

特邀综述

## 腔自旋波混合系统的研究进展\*

沈瑞昌<sup>1)2)</sup> 张国强<sup>2)</sup> 王逸璞<sup>2)</sup> 游建强<sup>2)†</sup>

1) (北京计算科学研究中心, 量子物理与量子信息部, 北京 100193)

2) (浙江大学物理系, 杭州 310027)

(2019年10月21日收到; 2019年11月7日收到修改稿)

近年来腔自旋波混合系统引起人们的研究兴趣. 基于自旋波体系的优点, 有望建立一个以自旋波量子为核心的、实现不同物理系统之间信息传递的平台. 本文简要介绍了腔自旋波混合系统的发展进程, 阐明自旋波量子与微波腔光子的耦合机制; 着重介绍了近期在腔自旋波混合系统中关于非线性和赝厄米性方面的研究进展, 其中包括非线性效应引起的腔自旋波量子极化激元的双稳, 宇称-时间 (PT) 对称哈密顿量的实现和 PT 对称自发破缺相变二阶奇点的观测, 以及如何构造非 PT 对称的赝厄米哈密顿量来实现三阶奇点等.

**关键词:** 腔自旋波混合系统, 腔自旋波量子极化激元, 克尔效应与双稳现象, 非厄米性与奇异点

**PACS:** 03.67.-a, 42.50.-p, 75.45.+j

**DOI:** 10.7498/aps.68.20191608

## 1 引言

量子计算的概念从费曼最早提出到现在已近四十年, 经过科学家的共同努力, 已取得了很大的进展. 1994年, Shor<sup>[1]</sup> 提出应用于大数分解的 Shor 算法; 1996年, Grover<sup>[2]</sup> 提出量子搜索算法. 至此, 量子计算的应用前景逐渐展现出来, 并因此进入一个快速发展的阶段. 随后一系列可能用于量子计算的物理系统被提出, 比如囚禁的离子和原子<sup>[3,4]</sup>、电子自旋和核自旋<sup>[5,6]</sup>、超导量子比特系统<sup>[7-11]</sup>等. 这些系统各有优点, 其在量子计算<sup>[12-14]</sup>和量子模拟<sup>[15-17]</sup>等领域有广泛的应用前景. 然而, 这些系统也有各自的缺点, 例如超导比特系统虽然具有很好的拓展性和操控性, 但因为超导比特和环境之间存在较强的相互作用, 导致其相干时间不是很长; 而金刚石氮空位中心虽然拥有较长的相干时间, 但其可拓展性不够. 针对这些问题, 科学家们

开始探索将不同的物理系统结合起来的新方案<sup>[18,19]</sup>, 利用这些新的方案来实现一些新奇的应用, 例如将电路量子电动力学和电子自旋系统结合起来以提高电子自旋的检测灵敏度<sup>[20]</sup>.

在自旋系综和微波腔耦合的系统中, 当样品较小以至于可以近似地认为样品中每个自旋与微波腔的耦合强度都一样时, 自旋系综和微波腔之间的有效耦合强度可以表示为  $g_{\text{eff}} = \sqrt{N}g$ , 其中  $g$  为单个自旋的耦合强度,  $N$  为样品中的自旋数<sup>[21]</sup>. 这里, 自旋数取决于样品的体积  $V$  和自旋密度  $\rho$ , 即  $N = \rho V$ . 显然, 要增大有效耦合强度就必须增大单个自旋的耦合强度  $g$  或增加自旋数  $N$ . 单个自旋与微波腔的耦合强度较弱, 而提升自旋数面临诸多困难, 如提高金刚石中氮空位中心 (即自旋) 密度会导致自旋系综的相干时间变短. 基于此, 2010年, Soykal 和 Flatte<sup>[22,23]</sup> 从理论上提出了腔自旋波混合系统的概念, 他们建议利用铁磁材料 (例如钕铁石榴石晶体 (YIG)) 中的自旋系综代替顺磁材料中

\* 国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2016 YFA0301200) 和国家自然科学基金 (批准号: 11934010, U1801661, U1930402) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jqyou@zju.edu.cn



游建强, 浙江大学物理系求是特聘教授、博士生导师. 研究领域为量子计算与量子信息、量子光学和凝聚态物理. 1984年7月在湘潭大学物理系获物理学专业学士学位, 1988年8月在中国科学院金属研究所获金属物理专业硕士学位, 1997年7月在中国科学院固体物理研究所获凝聚态物理专业博士学位.

曾任北京计算科学研究中心讲座教授、复旦大学物理系谢希德冠名教授等. 2006年获国家杰出青年科学基金, 2008年入选教育部长江学者特聘教授. 2016年承担科技部国家重点研发计划重点专项项目, 任项目首席. 1999年获安徽省自然科学奖二等奖, 2003年获日本理化学研究所前沿研究头等奖 (RIKEN Frontier Research System Grand Award). 现为德国 Springer 出版社 *Quantum Information Processing* 杂志和美国物理学会 *Physical Review Applied* 杂志编委.

的自旋系综以便实现微波腔和自旋系综之间的强耦合. 不同于顺磁材料, YIG 不仅天然具有较高的自旋密度 ( $\sim 2.1 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ ), 而且自旋之间存在较强的交换作用使得自旋系综集体激发的自旋波量子具有较低的耗散率 ( $\sim 1 \text{ MHz}$ ), 这使得实验上实现自旋波量子与微波腔光子之间的强耦合成为可能. 2013年, Huebl 等<sup>[24]</sup>首次在实验上观察到了自旋波量子与一维超导微波腔的强耦合, 其良好的耦合特性展现了自旋波量子广阔的应用前景, 但是在超导微波腔和铁磁系综的耦合中存在一个明显的缺点, 即受外加偏置磁场影响, 超导微波腔的品质因子会变小. 2014年, Zhang 等<sup>[25]</sup>和 Tabuchi 等<sup>[26]</sup>在实验上利用三维铜腔克服了这一困难, 他们分别在室温和低温下实现了自旋波量子与三维铜腔中微波光子的强耦合; Zhang 等<sup>[27]</sup>则对同一腔自旋波混合系统在实验上展示了其在低温和室温下不同的相干特性. 2015年, Bai 等<sup>[28]</sup>从 Landau-Lifshitz-Gilbert 方程出发建立模型, 实验上证明了自旋抽运可以对自旋波量子-光子模式进行电探测. Haigh 等<sup>[29]</sup>通过回音壁模式实现了自旋波量子与光波段光子的耦合. 随后, Tabuchi 等<sup>[30]</sup>以腔模为中介实现了自旋波量子与三维 Transmon 超导量子比特的耦合, 首次观察到了自旋波量子的数态<sup>[31]</sup>. 2016年, Zhang 等<sup>[32]</sup>又实现了 YIG 小球中的自旋波量子与声子的耦合, 在自旋波量子与声子相互作用的基础上观察到了电磁诱导透明和吸收. 2018年, 自旋波量子与微波光子之间耗散耦合导致的能级吸引被观察到, 实现了对自旋波量子与微波光子之间相干耦合和耗散耦合的控制<sup>[33–35]</sup>.

Xiao 等<sup>[36]</sup>对能级吸引也给出了理论解释, 而 Yuan 等<sup>[37]</sup>发现能级吸引处的态是自旋波量子与光子的最大纠缠态. 最近, Wang 等<sup>[38]</sup>实现了腔自旋波混合系统中微波传输方向的调控. 因此, 基于自旋波量子与其他量子系统良好的耦合特性, 有望以自旋波量子为核心建立不同系统之间信息传递的平台<sup>[39]</sup>.

本文着重介绍近期关于腔自旋波混合系统的非线性和赝厄米性方面的研究进展. 在非线性和赝厄米性方面, 介绍自旋波量子非线性效应 (即克尔效应) 的产生机制<sup>[40]</sup>, 以及一定条件下克尔非线性效应引起的腔自旋波混合系统中腔自旋波量子的双稳现象<sup>[41]</sup>. 在赝厄米性方面, 介绍腔自旋波混合系统中利用相干完美吸收构造宇称-时间 (PT) 对称的哈密顿量以及在此系统中所实现的二阶奇点<sup>[42]</sup>, 最后, 介绍如何构造非 PT 对称的赝厄米哈密顿量, 并在系统中实现高阶奇点<sup>[43]</sup>.

## 2 腔自旋波混合系统

通常, 腔自旋波混合系统是将一个铁磁材料的样品 (比如 YIG) 置于一个三维微波腔中组成, 其中微波腔模和 YIG 材料中的自旋系综通过磁偶相互作用耦合起来. 实验上, 为了获得较高的  $Q$  因子, 三维微波腔是由高导电的铜材料制作而成. 对于三维微波腔, 其腔模频率和腔模的磁场分布可以通过设计其尺寸和形状来确定. 在腔自旋波混合系统的研究中, 一般只关注微波腔的某一特定模式 (比如基模), 其对应的哈密顿量可以表示成  $H_c = \omega_c a^\dagger a$ , 其中  $\omega_c$  为腔模的频率,  $a^\dagger$  和  $a$  为腔模中微波光子的产生和湮灭算符. 为了简便取  $\hbar = 1$ .

对于铁磁材料样品, 实验中一般选择直径在亚毫米量级的 YIG 小球. 在 YIG 小球中, 根据波矢将自旋波模分为两类: 波矢为零的自旋波模 (即 Kittel 模) 和波矢不为零的其他自旋波模. 本文的研究对象是波矢为零的 Kittel 模. 在一个沿  $z$  轴的外加偏置磁场作用下, YIG 小球被均匀饱和磁化. 此时, YIG 小球中的自旋系综可以视为一个宏观自旋  $S \equiv (S_x, S_y, S_z)$ , 其中自旋量子数为  $S = Ns$ ,  $s$  为单个自旋的自旋量子数,  $N$  为自旋系综中的自旋数目. 自旋系综的能量包括塞曼能、各向异性能、退磁场能和海森伯交换相互作用能四部分, 但对于 Kittel 模而言, 相应的退磁场能和海森伯交换

相互作用能是常量<sup>[41]</sup>. 在线性区域, 各向异性能也是常量, 但在非线性区域, 各向异性能会使系统呈现克尔效应. 本节只考虑线性区, 第 3 节将介绍各向异性能产生的非线性效应. 利用 Holstein-Primakoff 变换<sup>[44]</sup>  $S_z = S - b^\dagger b$ ,  $S^+ = \sqrt{2S - b^\dagger b}$  和  $S^- = b^\dagger \sqrt{2S - b^\dagger b}$ , 可以将宏观自旋算符  $S$  和自旋波 Kittle 模的产生和湮灭算符  $b^\dagger$  和  $b$  联系起来, 从而得到 Kittel 模的哈密顿量  $H_m = \omega_m b^\dagger b$ , 其中  $\omega_m = \gamma B_0$  为自旋波量子的角频率,  $\gamma = g_e \mu_B / \hbar$  为旋磁比,  $g_e$  为朗德  $g$  因子,  $\mu_B$  为玻尔磁子. 显然, 自旋波量子的频率可由外加偏置磁场调控.

为了实现 Kittel 模和微波腔模的强耦合, 实验上需要将 YIG 小球样品放置于腔内合适的位置, 并调节外加偏置磁场的方向使得外加偏置磁场和腔的磁场分量相互垂直. 此时, 自旋波量子与腔模相互作用的哈密顿量可以写为  $H_I = g_m (a^\dagger b + ab^\dagger)$ , 其中  $g_m = \sqrt{N} g_s$  为 Kittel 模和腔模的耦合强度,  $g_s$  为单个自旋和腔场之间的耦合强度,  $N$  为 YIG 小球中自旋系综包含的自旋数目. 为了使得单个自旋和腔模的耦合强度达到最大, 实验中通常将 YIG 小球放置在腔磁场分量最强处. 同时, 由于 YIG 材料天然具有很高的自旋密度, 这使得自旋波量子与微波腔光子之间易于实现强耦合, 甚至可以达到超强耦合<sup>[45]</sup>. 至此, 可以写出腔自旋波混合系统的总哈密顿量

$$H_S = H_c + H_m + H_I \\ = \omega_c a^\dagger a + \omega_m b^\dagger b + g_m (a^\dagger b + ab^\dagger). \quad (1)$$

### 3 腔自旋波混合系统中的双稳现象

在腔自旋波混合系统中, 由于 YIG 小球中存在的各向异性场, 哈密顿量中存在非线性项, 称之为自旋波克尔项. 在低驱动功率时自旋波克尔项可以忽略, 从而自旋波模近似为线性谐振子. 但随着驱动功率增大, 这样的非线性效应无法忽略, 其可在系统中产生双稳现象<sup>[41]</sup>, 甚至可能出现混沌现象<sup>[46]</sup>.

#### 3.1 自旋波克尔效应

如前所述, 当 YIG 小球的自旋系综的激发数较多时, 各向异性能会对系统产生明显的克尔效应. 考虑到自旋波模的激发数相对于 YIG 小球中

总自旋数是小量, 对不包含宏观自旋非线性项的系统哈密顿量做 Holstein-Primakoff 变换时仍旧只保留到一阶项, 则得到包含宏观自旋非线性项的系统总哈密顿量为<sup>[40]</sup>

$$H_S = \omega_c a^\dagger a + \omega_m b^\dagger b + K b^\dagger b b^\dagger b + g_m (a^\dagger b + ab^\dagger), \quad (2)$$

其中  $K$  是克尔系数. 需要注意的是, 外加偏置磁场沿着不同的晶轴, 各向异性能也不同, 从而系统哈密顿量中的克尔非线性系数具有不同的值. 对 YIG 小球的 [110] 晶轴沿着外加偏置磁场的情况,  $K = -13u_0 K_{an} \gamma^2 / (16M^2 V_m)$ , 其小于 0; 对 [100] 晶轴沿着外加偏置磁场的情况,  $K = u_0 K_{an} \gamma^2 / (M^2 V_m)$ , 其大于 0. 其中  $u_0$  为真空磁导率,  $V_m$  为 YIG 小球的体积,  $K_{an}$  为一阶各向异性系数,  $M$  为饱和磁化强度. 显然, 外加偏置磁场所沿着晶轴的方向决定了克尔系数的正负. 从克尔系数的表达式可以看出, 克尔系数的绝对值与 YIG 小球的体积成反比, 即体积越小, 非线性系数  $K$  越大, 但随之而来的结果就是耦合强度变弱. 实验中, 大家期望在强耦合区域获得较强的非线性. 因此, 为了兼顾耦合强度和非线性系数, 实验上选择合适尺寸的 YIG 小球至关重要. 据估算<sup>[47]</sup>, 实验上选择直径在 0.1 mm 到 1.0 mm 之间的 YIG 小球比较合适.

#### 3.2 腔自旋波混合系统中的双稳特性

针对在腔自旋波混合系统中由腔模和自旋波模的强耦合形成的准粒子 (即腔自旋波量子极化激元), Wang 等<sup>[41]</sup> 实验上观察到了由于自旋波模的克尔效应导致的腔自旋波量子极化激元的双稳效应. 对腔自旋波混合系统的总哈密顿量进行 Bogoliubov 变换<sup>[48]</sup>, 并定义  $p(p^\dagger)$  和  $q(q^\dagger)$  分别是下支和上支极化激元<sup>[49]</sup> 的湮灭 (产生) 算符,

$$p = ub - va, \\ q = ub + va, \quad (3)$$

其中

$$u = \left( \frac{\Delta + \sqrt{\Delta^2 + 4g_m^2}}{2\sqrt{\Delta^2 + 4g_m^2}} \right)^{1/2}, \\ v = (1 - u^2)^{1/2}, \quad (4)$$

而  $\Delta = \omega_c - \omega_m$  为腔模与自旋波模之间的频率失谐, 可得到对角化后的系统总哈密顿量为:

$$\begin{aligned}
 H &= H_0 + H_K + H_d, \\
 H_0 &= \omega_{LP} p^\dagger p + \omega_{UP} q^\dagger q, \\
 H_K &= \Delta_{LP} p^\dagger p + \Delta_{UP} q^\dagger q, \\
 H_d &= u\Omega_d (p^\dagger e^{-i\omega_d t} + p e^{i\omega_d t}) \\
 &\quad + v\Omega_d (q^\dagger e^{-i\omega_d t} + q e^{i\omega_d t}), \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中  $H_0$  为变化后的线性哈密顿量,  $H_K$  为变换后的克尔项,  $H_d$  为变换后的驱动项,  $\omega_{UP}$  和  $\omega_{LP}$  为上支和下支极化激元的频率,  $\Delta_{UP}$  和  $\Delta_{LP}$  为上支和下支极化激元的频率移动,  $\omega_d$  为驱动微波频率,  $\Omega_d$  是拉比频率. 此时, 上下两支极化激元的频率移动之间满足关系式  $\Delta_{UP} = \xi \Delta_{LP}$ , 其中  $\xi = v^2/u^2$  是一个由失谐量  $\Delta$  和耦合强度  $g_m$  决定的常数. 当腔模和自旋波模共振时 (即  $\Delta = 0$ ),  $\xi = 1$ , 上下两支极化激元的频率移动保持一致.

当  $|\omega_{LP} - \omega_d| \ll |\omega_{UP} - \omega_d|$  时, 驱动产生的下支极化激元数目远大于上支. 对于下支极化激元, 通过量子郎之万方程, 得到下支极化激元的频率移动  $\Delta_{LP}$  和驱动功率  $P_d$  之间的关系式为

$$\left[ (\Delta_{LP} + \delta_{LP})^2 + \left( \frac{\gamma_{LP}}{2} \right)^2 \right] \Delta_{LP} - u^6 c P_d = 0, \quad (6)$$

其中  $\delta_{LP} = \omega_{LP} - \omega_d$  为下支极化激元和驱动场之间频率失谐,  $\gamma_{LP} = u^2 \gamma_m + v^2 \kappa_c$  为下支极化激元的衰减率,  $\kappa_c$  和  $\gamma_m$  分别为腔模和自旋波模的衰减率. 这

是一个关于  $\Delta_{LP}$  的三次方程, 在一定参数条件下, 方程存在三个实根. 物理上, 方程的最大和最小两个根对应的是稳定的物理状态, 而中间的一个代表的是不稳定状态, 这就对应于腔自旋波量子极化激元的双稳现象.

实验装置如图 1 所示, YIG 小球放置在一个三维微波腔中, 并在外加偏置磁场  $B_0$  的作用下均匀饱和磁化. 三维腔的端口 1 和端口 2 与网络分析仪 (VNA) 相连, 用于探测微波腔的传输谱, 端口 3 与微波源 (MW) 相连, 通过环形天线直接驱动 YIG 小球. YIG 小球的自旋波模和微波腔的  $TE_{102}$  模式耦合,  $TE_{102}$  模式的磁场分布如图 1 所

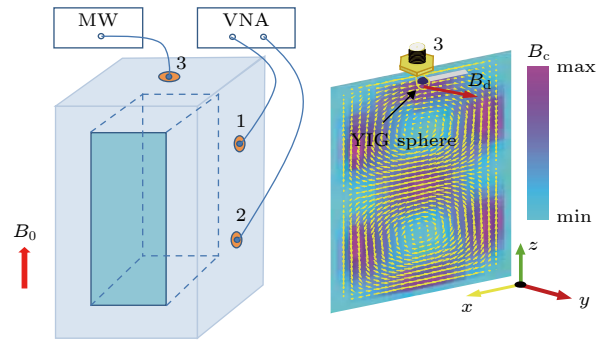


图 1 YIG 小球和三维微波腔耦合系统示意图及腔内磁场分布模拟图<sup>[41]</sup>

Fig. 1. Schematic of YIG sphere and three-dimensional microwave cavity coupling system and the simulation of magnetic field distribution in cavity<sup>[41]</sup>.

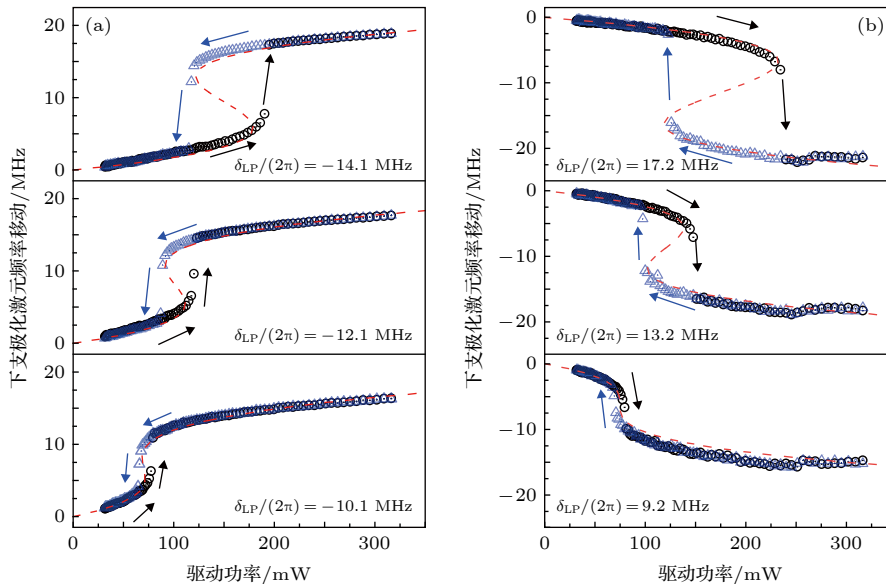


图 2 自旋波模和腔模共振时下支极化激元的频率移动随驱动功率变化情况 (a) 偏置磁场沿晶轴 [100] 的情况; (b) 偏置磁场沿晶轴 [110] 的情况<sup>[41]</sup>

Fig. 2. When the magnon resonated with the cavity mode, the curves of the frequency shift of the lower-branch cavity magnon polaritons  $\Delta_{LP}$  versus the driving power  $P_d$ : (a) The bias magnetic field is along the crystal axis [100]; (b) the bias magnetic field is along the crystal axis [110]<sup>[41]</sup>.

示, YIG 小球放置在  $TE_{102}$  模式磁场最强处.

当自旋波模和腔模共振时, 两支极化激元中腔模和自旋波模的成分各占一半, 两支极化激元的频率移动情况相同. 对于外加偏置磁场  $B_0$  沿晶轴 [100] (即克尔系数  $K > 0$ ) 和沿晶轴 [110] (即克尔系数  $K < 0$ ) 两种情况, 下支极化激元的频率移动  $\Delta_{LP}$  随驱动功率  $P_d$  的变化情况如图 2 所示. 当偏置磁场  $B_0$  沿晶轴 [100] 时, 下支极化激元的频率移动  $\Delta_{LP}$  为正. 在一定频率失谐量下, 腔自旋波量子极化激元的频率移动  $\Delta_{LP}$  随驱动功率  $P_d$  变化, 并在临界点发生跳变, 图中箭头表示跳变方向. 驱动功率  $P_d$  先增大再减小的过程中, 腔自旋波量子极化激元的频率移动  $\Delta_{LP}$  变化曲线形成一个逆时针的迟滞回线, 即腔自旋波量子极化激元的频率移动存在双稳现象. 下支极化激元频率  $\omega_{LP}$  和驱动微波频率  $\omega_d$  失谐  $\delta_{LP}$  的绝对值越大, 迟滞回线面积越大. 当偏置磁场  $B_0$  沿晶轴 [110] 时, 随着驱动功率增加, 下支极化激元的频率移动  $\Delta_{LP}$  为负, 迟滞回线为逆时针, 其他性质与偏置磁场  $B_0$  沿晶轴 [100] 时类似. 图 2 中圆圈代表功率逐渐增大时实验测量数据, 三角形代表功率逐渐减小时实验测量数据, 虚线为理论结果. 显然, 实验结果与理论模拟相符合.

## 4 腔自旋波混合系统中的赝厄米性

### 4.1 赝厄米性

量子力学表明, 对于一个封闭的物理系统, 哈密顿量必须是厄米的才能保证其本征值是实的. 但任何实验上可实现的量子系统都是开放系统, 其有效哈密顿量本质上是非厄米的. 1998 年, Bender 和 Boettcher<sup>[50]</sup> 发现对于满足 PT 对称性的哈密顿量, 其所有本征值都是实的或复共轭对. 对于 PT 对称的物理系统, 通过在临界点附近改变哈密顿量中某一参数, 系统可以在参数空间中实现从 PT 对称相到 PT 对称破缺相的相变<sup>[51]</sup>, 相变的临界点称作  $n$  阶奇点. 这里所谓的  $n$  阶奇点, 物理本质上就是非厄米物理系统中的  $n$  阶简并点. 在  $n$  阶奇点处, 系统的  $n$  个本征值以及对应的  $n$  个本征矢都合并到一起. 2002 年, Mostafazadeh<sup>[52,53]</sup> 将 PT 对称理论拓展为: 对于任意一个哈密顿量  $H$ , 如果能够找到一个线性的厄米算符  $U$  使得哈密顿量满足  $H^\dagger = UHU^{-1}$ , 则这个哈密顿量就是赝厄米的, 其所有本征值都是实的或复共轭对. 此外,

Mostafazadeh 还证明 PT 对称哈密顿量是赝厄米哈密顿量的一种. 以下文中凡是提到的赝厄米性均表示非 PT 对称的赝厄米性. 这里, 赝厄米哈密顿量、PT 对称哈密顿量和厄米哈密顿量三者之间的关系如图 3 所示.

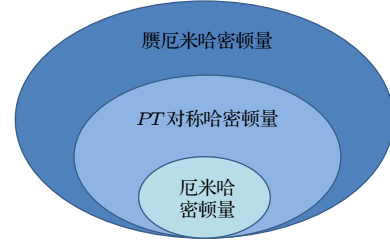


图 3 赝厄米哈密顿量、PT 对称哈密顿量和厄米哈密顿量之间关系示意图

Fig. 3. Relationship between the pseudo-Hermitian, the PT-symmetric Hamiltonian and the Hermitian Hamiltonian.

### 4.2 腔自旋波混合系统中的二阶奇点

如图 4 所示, 将一个粘在细棍一端的 YIG 小球通过三维微波腔侧面的小孔置于腔内, 该混合系统的哈密顿量如 (1) 式所示, 其中腔模和 Kittel 模之间的耦合强度可以通过移动细棍来调节<sup>[42]</sup>. 此外, 通过三维微波腔的端口 1 和 2 将两束频率相同的微波场馈入腔内. 在端口  $i$  处 ( $i = 1, 2$ ), 输入场  $a_i^{\text{in}}$ 、输出场  $a_i^{\text{out}}$  和腔场  $a$  之间满足  $a_i^{\text{in}} + a_i^{\text{out}} = \sqrt{2\kappa_i}a$ , 其中由端口  $i$  诱导的衰减  $\kappa_i$  可以通过改变伸入端口  $i$  的传输线长度来调节. 在一定参数条件下, 系统可以实现相干完美吸收 (即  $a_i^{\text{out}} = 0$ ); 此时, 输入场与腔场之间满足  $a_i^{\text{in}} = \sqrt{2\kappa_i}a$ . 在相干完美吸收的情况下, 腔自旋波混合系统的有效哈密顿量可以表示成

$$H_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \omega_c + i\kappa_g & g_m \\ g_m & \omega_m - i\gamma_m \end{pmatrix}, \quad (7)$$

其中  $\kappa_g = \kappa_1 + \kappa_2 - \kappa_{\text{int}} > 0$  是腔模的有效增益,  $\kappa_{\text{int}}$  是腔模的固有损耗率,  $\gamma_m$  是自旋波模的衰减率. 这是一个非厄米的哈密顿量, 其本征频率是复的. 通过调节自旋波模频率和端口衰减使得系统参数满足  $\omega_c = \omega_m$  及  $\kappa_g = \gamma_m$  时, 系统的有效哈密顿量具有 PT 对称性. 由此, 利用相干完美吸收在腔自旋波混合系统中构建了一个 PT 对称的哈密顿量. 该哈密顿量的本征值为

$$\omega_{1,2} = \omega_c \pm \sqrt{g_m^2 - \gamma_m^2}, \quad (8)$$

PT 对称性的自发破缺点在  $g_m = \gamma_m$  处, 即二阶奇点处. 当  $g_m > \gamma_m$  时, 哈密顿量的本征值  $\omega_{1,2}$  都是实的, 此时系统处于 PT 对称区; 当  $g_m < \gamma_m$  时, 哈密顿量的本征值  $\omega_{1,2}$  为复共轭对, 系统处于 PT 对称自发破缺区.

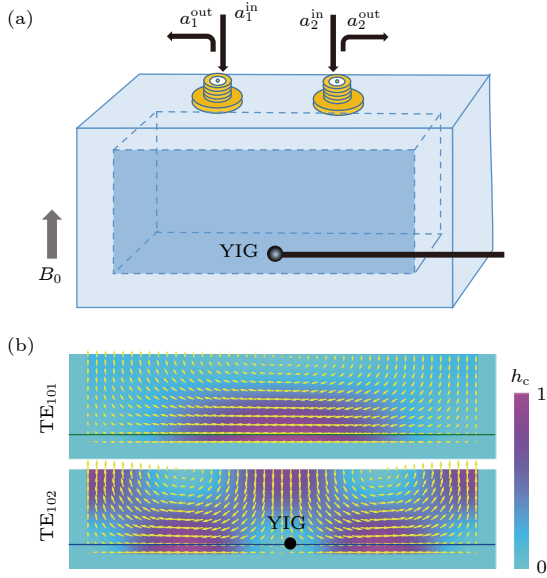


图 4 PT 对称系统示意图 (a) 实验装置示意图; (b) 腔  $TE_{101}$  模和  $TE_{102}$  模磁场分布模拟图<sup>[42]</sup>

Fig. 4. Schematic of PT-symmetrical system: (a) The schematic of experimental device; (b) the simulation of cavity mode  $TE_{101}$  and  $TE_{102}$ <sup>[42]</sup>.

实验中<sup>[42]</sup>, 通过测量系统的总传输谱  $|S_{\text{tot}}(\omega)|^2 = |S_1(\omega)|^2 + |S_2(\omega)|^2$  来观察系统的 PT 对称自发破缺相变, 其中  $S_{1(2)}(\omega) = a_{1(2)}^{\text{out}}/a_{1(2)}^{\text{in}}$  对应于端口 1(2) 的传输系数. 显然, 当相干完美吸收发生时, 系统的总传输谱  $|S_{\text{tot}}(\omega)|^2 = 0$ . 实验上利用腔的  $TE_{102}$  模和自旋波模耦合, 如图 4(b) 所示初始时将 YIG 小球放置在腔磁场分量最弱处, 自旋波模与腔模之间耦合强度最小, 然后通过沿  $x$  轴调节 YIG 小球偏离初始位置位移  $x$  来改变自旋波模与腔模之间的耦合强度. 图 5 分别从数值模拟和实验上展示了总传输谱  $|S_{\text{tot}}(\omega)|^2$  随 YIG 小球位置  $x$  以及输入场频率  $\omega$  的变化情况, 图中白色圆圈为系统本征能谱, 白色圆点为二阶奇点. 正如所期待的那样, 系统的实本征能谱和相干完美吸收频率一致. 当耦合强度  $g_m$  逐渐减小过程中系统的两个实本征能量逐渐靠近,  $g_m = \gamma_m$  时只有一个实本征能量, 实本征能量合并处即为从 PT 对称相到 PT 对称破缺相的二阶奇点. 因此, 可以通过测量腔模的总

传输谱来观察 PT 对称系统的自发破缺相变和二阶奇点. 最近, Grigoryan 等<sup>[54]</sup> 从不同的角度出发, 考虑补偿的自旋转矩, 理论上给出了实现 PT 对称的自旋波量子与谐振腔耦合的体系.

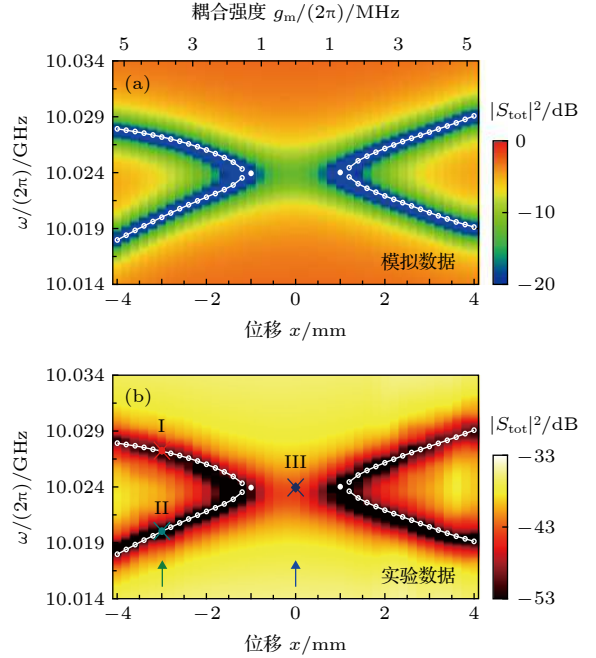


图 5 PT 对称系统中总传输谱  $|S_{\text{tot}}(\omega)|^2$  随 YIG 小球位置  $x$  以及输入场频率  $\omega$  的变化情况 (a) 理论模拟结果; (b) 实验结果<sup>[42]</sup>

Fig. 5. The total transmission spectrum  $|S_{\text{tot}}(\omega)|^2$  versus the position of YIG sphere  $x$  and the frequency of input field  $\omega$ : (a) The theoretical simulation results; (b) the experimental results<sup>[42]</sup>.

### 4.3 腔自旋波混合系统中的三阶奇点

如图 6(a) 所示, 类似于 PT 对称的腔自旋波混合系统的装置, 在腔内放置两个 YIG 小球, 但每个 YIG 小球对应的 Kittel 模的频率可以单独调控. 这两个 YIG 小球中的 Kittel 模与同一个腔模通过磁偶极相互作用耦合, 混合系统的总哈密顿量可以写为

$$H_S = \omega_c a^\dagger a + \omega_1 b_1^\dagger b_1 + \omega_2 b_2^\dagger b_2 + g_1 (a^\dagger b_1 + a b_1^\dagger) + g_2 (a^\dagger b_2 + a b_2^\dagger), \quad (9)$$

其中  $b_{1(2)}^\dagger$  和  $b_{1(2)}$  为第 1(2) 个 YIG 小球中自旋波模的产生和湮灭算符,  $\omega_{1(2)}$  为第 1(2) 个 YIG 小球中自旋波模的频率,  $g_{1(2)}$  为第 1(2) 个 YIG 小球中自旋波模和腔模的耦合强度. 对于两个 YIG 小球置于腔内的情况, 在相干完美吸收条件下, 系统的有

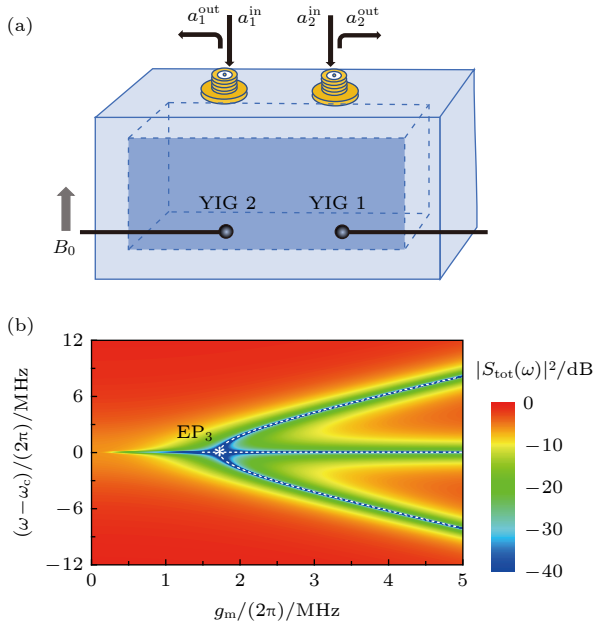


图 6 赝厄米系统示意图和理论结果模拟图<sup>[47]</sup> (a) 赝厄米系统示意图; (b) 理论模拟总传输谱  $|S_{\text{tot}}(\omega)|^2$  随耦合强度  $g_1$  以及输入场和腔模之间的频率失谐量  $\omega - \omega_c$  的变化情况

Fig. 6. The system schematic and the simulation of theoretical results of pseudo-Hermitian system<sup>[47]</sup>: (a) The schematic of pseudo-Hermitian system; (b) the total transmission spectrum  $|S_{\text{tot}}(\omega)|^2$  versus the coupling strength  $g_1$  and the frequency detuning between the input field and the cavity mode  $\omega - \omega_c$ .

效哈密顿量为<sup>[43]</sup>

$$H_{\text{eff}} = \begin{pmatrix} \omega_c + i\kappa_g & g_1 & g_2 \\ g_1 & \omega_1 - i\gamma_1 & 0 \\ g_2 & 0 & \omega_2 - i\gamma_2 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

其中  $\gamma_{1(2)}$  为第 1(2) 个 YIG 小球中自旋波模的耗散率. 不失一般性, 假设这两个 Kittel 模具有相同的耗散率 (即  $\gamma_1 = \gamma_2 \equiv \gamma_m$ ), 且两个 Kittel 与同一腔模之间的耦合强度相同 (即  $g_1 = g_2 \equiv g_m$ ), 利用赝厄米哈密顿量的性质, 可以证明当腔自旋波混合系统的参数满足  $\kappa_g = 2\gamma_m$ ,  $\Delta_2 = -\Delta_1$  和  $\Delta_1^2 = g_m^2 - \gamma_m^2$  时, 系统的哈密顿量具有赝厄米性, 其中  $\Delta_{1(2)} = \omega_{1(2)} - \omega_c$  是第 1(2) 个 YIG 小球中自旋波模与腔模之间的频率失谐. 在赝厄米条件下, 腔自旋波混合系统的有效赝厄米哈密顿量对应的三个本征值为

$$\begin{aligned} \Omega_0 &= \omega_c, \\ \Omega_{\pm} &= \omega_c \pm \sqrt{3g_m^2 - 4\gamma_m^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

当  $g_m > 2\gamma_m/\sqrt{3}$  时, 三个本征值都是实数; 当  $2\gamma_m/\sqrt{3} > g_m > \gamma_m$  时, 三个本征值中  $\Omega_0$  仍为实数,

而  $\Omega_{\pm}$  为复共轭对. 在  $g_m = 2\gamma_m/\sqrt{3}$  的情况下, 系统的三个本征值合并在一起, 即为系统的三阶奇点.

这种情况下, 通过量子郎之万方程可以求出系统的相干完美吸收条件<sup>[43]</sup>. 比较相干完美吸收对应的频率和系统本征值可以发现, 与 PT 对称的腔自旋波混合系统类似, 赝厄米混合系统中的相干完美吸收频率也和系统的实本征值一致. 因此, 可以利用相干完美吸收观察系统的本征能谱和三阶奇点. 图 6(b) 展示了传输谱  $|S_{\text{tot}}(\omega)|^2$  随输入场与腔模之间频率失谐量  $\omega - \omega_c$  以及自旋波模与腔模之间耦合强度  $g_m$  的变化情况, 其中白色虚线代表赝厄米有效哈密顿量  $H_{\text{eff}}$  的实本征能谱, 白色星形代表赝厄米系统中的三阶奇点. 结果显示可以通过传输谱来观察赝厄米的腔自旋波混合系统的本征能谱和三阶奇点.

相比二阶奇点, 高阶奇点具有更丰富的物理特性, 例如具有更丰富的拓扑特性和进一步增强探测的灵敏度. 最近, 曹云姗等<sup>[55]</sup> 利用腔自旋波混合系统构建了 PT 对称的哈密顿量, 预言在三阶奇点附近腔自旋波量子极化激元的磁灵敏度将比现有的磁电传感器高两个数量级.

## 5 总结

本文介绍了腔自旋波混合系统中关于非线性和赝厄米性的实验与理论工作. 在非线性方面, 阐明了自旋波量子的非线性效应的产生机理<sup>[40]</sup>, 以及利用非线性效应实现的腔自旋波量子极化激元的双稳<sup>[41,47]</sup>. 在赝厄米性方面, 利用腔自旋波混合系统良好的可调控性, 通过相干完美吸收在系统中构建了具有 PT 对称性的有效哈密顿量, 并显示了实验上观察到的腔自旋波混合系统的 PT 对称破缺相变<sup>[42]</sup>; 此外, 在腔自旋波混合系统中还构建了非 PT 对称的赝厄米有效哈密顿量, 其存在三阶奇点<sup>[43]</sup>. 关于腔自旋波混合系统的非线性和赝厄米性还有很多新奇的现象, 比如腔自旋波混合系统中的多稳现象和更为复杂的对称性破缺相变等. 这些现象的研究在实验上依旧是具有挑战性的科学问题, 有待科学家们的不懈努力去探索与发现.

## 参考文献

- [1] Shor P W 1994 *Proceedings of 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science* Los Alamitos, USA,

- November 22–24, 1994 p124
- [2] Grover L K 1996 *Proceedings of the Twenty-Eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing* New York, USA, May 22–24, 1996 p212
- [3] Buluta I, Ashhab S, Nori F 2011 *Rep. Prog. Phys.* **74** 104401
- [4] Blatt R, Roos C F 2012 *Nat. Phys.* **8** 277
- [5] Hanson R, Kouwenhoven L P, Petta J R, Tarucha S, Vandersypen L M K 2007 *Rev. Mod. Phys.* **79** 1217
- [6] Kong X Y, Zhu Y Y, Wen J W, Xin T, Li K R, Long G L 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 220301 (in Chinese) [孔祥宇, 朱垣晔, 闻经纬, 新涛, 李可仁, 龙桂鲁 2018 物理学报 **67** 220301]
- [7] You J Q, Nori F 2005 *Phys. Today* **58** 42
- [8] Devoret M H, Schoelkopf R J 2013 *Science* **339** 1169
- [9] You J Q, Hu X D, Ashhab S, Nori F 2007 *Phys. Rev. B* **75** 140515
- [10] Koch J, Yu T M, Gambetta J, Houck A A, Schuster D I, Majer J, Blais A, Devoret M H, Girvin S M, Schoelkopf R J 2007 *Phys. Rev. A* **76** 042319
- [11] Barends R, Kelly J, Megrant A, Veitia A, Sank D, Jeffrey E, White T C, Mutus J, Fowler A G, Campbell B, Chen Y, Chen Z, Chiaro B, Dunsworth A, Neill C, O’Malley P, Roushan P, Vainsencher A, Wenner J, Korotkov A N, Cleland A N, Martinis J M 2014 *Nature* **508** 500
- [12] Feynman R P 1986 *Found. Phys.* **16** 507
- [13] Nielsen M A, Chuang I L 2001 *Quantum Computation and Quantum Information* (London: Cambridge University Press) p702
- [14] Ladd T D, Jelezko F, Laflamme R, Nakamura Y, Monroe C, O’Brien J L 2010 *Nature* **464** 45
- [15] Feynman R P 1982 *Int. J. Theor. Phys.* **21** 467
- [16] Aspuru-Guzik A, Dutoi A D, Love P J, Head-Gordon M 2005 *Science* **309** 1704
- [17] Cirac J I, Zoller P 2012 *Nat. Phys.* **8** 264
- [18] Xiang Z L, Ashhab S, You J Q, Nori F 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 623
- [19] Kurizkia G, Bertet P, Kubob Y, Molmer K, Petrosyan D, Rabl P, Schmiedmayer J 2015 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **112** 3866
- [20] Bienfait A, Pla J J, Kubo Y, Stern M, Zhou X, Lo C C, Weis C D, Schenkel T, Thewalt M L W, Vion D, Esteve D, Julsgaard B, Moelmer K, Morton J J L, Bertet P 2016 *Nat. Nano* **11** 253
- [21] Raizen M G, Thompson R J, Brecha R J, Kimble H J, Carmichael H J 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 240
- [22] Soykal Ö O, Flatté M E 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 077202
- [23] Soykal Ö O, Flatté M E 2010 *Phys. Rev. B* **82** 104413
- [24] Huebl H, Zollitsch C W, Lotze J, Hocke F, Greifenstein M, Marx A, Gross R, Goennenwein S T B 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 127003
- [25] Zhang X, Zou C L, Jiang L, Tang H X 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 156401
- [26] Tabuchi Y, Ishino S, Ishikawa T, Yamazaki R, Usami K, Nakamura Y 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 083603
- [27] Zhang D K, Wang X M, Li T F, Luo X Q, Wu W D, Nori F, You J Q 2015 *NPJ Quantum Inf.* **1** 15014
- [28] Bai L H, Harder M, Chen Y P, Fan X, Xiao J Q, Hu C M 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 227201
- [29] Haigh J A, Langenfeld S, Lambert N J, Baumberg J J, Ramsay A J, Nunnenkamp A, Ferguson A J 2015 *Phys. Rev. A* **92** 063845
- [30] Tabuchi Y, Ishino S, Noguchi A, Ishikawa T, Yamazaki R, Usami K, Nakamura Y 2015 *Science* **349** 405
- [31] Quirion D L, Tabuchi Y, Ishino S, Noguchi A, Ishikawa T, Yamazaki R, Nakamura Y 2017 *Sci. Adv.* **3** e1603150
- [32] Zhang X F, Zou C L, Jiang L, Tang H X 2016 *Sci. Adv.* **2** e1501286
- [33] Harder M, Yang Y, Yao B M, Yu C H, Rao J W, Gui Y S, Stamps R L, Hu C M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 137203
- [34] Grigoryan V L, Shen K, Xia K 2018 *Phys. Rev. B* **98** 024406
- [35] Xu P C, Rao J W, Gui Y S, Jin X, Hu C M 2019 *Phys. Rev. B* **100** 094415
- [36] Yu W C, Wang J J, Yuan H Y, Xiao J 2019 arXiv: 1907.06222 v2 [cond-mat. mes-hall]
- [37] Yuan H Y, Peng Y P, Zheng S S, He Q Y, Xia K, Yung M H 2019 arXiv: 1905.11117 v1 [cond-mat. mes-hall]
- [38] Wang Y P, Rao J W, Yang Y, Xu P C, Gui Y S, Yao B M, You J Q, Hu C M 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 127202
- [39] Quirion D L, Tabuchi Y, Gloppe A, Usami K, Nakamura Y 2019 *Appl. Phys. Express* **12** 070101
- [40] Wang Y P, Zhang G Q, Zhang D K, Luo X Q, Xiong W, Wang S P, Li T F, Hu C M, You J Q 2016 *Phys. Rev. B* **94** 224410
- [41] Wang Y P, Zhang G Q, Zhang D K, Li T F, Hu C M, You J Q 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 057202
- [42] Zhang D K, Luo X Q, Wang Y P, Li T F, You J Q 2017 *Nat. Com.* **8** 1368
- [43] Zhang G Q, You J Q 2019 *Phys. Rev. B* **99** 054404
- [44] Holstein T, Primakoff H 1940 *Phys. Rev.* **58** 1098
- [45] Kostylev N, Goryachev M, Tobar M E 2016 *Appl. Phys. Lett.* **108** 062402
- [46] Rezende S M, de Aguiar F M 1990 *Proc. IEEE* **78** 893
- [47] Zhang G Q, Wang Y P, You J Q 2019 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **62** 987511
- [48] Bogoliubov N N 1958 *Phys. Today* **34** 1
- [49] Harder M, Bai L H, Match C, Sirker J, Hu C M 2016 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **59** 117511
- [50] Bender C M, Boettcher S 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 5243
- [51] Konotop V V, Yang J, Zezyulin D A 2016 *Rev. Mod. Phys.* **88** 035002
- [52] Mostafazadeh A 2002 *J. Math. Phys.* **43** 205
- [53] Mostafazadeh A 2002 *J. Math. Phys.* **43** 2814
- [54] Grigoryan V L, Xia K 2019 *Phys. Rev. B* **99** 224408
- [55] Cao Y S, Yan P 2019 *Phys. Rev. B* **99** 214415



INVITED REVIEW

# Research progress of hybrid cavity-magnon systems\*

Shen Rui-Chang<sup>1)2)</sup> Zhang Guo-Qiang<sup>2)</sup> Wang Yi-Pu<sup>2)</sup> You Jian-Qiang<sup>2)†</sup>

1) (*Quantum Physics and Quantum Information Division, Beijing Computational Science Research Center, Beijing 100193, China*)

2) (*Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China*)

( Received 21 October 2019; revised manuscript received 7 November 2019 )

## Abstract

Recently, the hybrid cavity-magnon system has attracted considerable interest. Owing to the good tunability of magnons, it is promising to use the magnons as a core to implement a hybrid quantum platform for transferring information among different quantum systems. In this article, we first briefly review the cavity magnonic systems and clarify the coupling mechanism between magnons and microwave photons. Then, we introduce the latest research progress in the aspects of nonlinearity and pseudo-Hermiticity, including the bistability of cavity magnon polaritons, observation of the second-order exceptional point in a PT-symmetric hybrid cavity-magnon system, and the pseudo-Hermiticity with a third-order exceptional point.

**Keywords:** hybrid cavity-magnon system, cavity magnon polariton, Kerr effect and bistability, pseudo-Hermiticity and exceptional point

**PACS:** 03.67.-a, 42.50.-p, 75.45.+j

**DOI:** [10.7498/aps.68.20191608](https://doi.org/10.7498/aps.68.20191608)

---

\* Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China (Grant No. 2016 YFA0301200) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11934010, U1801661, U1930402).

† Corresponding author. E-mail: [jqyou@zju.edu.cn](mailto:jqyou@zju.edu.cn)