基于精细微观交通流模型的信号交叉口 人-车相互干扰研究^{*}

陶亦舟1) 韦艳芳2) 高庆飞3)4) 董力耘3)4)†

(上海应用技术大学理学院,上海 201418)
 (玉林师范学院物理科学与工程技术学院,玉林 537000)
 (上海大学力学与工程科学学院,上海市应用数学和力学研究所,上海 200072)
 (上海市力学在能源工程中的应用重点实验室,上海 200072)
 (2019 年 8 月 29 日收到; 2019 年 10 月 21 日收到修改稿)

采用微观离散模型研究信号交叉口的人-车相互干扰机理,其中车辆运动描述基于细化 NaSch 模型并考 虑了司机对交通灯信号切换的预期效应;行人运动描述则基于多步格子气模型并考虑了过街绿灯周期内行 人过街速度逐渐增加的特征.机动车与行人之间相互干扰表现为交通灯信号切换时由于车辆(行人)滞留冲 突区而造成行人(车辆)运动的延误.通过数值模拟得到了车辆运动的基本图、行人等待时间以及相应的相 图,并给出行人(车辆)滞留冲突区内造成车辆(行人)延迟的定量特征.模拟结果发现存在一个临界绿信比. 当绿信比小于临界值时,随着密度的增大,车流出现自由流相、饱和流相和拥堵流相;而当绿信比大于临界 值,则出现自由流相、共存相、饱和流相和拥堵流相.由人-车相互干扰所导致的延误与车流和行人流的运行 状态密切相关.当行人到达率和绿信比都比较大时,等待区内的行人无法在行人绿灯周期内一次清空.文中 详细地讨论了人-车相互干扰的定性和定量特征.发现通过合理设置绿信比,可以在保证车流运行效率的同 时,减少行人过街的等待时间.

关键词:元胞自动机,格子气模型,人-车相互干扰,延误 **PACS**: 05.50.+q, 89.40.-a, 05.40.-a

DOI: 10.7498/aps.68.20191306

1 引 言

交叉路口是城市道路网络中的重要节点,也是 瓶颈所在.在流量较大的交叉路口通常都安装了交 通灯,属于信号交叉口.交叉口机动车与行人之间 的冲突主要发生在人行横道处.由于交通灯的调控 作用,行人过街的安全性显著提高,但仍然存在着 机动车与行人的相互干扰.即使不考虑行人绿灯期 间过街行人与右转车辆之间的冲突,当直行车辆在 绿闪期间越过停车线,若交通灯由绿转红时车辆仍 继续通过路口则会导致行人运动延误.另一方面, 由于大城市中不少主干道的车道数偏多,路面过宽 致使人行横道过长,当行人绿灯相位配时不足时, 往往当车辆绿灯亮起时,行人还没有走出人行横 道,从而导致车辆运动的延误.因此很有必要研究 信号交叉口处车辆和行人之间的相互干扰.

交叉口处机动车和行人冲突不但会降低交叉 口通行效率,还会导致交通安全事故,国内外许多 学者对此开展了多方面的研究:对人行横道上人群

© 2019 中国物理学会 Chinese Physical Society

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: 11572184, 11562020)、国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2012CB725404) 和上海应用技术大学 引进人才科研启动项目 (批准号: 39120K196008-A06) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: dly@shu.edu.cn

过街行为进行观测,所得到的行人运动定量特征可 用于行人流建模和模型参数的标定[1-4];从安全的 角度对行人过街的安全性进行评估[5,6];对人行横 道上的行人过街行为进行动力学建模和模拟[7-11]; 对信号交叉口的机动车流进行动力学建模和模 拟[12-15]. 这些模型多从微观角度描述机动车或行 人个体的运动,如行人流的社会力模型[16]、格子气 模型[17],机动车的优化速度模型[18]以及行人和机 动车的元胞自动机模型[19-21],它们可以细致地反 映车辆之间、行人之间以及人-车之间的复杂相互 作用. 以往的研究中多以机动车流或行人流中的一 种为主要研究对象.如 Zeng 等^[10] 基于行人心理, 建立了考虑群体规避和个体规避、转弯车辆避碰等 典型交叉口行人行为的改进社会力模型; Belbasi 和 Foulaadvand^[12]采用 NaSch 模型研究单个信号 交叉口的机动车流特征,并考虑了固定时长的交通 灯和自适应交通灯.

最近对机动车与行人之间干扰的建模和模拟 越来越受到重视[22-30],其中元胞自动机模型是近 年来被广泛用于交通流模拟的一类模型.由于在信 号交叉口行人和机动车之间存在着相互干扰,因此 对机动车流和行人流同步模拟才能更好地反映人-车相互作用的机理. Xie 等^[24] 采用元胞自动机模 型研究了信号人行横道的混合交通特性,考虑了 人-车之间的相互作用机制,并引入谨慎、正常和冒 险三种不同类型的行人,发现三种类型的行人在频 率曲线上均存在两个局部最大值,这一现象与真实 的交通状况是一致的. Li 等^[25]提出了一种元胞自 动机模型,用于模拟信号交叉口行人和车辆的过马 路行为,研究了不同行人信号周期和人行横道宽度 对人行横道通行能力、行人与车辆之间的冲突数量 以及冲突导致的行人延误. 孙泽和贾斌^[26] 通过引 入行人和机动车的冲突干扰规则,构建了能够描述 人行横道处机动车和行人相互干扰行为的元胞自 动机模型,并通过数值模拟研究了行人到达率、机 动车到达率、行人冒险穿越机动车道的阈值以及行 人对机动车敏感系数等因素对机动车和行人流量 的影响. 余艳等^[27] 基于 VDR (velocity-dependentrandomization) 模型^[21], 建立行人与机动车相互干 扰的元胞自动机模型,在开放边界条件下研究有、 无交通灯控制时车辆产生概率、消失概率和交通灯 绿信比对车辆交通流和行人流的影响.此外,学者 们对无信号交叉口的人-车相互干扰也开展了大量 的研究.值得一提的是,近年来自动驾驶车辆的出现也进一步推动了人-车相互干扰的研究^[31].

总体而言,目前关于信号交叉口的人-车相互 作用已经有不少研究成果,但对于间断交通流的模 拟,虽然在模型中考虑了交通灯的影响,然而未能 充分考虑司机根据交通灯切换进行的速度调整,往 往出现加速度过大的情况,因此如何准确刻画司机 对交通灯的反应仍然是一个值得研究的问题.此 外,行人过街的一个引人注意的特征是随着行人绿 灯时间的减少,尚未过街的行人会加快速度,因而 在行人绿灯周期内行人平均过街速度并非一个常 数,而是越来越快^[3].这一特征尚未在已有的工作 中得到充分的展现.基于上述分析,本文根据信号 交叉口的机动车和行人流运动特征,分别建立了相 应的微观离散模型,对机动车和行人相互作用进行 了细致的研究,并深入分析人-车相互干扰的机理.

2 行人-车辆运动的微观离散模型

在已有的机动车-行人微观离散模型中,从模 拟效率的角度考虑,常采用较为简单的模型,如 Nagel 和 Schreckenberg^[19] 提出的 NaSch 模型以 及 Blue 和 Adler^[20] 提出的行人流元胞自动机模型. NaSch 模型^[19] 原用于描述高速公路交通流 (属于 连续交通流),虽然目前已经提出了很多机动车元 胞自动机模型,但由于 NaSch 模型规则简单,计算 效率高,因此得到广泛应用.尽管 NaSch 模型不能 再现同步流,但是由于城市地面道路通常较短,受 到交通灯的制约,难以出现同步流等自组织现象. 基于上述考虑,本文所提出机动车运动模型仍是基 于 NaSch 模型,并充分考虑交通灯对司机驾驶行 为的影响.本文假设人-车不能共存于冲突区(见 图 1),即在人行横道内车辆不会作为障碍物而出 现,这种行人运动场景相对简单,因此行人过街可 用较为简单的格子气模型来描述,相比于元胞自动 机模型,其优点是采用随机串行更新规则,避免了 并行更新时发生的行人冲突[32,33].

2.1 研究场景和基本假设

将信号交叉口处行人过街和车辆通行的场景 简化如下:长为 L 的车道中间设有一个与其垂直 的人行横道.车道与人行横道的重叠部分称为冲突 区.在冲突区的下游边缘设置一个交通灯,如图 1



图 1 信号交叉口人-车相互作用示意图

Fig. 1. Schematic diagram for vehicle-pedestrian interaction at a signalized crossing.

所示.图中位于停车线后的紫色矩形区域代表一辆 车,箭头所示为其运动方向,即车辆由左向右行驶; 三角形代表向上运动的行人.停车线附近的车道可 分为三部分:冲突区、冲突区上游和下游.在冲突 区上游(即停车线左侧)设置了一个减速区,位于 减速线和停车线之间,其长度为*L*_D.车辆由冲突区 的下游离开.人行横道包括两个部分:冲突区和等 待区.冲突区长为*W*_C,宽为*W*(即车道的宽度).冲 突区的上游为行人等待区,其长度为*L*_W.

本文模型的基本假设如下:

 行人从固定位置(即人行横道)过街,行人 的运动限制在人行横道(包括冲突区)内,且行人 是从下到上单向运动,即不考虑双向的人群运动;

2) 仅考虑单车道的情况, 车辆从左到右运动;

3) 行人和车辆在冲突区内是分离的,即行人 和车辆不允许同时出现在冲突区内;

4) 交通灯周期分为两个相位,车辆绿灯相位时,车辆可以通行,行人需在路边等待,其周期为 T_G;车辆红灯相位即行人绿灯相位,其周期为T_R,此时行人可以过街,车辆则需在停车线后等待.

2.2 行人运动模型

本文仅考虑同向行人过街的情况.由于人行横 道内没有障碍物,且行人运动区域的几何形状简 单,因此行人的期望运动方向明确,这里我们采用 最基本的格子气模型来描述行人的运动.格子气模 型可以视为一种特殊的元胞自动机模型,通常采取 随机串行更新规则.将人行横道离散成由正方形元 胞组成的二维网格.一个元胞的大小就是典型行人 所占的面积,即 0.4 m × 0.4 m. 李文勇等^[2]的观测表明行人步行速度在过街 绿灯周期的不同阶段会有所变化:当行人绿灯信号 启亮,平均步行速度为 1.00—1.35 m/s;当行人绿 灯时间过半,平均步行速度为 1.28—1.56 m/s;当 行人绿灯闪烁,平均步行速度为 1.56—2.12 m/s. 可见行人在过街绿灯周期内的平均步行速度是随 着时间的增加而逐步增大,并非恒定不变.此结果 与日常经验相符,应当在行人流模型中有所体现. 由上述实测数据可知,行人最大速度 U_{max}可达 2 m/s 左右,即每秒运动 5 个元胞.本文采用多步 模型来实现,即将 1 s 分为 5 个子时间步,每个子 时间步行人最多移动 1 个元胞.

行人运动规则如下.

1) 根据交通灯周期确定行人的运动概率

a) 在车辆绿灯周期,设行人直行概率 $p = p_0$, 起动概率 $q = q_0$,且 $0 < p_0 < 1$, $0 < q_0 < 1$.如果 行人尚在冲突区内,则直接设p = 1,q = 1,即行人 将会用确定性的方式以最快速度离开冲突区.如果 行人尚未进入冲突区,则到达路边(即等待区上边 界)后,将会停下等待.其中,行人直行概率p反映 了行人选择出行目的方向(即下游出口方向)概率 的权重,起动概率q则反映行人运动过程中可能出 现的延迟,与 VDR 模型^[21]中车辆的慢启动类似.

b) 在行人绿灯周期, 行人可以穿越人行横道. 为反映行人在过街周期内的运动特征, 假设行人直 行概率 *p* 和起动概率 *q* 随时间 *t* 线性增加:

$$p = p_0 + (1 - p_0) \times t/T_{\rm R},$$

 $q = q_0 + (1 - q_0) \times t/T_{\rm R},$

其中 T_R 为行人绿灯周期长度;时间 $t \in [0, T_R]$,当行人绿灯启亮瞬间,有t = 0.

	Table 1. Probabilities for a pedestrian to move towards his/her neighboring cells.							
	S_i							
	(0,0,0)	(1, 0, 0)	(0, 0, 1)	(0, 1, 0)	(1, 0, 1)	(0, 1, 1)	(1, 1, 0)	(1, 1, 1)
$p_{ m L}$	$\frac{1-p}{3}$	0	$\frac{1-p}{2}$	1/2	0	1	0	0
$p_{ m F}$	$p+\frac{1-p}{3}$	$p + \frac{1-p}{2}$	$p+\frac{1-p}{2}$	0	1	0	0	0
p_{R}	$\frac{1-p}{3}$	$\frac{1-p}{2}$	0	1/2	0	0	1	0

表 1 各种情况下行人向邻近元胞的行走概率

2) 行人根据相邻元胞的状态确定目标元胞

对于行人而言, 当*r* < *q*时才可以运动. 其中*r* 是在[0,1]之间均匀分布的随机数. 如不特别说明, 后文中出现的*r*总是指这种类型的随机数.

如果行人*i*可以运动,则有四种可能选择,即 向前、向左或向右运动,还可以停在原地不动.行 人*i*左侧、前方和右侧元胞的状态*S_i*用一个数组表 示(*s*_L,*s*_F,*s*_R),其中每个分量可取0或1,表示对应 的元胞为空或被占据,如(0,1,0)表示行人左右两 侧元胞无人,而其前方的元胞被占据.行人根据概 率(*p*_L,*p*_F,*p*_R)随机选择目标元胞,然后进入该元胞 或停留在原位,如表1所列.其中*p*_L,*p*_F和*p*_R分别 表示行人向左、向前和向右运动的概率.

采用随机串行更新方式逐一更新行人的位置, 即在每一子时间步,都会对所有行人进行随机排 序.然后依次逐一确定行人的运动并更新.注意在 1 s内行人运动要更新 5 次.人行横道采用开放边 界条件.假设行人的到达率 λ 满足泊松分布.行人 等待区最多可以容纳 $L_W \times W_C$ 个人,每隔 1 s 会在 等待区的下边界随机产生一些新的行人,并向上游 运动.本文取 $\lambda_{max} = 2$,相当于 1 h 内有 7200 人通 过路口 (对于一般路口而言,这已是足够大的行人 流量).行人在边界以一定概率 γ 消失.为简单起见, 本文中取 $\gamma = 1$,即行人达到冲突区的上边界处可 自由离开.

2.3 车辆运动模型

为了准确描述车辆的起动和刹车过程,本文在 网格细化的 NaSch 模型上考虑交通灯的影响.为 与行人流模型匹配,车道也离散成长度为 0.4 m 的 元胞.根据假设 3),暂不考虑车辆的横向运动,因 此冲突区以外的车道不必离散成二维的网格.当交 通灯切换时,需要考虑司机的预期反应,为此在停 车线上游设置长为*L*_D的减速区.当交通灯由绿转 红时,减速区内的车辆会采取相应的减速措施,避 免出现交通事故.

对于车辆i而言, 在t时刻它的位置为 $x_i(t)$, 速 度为 $v_i(t)$, 车长均为 l_c . 其运动规则如下.

1) 加速

$$v_i = \min(v_i(t) + a^+, V_{\max}),$$

其中a+为车辆加速时的加速度值.

2) 出于安全考虑对于车速的限制

 $v_i = \min(v_i, d_i(t)),$

其中*d_i*(*t*)为车辆*i*与前车的间距,

 $d_i(t) = x_{i+1}(t) - x_i(t) - l_c - 1,$

这意味着在本模型中相邻两辆车的最小间距为1. 3) 减速

a) 对于车辆绿灯周期的车辆或车辆红灯周期
 内但不在减速区内的车辆*i*,考虑司机驾驶行为中
 的不确定因素而导致的随机减速:

$$\begin{aligned} v_i &= \max(v_i - a^-, 0), \\ a^- &= \begin{cases} 1, & r < p_{\rm d} \\ 0, & r \geqslant p_{\rm d}, \end{cases} \end{aligned}$$

其中*p*_d为随机减速概率,*a*⁻为随机减速时的加速 度值.

b) 对于车辆红灯周期内处于减速区内的车辆 i:

$$a_i = \min\left(\frac{v_i^2}{2 \times \Delta_i}, a_{\max}^-\right),\,$$

$$v_i = \max(v_i - a_i, 0),$$

其中 $\Delta_i = x_S - x_i(t)$ 是车辆*i*到停车线的距离,且 $\Delta_i \leq L_D, x_S$ 是停车线的位置, a_{max}^- 是正常减速时 允许的最大加速度值.

c) 当交通灯由绿转红时, 对于停车线后的第一辆车 *j*, 如果它即将到达停车线, 则根据当前速度预测该车是否可以顺利在停车线前减速停下. 如果

$$x_j + v_j - a_{\max}^- < x_{\mathrm{S}}$$

则车辆*j*将会在停车线后停下,否则它将继续驶过路口.

4) 运动

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t).$$

车辆运动采用并行更新方式,而车道采用周期性边 界条件.

2.4 人-车相互作用

由于交通灯的调控,直行车辆和过街行人的运动基本分离,而当交通灯切换时,车辆与行人之间 将发生相互干扰.

1) 当交通灯由绿转红时,即将驶过停车线的 车辆如果来不及减速,会在红灯期开始后继续驶过 冲突区,此时行人会预判车辆的行为(在模拟中虽 然已是红灯,冲突区仍将设置为行人不可通行),因 此并不会立即进入冲突区,只有当车辆驶出冲突区 后,行人才可以过街,因此会造成行人运动的延误. 此外,如果车辆滞留在冲突区也会导致行人运动的 延误.每小时内由车辆导致的行人平均时间延误用 *T*°表示.

2) 当交通灯由红转绿时,尚未进入冲突区的 行人将停在路边等待,而在冲突区内尚未过街的行 人将继续前行,直到冲突区内无人时,车辆才可以 通行(在模拟中虽然已是绿灯,冲突区仍将设置为 车辆不可通行).这种情况下,由于行人滞留在冲突 区而造成车辆运动的延误.每小时内由行人导致的 车辆平均时间延误用*T*°表示.

3 数值模拟与分析

3.1 参数设置

模拟时车道长度 L = 3000,车道宽度 W = 10, 减速区长度 $L_D = 120$,人行横道宽度 $W_C = W$,等 待区长度 $L_W = 20$.假设所有车辆都是同样的轿车, 车长 $l_c = 10$,最大速度 $V_{max} = 40$,加速时的加速度 值 $a^+ = 4$,减速时的最大加速度值 $a^-_{max} = 10$.这样 车辆可以在 10 s加速到最大速度,并可以在 4 s以 内减速到零,可以较好地反映车辆的实际运动情 况.车辆的随机减速概率 $p_d = 0.3$.

假设每个行人都只占据人行横道上的一个 元胞. 行人到达符合泊松分布, 到达率为λ, 且 $0 < \lambda \leq 2$. 设 $p_0 = 0.8$, $q_0 = 0.6$, 据此可以估算, 在行人绿灯周期开始时行人平均速度约为 1.2 m/s, 即将结束时约为 2.0 m/s.

设交通信号灯周期时长 T = 100 s, 即车辆绿 灯周期 $T_{\rm G}$ 与行人绿灯周期 $T_{\rm R}$ 之和: $T = T_{\rm G} + T_{\rm R}$. 绿信比 μ 定义为车辆绿灯周期 $T_{\rm G}$ 与交通灯周期时 长T的比值, 即

$$\mu = \frac{T_{\rm G}}{T},$$

可知 $T_{R} = (1 - \mu)T$.本文中设 $\mu \ge 0.5$. 车辆密度k定义为

$$k = \frac{N_{\rm c} \times l_{\rm c}}{L},$$

其中N_c为车辆总数.

所有车辆的平均速度V定义为

$$V = \frac{1}{T_1} \sum_{t=T_0+1}^{T_0+T_1} \frac{1}{N_{\rm c}} \sum_{i=1}^{N_{\rm c}} v_i(t),$$

其中*T*₀是系统达到稳态的时间,*T*₁是计算速度平均值所用的总时间步长.

平均车流量 J。定义为

$$J_{\rm c} = kV.$$

3.2 典型参数下模型的基本性质

首先研究不同绿信比μ时车辆运动的基本图. 模拟结果显示,存在一个临界绿信比 $\mu_{c} \approx 0.8$.当 $\mu \leq \mu_c$ 时,可以观察到两个临界密度 k_1 和 k_2 ,见 图 2(a). 当 k < k1 时, 车流处于自由流相, 其特征 为车流量 J。随密度 k 的增大而线性增加, 平均车速 为常数, $V \approx V_{\text{max}} - a_{\text{max}}^- = 30$, 见图 2(b); 当 $k_1 \leq$ k ≤ k₂时,车流处于饱和流相,在流密曲线中出现 一个流量平台,此时车流量J_c约为一常数J₀,表明 绿灯期间通过的车辆数大致相等. 这是交通灯控制 下间断交通流的普遍特征; 当k > k2时, 是拥堵流 相,此时流量随密度增大而线性减少,这是由于上 游路段的剩余空间限制了绿灯期间可以通过的数 量. 当 k > k₁时, 平均速度随密度的增加而单调减 少. 由图 2 可见, 不同行人到达率 A 对车辆运动基 本图的影响并不明显, 表明车辆的运动主要取决于 绿信比,与实际情况相符.随着绿信比μ的增大,车 辆通行时间相应增加,饱和流量值J₀随之增大,同 时k1逐渐增大, 而k2逐渐减小, 即流量平台出现的 密度范围逐渐减小,见图 2(c). 这表明,当µ较大



图 2 不同绿信比下车辆运动基本图 (a) 流量-密度曲线 (μ = 0.5); (b) 速度-密度曲线 (μ = 0.5); (c) 流量-密度曲线 (μ = 0.9); (d) 速度-密度曲线 (μ = 0.9)

Fig. 2. Fundamental diagrams for vehicles under different splits: (a) Flux-density relation ($\mu = 0.5$); (b) speed-density relation ($\mu = 0.9$); (c) flux-density relation ($\mu = 0.9$); (d) speed-density relation ($\mu = 0.9$).

时,虽然车流量更大,但也更容易发生交通拥堵. 值得注意的是,在图 2(d)中,当 $\mu = 0.9 > \mu_c$ 时,此 时未饱和流相可以分为两段,当 $k < k_0$ 时,车流量 随密度线性增加,且 $V \approx V_{max} = 40$,为自由流相; 当 $k > k_0$ 时,平均速度随密度的增加而单调减小, 但当 $k_0 \leq k < k_1$ 时,车流量仍随密度线性增加,见 图 2(c).

图 3 给出了典型密度下的车辆运行时空斑图, 是模拟 1 h 后取两个交通灯周期、处于 [*x*₈ - 600, *x*₈ + 600] 范围内的车辆运动轨迹,其中每个点代 表一辆车,绿色和红色竖线分别表示处于车辆绿灯 和红灯周期内.图 3(a) 为自由流相,车辆在红灯周 期结束前开始在停车线后排队,在绿灯周期结束前 全部通过路口.这表明车辆不会直接影响行人过 街.从图中可以观察到明显的刹车波和起动波,小 尺度的交通拥堵向上游传播并消散.图 3(b) 为饱 和流相,红灯期间出现车辆排队,由于此时排队的 车辆足够多,在绿灯期间通过路口的车辆数主要取 决于绿灯周期的长度.在饱和流相,绿灯期间通过 路口的车辆数基本不变.图 3(c) 为拥堵流相,可以 发现饱和流与拥堵流之间的差别.拥堵流相时下游 车辆的拥堵不但会向上游传播,还会影响到上游路 口车辆的通行.图 3(d) 给出了 k = 0.15 ($k_0 < k < k_1$)时的车辆运动斑图.可以发现既有车辆自由通 过路口,也有红灯期间形成小尺度拥堵的消散过 程,因此本文将图 2(c) 和图 2(d) 中 $k_0 < k < k_1$ 范 围内的交通流相称之为共存相,其平均车速随着车 辆密度增加而减小,见图 2(d). 当 $k < k_0$ 时,车辆 均可自由通过路口,因此 $V \approx V_{max}$.

3.3 行人等待时间的影响

行人等待时间 T_w 定义为从行人进入等待区到 行人离开等待区 (即进入冲突区)的时间之差的平 均值. 图 4 反映了四种典型行人到达率下车辆运动 对于行人等待时间的影响,可以观察到车辆运动基 本图 (参考图 2)与行人等待时间两者之间的相关 性. 当 $\mu \leq \mu_c$ 时,发现车流处于自由流相 ($k < k_1$) 时, T_w 可以视为不随车辆密度而变化的常数,从 图 3(a)可知,这是由于车辆绿灯周期结束之前,所 有车辆已经通过路口,因而不会影响行人过街. 当 车流是饱和流状态 ($k_1 \leq k \leq k_2$)时,车队在绿灯 期间的消散过程类似,对行人过街的影响大致相 同,可以预期会出现一个等待时间平台,Tw也近似 为一个常数. 由于行人绿灯周期足够长, 在车辆绿 灯期间集聚的行人基本可以一次通过,但是若交通 灯由绿转红时仍有车辆通过路口,行人只能等其离 开冲突区再过街,因而导致 T_W 略有增大.当 $k > k_2$ 时,车辆处于拥堵流状态时,车辆可能滞留在冲突 区,因而导致 T_W 明显增加,特别是行人到达率 λ 很 大时, 见图 4(b). 当 $\mu = 0.9 > \mu_c$ 时, 由于行人绿灯 周期过短,即使车辆密度很小,当行人到达率 $\lambda = 2$ 时因为等待过街行人很多而无法一次清空,因此行 人等待时间很长, 见图 4(c). 随着 μ 的增加, T_W 也 相应增大. 当行人到达率 λ 还不够大时 (如 $\lambda = 1$), 此时可将人行横道视为十车道情形,行人以最大速 度 $U_{\text{max}} = 5$ 运动,因此在较短时间内,可以通过相 当多的行人. 在车辆绿灯期间积累的人群在行人绿 灯周期都可以清空 (不考虑在车辆绿灯周期即将结 束时刚进入等待区的行人). 当 $\lambda = 2$ 时, 行人绿灯 启亮时,等待区已经充满了行人.当红转绿时,仍 有不少行人滞留在等待区. 这也使得在车辆绿灯周 期内,等待区很容易被人群充满.



图 3 车辆运动时空演化斑图 ($\lambda = 1.0$) (a) k = 0.08, $\mu = 0.5$; (b) k = 0.40, $\mu = 0.5$; (c) k = 0.70, $\mu = 0.5$; (d) k = 0.15, $\mu = 0.9$

Fig. 3. Temporal-spatial patterns of vehicles in motion $(\lambda = 1.0)$: (a) k = 0.08, $\mu = 0.5$; (b) k = 0.40, $\mu = 0.5$; (c) k = 0.70, $\mu = 0.5$; (d) k = 0.15, $\mu = 0.9$.



图 4 不同绿信比下行人等待时间随车辆密度的变化 (a) $\mu = 0.5$; (b) $\mu = 0.8$; (c) $\mu = 0.9$

Fig. 4. Waiting time of pedestrian varies with vehicle density under different splits: (a) μ = 0.5; (b) μ = 0.8; (c) μ = 0.9.

图 5 给出了四种典型车辆密度下行人等待时 间 T_W 随行人到达率 λ 的变化趋势.由图 5 可见,对 于给定的车辆密度k,随着行人到达率 λ 的增加, 行人等待时间 T_W 相应增大.对于同一绿信比和 行人到达率,车辆密度越大,行人等待时间越长. 当 $\mu = 0.5, 0.6$ 时,车辆处于自由流与饱和流 ($k=0.1, 0.3, 0.5 < k_2$,参考图 2(a)),由于车辆运动 对行人过街的干扰很少,且行人绿灯周期够长,因此 T_W 随 λ 的增加而缓慢增大.对于拥挤流状态 $k = 0.7 > k_2$,由于车辆会暂时滞留在冲突区,对行人过街影响很大,但是因为红灯周期足够长,行人仍可顺利过街.当 $\mu = 0.7, 0.8$ 时,对于 $k = 0.1, 0.3 < k_2$,车流尚未超出饱和流相范围, T_W 随 λ 缓慢增长.但由于车辆绿灯周期长,行人的等待时间明显增加. $k = 0.5, 0.7 > k_2$ 时车流处于拥挤流相.当



图 5 不同绿信比下行人等待时间随行人到达率的变化 (a) $\mu = 0.5$; (b) $\mu = 0.8$; (c) $\mu = 0.9$

Fig. 5. Waiting time of pedestrians varies with the arrival rate of pedestrian under different splits: (a) $\mu = 0.5$; (b) $\mu = 0.8$; (c) $\mu = 0.9$.

 $\lambda < \lambda_{c}$ 时, T_{W} 随 λ 缓慢增长,由于此时人数较少, 虽然行人绿灯周期较短,仍可基本一次清空.λ。依 赖于 μ 和k. 当 λ ($\lambda > \lambda_c \approx 1.0$)足够大时, T_W 会较 快增长,如图 5(b)所示.当 λ 足够大时, $T_W > T$ (明显大于交通灯周期), 这表明有些行人在一个交 通灯周期内没能过街.值得注意的是, $\mu = 0.9$ 时, 由于行人绿灯周期很短,即使车辆密度很小(如 k = 0.1)时,当 λ 足够大时, T_W 会快速增长,见图 5(c), 这是由于车辆绿灯周期过长,在等待区积累的大量 行人无法在很短的行人绿灯周期内通过人行横道, 而滞留的行人又容易导致等待区满员,但与高车辆 密度情况相比,仍有明显的差别,这表明滞留在冲 突区的车辆对行人过街影响很大.此外,当λ较小 时,不同车辆密度下 T_W 随 λ 变化曲线基本重合.这 表明当行人来流较小时,绝大部分行人还可以顺利 过街,即使行人绿灯周期很短.

3.4 人-车相互作用

下面研究人-车相互干扰所导致的延误,即由 于车辆红灯(绿灯)期间车辆(行人)占据冲突区所 导致的行人(车辆)的延误.首先研究车辆对行人 的影响,包括车辆红灯周期内滞留在冲突区的车辆 或者交通灯刚由绿转红时才进入冲突区的车辆.出 于安全考虑,即使行人绿灯已经启亮,此时行人也 不会进入冲突区,因此这两种情况下车辆都会占用 行人过街时间.

图 6 给出了每小时车辆占用行人通行时间的 时长,用T°表示,单位为s.可以看出,当绿信比较 小 ($\mu \leq 0.7$)时, 如果车辆密度较小 ($k < k_1$), 车 流在绿灯结束前已经全部通过路口,参考图 3(a), 因此车辆对行人过街没有影响,见图 6(a).同时可 以发现在 $k_1 \leq k \leq k_2$ 内出现一个 T_n^c 平台,这是由 于在此密度范围,车流通过路口的情况类似,即车 辆从静止开始启动,然后陆续通过路况.而当 k > k₂时, T^c_p快速增大. 这是由于在行人绿灯期间 滞留在冲突区的车辆所致. 行人绿灯周期, 即TR越 长,滞留车辆的影响越大.当 $\lambda = 2.0$ 时, $T_n^c \approx$ 1200 s, 而行人每小时的总通行时间为 1800 s, 即 平均而言,每个行人绿灯周期的近2/3时间受到车 辆的影响而不能过街.此外,不同λ时,行人延误时 间曲线没有明显的差异,这是由于行人绿灯周期足 够长. 当 $\mu = 0.8$ 时,发现由于行人绿灯周期的缩 短,在高密度时,车辆对行人过街的影响显著减小, 且λ越大,相同车辆密度下的T_p越大,见图 6(b). 有趣的是, 当 $k < k_1$ 时, λ 越小, 相同车辆密度下的 T_p^{c} 越大. 这表明在某些情况下, 零散过街的行人比 成群过街行人受到的影响更大. 当 $\mu = 0.9$ 时, 行人 绿灯周期很短. 当 $k < k_0$ 时车辆处于自由流相, 交 通灯由绿转红时, 来不及刹车的车辆将继续通过路 口而影响行人过街, T_p^{c} 随着车辆密度的增加而增 大. 当 $k_0 \leq k < k_1$ 时, 既有自由流也有排队等候通 过路口的车辆, 见图 3(d), 但影响行人过街的主要



图 6 不同绿信比时车辆所导致的行人延误 (a) $\mu = 0.5$; (b) $\mu = 0.8$; (c) $\mu = 0.9$

Fig. 6. Pedestrian delay time caused by vehicles under different splits: (a) $\mu = 0.5$; (b) $\mu = 0.8$; (c) $\mu = 0.9$.

是在车辆绿灯周期结束前刚进入冲突区的车辆,出现一个平台表明在此密度范围内通过路口此类车辆数目大致相等,也表明随着密度的增大,排队的车辆线性增加.当 $k > k_2$ 时, T_p^c 显著减小,这是由于行人绿灯周期很短,车辆的影响有限.即使当 $\lambda = 2.0$ 时, T_p^c 也仅略大于 $k_1 \le k < k_2$ 间的 T_p^c 平台值,见图 6(c).

下面研究由于行人未能过街而滞留对车辆通 行造成的影响.从图7可以看出,当行人到达率较 小时(或者行人绿灯周期长),行人对于车辆的影响 主要是陆续到达的行人直接通过路口(车辆绿灯周 期在路口累积的等待过街行人已经在行人绿灯亮 起后率先过街了),当车辆红灯已转绿,此时尚未完 全通过路口的行人会造成车辆运动的延误,因而随 行人到达率的增加而增大.图7(b)中较高车辆密 度时,由于上游车辆拥堵延伸到路口,阻碍了行人 过街,加上红灯周期时间不够长,在路口聚集的大 量行人在较少的通行时间内集中过街而导致车辆 的延误明显增大.

由图 7(a) 可知, 当µ较小时, 行人有足够的时 间过马路,影响车辆通行的主要因素是行人绿灯周 期内滞留在冲突区内的行人.随着行人到达率λ增 加, T^e也相应增大, 但增速逐渐减缓. 当车流处于 拥堵流状态 (k = 0.7) 时, 行人对车辆的影响也略 有增大. 由图 7(b) 可知, 当到达率较大时, 虽然行 人较多,过街时间还足够,当k < k2时,行人对车 辆的影响与μ=0.5时基本一致.由于此时车辆不 会占据冲突区,行人可以顺利过街(虽然行人绿灯 周期已经明显变短). 当k > k2时 (车辆处于拥堵状 态),由于车辆挤占行人过街时间,会造成密集人群 集中过街,因此交通灯红转绿时,行人滞留冲突区 的概率增大,对车辆产生更大的影响.当行人达到 率λ较大时,图中出现一个平台.由于等待区容量 有限,此λ区间内行人都将充满等待区,人群的消 散过程类似,对车辆的影响基本相同,表现为图中 的平台. 由图 7(c) 可知, 当交通灯由红转绿时, 仍 有大批行人集中进入冲突区. 当达到率相当大时, 上游来流可以认为近似不变.即使车辆密度很小, 由于行人来流足够大时,聚集的人群也无法在很短 的行人绿灯周期内清空. 在等待区存在需要二次清 空的人群,当行人入流较大($\lambda > 1$),等待区几乎 总是处于满员状态,因此出现了一个T°的平台.如 果继续扩大等待区的范围,由行人滞留冲突区所造 成的车辆延误还会有所增大.



图 7 不同绿信比时行人造成车辆的延误 (a) $\mu = 0.5$; (b) $\mu = 0.8$; (c) $\mu = 0.9$

Fig. 7. Vehicle delay time caused by pedestrians under different splits: (a) $\mu = 0.5$; (b) $\mu = 0.8$; (c) $\mu = 0.9$.

3.5 相图

下面研究人-车相互作用系统的全局性质. 图 8 和图 9 分别给出了车流量 J_c 和行人等待时间 T_W 随 车辆密度 k 和行人到达率 λ 的三维分布图. 从图 8 可见,在不同 λ 下车流量随 k 的变化曲线具有类似 的特征. 当 $\mu < \mu_c$ 时,车流都可以分为三种状态, 即自由流相、饱和流相和拥堵流相,见图 8(a). 当 $\mu > \mu_c$ 时,车流都可以分为四种状态,即自由流 相、共存相、饱和流相和拥堵流相,见图 8(b).值得 说明的是,当 $\mu > \mu_c$ 时,从流量上看,自由流相和 共存相的区分不太明显,可以参考图 2(d).随着绿 信比 μ 的增加,临界密度 k_1 增大, k_2 减小,饱和流 量值相应增大.由图 9 可见,行人等待时间呈现出 复杂的空间分布情况.在 $\mu < \mu_c$ 的情况下,当 $k < k_2$ 时,行人的等待时间较短,通常等待时间不 会超过 $T_G/2$,行人绿灯开启后已经在等待区的行 人可以一次过街;而当 $k > k_2$ 且行人到达率较大 时,等待区内行人很多,且因过街时间被车辆占用 较多,因此行人绿灯开启后已经在等待区的人群无 法清空,当 $\mu > \mu_c$ 时尤为明显,由于行人绿灯周期 很短,即使车辆密度不大,当行人来流很大时,也 不可能一次清空等待过街的人群,见图 9(b).



图 8 车流量随车辆密度和行人到达率的变化 (a) $\mu = 0.5$; (b) $\mu = 0.9$

Fig. 8. Flux as a function of vehicle density and pedestrian arrival rate: (a) $\mu = 0.5$; (b) $\mu = 0.9$.

综合考虑图 9 和图 10,可以绘制出在 (λ, k) 空间的相图. 当 $\mu < \mu_c$ 时相图可以分为 4 个区: I 区内车辆运动属于自由流,行人可顺利过街 (一次清空); II 区内车辆运动属于饱和流,行人可顺利过

街 (一次清空); III 区内车辆运动属于拥堵流, 行人 仍可顺利过街 (一次清空); IV 区内车辆运动属于 拥堵流,部分行人需要二次清空.随着绿信比的增 大, II 区减小, 而 I, III 和 IV 区则相应增大. 当 $\mu > \mu_c$ 时相图可以分为 8 个区: I 区—IV 区内车辆 运动分别属于自由流相、共存相、饱和流相和拥堵 流相,行人可一次清空; V区—VIII 区车辆运动分 别属于自由流相、共存相、饱和流相和拥堵流相, 而行人需二次清空.随着绿信比的增大,相图中行 人需二次清空所占的区域也会相应增大. 值得说明 的是,上述相图是在信号周期 T = 100 s 时给出 的. 根据本文所采用的道路长度, 当绿信比较大时, 自由流时车辆可以在其绿灯周期内进入该路段并 通过,而当绿信比较小时,则在绿灯周期开始进入 该路段的车辆无法在绿灯结束时通过该路段.如果 采取满足上述条件的信号周期,可以预期将会得到 与图 10 类似的相图. 如果信号周期过短或者过长 时,则相图会有较大的变化.本文所采用的信号周 期长度属于真实交通最常见的一种情形.



图 9 行人等待时间随车辆密度和行人到达率的变化 (a) $\mu = 0.5$; (b) $\mu = 0.9$

Fig. 9. Waiting time of pedestrian as a function of vehicle density and pedestrian arrival rate: (a) μ = 0.5; (b) μ = 0.9.



图 10 (λ, k) 空间中的相图 (a) $\mu = 0.5$; (b) $\mu = 0.9$ Fig. 10. Phase diagram in (λ, k) space: (a) $\mu = 0.5$, (b) $\mu = 0.9$.

4 结 论

基于信号交叉口司机对交通灯切换的预期效 应以及行人过街时平均速度随着行人绿灯时间减 少而增大的特征,建立了描述机动车和行人运动的 精细模型. 当车辆在遇到红灯时的刹车过程更加平 滑,其加速度控制在合理的范围内,而对行人过街 的刻画也更接近于实际. 人-车相互干扰主要体现 在当交通灯切换时,由于车辆或行人滞留在冲突区 内对行人过街或车辆通行所造成的延误,我们定义 了相应的延误时间. 通过数值模拟, 给出了人-车相 互干扰的定量特征,并对其机理进行了详细的讨 论,可为提高交叉口的通行效率提供参考.作为人-车相互作用的一种简化描述,本文尚未考虑机动车 和行人混杂出现在冲突区内的情况. 在现实交通 中,即使信号交叉口发生车辆拥堵甚至溢流的情 况,当行人绿灯启亮时,行人仍可穿过车辆的间隙 而过街.这种类型的人-车相互干扰将在下一步的 工作中继续研究.

参考文献

- Lam W H K, Lee J Y S, Cheung C Y 2002 Transportation 29 169
- [2] Li W Y, Chen X W, Wang Q, Li N 2006 J. Wuhan Univ. Tech. (Transp. Sci. & Eng.) 30 751 (in Chinese) [李文勇, 陈 学武, 王庆, 李娜 2006 武汉理工大学学报 (交通科学与工程版) 30 751]
- [3] Guo Y Y, Sayed T, Zaki M H 2017 IET Intell. Transp. Sy. 11 28
- [4] Biswas S, Ghosh I, Chandra S 2017 Transp. Dev. Econ. 3 2
- [5] Zhang Y H, Mamun S A, Ivan J N, Ravishanker N, Haque A 2015 Accident Anal. Prev. 83 26
- [6] Ni Y, Wang M L, Sun J, Li K P 2016 Accident Anal. Prev. 96 118
- [7] Lee J Y S, Lam W H K 2008 Transp. Res. A 42 1314
- [8] Li X, Dong L Y 2012 Chin. Phys. Lett. 29 098902
- [9] Li S S, Qian D L, Luo U 2012 J. Cent. South Univ. 19 3351
- [10] Zeng W L, Chen P, Nakamura H, Tryo-Asano M 2014 Transp. Res. C 40 143
- [11] Lu L L, Ren G, Wang W, Chan C Y 2015 Transp. Res. A 80 76
- [12] Belbasi S, Foulaadvand M E 2008 J. Stat. Mech. 2008 P07021
- [13] Myozin S 1965 T. Jpn. Soc. Civil Eng. 1965 42
- [14] Xie D F, Zhao X M, Li X G 2015 Int. J. Mod. Phys. C 26 1550019
- [15] Zeng J W, Yu S B, Qian Y S, Wei X T, Feng X, Wang H 2017 Mod. Phys. Lett. B **31** 1750238
- [16] Helbing D, Jiang R, Treiber M 2005 Phys. Rev. E 72 046130
- [17] Muramatsu M, Irie T, Nagatani T 1999 Physica A 267 487

- [18] Bando M, Hasebe K, Nakayama A, Shibata A, Sugiyama Y 1995 Phys. Rev. E 51 1035
- [19] Nagel K, Schreckenberg M 1992 J. Phys. I (France) 2 2221
- [20] Blue V J, Adler J L 2001 *Transp. Res. B* **35** 293
- [21] Barlovic R, Santen L, Schadschneider A, Schreckenberg M 1998 Eur. Phys. J. B 5 793
- [22] Zhang U, Duan H L, Zhang Y 2007 Tsinghua Sci. Technol. 12 214
- [23] Guo R Y, Guo X 2011 Chin. Phys. Lett. 28 118903
- [24] Xie D F, Gao Z Y, Zhao X M, Wang Z W 2012 J. Transp. Eng. 138 1442
- [25] Li X M, Yan X D, Li X G, Wang J F 2012 Discrete Dyn. Nat. Soc. 2012 287502
- [26] Sun Z, Jia B 2012 Acta Phys. Sin. 61 100508 (in Chinese) [孙 泽, 贾斌 2012 物理学报 61 100508]
- [27] Yu Y, Bai K Z, Kong L J 2013 J. Guangxi Normal Univ. (Nat. Sci. Ed.) **31** 6 (in Chinese) [余艳, 白克钊, 孔令江 2013 广西师范大学学报(自然科学版) **31** 6]
- [28] Guo R Y, Lu X S 2016 J. Syst. Sci. Complex 29 202
- [29] Li X, Sun J Q 2016 Physica A 460 335
- [30] Echab H, Ez-Zahraouy H, Lakouari N 2016 Physica A 461 854
- [31] Deb S, Strawderman L J, Carruth D W 2018 Transp. Res. F 59 135
- [32] Chen R, Li X, Dong L Y 2012 Acta Phys. Sin. 61 144502 (in Chinese) [陈然, 李翔, 董力耘 2012 物理学报 61 144502]
- [33] Ma X L, Sun H F 2014 J. Transp. Syst. Eng. Info. Tech. 8 59 (in Chinese) [马新露, 孙惠芳 2014 交通运输系统工程与信息 8 59]

Pedestrian-vehicle interference at a signalized crossing based on detailed microscopic traffic flow models^{*}

Tao Yi-Zhou¹⁾ Wei Yan-Fang²⁾ Gao Qing-Fei³⁾⁴⁾ Dong Li-Yun^{3)4)†}

1) (College of Science, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 201418, China)

2) (College of Physical Science and Technology, Yulin Normal University, Yulin 537000, China)

3) (Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, School of Mechanics and Engineering Science,

Shanghai University, Shanghai 200072, China)

4) (Shanghai Key Laboratory of Mechanics in Energy Engineering, Shanghai 200072, China)
 (Received 29 August 2019; revised manuscript received 21 October 2019)

Abstract

Interference between pedestrians and motor vehicles at signalized intersections not only leads the traffic to delay and traffic efficiency to decrease, but also induces traffic crashes to happen frequently. In this paper, a microscopic discrete model for traffic flow is adopted to study the mutual interference mechanism between pedestrians and vehicles at signalized intersection. The vehicular traffic flow model is based on the refined NaSch model, and traffic lights are introduced to consider the driver anticipating in traffic signal switching. Based on the multi-step lattice gas model, the pedestrian flow model considers the fact that the pedestrians' speed increases gradually during pedestrian cross-street green time. Both models reflect real features of movement of vehicles (pedestrians) in daily life. When the traffic light signal switches, the vehicles (pedestrians) staying in the conflict area result in the delay of pedestrians (vehicles). It is assumed that pedestrians and vehicles cannot coexist in the conflict area at the same time. In the simulation, the periodic boundary condition is applied to the lane, and the open boundary condition is applied to the crosswalk. The arrival rate of pedestrian is assumed to satisfy the Poisson distribution. Both the fundamental diagram of vehicular traffic flow and the pedestrian waiting time are calculated, and the phase diagram revealing the global nature of the presented model is obtained accordingly. The quantitative characteristics of vehicle (pedestrian) delay time caused by pedestrians (vehicles) staying in the conflict area are given as well. Simulation results show that there is a critical split. When the split is less than the critical value, three kinds of traffic phases, i.e., free flow phase, saturated flow phase, and jamming flow phase, appear with the increase of density. When the split is larger than the critical value, four kinds of traffic phases, i.e., free flow phase, coexisting phase, saturated flow phase, and jamming flow phase are distinguished. The delay caused by the mutual interference between pedestrians and motor vehicles is closely related to the state of vehicle flow and the state of pedestrian flow. When the arrival rate of pedestrians is quite large and the split is large enough, these pedestrians in the waiting area cannot be emptied once in a single pedestrian cross-street cycle. The qualitative and quantitative characteristics of mutual interference between pedestrians and vehicles are discussed in more detail. The setting of a reasonable split not only ensures the efficiency of traffic flow, but also reduces the waiting time of pedestrians to cross the street.

Keywords: cellular automata, lattice gas model, pedestrian-vehicle interference, delay

PACS: 05.50.+q, 89.40.-a, 05.40.-a

DOI: 10.7498/aps.68.20191306

† Corresponding author. E-mail: dly@shu.edu.cn

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11572184, 11562020), the National Basic Research Program of China (Grant No. 2012CB725404), and the Shanghai Research Foundation of Shanghai Institute of Technology, China (Grant No. 39120K196008-A06).