

## 基于相干反馈操控的纠缠源的分析\*

周瑶瑶<sup>1)†</sup> 李鹏飞<sup>1)</sup> 闫智辉<sup>2)3)</sup> 贾晓军<sup>2)3)</sup>

1) (太原师范学院物理系, 晋中 030619)

2) (山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

3) (山西大学, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2019年7月30日收到; 2019年8月27日收到修改稿)

基于非测量的量子相干反馈控制系统不会引入额外的噪声, 可以用于稳定、操控和改善多种量子系统的性能. 利用相干反馈的方法可以操控非简并光学参量放大器, 在一定条件下能够增强其输出 Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 纠缠态光场的纠缠度. 相干反馈控制系统中的核心光学元件是控制耦合镜, 其透射率的选取直接影响反馈控制的效果. 本文针对控制耦合镜对偏振相互垂直的种子光场透射率不同的情况, 从理论上分析了该情况对相干反馈控制效果的影响, 得出相干反馈的正作用达到最佳时对控制镜透射率的要求, 理论分析与实验结果相吻合. 同时分析了相干反馈控制效果随其他物理参量的变化关系, 得出系统进一步优化的实验条件. 为今后相干反馈控制系统中物理参量的选择提供依据, 也为利用相干反馈操控更多的量子系统提供参考.

**关键词:** Einstein-Podolsky-Rosen 纠缠态光场, 相干反馈控制, 控制耦合镜, 纠缠增强**PACS:** 42.50.-p, 42.50.Lc, 42.65.Yj, 87.19.lr**DOI:** 10.7498/aps.68.20191168

## 1 引言

反馈是控制论中的核心概念, 在过去的几十年中, 人们逐渐将控制理论的原理引入量子领域, 并使之适应量子领域. 近年来, 量子反馈网络理论发展迅速, 其主要目的是研究量子输入输出元件如何连接在一起, 从而控制、稳定或者提高其中一个子元件的性能.

连续变量非经典光场, 如连续变量压缩态光场和纠缠态光场是进行连续变量量子信息网络以及量子计算研究的重要量子资源<sup>[1-3]</sup>. 对非经典光场, 比如纠缠态光场进行有效的操控, 可以将纠缠水平进一步提高, 打破由于光学元件自身性能的不完美

而引起的纠缠度无法被进一步提高的限制. 一种实现对非经典光场操控的方法是相敏操控法<sup>[4-8]</sup>. 2006年, Agarwal<sup>[4]</sup>进行了利用相敏操控压缩态光场的理论研究. 随后, 山西大学彭堃堉研究团队<sup>[7,8]</sup>利用相敏操控在实验上实现了压缩态光场的压缩增强和纠缠态光场的纠缠增强.

另一种实现对非经典光场操控的方法是量子反馈控制方法, 该方法已经被广泛应用于各种物理机制中, 包括原子系综<sup>[9-11]</sup>、囚禁离子<sup>[12]</sup>、光电机机械振荡腔<sup>[13]</sup>、超导<sup>[14,15]</sup>等<sup>[16,17]</sup>. 量子反馈操控主要有两种形式: 一种是基于测量的反馈控制<sup>[18-20]</sup>, 首先对量子系统的输出结果进行测量, 然后再通过调制器将结果反馈给原量子系统的输入端口. 本文研究另一种量子反馈控制, 这里反馈是相干的, 而不

\* 国家重点研发计划 (批准号: 2016YFA0301402)、国家自然科学基金 (批准号: 11804246, 11805141, 11904218, 11847111, 61775127, 11654002)、山西省高等学校科技创新项目 (批准号: 2019L0794)、山西青年三晋学者项目、山西省回国留学人员科研资助项目、山西省“1331工程”重点学科建设计划、山西省高等学校创新人才支持计划和太原师范学院“1331工程”资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhouyaoyaofangxia@163.com

是基于测量的, 被称为量子相干反馈控制 (coherent feedback control, CFC) 系统 [21,22]. CFC 系统因为没有必须的测量步骤而不会引入任何额外的噪声, 是一种行之有效的操控非经典光场的方法 [23–27]. 2009 年, Gough 和 Wildfeuer [28] 提出了利用 CFC 系统实现压缩态压缩增强的理论. 2012 年, 日本的 Furusawa 研究组 [29] 在实验上利用相干反馈操控压缩产生装置, 将压缩度从  $-1.6$  dB 提高到  $-2.2$  dB, 实现了相干反馈控制压缩增强的实验. 2013 年, Crisafulli 等 [30] 在实验上利用相干反馈的方法实现了对简并光学参量振荡腔输出压缩态光场的操控. 除此之外, CFC 系统因不引入噪声, 更适用于连续变量量子信息的处理. 2008 年, Mabuchi [24] 提出了一种用于测试线性量子随机控制理论的相干反馈控制系统的实验实现方法. 2010 年, Kerchhoff 等 [31] 提出了基于相干反馈的连续时间量子纠错方案. 2015 年, 肖敏研究团队 [32] 将连续变量纠缠态光场注入具有六边形金属孔阵列的反馈装置, 实验实现了量子关联的显著增强.

利用非简并的光学参量放大器 (non-degenerate optical parametric amplifier, NOPA) 可以获得最基本的量子资源——Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) 纠缠态光场. 2015 年, 本实验组搭建了相干反馈操控非简并光学参量放大器 (non-degenerate optical parametric amplifier with coherent feedback control, CFC-NOPA) 的实验装置, 在一定条件下, 优化了 NOPA 的工作性能, 比如, 实现了 NOPA 输出纠缠态光场的纠缠增强, 并且降低了 NOPA 的抽运光功率阈值 [33]. 在相干反馈控制系统中, 控制耦合镜是核心光学元件, 其透射率的选取直接影响反馈控制的效果. 由于技术原因, 一般认为 CFC-NOPA 系统中的控制耦合镜对偏振相互垂直的种子光场的透射率是相等的, 本文则考虑控制耦合镜对偏振相互垂直的种子光场透射率不同的情况, 分析了该情况对相干反馈操控效果的影响, 找到反馈控制达到理想效果时, 控制镜透射率的选取, 理论分析与实验结果相吻合. 同时理论分析了 CFC-NOPA 系统输出光场量子关联噪声随其他物理参量的曲线依赖关系, 得出进一步优化实验系统的物理条件, 为利用相干反馈系统操控纠缠源获得更好的量子资源提供了有力的理论和实验依据.

## 2 相干反馈控制系统的理论模型

通常情况下, 相干反馈控制系统由两部分组成, 一部分是产生纠缠态光场的光学腔, 另一部分是对其有操控作用的反馈控制光学腔. 图 1 所示为相干反馈控制系统的基本原理图, 包含产生 EPR 纠缠态光场的 NOPA 和由三个光学镜片 M, M0 以及控制耦合镜 (control beam splitter, CBS) 构成的反馈控制光学腔. NOPA 的注入种子光场  $\hat{a}_{s(i)}^{\text{in}}$  (频率为  $\omega$ ) 和注入抽运光场  $\hat{a}_p^{\text{in}}$  (频率为  $2\omega$ ) 在光学腔内与 II 类非线性晶体发生相互作用实现频率下转换, 输出偏振相互垂直的两组份纠缠态光场  $\hat{a}_{s(i)}^{\text{out}}$  (频率为  $\omega$ ), 下角标 s, i, p 分别表示信号光场、闲置光场和抽运光场. 反馈控制光学腔中的  $\hat{c}_{s(i)}^{\text{in}}$  和  $\hat{c}_{s(i)}^{\text{out}}$  分别表示整个 CFC-NOPA 系统的输入输出光场. CFC-NOPA 系统的工作过程是这样的: NOPA 腔输出的纠缠态光场  $\hat{a}_{s(i)}^{\text{out}}$  并没有被测量而是通过反馈环路的控制被分成两部分, 一部分为透过 CBS 的光场, 与 CBS 对光场  $\hat{c}_{s(i)}^{\text{in}}$  的反射场一起成为整个 CFC-NOPA 系统的输出光场  $\hat{c}_{s(i)}^{\text{out}}$ , 另一部分为被 CBS 反射的光场, 与 CBS 对光场  $\hat{c}_{s(i)}^{\text{in}}$  的透射场一起作为 NOPA 的输入光场  $\hat{a}_{s(i)}^{\text{in}}$ . 这样反馈控制环路可以无限次地将 NOPA 输出的部分纠缠态光场重新注入纠缠产生系统, 实现对 NOPA 运转的控制. 图 1 中的  $\hat{b}_{s(i)}^{\text{in}}$  表示 NOPA 因为内腔损耗而引入的真空光场,  $\hat{e}_{s(i)}^{\text{in}}$  表示反馈控制环路因为内腔损耗而引入的真空光场, 将该内腔损耗看作反射镜 M 对真空光场有一定的透射率  $L$ ,  $\hat{d}_{s(i)}$  表示图中所示光线的光场.

CFC-NOPA 系统中的控制耦合镜 CBS 是整

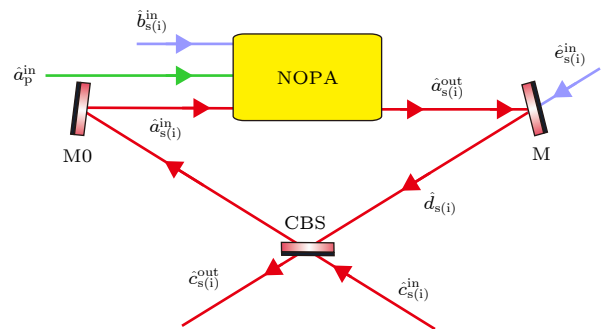


图 1 相干反馈操控 NOPA 的基本原理图

Fig. 1. Schematic diagram of the NOPA cavity with coherent feedback control.

个控制系统的核心部分, 其透射率的选取直接影响反馈控制的效果, 考虑 CBS 对信号光场和闲置光场透射率不同的情况, 这里设 CBS 对 NOPA 输出光场中的信号光场  $\hat{a}_s^{\text{out}}$  的透射率为  $T_1$ , 对闲置光场  $\hat{a}_i^{\text{out}}$  的透射率为  $T_2$ . 根据以上分析的 CFC-NOPA 系统的工作过程, 得到该系统的输出信号光场  $\hat{c}_s^{\text{out}}$  和闲置光场  $\hat{c}_i^{\text{out}}$  均包含两部分, 表示为

$$\begin{aligned}\hat{c}_s^{\text{out}} &= \sqrt{T_1}\hat{d}_s^{\text{in}} - \sqrt{1-T_1}\hat{c}_s^{\text{in}} \\ &= \sqrt{T_1(1-L)}\hat{a}_s^{\text{out}} + \sqrt{T_1L}\hat{e}_s^{\text{in}} - \sqrt{1-T_1}\hat{c}_s^{\text{in}}, \\ \hat{c}_i^{\text{out}} &= \sqrt{T_2}\hat{d}_i^{\text{in}} - \sqrt{1-T_2}\hat{c}_i^{\text{in}} \\ &= \sqrt{T_2(1-L)}\hat{a}_i^{\text{out}} + \sqrt{T_2L}\hat{e}_i^{\text{in}} - \sqrt{1-T_2}\hat{c}_i^{\text{in}}.\end{aligned}\quad (1)$$

NOPA 的输入信号光场  $\hat{a}_s^{\text{in}}$  和闲置光场  $\hat{a}_i^{\text{in}}$  也均包含两部分, 表示为:

$$\begin{aligned}\hat{a}_s^{\text{in}} &= \sqrt{T_1}\hat{c}_s^{\text{in}} + \sqrt{1-T_1}\hat{d}_s^{\text{in}} \\ &= \sqrt{T_1}\hat{c}_s^{\text{in}} + \sqrt{(1-T_1)(1-L)}\hat{a}_s^{\text{out}} + \sqrt{(1-T_1)L}\hat{e}_s^{\text{in}}, \\ \hat{a}_i^{\text{in}} &= \sqrt{T_2}\hat{c}_i^{\text{in}} + \sqrt{1-T_2}\hat{d}_i^{\text{in}} \\ &= \sqrt{T_2}\hat{c}_i^{\text{in}} + \sqrt{(1-T_2)(1-L)}\hat{a}_i^{\text{out}} + \sqrt{(1-T_2)L}\hat{e}_i^{\text{in}}.\end{aligned}\quad (2)$$

2000 年, 段路明等<sup>[34]</sup>和 Simon<sup>[35]</sup>提出连续变量两组份纠缠态光场的不可分判据—— $\langle \Delta^2(\hat{X}_1 \mp \hat{X}_2) \rangle + \langle \Delta^2(\hat{Y}_1 \pm \hat{Y}_2) \rangle < 4$ , 式中,  $\hat{X}_{1(2)}$  和  $\hat{Y}_{1(2)}$  分别表示两组份纠缠态光场的正交振幅分量算符和正交位相分量算符, 4 表示相应的量子噪声极限值 (quantum noise limit, QNL). 要讨论反馈控制环路对 EPR 纠缠态光场的控制效果, 需要计算 CFC-NOPA 系统输出光场  $\hat{c}_{s(i)}^{\text{out}}$  正交分量之间的量子关联噪声是否满足两组份纠缠态光场的不可分判据. 根据产生算符和湮灭算符的定义:

$$\begin{aligned}\hat{a} &= (\hat{X} + i\hat{Y})/2, \\ \hat{a}^\dagger &= (\hat{X} - i\hat{Y})/2.\end{aligned}\quad (3)$$

可以得到两个厄米算符——正交振幅算符和正交位相算符的表达式:

$$\begin{aligned}\hat{X} &= \hat{a} + \hat{a}^\dagger, \\ \hat{Y} &= i(\hat{a}^\dagger - \hat{a}).\end{aligned}\quad (4)$$

因此, 可以将光场  $\hat{a}_{s(i)}^{\text{in}}$ ,  $\hat{a}_{s(i)}^{\text{out}}$ ,  $\hat{c}_{s(i)}^{\text{in}}$ ,  $\hat{c}_{s(i)}^{\text{out}}$ ,  $\hat{b}_{s(i)}^{\text{in}}$ ,  $\hat{e}_{s(i)}^{\text{in}}$  的正交振幅分量算符和正交位相分量算符分别表示为  $\hat{X}_{as(i)}^{\text{in}}$ ,  $\hat{Y}_{as(i)}^{\text{in}}$ ,  $\hat{X}_{as(i)}^{\text{out}}$ ,  $\hat{Y}_{as(i)}^{\text{out}}$ ,  $\hat{X}_{cs(i)}^{\text{in}}$ ,  $\hat{Y}_{cs(i)}^{\text{in}}$ ,  $\hat{X}_{cs(i)}^{\text{out}}$ ,  $\hat{Y}_{cs(i)}^{\text{out}}$ ,  $\hat{X}_{bs(i)}^{\text{in}}$ ,  $\hat{Y}_{bs(i)}^{\text{in}}$ ,  $\hat{X}_{bs(i)}^{\text{out}}$ ,  $\hat{Y}_{bs(i)}^{\text{out}}$ . 那么计算 CFC-

NOPA 系统输出光场  $\hat{c}_{s(i)}^{\text{out}}$  正交分量之间的量子关联噪声, 即是求解公式  $\langle \Delta^2 [\hat{X}_{cs}^{\text{out}} \mp \hat{X}_{ci}^{\text{out}}] \rangle + \langle \Delta^2 [\hat{Y}_{cs}^{\text{out}} \pm \hat{Y}_{ci}^{\text{out}}] \rangle$  的值. 这就需要分析 NOPA 单独工作时, 其输出光场正交分量之间的量子关联噪声.

由 Langevin 方程组, 工作在参量反放大状态的 NOPA 中种子光场的运动方程可以表示为:

$$\begin{aligned}\tau \frac{d\hat{a}_s(t)}{dt} &= -\chi\hat{a}_p(t)\hat{a}_i^\dagger(t) - \gamma_3\hat{a}_s(t) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_1}\hat{a}_s^{\text{in}}(t) + \sqrt{2\gamma_2}\hat{b}_s^{\text{in}}(t), \\ \tau \frac{d\hat{a}_i(t)}{dt} &= -\chi\hat{a}_p(t)\hat{a}_s^\dagger(t) - \gamma_3\hat{a}_i(t) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_1}\hat{a}_i^{\text{in}}(t) + \sqrt{2\gamma_2}\hat{b}_i^{\text{in}}(t),\end{aligned}\quad (5)$$

其中,  $\hat{a}_p(t)$ ,  $\hat{a}_s(t)$ ,  $\hat{a}_i(t)$  分别表示腔内的抽运光场、信号光场和闲置光场;  $\hat{a}_s^\dagger(t)$  和  $\hat{a}_i^\dagger(t)$  分别表示  $\hat{a}_s(t)$ ,  $\hat{a}_i(t)$  的共轭算符;  $\tau$  表示光场在 NOPA 内来回一周所需时长;  $\chi$  表示 NOPA 内 II 类非线性晶体的有效非线性系数. 若用  $T'$  表示 NOPA 的输出耦合镜对种子光场的透射率, 用  $L'$  表示 NOPA 由于内腔损耗而引入的腔镜对真空光场的透射率, 则  $\gamma_1 = T'/2$ ,  $\gamma_2 = L'/2$ ,  $\gamma_3 = \gamma_1 + \gamma_2$ . 在光场的线性描述中, 可以将算符  $\hat{a}_j(t)$  表示为其平均场  $\alpha_j(t)$  和噪声场  $\Delta\hat{a}_j(t)$  的总和, 即  $\hat{a}_j(t) = \alpha_j(t) + \Delta\hat{a}_j(t)$  ( $j = s, i, p$ ). 那么工作在参量反放大状态的 NOPA 中种子光场的噪声场在时域空间的运动方程就可以表示为:

$$\begin{aligned}\tau \frac{d\Delta\hat{a}_s(t)}{dt} &= -k\Delta\hat{a}_i^\dagger(t) - \gamma_3\Delta\hat{a}_s(t) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_1}\Delta\hat{a}_s^{\text{in}}(t) + \sqrt{2\gamma_2}\Delta\hat{b}_s^{\text{in}}(t), \\ \tau \frac{d\Delta\hat{a}_i(t)}{dt} &= -k\Delta\hat{a}_s^\dagger(t) - \gamma_3\Delta\hat{a}_i(t) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_1}\Delta\hat{a}_i^{\text{in}}(t) + \sqrt{2\gamma_2}\Delta\hat{b}_i^{\text{in}}(t),\end{aligned}\quad (6)$$

其中,  $k$  为 NOPA 的非线性转换效率. 将 (6) 式进行 Fourier 变换, 可以得到 NOPA 中种子光场在频域空间的运动方程:

$$\begin{aligned}i\omega\tau\Delta\hat{a}_s(\omega) &= -k\Delta\hat{a}_i^\dagger(\omega) - \gamma_3\Delta\hat{a}_s(\omega) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_1}\Delta\hat{a}_s^{\text{in}}(\omega) + \sqrt{2\gamma_2}\Delta\hat{b}_s^{\text{in}}(\omega), \\ i\omega\tau\Delta\hat{a}_i(\omega) &= -k\Delta\hat{a}_s^\dagger(\omega) - \gamma_3\Delta\hat{a}_i(\omega) \\ &\quad + \sqrt{2\gamma_1}\Delta\hat{a}_i^{\text{in}}(\omega) + \sqrt{2\gamma_2}\Delta\hat{b}_i^{\text{in}}(\omega).\end{aligned}\quad (7)$$

NOPA 的输入与输出光场之间的关系表示为



$$\begin{aligned}\Delta\hat{a}_s^{\text{out}}(\omega) &= \sqrt{2\gamma_1}\Delta\hat{a}_s(\omega) - \Delta\hat{a}_s^{\text{in}}(\omega), \\ \Delta\hat{a}_i^{\text{out}}(\omega) &= \sqrt{2\gamma_1}\Delta\hat{a}_i(\omega) - \Delta\hat{a}_i^{\text{in}}(\omega).\end{aligned}\quad (8)$$

将 (3), (4), (7), (8) 式结合起来, 便可以得到工作在参量反放大状态的 NOPA 输出光场正交分量之间的量子关联噪声:

$$\begin{aligned}&\Delta\hat{X}_{as}^{\text{out}} + \Delta\hat{X}_{ai}^{\text{out}} \\ &= m(\Delta\hat{X}_{as}^{\text{in}} + \Delta\hat{X}_{ai}^{\text{in}}) + n(\Delta\hat{X}_{bs}^{\text{in}} + \Delta\hat{X}_{bi}^{\text{in}}), \\ &\Delta\hat{Y}_{as}^{\text{out}} - \Delta\hat{Y}_{ai}^{\text{out}} \\ &= m(\Delta\hat{Y}_{as}^{\text{in}} - \Delta\hat{Y}_{ai}^{\text{in}}) + n(\Delta\hat{Y}_{bs}^{\text{in}} - \Delta\hat{Y}_{bi}^{\text{in}}),\end{aligned}\quad (9)$$

$$\text{其中, } m = \frac{-k + \gamma_1 - \gamma_2 - i\omega\tau}{k + \gamma_3 + i\omega\tau}, \quad n = \frac{2\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}{k + \gamma_3 + i\omega\tau}.$$

将 (1), (2) 式写成其噪声场正交分量的表达式形式, 并结合 (9) 式, 可以用数学软件计算得到整个 CFC-NOPA 系统输出光场正交振幅和和正交位相差的量子关联噪声  $\langle\Delta^2[\hat{X}_{cs}^{\text{out}} + \hat{X}_{ci}^{\text{out}}]\rangle + \langle\Delta^2[\hat{Y}_{cs}^{\text{out}} - \hat{Y}_{ci}^{\text{out}}]\rangle$  的表达式, 由于表达式比较复杂, 通过数值分析来研究系统输出光场的量子关联噪声与不同物理参量之间的曲线依赖关系.

### 3 相干反馈控制效果与不同物理参量的曲线依赖关系

首先分析在 CFC-NOPA 系统中, 当  $T_1$  确定时,  $T_2$  的选取对输出光场量子关联噪声的影响. 结合实际的实验参数, 即当 NOPA 输出耦合镜对种子光场的透射率  $T'$  为 0.05, 非线性转换效率  $k$  为 0.01, 频谱分析仪的分析频率为 2 MHz, CFC-NOPA 系统的控制镜片 CBS 对信号光场的透射率  $T_1$  分别为 0.3, 0.5, 0.7 时, 根据第二部分的理论计算可以得到 CFC-NOPA 系统输出光场正交分量之间的量子关联噪声与 CBS 对闲置光场的透射率  $T_2$  之间的曲线依赖关系 (图 2). 其中曲线 1 表示相应的量子噪声极限; 曲线 2 表示没有反馈控制腔的作用, NOPA 单独运转时, 输出纠缠态光场的关联噪声大小; 曲线 3, 4, 5 分别表示当  $T_1$  取 0.3, 0.5, 0.7 时,  $T_2$  的取值对 CFC-NOPA 系统输出光场量子关联噪声的影响. 以曲线 3 为例来进行分析, 即当  $T_1$  的取值为 0.3 时,  $T_2$  的取值从 0 到 1 逐渐增大对相干反馈控制系统最终输出光场关联噪声的影响. 当  $T_2$  为 0 时, NOPA 的输出信号光场经过 CBS 后被分成透射部分和反射部分, 而

闲置光场则被全部反射, 此时 CFC-NOPA 系统的输出光场为热光场, 量子关联噪声大于 4, 曲线在量子噪声极限以上. 当  $0.007 < T_2 \leq 1$  时, 量子关联噪声减小到 QNL 以下, 输出两束光场之间是相互纠缠的, 在  $T_2$  从 0.007 增加到 1 的过程中, 发现整条曲线呈现先减小后增大的趋势, 并与曲线 2 有两个交点, 说明反馈控制腔的纠缠增强效果与  $T_2$  的取值密切相关, 只有在  $0.37 < T_2 < 0.66$  的取值范围内, 反馈控制光学腔才正作用于 NOPA 的运转, 增强其输出光场的纠缠度, 并且在  $T_2 = 0.52$  时 (红色虚线), 相干反馈的正作用达到最强. 曲线 4 对应  $T_1 = 0.5$  的情况, 当  $0.27 < T_2 < 0.98$  时, 相干反馈起纠缠增强的作用, 在  $T_2 = 0.61$  时 (绿色虚线), 相干反馈的正作用达到最强. 曲线 5 对应  $T_1 = 0.7$  的情况, 当  $0.32 < T_2 \leq 1$  时, 相干反馈起纠缠增强的作用, 在  $T_2 = 0.72$  时 (蓝色虚线), 相干反馈的正作用达到最强.

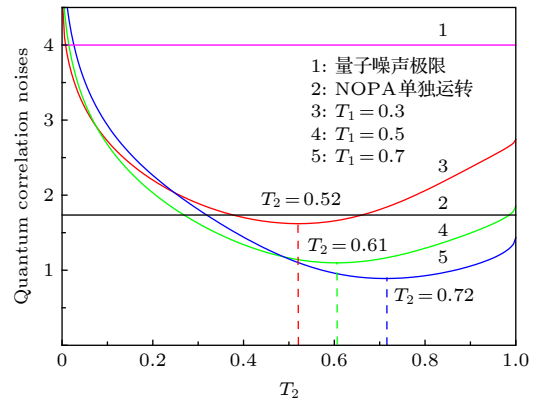


图 2 CFC-NOPA 系统输出光场正交分量之间的量子关联噪声与 CBS 对闲置光场的透射率之间的曲线关系, 虚线分别表示各个曲线的关联噪声值最小时  $T_2$  的取值大小

Fig. 2. Quantum correlation noises of two quadrature components for two output beams from CFC-NOPA system versus the transmissivity of CBS for idle optical field. Each dashed curve represents the value of  $T_2$  when the quantum correlation noises of each curve is the minimum.

接下来分析 CFC-NOPA 系统输出光场的量子关联噪声随分析频率  $\omega$  的变化曲线 (图 3). 图 3(a), (b), (c) 分别对应透射率  $T_1$  取 0.3, 0.5 以及 0.7 的情况. 其中曲线 1 表示量子噪声极限; 曲线 2 表示当  $T_2 = T_1$  时, 输出光场的量子关联噪声随  $\omega$  的曲线依赖关系; 曲线 3 表示在  $T_1$  一定的情况下,  $T_2$  在不同的分析频率处取最佳透射率 (使量子关联噪声最小的  $T_2$  取值) 时, 输出光场的量子关联噪声随  $\omega$  的曲线依赖关系; 曲线 4 表示 NOPA 单

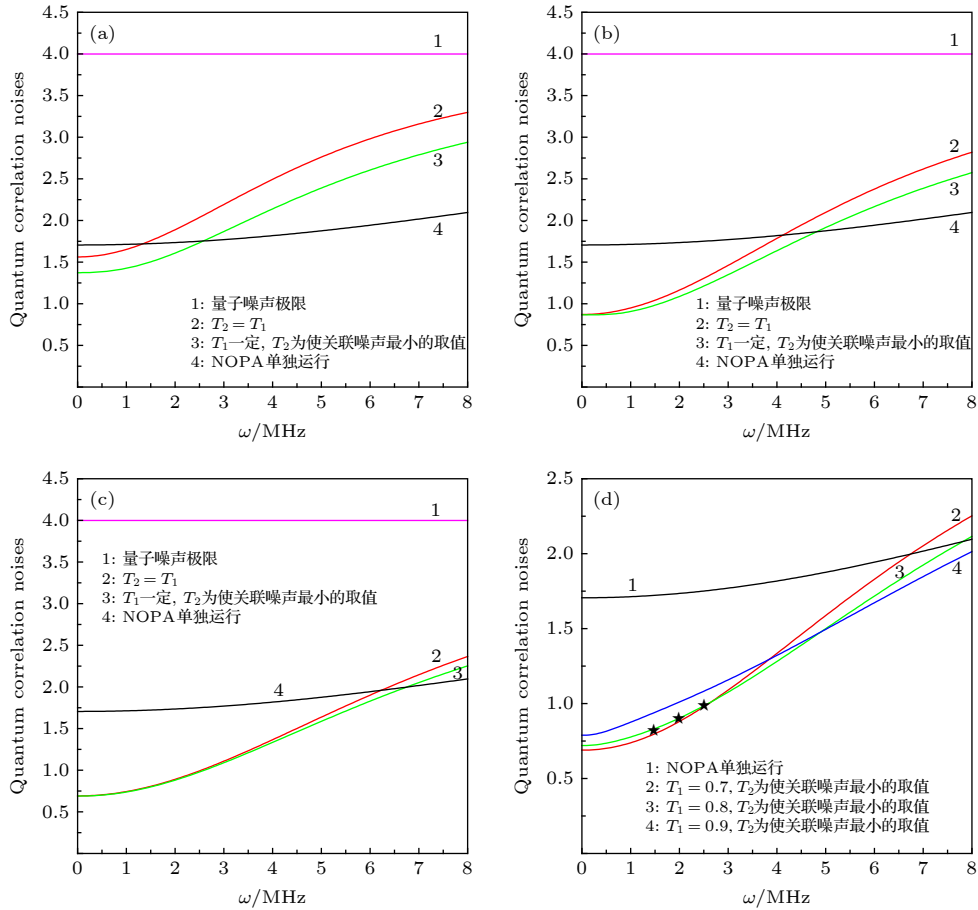


图3 CFC-NOPA 系统输出光场正交分量之间的量子关联噪声随分析频率的变化曲线 (a) 透射率  $T_1 = 0.3$ ; (b) 透射率  $T_1 = 0.5$ ; (c) 透射率  $T_1 = 0.7$ ; (d) 透射率  $T_1 = 0.7, 0.8, 0.9$

Fig. 3. Dependences of the quantum correlation noises of two quadrature components for two output beams from CFC-NOPA system on analysis frequency: (a) Transmissivity  $T_1 = 0.3$ ; (b) transmissivity  $T_1 = 0.5$ ; (c) transmissivity  $T_1 = 0.7$ ; (d) transmissivity  $T_1 = 0.7, 0.8, 0.9$ .

独运转, 不受反馈光学腔控制时, NOPA 输出光场关联噪声随 $\omega$ 的曲线依赖关系.

观察图 3(a), (b), (c) 中的曲线 2 和 3, 发现不同的曲线分别与曲线 4 相交于不同的频率临界点, 当分析频率小于该临界频率时, 相干反馈正作用于 NOPA, 对其输出光场起纠缠增强的作用; 相反, 当分析频率大于临界频率时, 相干反馈反作用于 NOPA, 降低了原本 NOPA 输出纠缠态光场的纠缠度. 这是由反馈控制环路的位相延迟引起的, 频率越高, 反馈控制效果越容易受到影响. 并且三个图中, 曲线 3 所示的关联噪声 ( $T_1 \neq T_2$ ) 总是低于曲线 2 所示的关联噪声 ( $T_1 = T_2$ ), 且频率越高, 两条曲线在同频处所对应的关联噪声相差越大. 但在图 3(c) 中, 当分析频率较低时 (0—3 MHz), 曲线 2 和 3 接近重合, 也就是说, 当  $T_1$  取 0.7 时, 可以近似认为在较低频率处, 使得相干反馈操控 EPR 光场纠缠增强效果最佳的  $T_2$  取值也是 0.7.

以上的理论分析均表明, CBS 的透射率较大时, 输出光场的关联噪声值较小. 下面就来分析当 CBS 对信号光场的透射率取较大值时, 相干反馈的控制效果. 图 3(d) 为当 CBS 对信号光场的透射率  $T_1$  取 0.7, 0.8, 0.9, 而  $T_2$  取最佳透射率时, 关联噪声随分析频率的变化曲线. 其中曲线 1 表示无反馈控制时的关联噪声, 曲线 2, 3, 4 分别对应  $T_1$  取 0.7, 0.8, 0.9 的情况, 根据曲线 2, 3, 4 与曲线 1 的位置关系, 能够找到相干反馈正作用于 NOPA 的分析频率范围. 对比曲线 2, 3, 4 发现, 分析频率较低时, 曲线 2 对应的关联噪声低于曲线 3, 曲线 3 对应的关联噪声低于曲线 4; 而分析频率较高时, 曲线 4 对应的关联噪声低于曲线 3, 曲线 3 对应的关联噪声低于曲线 2. 实验中为了避免低频处激光噪声对输出光场关联噪声的影响, 通常选择低频分析频率为 2 MHz 附近来制备纠缠态光场, 显然选用透射率为 0.7 的控制耦合镜来实现相

干反馈操控纠缠源的实验能够获得更好的纠缠态光场. 图 3 中标记的五角星分别表示当 CBS 的透射率  $T_1 = T_2 = 0.7$  时, 在 1.5, 2.0, 2.5 MHz 的分析频率处, 实验测量到的 CFC-NOPA 系统输出光场正交分量之间的量子关联噪声.

图 4 所示为 CBS 对偏振相互垂直的两束光场的透射率均约为 0.7, 分析频率为 2 MHz, 非线性转换效率  $k$  取不同值时, CFC-NOPA 系统输出光场的量子关联噪声随 NOPA 输出镜的透射率  $T'$  的变化曲线. 其中曲线 4 表示量子噪声极限, 曲线 1, 2, 3 分别对应 NOPA 的非线性转换效率  $k$  的取值为 0.01, 0.02 和 0.03 的情况. 随着 NOPA 输出镜透射率的增加, 三条曲线都呈现出先减小后增大的趋势. 曲线 1 中  $k$  的取值为实际的实验参数, 当  $T' = 0.05$  时, 最终输出光场的量子关联噪声值最低,  $\langle \Delta^2 [\hat{X}_{cs}^{\text{out}} + \hat{X}_{ci}^{\text{out}}] \rangle + \langle \Delta^2 [\hat{Y}_{cs}^{\text{out}} - \hat{Y}_{ci}^{\text{out}}] \rangle = 0.89$ , 对应纠缠态光场的纠缠度为 6.5 dB. 如果将  $k$  的取值增大到 0.02, 如曲线 2 所示,  $T'$  在 0.06 至 0.14 的范围内, 都会使得 CFC-NOPA 输出纠缠态光场的纠缠度大于 6.5 dB (曲线 1 的最佳值), 并在  $T' = 0.14$  时得到输出光场关联噪声的最小值,  $\langle \Delta^2 [\hat{X}_{cs}^{\text{out}} + \hat{X}_{ci}^{\text{out}}] \rangle + \langle \Delta^2 [\hat{Y}_{cs}^{\text{out}} - \hat{Y}_{ci}^{\text{out}}] \rangle = 0.33$ , 对应纠缠态光场的纠缠度为 10.8 dB. 同理, 在曲线 3 所示的情况下,  $T'$  在 0.16 至 0.21 的范围内, 都使得 CFC-NOPA 输出纠缠态光场的纠缠度大于 10.8 dB (曲线 2 的最佳值), 在  $T' = 0.21$  时得到输出光场关联噪声的最小值,  $\langle \Delta^2 [\hat{X}_{cs}^{\text{out}} + \hat{X}_{ci}^{\text{out}}] \rangle + \langle \Delta^2 [\hat{Y}_{cs}^{\text{out}} - \hat{Y}_{ci}^{\text{out}}] \rangle = 0.25$ , 对应的纠缠度为 12.0 dB. 以上分析表明, 可以通过提高 NOPA 的非线性转换效率  $k$  以及输出镜的透射率  $T'$  来进一步优化该相干反馈控制系统, 得到更高纠缠度的纠缠态光场. 但是由于 NOPA 输出镜的透射率越高, 光学腔

对应的抽运光功率阈值就越高, 所以在具体实验过程中,  $T'$  的取值不能太大.

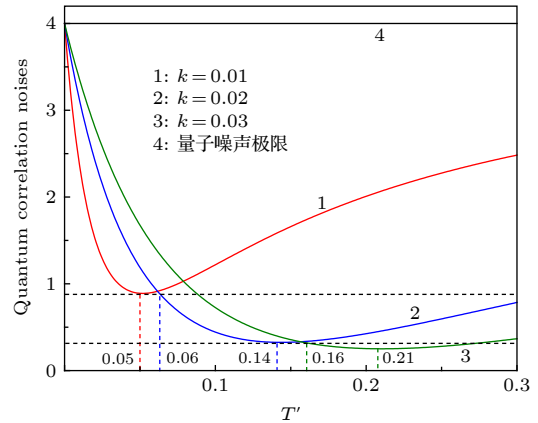


图 4 CFC-NOPA 系统输出光场正交分量之间的量子关联噪声随 NOPA 输出镜透射率的变化曲线. 红色虚线表示曲线 1 取最小值时  $T'$  的大小; 蓝色虚线表示曲线 2 的取值小于曲线 1 的最小值时  $T'$  的临界值大小; 绿色虚线表示曲线 3 的取值小于曲线 2 的最小值时  $T'$  的临界值.

Fig. 4. Quantum correlation noises of two quadrature components for two output beams from CFC-NOPA system versus transmissivity of output coupler of NOPA. The red dashed curve represents the value of  $T'$  when curve 1 takes the minimum. The blue dashed curves represent the critical value of  $T'$  when the value of curve 2 is less than the minimum value of curve 1. The green dashed curves represent the critical value of  $T'$  when the value of curve 3 is less than the minimum value of curve 2.

#### 4 相干反馈操控纠缠源的实验研究

图 5 为实验装置示意图, 主要包含三部分: 激光源、相干反馈控制系统以及最后的测量系统. 激光器选用的是由宇光公司生产的双波长全固态激光器, 可以输出波长为 540 nm 的绿色激光和波长为 1080 nm 的红外激光. 绿光为 CFC-NOPA 系统提供抽运光场, 红外光一部分为 CFC-NOPA 系统提供种子光场, 另一部分为测量系统提供本地振荡

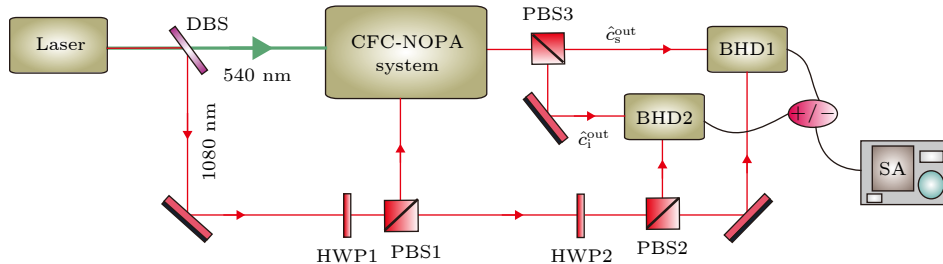


图 5 实验装置示意图. DBS: 双色分束镜; HWP1-2:  $\lambda/2$  波片; PBS1-3: 偏振分光棱镜; BHD1-2: 平衡零拍探测器; SA: 频谱分析仪.  
Fig. 5. Schematic diagram of experimental setup. DBS: dichroic beam splitter; HWP1-2:  $\lambda/2$  waveplate; PBS1-3: polarizing beam splitter; BHD1-2: balanced homodyne detectors; SA: spectrum analyzer.

光场. 相干反馈控制系统的最终输出光场通过偏振分光棱镜分开后, 分别用平衡零拍探测器进行测量. 接下来详细介绍相干反馈控制系统.

图 6 为实验设计的 CFC-NOPA 系统, 包括两部分: 1) 用于产生 EPR 纠缠态光场的 NOPA——由镜片 M1, M2, M3, M4 构成的四镜环形腔; 2) 起反馈控制作用的反馈控制光学腔——由镜片 M1, M5, M6, M7 构成的四镜环形腔. 镜片 M3, M4, M5, M6 为曲率半径为 100 mm 的平凹镜, 镀膜均对基频光高反, 对倍频光高透. 抽运光场由镜片 M3 注入, 平面镜 M2 镀膜对基频光高反, 对倍频光高透, 平面镜 M1 为 NOPA 的输入输出耦合镜, 对基频光场的透射率为  $T' = 0.05$ , 对倍频光场高

透. 平面镜 M7 是整个 CFC-NOPA 系统的输入输出镜, 即理论分析中的控制耦合镜 CBS. 为了使 NOPA 输出纠缠态光场, 将大小为  $3 \text{ mm} \times 3 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$  的 KTP 晶体放在两个平凹镜 M3 和 M4 中间, 并用温度控制仪将其精密控温在  $63 \text{ }^\circ\text{C}$  左右来满足晶体的 II 类非临界位相匹配条件. 压电陶瓷 PZT1 被固定在平凹镜 M4 上, 用来控制 NOPA 的腔长, PZT2 被固定在平凹镜 M6 上, 用来控制反馈控制腔的腔长, 使得反馈控制腔的正作用达到最佳.

相干反馈的控制效果受控于耦合镜 M7 透射率的选取. 首先选用透射率为 1 的 M7, 此时仅有 NOPA 单独运转, 调节 NOPA 的腔长, 并将其锁

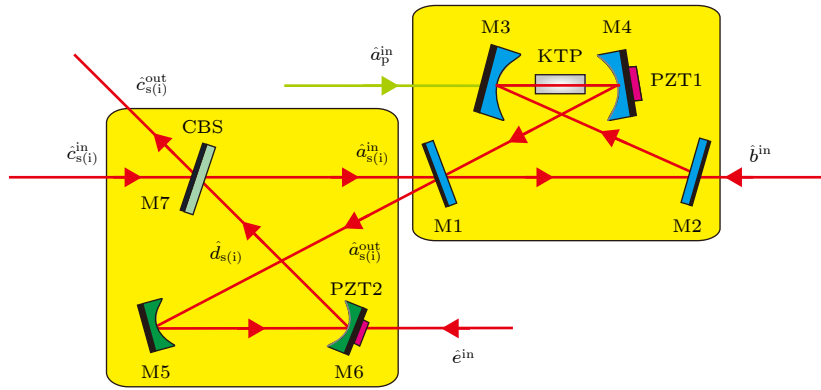


图 6 CFC-NOPA 系统的实验结构图

Fig. 6. Experimental structure of the CFC-NOPA system.

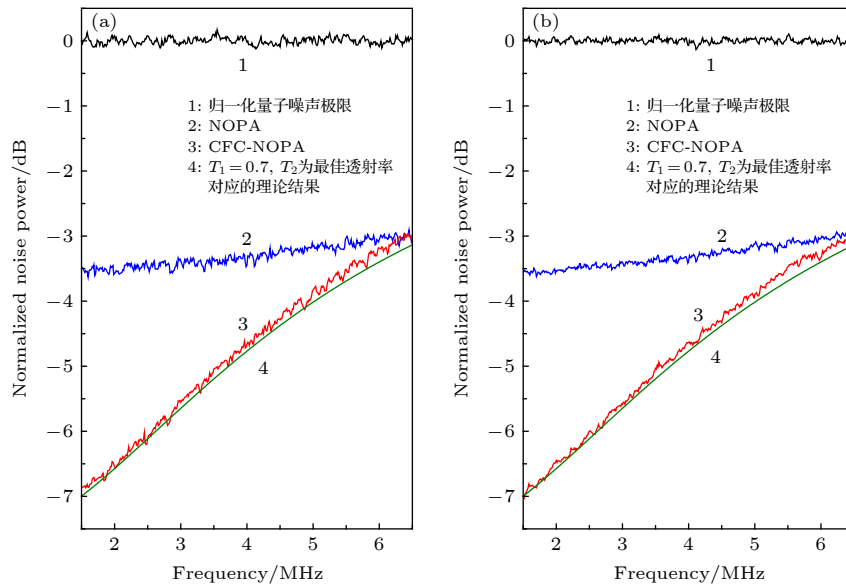


图 7 实验测量结果图, SA: RBW 10 kHz; VBW 100 Hz (a) 正交振幅分量差的量子噪声功率; (b) 正交相位分量差的量子噪声功率  
Fig. 7. Diagram of experimental measurement results: (a) The measured amplitude-sum correlation variances noise powers of the output beams; (b) the measured phase-difference correlation variances noise powers of the output beams. The measurement parameters of SA: RBW 10 kHz; VBW 100 Hz.



定在最佳长度, 锁定输入抽运光场和种子光场的相对位相于 $\pi$ , 锁定平衡零拍探测系统中纠缠光场和 local 光场的相对位相于 0 或者 $\pi/2$ , 分别对输出光场正交振幅分量以及正交位相分量的量子噪声功率进行测量, 测到量子关联噪声低于散粒噪声基准 3.5 dB 的 EPR 纠缠态光场. 然后将 M7 换为透射率约为 0.7 的耦合镜, 调节 CFC-NOPA 系统, 使其运转在最佳状态, 并锁定 NOPA 和反馈控制腔的腔长, 用同样的方法分别对输出光场正交振幅分量以及正交位相分量的量子噪声功率进行测量. 测量结果如图 7 所示, 其中图 7(a) 表示输出光场正交振幅和的量子噪声功率, 图 7(b) 表示输出光场正交位相差的量子噪声功率. 曲线 1 表示归一化的量子噪声极限值; 曲线 2 表示无反馈控制腔作用时, NOPA 输出光场的量子噪声功率, 低于散粒噪声极限 3.5 dB; 曲线 3 表示 CBS 对偏振相互垂直的基频光场透射率均约为 0.7 时, CFC-NOPA 系统输出光场的噪声功率; 曲线 4 表示当  $T_1$  取 0.7,  $T_2$  在对应分析频率处取最佳透射率时的理论计算结果. 对比曲线 3 和 4, 当分析频率较低时,  $T_1$  和  $T_2$  的取值相等和不等的情况对反馈腔的最终控制效果基本一样, 但是当分析频率较高时, 明显  $T_1 \neq T_2$  的情况使得反馈控制的效果达到最佳.

该实验表明, 利用相干反馈的方法可以操控 NOPA, 选择合适的实验参数, NOPA 原本输出的低于散粒噪声极限 3.5 dB 的纠缠态光场的纠缠度得到了提高. 根据第三部分的理论分析, 如果将 NOPA 的非线性转换效率和它的输出镜透射率再进一步提高, 可获得更高质量的连续变量纠缠源.

## 5 结 论

利用量子相干反馈可以操控纠缠产生系统, 包括稳定、改善甚至恶化纠缠产生系统的运转, 只有选择正确的实验参数, 才能最大限度地发挥相干反馈的正作用. 相干反馈控制系统中的控制耦合镜很大程度上影响着相干反馈操控纠缠源的最终效果. 本文考虑控制镜对信号光场和闲置光场透射率不同的情况, 首先分析了控制镜对信号光场的透射率固定时, 它对闲置光场的透射率对于相干反馈操控效果的影响, 得出当 CBS 的透射率较低时, 它对两种偏振光场的透射率不同的情况使得反馈控制的效果达到最佳, 当 CBS 的透射率较高时, 使得反馈

控制的效果达到最佳的控制镜的透射率对两种偏振光场是接近相等的. 然后理论分析了相干反馈控制系统输出光场的量子关联噪声与其他物理参量的变化曲线, 结合实际的实验条件, 得出相干反馈操控纠缠源达到理想效果时, 控制镜透射率的取值以及分析频率的取值范围, 理论计算和实验结果相吻合, 为今后实验实现相干反馈系统中物理参量的选取提供了有力的依据. 理论分析还得出如果能进一步提高光学腔的输入输出耦合效率以及非线性转换效率, 优化相干反馈操控纠缠源的实验系统, 可以获得更高质量的连续变量纠缠源, 为连续变量量子信息的研究提供了更好的量子资源.

## 参考文献

- [1] Zhou Y Y, Yu J, Yan Z H, Jia X J, Zhang J, Xie C D, Peng K C 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 150502
- [2] Liu Y H, Wu L, Yan Z H, Jia X J, Peng K C 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 034202 (in Chinese) [刘艳红, 吴量, 闫智辉, 贾晓军, 彭堃堃 2019 物理学报 **68** 034202]
- [3] Zhou Y Y, Tian J F, Yan Z H, Jia X J 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 064205 (in Chinese) [周瑶瑶, 田剑锋, 闫智辉, 贾晓军 2019 物理学报 **68** 064205]
- [4] Agarwal G S 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 023601
- [5] Zhang J, Ye C G, Gao F, Xiao M 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 233602
- [6] Chen H X, Zhang J 2009 *Phys. Rev. A* **79** 063826
- [7] Shang Y N, Jia X J, Shen Y M, Xie C D, Peng K C 2010 *Opt. Lett.* **35** 853
- [8] Yan Z H, Jia X J, Su X L, Duan Z Y, Xie C D, Peng K C 2012 *Phys. Rev. A* **85** 040305(R)
- [9] Zhou Z F, Liu C J, Fang Y M, Zhou J, Glasser R T, Chen L Q, Jing J T, Zhang W P 2012 *Appl. Phys. Lett.* **101** 191113
- [10] Vanderbruggen T, Kohlhaas R, Bertoldi A, Bernon S, Aspect A, Landragin A, Bouyer P 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 210503
- [11] Yan Z H, Jia X J 2017 *Quantum Sci. Technol.* **2** 024003
- [12] Bushev P, Rotter D, Wilson A, Dubin F, Becher C, Eschner J, Blatt R, Steixner V, Rabl P, Zoller P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 043003
- [13] Kerckhoff J, Andrews R W, Ku H S, Kindel W F, Cicak K, Simmonds R W, Lehnert K W 2013 *Phys. Rev. X* **3** 021013
- [14] Vijay R, Macklin C, Slichter D H, Weber S J, Murch K W, Naik R, Korotkov A N, Siddiqi I 2012 *Nature* **490** 77
- [15] Ristè D, Dukalski M, Watson C A, Lange G D, Tiggelman M J, Blanter Y M, Lehnert K W, Schouten R N, DiCarlo L 2013 *Nature* **502** 350
- [16] Vuglar S L, Petersen I R 2017 *IEEE Trans. Autom. Control* **62** 998
- [17] Chung H W, Guha S, Zheng L 2017 *Phys. Rev. A* **96** 012320
- [18] Wiseman H M, Milburn G J 2009 *Quantum Measurement and Control* (the first version) (England: Cambridge University Press) pp216–237
- [19] Sayrin C, Dotsenko I, Zhou X X, Peaudecerf B, Rybarczyk T, Gleyzes S, Rouchon P, Mirrahimi M, Amini H, Brune M, Raimond J, Haroche S 2011 *Nature* **477** 73
- [20] Inoue R, Tanaka S I R, Namiki R, Sagawa T, Takahashi Y



- 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 163602
- [21] Wiseman H M, Milburn G J 1994 *Phys. Rev. A* **49** 4110
- [22] Nelson R J, Weinstein Y, Cory D, Lloyd S 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 3045
- [23] Hamerly R, Mabuchi H 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 173602
- [24] Mabuchi H 2008 *Phys. Rev. A* **78** 032323
- [25] Dong D Y, Petersen I R 2010 *IET Control Theory A* **4** 2651
- [26] Jacobs K, Wang X, Wiseman H M 2014 *New J. Phys.* **16** 073036
- [27] Yamamoto N 2014 *Phys. Rev. X* **4** 041029
- [28] Gough J E, Wildfeuer S 2009 *Phys. Rev. A* **80** 042107
- [29] Iida S, Yukawa M, Yonezawa H, Yamamoto N, Furusawa A 2012 *IEEE Trans. on Automat. Contr.* **57** 2045
- [30] Crisafulli O, Tezak N, Soh D B S, Armen M A, Mabuchi H 2013 *Opt. Express* **21** 18371
- [31] Kerchhoff J, Nurdin H I, Pavlichin D, Mabuchi H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 040502
- [32] Wang D, Xia C Q, Wang Q J, Wu Y, Liu F, Zhang Y, Xiao M 2015 *Phys. Rev. B* **91** 121406(R)
- [33] Zhou Y Y, Jia X J, Li F, Yu J, Xie C D, Peng K C 2015 *Sci. Rep.* **5** 11132
- [34] Duan L M, Giedke G, Cirac J I, Zoller P 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2722
- [35] Simon R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2726

## Analysis of entanglement source based on coherent feedback control\*

Zhou Yao-Yao<sup>1)†</sup> Li Peng-Fei<sup>1)</sup> Yan Zhi-Hui<sup>2)3)</sup> Jia Xiao-Jun<sup>2)3)</sup>

1) (*Department of Physics, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China*)

2) (*State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

3) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

( Received 30 July 2019; revised manuscript received 27 August 2019 )

### Abstract

Entangled state of light with quantum correlations between amplitude and phase quadratures is a necessary quantum resource in optical continuous variable (CV) quantum information systems. The CV Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) entangled optical field is one of the most basic quantum resources, which can be generated by a non-degenerate optical parametric amplifier (NOPA) operated below the threshold pump power. Manipulating the EPR entangled state of light effectively can break through the limitation of the imperfect performance of optical components in optical cavities and then further improve the entanglement level under certain conditions. So it is necessary to find out an effective optical scheme of manipulating quantum state of light. The non-measurement based coherent feedback control (CFC) system without introducing any extra noise into the controlled system, can be used to stabilize, control and improve the performance of various quantum systems. Only by selecting the right experimental parameters can the CFC system play its positive role in reaching a maximum efficacy. The key optical component, i.e. optical controller in CFC system, greatly affects the final manipulation effects. In 2015, using the method of CFC, our research team experimentally realized the enhancement of entanglement to different levels by changing the optical controller with different transmissivity values for seed optical beams. At the same time, the threshold pump power of the NOPA is reduced to different levels also. Due to the technical reasons, the transmissivity of the optical controller selected in the experiment is

\* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2016YFA0301402), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11804246, 11805141, 11904218, 11847111, 61775127, 11654002), the Scientific and Technological Innovation Programs of Higher Education Institutions in Shanxi, China (Grant No. 2019L0794), the Program for Sanjin Scholars of Shanxi Province of China, the Shanxi Scholarship Council of China, the Fund for Shanxi "1331 Project" Key Subjects Construction, China, the Program for the Outstanding Innovative Teams of Higher Learning Institutions of Shanxi, China, and the "1331 Program" of Taiyuan Normal University, China.

† Corresponding author. E-mail: [zhouyaoaofangxia@163.com](mailto:zhouyaoaofangxia@163.com)

almost the same for the signal optical field and idle optical field. In this paper, we emphasize the condition that the transmissivity of the optical controller for the signal optical field is different from that for idle optical field. Firstly, we theoretically study the final effects of manipulating entanglement source by using the coherent feedback optical cavity under the above conditions. It is concluded that if the transmittance of control beam splitter (CBS) is low, the feedback control optical cavity works best when the optical controller has different transmissivity for signal optical beam and idle optical beam, and that if the transmittance of CBS is high, the transmittance of the optical controller for signal optical beam almost equals that for idle optical beam to make the feedback control optical cavity work best. Then we theoretically investigate the dependence of the quantum correlation noise of the quadrature amplitude and quadrature phase of the output optical fields from CFC-NOPA system on other physical parameters. Combining with the actual experimental conditions, we can find the optimal transmissivity of the optical controller and appropriate range of frequency to optimize the effects of CFC, which provides the basis for correctly selecting the actual experimental parameters in CFC systems. Theoretical analysis results also show that with the higher input and output coupling efficiency and higher nonlinear conversion efficiency of NOPA, the entangled state of light with higher entanglement degree can be obtained experimentally. This provides the reference for obtaining better quantum resources needed for studying the CV quantum information.

**Keywords:** Einstein-Podolsky-Rosen entangled optical fields, coherent feedback control, optical controller, entanglement enhancement

**PACS:** 42.50.-p, 42.50.Lc, 42.65.Yj, 87.19.lr

**DOI:** [10.7498/aps.68.20191168](https://doi.org/10.7498/aps.68.20191168)