6** 65
- [3] Chen R R, Zheng D S, Guo J J, Fu H Z 2016 *Mater. Sci. Eng. A* **653** 23
- [4] Eskin G I, Eskin D G 2014 *Ultrasonic Treatment of Light Alloy Melts* (Boca Raton: CRC Press)
- [5] Wang R J, Wu S P, Chen W 2018 *T. Nonferr. Metal. Soc.* **28** 1514
- [6] Zhang M, Li X, Li Z H, Xu X 2011 *Special Casting and Nonferrous Alloys* **2** 034
- [7] Wu S P, Wang R J, Chen W 2017 *Acta Metall. Sin.* **54** 247
- [8] Wang R J, Wu S P, Chen W 2019 *Simulation* **95** 3
- [9] Kong W, Cang D 2012 *Simulation* **88** 694
- [10] Jiang R P, Li X Q, Ju Z Y, Zhang M 2014 *J. South China Univ. Techno.: Nat. Sci. Ed.* **4** 014
- [11] Shao Z W, Le Q, Zhang Z Q, Cui J Z 2011 *T. Nonferr. Metal. Soc.* **21** 2476
- [12] Mccarthy M F, Moodie T B, Sawatzky R P 1988 *Q. Appl. Math.* **46** 539
- [13] Nowinski J L, Boley B 1980 *J. Appl. Mech.* **47**
- [14] Bruno B A, Jerome H W 2012 *Theory of Thermal Stresses* [<https://www.ebookmall.com/ebook/theory-of-thermal-stresses/bruno-a-boley/9780486695792>]
- [15] Fan X J, Chen G G 1982 *Adv. Mech.* **12** 339 (in Chinese) [范绪箕, 陈国光 1982 力学进展 **12** 339]
- [16] Takeuti Y, Tanigawa Y 1979 *Int. J. Numer. Meth. Eng.* **14** 987
- [17] Liu C, Li Q C 1988 *Foundry* **9** 28 (in Chinese) [刘驰, 李庆春 1988 铸造 **9** 28]
- [18] Fraizier E, Nadal M H, Oltra R 2002 *Ultrasonics* **40** 543
- [19] Jarzynski J 1963 *Proc. Phys. Soc.* **81** 745
- [20] Bansal R 2002 *J. Phys. C: Solid State Phys.* **6** 1204
- [21] Niu B H, Sun C Y 2007 *Half-space homogeneous isotropic viscoelastic medium and seismic wave propagation* (Beijing: Geological Publishing House) p107 (in Chinese) [牛滨华, 孙春岩 2007 半无限空间各向同性黏弹性介质与地震波传播(北京:地质出版社) 第107页]
- [22] Li J W, Momono T, Ying F U, Jia Z, Yu Y T 2007 *T. Nonferr. Metal. Soc.* **17** 691
- [23] Lavender J D 1972 *Non-Destructive Testing* **52** 107
- [24] Magnin B, Maenner L, Katgerman Laurens, Engler S 1996 *Mater. Sci. Forum* **217** 1209
- [25] Sivkov G, Yagodin D, Kofanov S, Gornov O, Volodin S, Bykov V, Dahlborg U 2007 *J. Non-Cryst. Solids* **353** 3274



# Propagation of thermoviscoelastic wave in inhomogeneous alloy melt with varying temperature\*

Wang Ru-Jia   Wu Shi-Ping<sup>†</sup>   Chen Wei*(School of Materials Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)*

( Received 29 October 2018; revised manuscript received 1 December 2018 )

## Abstract

The quantitative calculation of mechanical wave propagation in the solidification of metal is difficult because of the complicated structure of melt in the solidification process. In this study, the Kelvin model is used to describe the viscoelastic characteristics of alloy melt, and the thermoviscoelastic wave equations are established in conjunction with continuity equation, momentum equation, energy equation considering thermo-mechanical effect and constitutive equation considering thermal stress. The difference equation of thermoviscoelastic wave in the variable non-uniform temperature field is built by using the implicit finite difference method of second order in space and first order in time, and taking into account the variable temperature and non-uniformity of melt. The difference equation is solved numerically by taking the thermodynamic parameters of ZL203A alloy in solid-liquid region varying with temperature as calculation parameters, and the propagation law of thermoviscoelastic wave in the inhomogeneous alloy melt with varying temperature is obtained. By comparing the propagation law of the wave with same wavelength in elastic medium with that in viscoelastic medium, it is found that the thermoviscoelastic wave attenuates seriously, and the thermoelastic wave has no attenuation. The step of displacement of thermoviscoelastic wave will be smoothed rapidly during propagation. The comparison among propagations of thermoviscoelastic wave in homogeneous medium at different temperatures shows that the wavelength of thermoviscoelastic wave in high temperature melt is smaller and the attenuation is more serious than in low temperature melt. The propagation of thermoviscoelastic wave in inhomogeneous medium is equivalent to the propagation in layered medium with different impedance, which makes the attenuation more serious than in homogeneous medium. When the thermoviscoelastic wave propagates from the low temperature region to the high one, the distribution of inhomogeneous temperature field has a great influence on the propagation of wave. The smaller the slope of the temperature field at the incidence of the wave, the smaller the attenuation of the wave is, and the farther the propagation distance is, conversely, when the wave propagates from the high temperature region to the low one, the distribution of the inhomogeneous temperature field has little influence on the propagation of wave. The calculation results of attenuation coefficients of thermoviscoelastic wave with different frequencies at different temperatures show that the attenuation coefficients of thermoviscoelastic waves in alloy melt are bigger in the high temperature medium than in the low temperature medium, and it increases linearly with the frequency increasing. The attenuation coefficient first increases and then decreases with temperature increasing, and reaches a maximum value at the coherency temperature.

**Keywords:** thermoviscoelastic wave, numerical simulation, alloy melt, Kelvin medium, attenuation coefficient**PACS:** 81.30.Fb, 46.40.Cd, 43.20.+g**DOI:** [10.7498/aps.68.20181923](https://doi.org/10.7498/aps.68.20181923)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51475120) and the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. U1537201).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [spwu@hit.edu.cn](mailto:spwu@hit.edu.cn)