

优化递归变分模态分解及其在非线 信号处理中的应用*

许子非¹⁾²⁾ 岳敏楠¹⁾ 李春^{1)2)†}

1) (上海理工大学能源与动力工程学院, 上海 200093)

2) (上海市动力工程多相流动与传热重点实验室, 上海 200093)

(2019年6月30日收到; 2019年9月11日收到修改稿)

经验模态分解一类的递归算法所产生的模态混淆和端点效应将导致所获物理信息失真, 变分模态分解可改善这些问题. 但因其需预设参数, 对信号分解精度影响显著, 为此, 提出采用目标信号功率谱峰值所对应的频率以初始化变分模态分解所需中心频率, 借鉴经验模态分解递归模型, 基于能量截止法将变分模态分解改进为递归模式算法, 并采用粒子群优化算法对具有带宽约束能力的惩罚因子进行最优取值, 构成优化递归变分模态分解. 通过对比分析经验模态分解, 集成经验模态分解及优化递归变分模态分解在分解信号时的计算精度; 研究传统变分模态分解与优化递归变分模态分解在处理实际振动信号时计算速率. 结果表明: 优化递归变分模态分解在处理目标信号时精度最高, 与原分量相关性达 99.9%; 与集成经验模态分解对比, 可由低至高将信号分解至不同频段, 物理意义更加清晰且不产生虚假模态; 处理实际非线性信号时, 优化递归变分模态分解无需预设分解模态个数, 相比于传统变分模态分解, 计算速率高 12.5%—18.5%.

关键词: 变分模态分解, 非线性, 信号处理

PACS: 84.40.Ua, 07.50.Qx, 43.60.Wy

DOI: 10.7498/aps.68.20191005

1 引言

非平稳信号具有随机性强、稳定性差与物理信息混叠等特点^[1]. 为探寻非稳定信号中所含信息, 在结构分析、故障诊断乃至医学领域^[2-5], 相关学者对信号(时间序列)分解技术已展开诸多研究. 其中, 应用较为广泛的有小波分解(wavelet transform, WT)、经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)、集合经验模态分解(ensemble empirical mode decomposition, EEMD)和局部均值分解(local mean decomposition, LMD)等^[6-9]. WT方法采用缩放、平移窗函数将原信号分解为若干小波叠加的形式, 但易产生无物

理意义的虚假谐波, 影响结果分析^[10]. EMD与EEMD均属于递归模式分解, EEMD在处理信号时, 通过对信号加入高斯噪声以抑制EMD处理信号时易产生的模态混淆的问题, 可有效处理非线性、非平稳信号分解; 但在EEMD迭代过程中, 由于包络线估计误差的叠加, 导致引发端点效应及模态混淆^[11]. LMD作为递归算法, 可自适应分解无规则信号至多个含物理意义的乘积函数分量, 较小波分析有更好的自适应性, 但无法分离频率相近的信号. 以上方法因求解本质属于递归分解, 均存在包络线估计误差随迭代而累计, 从而导致模态混淆及端点效应, 影响对物理信息的提取及分析.

为此, Dragomiretskiy和Zosso^[12]提出基于Hilbert变换、Wiener滤波及频率混合等概念的新

* 国家自然科学基金(批准号: 51976131, 51676131)、国家自然科学基金地区合作与交流项目(批准号: 51811530315)和上海市“科技创新心动计划”地方院校能力建设项目(批准号: 19060502200)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: lichunusst@163.com

型分解方法——变分模态分解 (variational mode decomposition, VMD), 该方法因具有完备的数学理论基础, 通过求解约束变分模型代替原有的递归模式, 从而抑制模态混淆、避免端点效应及解决相近频率难分离的问题^[13].

采用 VMD 对信号进行求解时, 涉及模态分解数、惩罚因子、保真系数及收敛条件等参数的预设. 研究表明, 其中惩罚因子 α 与模态分解数 K 对信号分解精度影响最为显著^[14]. 已有学者针对惩罚因子 α 与模态分解数 K 的何种取值对分解效果如何影响做了相关研究. 文献^[15]以 VMD 分解所获分量间的相关系数作为约束, 从而确定模态分解数 K 的取值, 并将改进 VMD 与深度置信网络相结合, 实现故障预警. 文献^[16]以包络熵作为 VMD 参数优化的目标函数进行寻优取值, 结果具有良好的分解精度, 并将其应用于滚动轴承故障诊断中. 文献^[17]将 VMD 与多尺度排列熵相结合, 在生物组织变性识别中获得较优的聚类效果与分类性能. Baldini 等^[18]比较 VMD 与 EMD 在分解无线电信号的准确性, 并采用机器学习对信号进行分类, 得出基于 VMD 分解的信号具有更高的准确性. Chen 等^[19]分别采用 VMD 与 EMD 对轴承振动信号进行分解, 以能量熵作为特征值构建特征向量, 并采用支持向量机对特征向量进行分类, 结果表明以 VMD-能量熵构建的特征样本, 使得分类结果具有更高的准确性, 但未考虑 VMD 分解时预设参数对 VMD 分解精度的影响. 为此, Cui 等^[20]基于目标信号瞬时频率, 对 VMD 算法 K 值设定进行改进, 指出该方法可提升 VMD 分解精度, 并成功用于智能负载建模与去噪, 但忽略了 VMD 分解时以约束带宽的参数——惩罚因子对结果的影响.

以上研究采用 VMD 处理信号时, 或考虑模态分解数对分解效果的影响, 而忽略了惩罚因子对带宽约束, 致使分解效果不佳; 或采用局部寻优的方法对惩罚因子与模态分解数进行选择, 未考虑预设参数间的互交性; 又或基于分量特征值作为分解效果判别标准, 以获取全局优化的参数组合, 但缺乏一定的物理意义.

因此, 本文针对 VMD 处理信号前需预设惩罚因子 α 与模态分解数 K , 且 α 与 K 取值组合对分解精度有显著影响的问题, 提出一种优化递归 VMD 算法 (optimized recursive variational mode decomposition, ORVMD), 该算法借鉴 EMD 递归

分解时可自适应获取模态分解数 K 的优点, 以目标信号功率谱最大值对应的频率作为初始频率, 并基于能量差追踪法将传统 VMD 改进为递归 VMD, 并采用粒子群优化算法获取惩罚因子 α 的最优取值, 得到最佳 α , K 组合, 以保证分解所得分量具有更多的物理信息. 对比 EMD, EEMD 及 ORVMD 在分解信号时的精确性, 分析 EEMD 与 ORVMD 在处理非线性调制信号时的可靠性, 研究传统 VMD 与 ORVMD 解决实际振动信号时的时效性, 发现 ORVMD 具有更高的计算精度与效率, 亦可保留更多的物理信息, 以期作为信号处理、结构分析及故障诊断等方面奠定理论基础, 提供处理方法.

2 VMD 算法

VMD 算法是基于 Wiener 滤波、Hilbert 变换与外差解调所形成的一种分解算法, 因其具有完备的数学基础, 采用 VMD 处理信号时可有效避免 EMD 类算法导致的模态混淆及端点效应. 与属递归性质的 EMD 类算法不同, VMD 属约束变分性问题, 通过假设模态分量的中心频率, 将约束模态带宽的过程转化为约束变分问题, 求解变分模型以实现模态分解. VMD 算法中涉及的约束变分模型为

$$\begin{cases} \min_{\{u_k\}, \{\omega_k\}} \left\{ \sum_{k=1}^K \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\} \\ \text{s.t. } \sum_k u_k = f, \end{cases} \quad (1)$$

式中 $\{u_k\} = \{u_1, u_2, \dots, u_k\}$ 与 $\{\omega_k\} = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k\}$ 分别为第 k 个模态分量及其相应中心频率, 共 K 个模态; $\delta(t)$ 为单位脉冲函数; j 表示虚数单位; $*$ 表示卷积运算; ∂_t 为偏导运算; f 为目标信号.

引入惩罚因子 α 和 Lagrange 乘子 λ 以求解变分约束问题. 所得增广 Lagrange 表达式如下:

$$\begin{aligned} & L(\{u_k\}, \{\omega_k\}, \lambda) \\ &= \alpha \sum_{k=1}^K \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \\ &+ \left\| f(t) - \sum_{k=1}^K u_k(t) \right\|_2^2 + \left\langle \lambda(t), f(t) - \sum_{k=1}^K u_k(t) \right\rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

采用交替方向乘子算法 (alternate direction method of multipliers, ADMM) 更新迭代求解

(2) 式的鞍点, 在频域内迭代更新 u_k , ω_k 及 λ .

VMD 将信号分解为 K 个模态分量, 步骤如下:

- 1) 初始化 $\{\hat{u}^1\}$, $\{\hat{\omega}^1\}$, $\hat{\lambda}^1$ 和 n 为零;
- 2) u_k 和 ω_k 分别由 (3) 式和 (4) 式迭代更新,

$$\hat{u}_k^{n+1}(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - \sum_{i=1}^{k-1} \hat{u}_i^{n+1}(\omega) - \sum_{i=k+1}^K \hat{u}_i^n(\omega) + \frac{\hat{\lambda}(\omega)}{2}}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k^n)^2}, \quad (3)$$

$$\omega_k^{n+1} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_k^{n+1}(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_k^{n+1}(\omega)|^2 d\omega}, \quad (4)$$

式中 τ 为保真系数; \wedge 表示傅里叶变换; n 为迭代次数;

- 3) 通过 (5) 式更新 λ ,

$$\hat{\lambda}^{n+1}(\omega) = \hat{\lambda}^n(\omega) + \tau \left(\hat{f}(\omega) - \sum_{k=1}^K \hat{u}_k^{n+1}(\omega) \right); \quad (5)$$

4) 重复步骤 2 和 3, 至满足迭代终止条件, 终止条件由 (6) 式给出,

$$\sum_{k=1}^K \left(\|\hat{u}_k^{n+1}(\omega) - \hat{u}_k^n(\omega)\|_2^2 / \|\hat{u}_k^n(\omega)\|_2^2 \right) < \varepsilon, \quad (6)$$

式中 ε 为判别精度, 且 $\varepsilon > 0$; 上标 n 为迭代步数, 下标 k 表示当前模态数;

- 5) 输出 K 个模态分量.

3 优化递归 VMD 算法

与 EMD 等递归分解算法相比, VMD 具有较高的准确性与稳定性. 但 VMD 算法需给出预设模态分解数 K , 且 K 的取值影响分解精度. 因此, 借鉴 EMD 递归思想, 提出一种递归 VMD 算法. 借鉴能量差追踪法以设定停止条件, 实现递归 VMD 算法. 该方法既拥有 VMD 算法中可抑制求解包络线迭迭误差而导致失真的优点, 也可实现自适应分解, 无需预设模态分解数 K .

3.1 递归算法

3.1.1 改进变分模型

基于传统 VMD 算法, 给定初始模态分解数 $K = 1$ 的约束变分模型, 获得有限带宽本征模态函

数 (bandwidth intrinsic mode function, BIMF), 将 (1) 式转化为 (7) 式.

$$\begin{cases} \min_{u, \omega} \left\{ \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u(t) \right] e^{-j\omega t} \right\| \right\} \\ \text{s.t. } u = f. \end{cases} \quad (7)$$

引入惩罚因子 α 和 Lagrange 乘子 λ 后, (2) 式将变为 (8) 式, (5) 式和 (6) 式被转换为 (9) 式和 (10) 式, 其余步骤与传统 VMD 算法相同.

$$\begin{aligned} L(u_k, \omega_k, \lambda) &= \alpha \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \\ &+ \|f(t) - u(t)\|_2^2 + \langle \lambda(t), f(t) - u(t) \rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\hat{u}^{n+1}(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - \hat{\lambda}(\omega)/2}{1 + 2\alpha(\omega_0 - \omega)^2}, \quad (9)$$

$$\omega^{n+1} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}(\omega)|^2 d\omega}. \quad (10)$$

采用 ADMM 算法时, 中心频率 ω_k 需预计算. 而 Dragomiretskiy 等^[12] 所提出三种初始化中心频率的方法 (分别为: 赋予初值零、线性化及随机初值化) 均有一定的局限性. 其中线性化以获取初值具有较好的准确性与稳定性, 但当 $K = 1$ 时, 中心频率 $\omega_k = 0$, 与赋予初值零情况相同, 从而导致线性化失败. 因此, 提出以目标信号功率密度谱 (power density spectrum, PSD) 最大值所对应的频率作为 ω_k 初值.

3.1.2 停止准则

Huang 等^[21] 与 Damerval 等^[22] 所提出的停止准则均不适用于 VMD 算法, 故采用 Cheng 等^[23] 所提出的能量差追踪法应用于本文所提出的改进变分模型. 基于能量差追踪法的 VMD 停止准则如下.

假设目标信号 $f(t)$ 分解后所得 BIMF 分量 $u_k(t)$ 具有正交性, 由 (11) 式给出, 其总能量表达式由 (12) 式给出.

$$f(t) = u_1(t) + u_2(t) + \dots + u_n(t) = \sum_{k=1}^n u_k(t), \quad (11)$$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=1}^n u_k(t) \right]^2 dt, \quad (12)$$

式中 E 为原信号能量.

因各 BIMF 的正交性, (12) 式可表示为

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=1}^n u_k(t) \right]^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} u_1(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} u_2(t) dt + \dots + \int_{-\infty}^{\infty} u_n(t) dt = E_1 + E_2 + \dots + E_n, \quad (13)$$

式中 $E_1 + E_2 + \dots + E_n$ 为各 BIMF 分量的能量.

当 BIMF 分量完全正交时, 各 BIMF 能量之和 E_{total} 应与原信号能量 E 相等,

$$E_{\text{total}} = E_1 + E_2 + \dots + E_n = E; \quad (14)$$

但当 BIMF 分量不完全正交时, E_{total} 与 E 之间存在误差 E_{err} ,

$$E_{\text{err}} = E - E_{\text{total}} = E - (E_1 + E_2 + \dots + E_n). \quad (15)$$

能量误差 E_{err} 越接近零, 表明分解效果越好, 与原分量符合度更高, 所得模态分量颇含物理意义. 因此, 令 E_{err} 的绝对值 $|E_{\text{err}}|$ 为停止准则, 当 $|E_{\text{err}}|$ 小于收敛阈值时停止迭代, 以获取最佳模态分解数 K .

3.1.3 递归 VMD 算法

基于以上提出的改进变分模型, 结合能量差追踪法确定收敛条件, 递归 VMD 算法流程图如图 1 所示, 具体计算步骤如下:

- 1) 输入目标信号, 通过计算目标信号的 PSD, 以 PSD 最大值对应的频率最为中心频率 ω_{initial} ;
- 2) 采用步骤 1 获取的中心频率进行迭代, 并

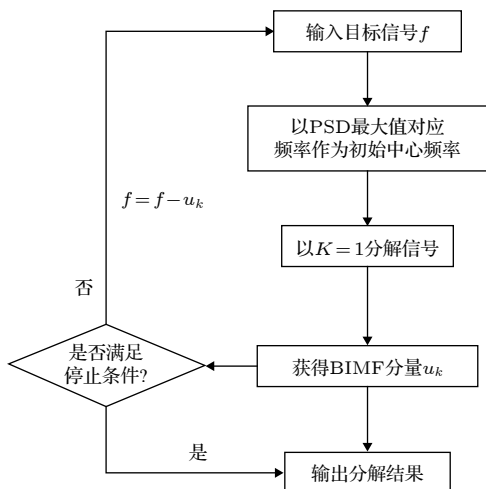


图 1 递归 VMD 流程

Fig. 1. The recursive VMD diagram.

预设模态分解数 $K = 1$, 获取 (7) 式的变分模型, 通过 (9) 式和 (10) 式分别获取 u_k 与 ω_k ;

3) 采用步骤 2 获取的 u_k 作为 BIMF 分量, 将 $f - u_k$ 作为新目标信号并重复步骤 1 与 2;

4) 对于分解所得 BIMF 分量, 通过 (15) 式计算能量误差 $|E_{\text{err}}|$, 当 $|E_{\text{err}}|$ 小于收敛阈值时停止分解并获取全部 BIMF 分量. 根据计算经验, 采用 $|E_{\text{err}}| \leq [(0.7 \sim 2.0) E]/100$ 为收敛阈值;

5) 输出全部 BIMF 分量.

3.2 PSO 算法

粒子群优化算法 (particle swarm optimization, PSO) 是由 Kennedy 和 Eberhart^[24] 受鸟群觅食行为启发所提出的. 在 PSO 算法中, 每个粒子具有相应的速度与位置以调整自身的状态, 粒子的位置代表待优化问题的潜在解. PSO 算法的数学描述如下.

在 D 维空间中, 存在由 m 个粒子组成的种群, 第 i 个粒子在 D 维空间中的位置向量为 $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})^T$, 其速度向量为 $\mathbf{V}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})^T$, 第 i 个粒子的最佳位置由向量 $\mathbf{P}_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})^T$ 表示, 种群最佳位置由向量 $\mathbf{P}_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})^T$ 表示, 速度与位置的更新由 (16) 式和 (17) 式所示.

$$v_{id}^{k+1} = \omega v_{id}^k + c_1 \eta (p_{id} - x_{id}^k) + c_2 \eta (p_{gd} - x_{id}^k), \quad (16)$$

$$x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + v_{id}^{k+1}, \quad (17)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, m$; $d = 1, 2, \dots, D$; k 为当前进化代数; c_1 与 c_2 为学习因子; ω 为惯性权重; η 为 $[0, 1]$ 内随机数.

3.3 ORVMD 算法

以上所提出的递归 VMD 方法虽可自适应获取分解模态数 K , 但惩罚因子 α 作为约束带宽的参数, 其取值也严重影响了信号处理的准确性. 带宽的变化影响分解所获各模态能量的变化, 从而进一步影响递归模态分解数 K 或信号分解失效^[25]. 因此, 以能量误差 $|E_{\text{err}}|$ 为寻优过程的适应度函数, 将适应度函数最小取值作为寻优目标, 基于 PSO 算法对改进递归 VMD 算法进行参数寻优, 获取最佳分解参数组合, 其流程如图 2 所示.

1) 初始化 PSO 算法各项变量并确定寻优过程中的适应度函数 $|E_{\text{err}}|$, 以惩罚因子 α 及模态分

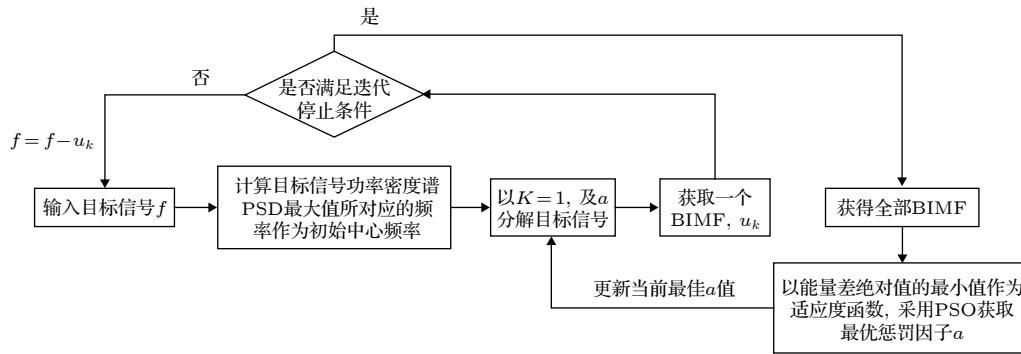


图 2 基于 PSO 优化改进递归 VMD 参数流程

Fig. 2. The process of using PSO to optimize recursive VMD parameter.

解数 K 作为粒子位置, 并随机初始化粒子移动速度;

2) 在不同粒子位置条件下对信号进行递归 VMD 处理, 获该位置下信号能量误差 $|E_{err}|$, 以此作为对应粒子的适应度函数;

3) 对比各粒子适应度函数大小 (优劣), 若有粒子的适应度函数 $|E_{err}|$ 小于当前最小适应度函数, 则对粒子进行更新;

4) 通过 (16) 式与 (17) 式更新粒子属性;

5) 判断粒子是否满足种群进化停止条件, 若不满足则重复步骤 2 继续寻优, 直到满足最大种群进化预设值, 输出最佳粒子, 即为最优参数组合 $[\alpha, K]$.

基于 PSO 优化算法及改进迭代 VMD 算法, 称为优化递归 VMD 算法 (optimized recursive variational mode decomposition, ORVMD), 该改进算法能获取较精确的惩罚因子 α 以约束带宽, 并自动获得分解模态个数 K , 确定最佳参数组合 $[\alpha, K]$.

4 ORVMD 算法验证

为验证 ORVMD 分解信号的可靠性及有效性, 以两个低频信号与间断高频冲击信号组成仿真复合信号. 仿真复合信号 $f(t)$ 与其分量表达式由

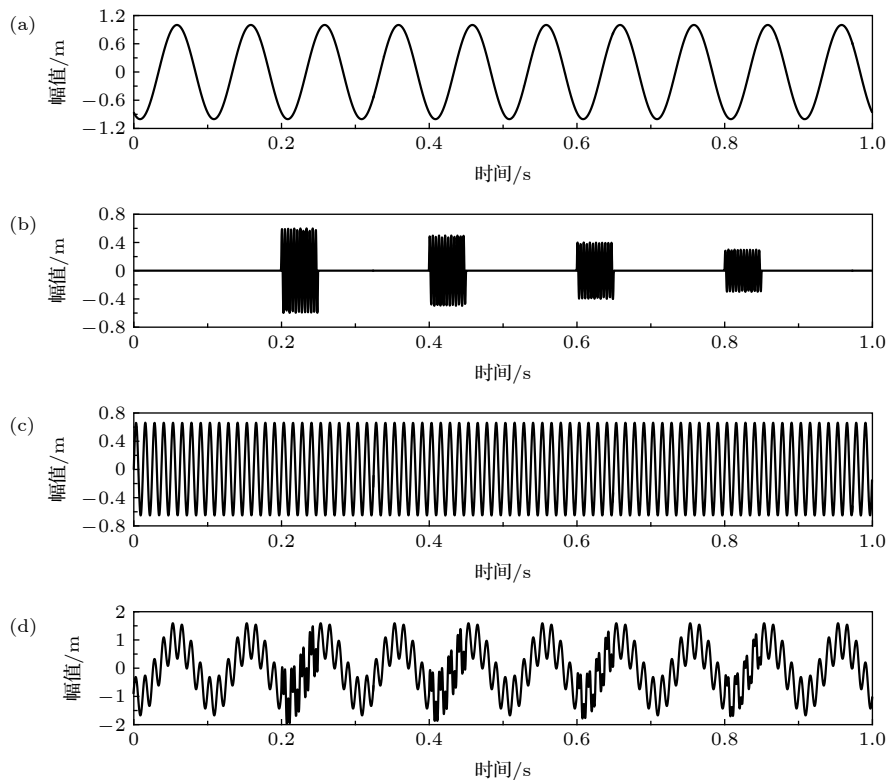


图 3 合成信号及其分量 (a) 分量 s_1 ; (b) 分量 s_2 ; (c) 分量 s_3 ; (d) 合成信号 f

Fig. 3. Analog signal and its component waveform: (a) s_1 ; (b) s_2 ; (c) s_3 ; (d) f .

(18) 式所示:

$$\begin{cases} s_1(t) = \sin\left(20\pi t + \frac{100}{3}\pi\right), \\ s_2(t) = \begin{cases} 0.6 \sin(480\pi t), & t \in [0.2, 0.25], \\ 0.5 \sin(480\pi t), & t \in [0.4, 0.45], \\ 0.4 \sin(480\pi t), & t \in [0.6, 0.65], \\ 0.3 \sin(480\pi t), & t \in [0.8, 0.85], \end{cases} \\ s_3(t) = 0.65 \sin(160\pi t), \\ f(t) = s_1 + s_2 + s_3. \end{cases} \quad (18)$$

各分量及其合成信号的波形图如图 3 所示. 为验证算法 ORVMD 的有效性, 分别采用 EMD, EEMD 及 ORVMD 对信号 $f(t)$ 进行分解, 对比其结果.

首先采用 EMD 对仿真信号进行分解, 分解结果如图 4 所示. 由图 4 可知, EMD 将信号分解为 5 个 IMF 分量及 1 个残余分量, 分解效果较差, IMF1 与 IMF2 均出现模态混淆现象, IMF3 勉强具有一定的物理意义.

EEMD 引入白噪声以克服 EMD 分解时易出现对极值点选判出错的影响. 选取噪声幅值系数 0.02, 集合平均次数 50, 采用 EEMD 分解结果如图 5 所示.

由图 5 可知, EEMD 分解出 7 个 IMF 分量及 1 个残余分量. 其中 IMF1, IMF3 与 IMF4 分别为原信号中的间断高频信号及两个低频信号, 与原信号分量的相关系数分别为 0.981, 0.942 和 0.944,

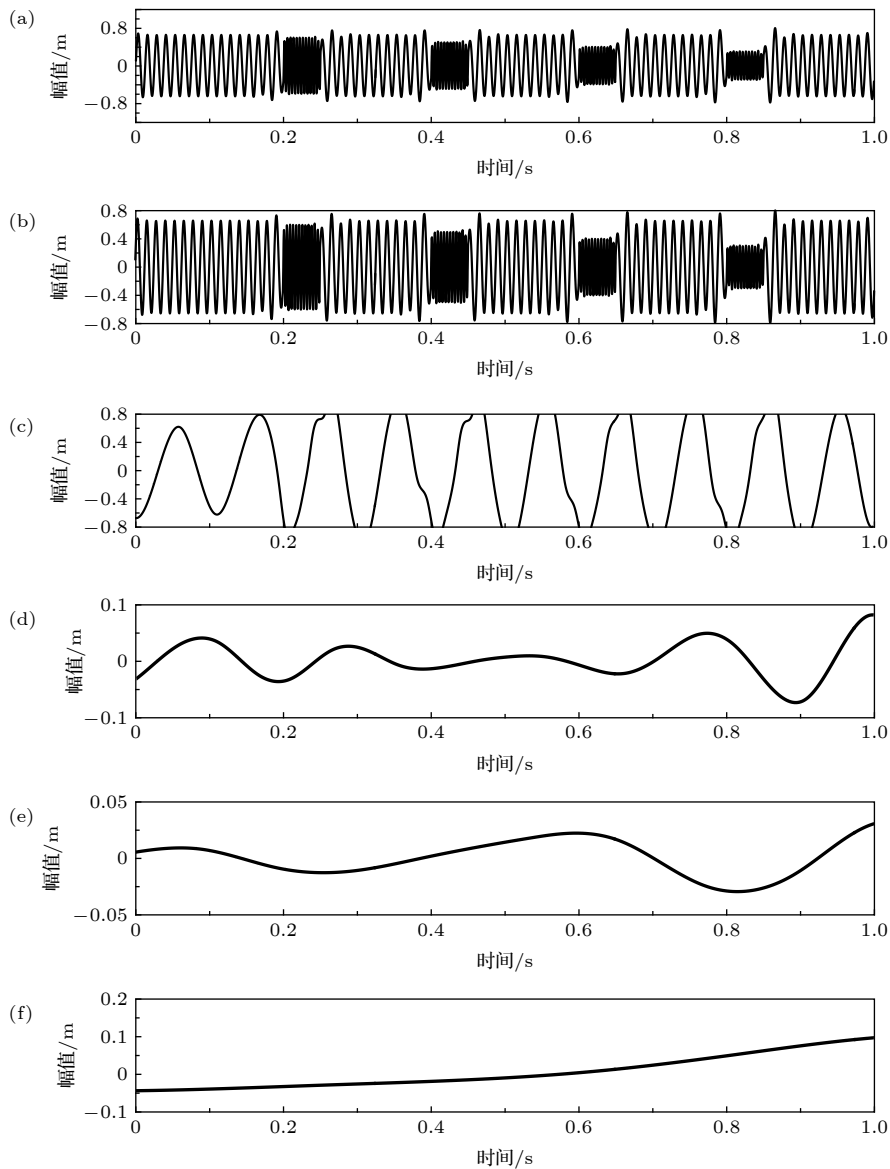


图 4 EMD 分解结果 (a) IMF1; (b) IMF2; (c) IMF3; (d) IMF4; (e) IMF5; (f) res.
Fig. 4. The results of EMD: (a) IMF1; (b) IMF2; (c) IMF3; (d) IMF4; (e) IMF5; (f) res.

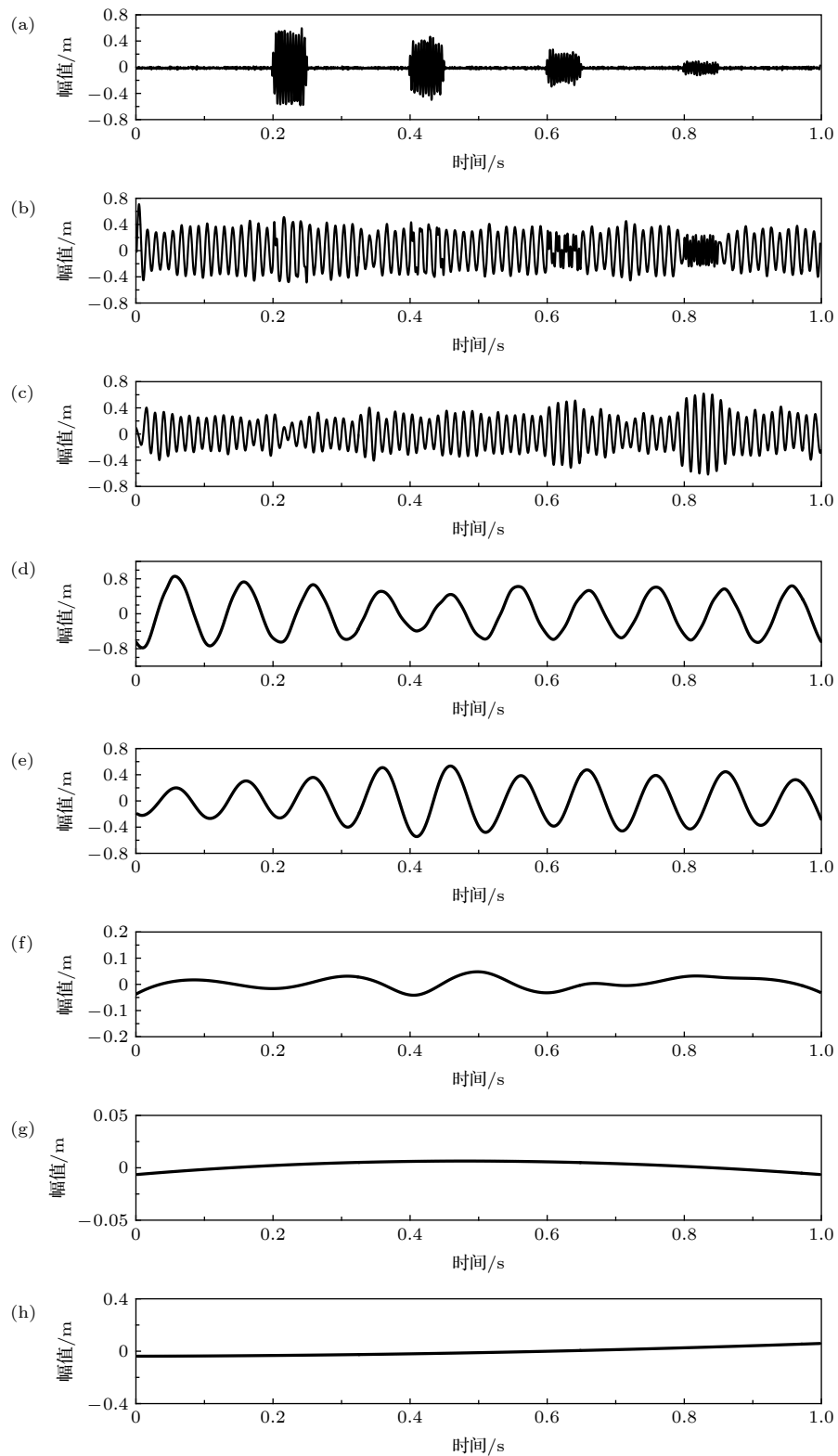


图 5 EEMD 分解结果 (a) IMF1; (b) IMF2; (c) IMF3; (d) IMF4; (e) IMF5; (f) IMF6; (g) IMF7; (h) res
 Fig. 5. The results of EEMD: (a) IMF1; (b) IMF2; (c) IMF3; (d) IMF4; (e) IMF5; (f) IMF6; (g) IMF7; (h) res.

表明 EEMD 对分解信号的物理意义还原性较好, 较 EMD 具有更好的准确性, 但仍产生许多虚假模态不具有物理性.

采用本文提出的 ORVMD 对信号进行分解, 其

中分解模态数 $K = 3$, $\alpha = 500$, 分解结果如图 6 所示.

如图 6 所示, 原信号 3 个分量被较好地还原至 3 个 IMF 分量, 其中 IMF3 为间断高频信号, 两个低频信号分别为 IMF1 与 IMF2. 各 IMF 分量与

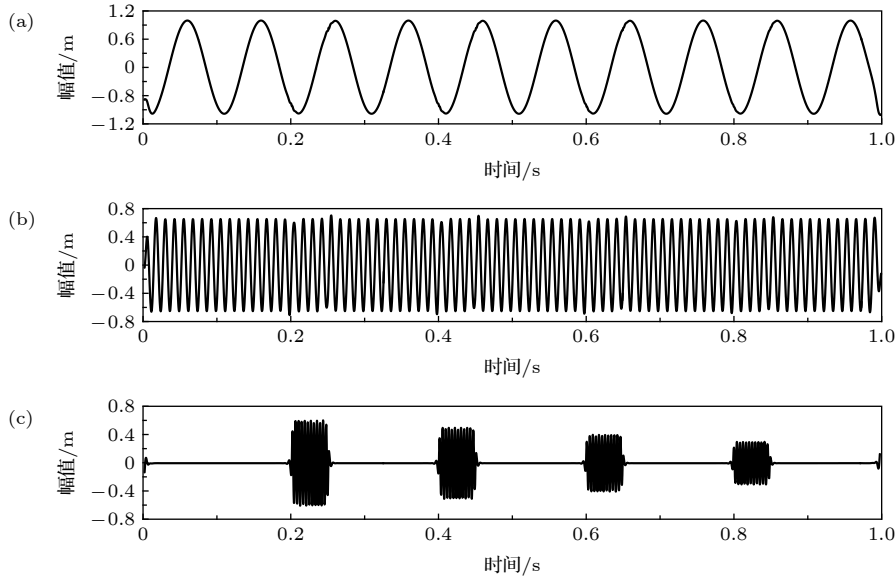


图6 ORVMD 分解结果 (a) IMF1; (b) IMF2; (c) IMF3
Fig. 6. The results of ORVMD: (a) IMF1; (b) IMF2; (c) IMF3.

对应原分量的相关系数分别为 0.998, 0.991 与 0.999, 较 EEMD 具有更高的精度, 可获取更具物理意义的信号分量.

5 非线性信号分解

处理实际信号时, 目标信号多为调制信号, 故为验证 ORVMD 在处理实际信号也具有高效性与准确性, 以如下数学模型模拟滚动轴承早期局部损伤信号 $x(t)$ [26]:

$$\begin{cases} t_k = t - kT - \tau_k, \\ m(t) = 1 - A_0 \cos(2\pi f_r t), \\ h(t_k) = \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-c(t_k)} \cdot \cos(2\pi f_n(t_k)) \cdot U(t_k), \\ s(t) = m(t) \cdot h(t_k), \\ x(t) = s(t), \end{cases} \quad (19)$$

式中 $s(t)$ 为周期性冲击信号. 信号衰减指数

$C = 1000$, 系统共振频率 $f_n = 4000$ Hz. τ_k 表示第 k 次冲击相对于特征周期的小波动, 该随机波动服从均值为零, 标准差为 0.5% 转频的正态分布. 特征频率 $f_r = 140$ Hz. $U(t_k)$ 为单位阶跃函数. 加入高斯噪声信号后得信噪比为 -5 dB 的仿真信号. 采样频率为 16000 Hz, 采样点 $N = 4096$. 信号时域及频谱如图 7 所示.

5.1 EEMD 分解

采用 EEMD 对信号 $x(t)$ 进行分解, 其分解所得时域与频域如图 8 所示, 共 11 个 IMF 分量及 1 个残余分量.

如图 8 所示, IMF1—IMF6 五个分解分量包含良好的物理信息, 将重叠在全频段的信号分解在不同频段, 但低频信号仍互相重叠, 无法体现轴承损伤的物理信息. 且 IMF7—IMF11 基本属于无效信息, 蕴含的物理信息较少, 这说明 EEMD 对非线性信号的分解效果不佳.

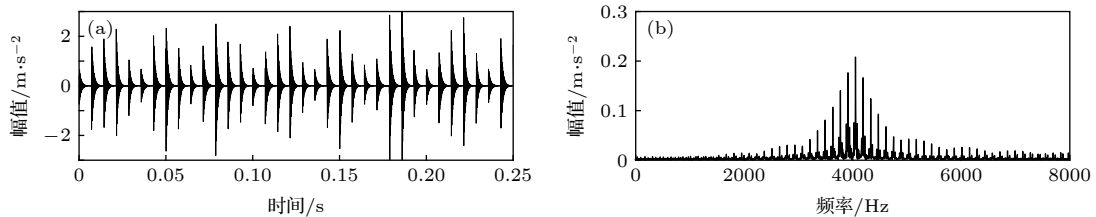
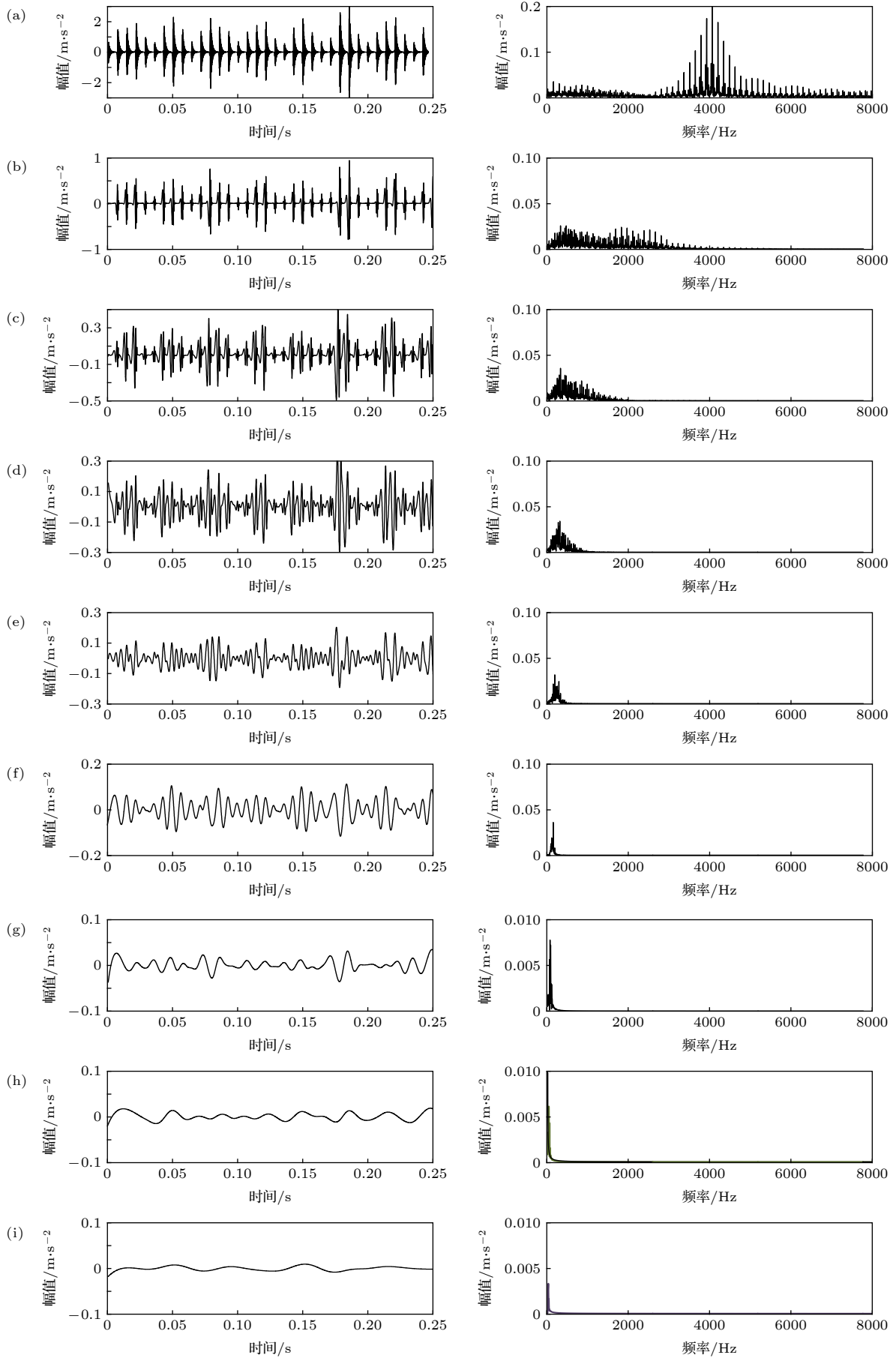


图7 早期轴承内圈故障信号 (a) 时域; (b) 频谱
Fig. 7. Early inner race fault diagnosis signal.



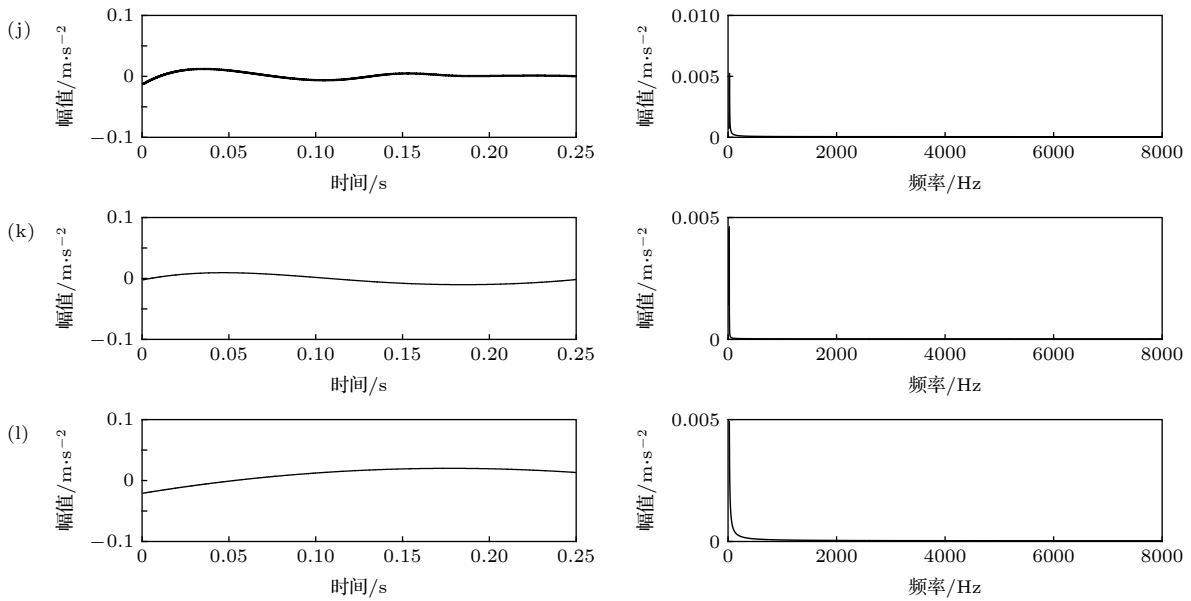


图 8 故障信号 EEMD 分解结果 (a) IMF1; (b) IMF2; (c) IMF3; (d) IMF4; (e) IMF5; (f) IMF6; (g) IMF7; (h) IMF8; (i) IMF9; (j) IMF10; (k) IMF11; (l) IMF12
 Fig. 8. The results of EEMD for fault signal: (a) IMF1; (b) IMF2; (c) IMF3; (d) IMF4; (e) IMF5; (f) IMF6; (g) IMF7; (h) IMF8; (i) IMF9; (j) IMF10; (k) IMF11; (l) IMF12.

5.2 VMD 分解

采用所提出的 ORVMD 方法对信号进行处理, 其中模态分解数 $K = 9$, 优化惩罚因子 $\alpha = 16100$, 所得结果如图 9 所示.

由图 9 可知, 每一阶 IMF 都包含一定的物理意义, 原本冗杂在各个频段的信号已从低频至高频准确区分, 且未出现过分解或者虚假模态. IMF1 中蕴含内圈损伤特征频率, IMF5 因损伤导致轴承系统发生共振, 主频与谐波之间的频段间隔清晰可见, 包含一定的物理信息. 相比于 EEMD, ORVMD 具有更高的精度, 不存在虚假模态, 且未分解出不具物理意义的 IMF 分量以干扰对信号的分析.

5.3 ORVMD 与传统 VMD 对比

因采用 VMD 分解时, 已有研究表明模态分解数 K 与惩罚因子 α 对分解结果及精度有显著影响, 在此不做分析. 除模态分解数 K 可自适应获得外, 配合 PSO 优化算法获取最佳参数组合, 较之于传统 VMD, 本文所提出的 ORVMD 因改变模态分量的初始中心频率获取方式, 以 PSD 最大值对应的频率作为初始中心频率, 代替传统 VMD 线性初始化的方法, 可减少迭代次数以提升计算速度.

采用西储大学轴承振动信号为例^[27], 对风扇

端轴承内圈故障的 25 组信号分别进行 ORVMD 以及传统 VMD 进行分解, 其中实验台转速为 1730 rmp, 采样频率 12000 Hz, 负载为 3 Hp. 为保证对比有意义, 采用与 ORVMD 分解时所需参数 $[\alpha, K]$ 组合作为传统 VMD 分解时的输入参数.

采用 ORVMD 方法对 25 组信号进行分解, 获得 25 组 α 及 K 组合, 采用 PSO 算法时, 惩罚因子 α 寻优的取值范围为 $[5000, 20000]$, 取值步长为 100. ORVMD 参数组合如表 1 所列.

由于实验采集信号含有不同程度的噪声, 噪声对分解产生一定的干扰, 导致最优模态分解数会有波动. 由表 1 可得, 80% 的模态分解数均为 12, 故选取模态分解数 $K = 12$ 为传统 VMD 分解时的模态预设. 惩罚因子看似毫无规律, 但对应实验数据采样频率可知, 惩罚因子作为约束带宽的参数, 均在 12000 附近波动, 与采样频率相近 (12000 Hz), ORVMD 获取的 25 个最优惩罚因子均值为 12600, 但其中 7 次为 12000, 6 次为 11900. 因此, 确定 $\alpha = 12000$ 为传统 VMD 分解时的惩罚因子.

以 $\alpha = 12000, K = 12$ 作为传统 VMD 分解预设参数, 分别采用传统 VMD 与 ORVMD 对上述 25 组实验振动信号进行分解, 两种方法分解信号耗时如图 10 所示.

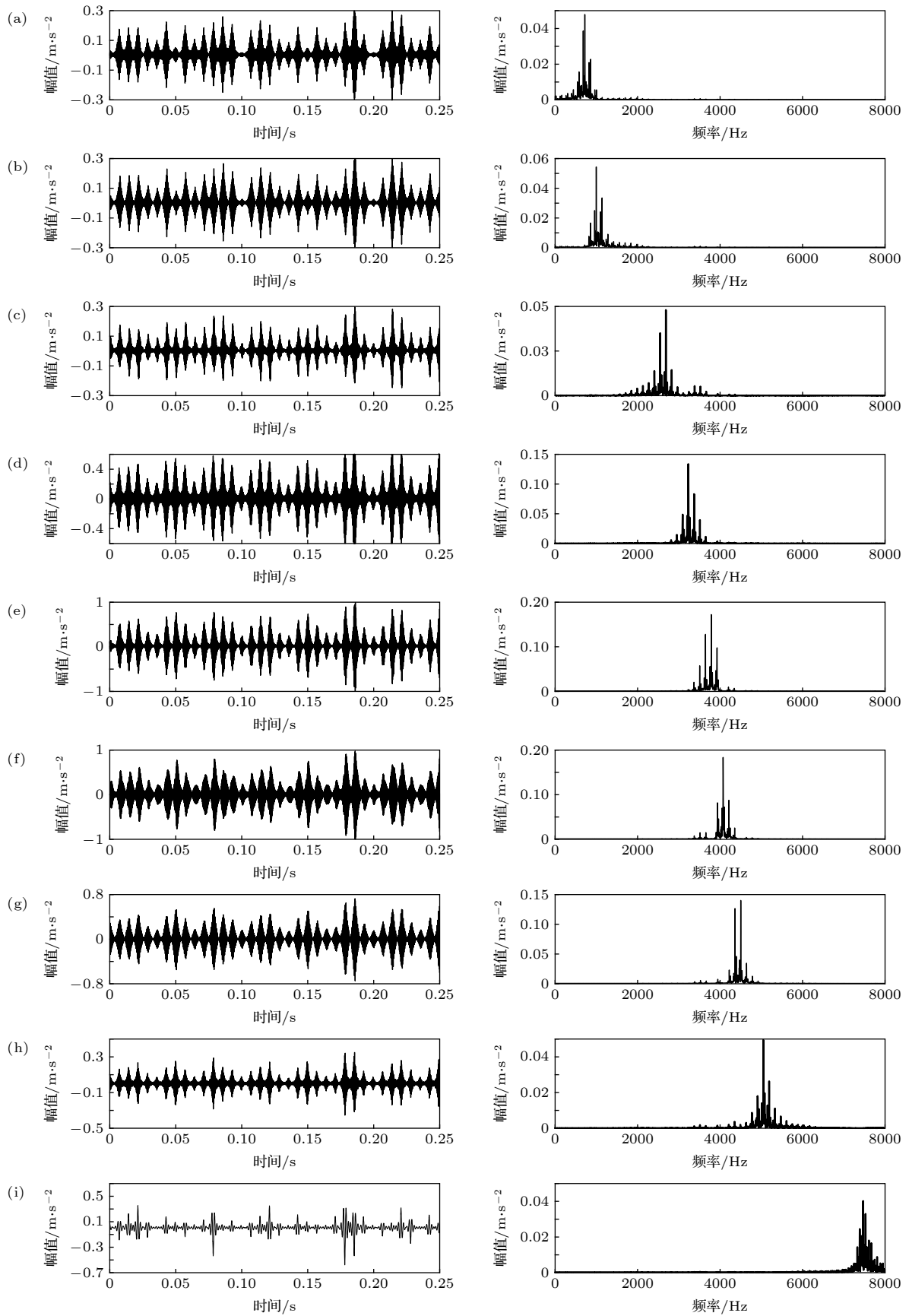


图9 故障信号ORVMD分解结果 (a) IMF1; (b) IMF2; (c) IMF3; (d) IMF4; (e) IMF5; (f) IMF6; (g) IMF7; (h) IMF8; (i) IMF9
 Fig. 9. The results of ORVMD for fault diagnosis: (a) IMF1; (b) IMF2; (c) IMF3; (d) IMF4; (e) IMF5; (f) IMF6; (g) IMF7; (h) IMF8; (i) IMF9.

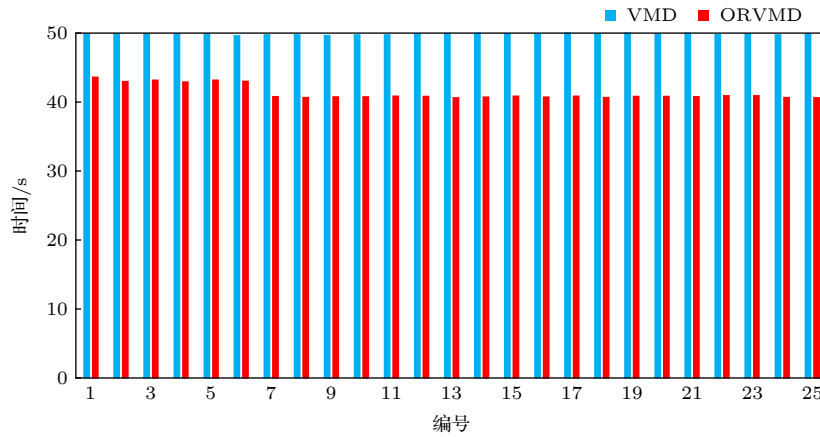


图 10 VMD 与 ORVMD 计算耗时

Fig. 10. The duration of calculation for VMD and ORVMD.

表 1 ORVMD 参数组合
Table 1. Parameter set of ORVMD.

编号	K, α	编号	K, α
1	12, 12100	14	12, 12400
2	12, 12900	15	12, 12000
3	12, 11800	16	12, 12000
4	12, 11900	17	13, 11900
5	12, 11800	18	12, 11900
6	12, 12700	19	12, 11400
7	12, 12100	20	12, 11900
8	12, 13100	21	13, 11900
9	12, 12100	22	12, 11900
10	12, 12000	23	12, 12000
11	11, 12000	24	12, 12000
12	11, 12000	25	11, 12100
13	12, 13200	—	—

由图 10 可知, 改进的 ORVMD 算法在计算时间上比传统 VMD 所需时间少, 虽然平均耗时仅减少 12.5%—18.5%, 但由于 ORVMD 在处理信号时调用 PSO 算法以获取最优惩罚因子的过程占用较大计算资源, 因此, 认为 ORVMD 比传统 VMD 具有更高分解精度与计算效率.

6 结 论

对于传统 VMD 算法需预设分解个数及惩罚因子, 提出 ORVMD 算法, 该算法可对目标信号递归并获取确定模态分解数 K , 并基于 PSO 算法对惩罚因子 α 进行寻优取值, 获取最佳预设参数组合. 同时, 对比分析 EMD, EEMD, VMD 与

ORVMD 对非线性信号分解, 表明所提出的 ORVMD 较 EMD, EEMD 具有更高的精准性. 该方法可将物理信息分解至不同频段, 且不产生虚假模态, 保证了信号分解的有效性及准确性. 并且, 与传统 VMD 方法相比, ORVMD 具有更高的计算效率, 效率升幅在 12.5%—18.5% 之间. 此外, 还可开展以复信号、分布式信号^[28–31]为研究对象的变分模态分解处理效果研究.

参考文献

- [1] Ingerman E A, London R A, Heintzmann R, Gustafsson M G L 2019 *J. Microsc.* **273** 11
- [2] Banjade T P, Yu S, Ma J 2019 *J. Seismol.* **5** 1
- [3] Yang F, Shen X, Wang Z 2018 *Entropy* **20** 8
- [4] Lian J J, Zhuo L, Wang H J, Dong X F 2018 *Mech. Syst. Sig. Process.* **107** 53
- [5] Klionskiy D M, Kaplun D I, Geppener V V 2018 *Pattern Recognit Image Anal.* **28** 122
- [6] Chervyakov N, Lyakhov P, Kaplun D, Butusov D, Nagornov N 2018 *Electronics* **8** 135
- [7] Qiu X, Ren Y, Suganthan P N, Amaratunga G A J 2017 *Appl. Soft Comput.* **54** 246
- [8] Sweeney K T, Mcloone S F, Ward T E 2013 *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **60** 97
- [9] Guo Y, Naik G R, Nguyen H 2017 *IEEE Eng. Med. Biol. Soc.* **2013** 6812
- [10] Wang Y, Liu F, Jiang Z S, He S L, Mo Q Y 2017 *Mech. Syst. Sig. Process.* **86** 75
- [11] Xiong T, Bao Y, Zhongyi H U 2014 *Neurocomputing* **123** 174
- [12] Dragomiretskiy K, Zosso D 2014 *IEEE Trans. Sig. Process.* **62** 531
- [13] Wang Y X, Markert R, Xiang J W, Zheng W G 2015 *Mech. Syst. Sig. Process.* **60** 243
- [14] Yang F R, Bi X, Li C C, Liu C F, Tian T 2019 *Measurement* **140** 1
- [15] Zheng X X, Chen G N, Ren H H, Li D D 2019 *J. Vib. Shock* **38** 153 (in Chinese) [郑小霞, 陈广宁, 任浩瀚, 李东东 2019 振动与冲击 **38** 153]

- [16] Tang G J, Wang X L 2015 *J. Xi'an Jiaotong Univ.* **49** 73 (in Chinese) [唐贵基, 王晓龙 2015 西安交通大学学报 **49** 73]
- [17] Liu B, Hu E P, Zou X, Ding Y J, Qian S Y 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 028702 (in Chinese) [刘备, 胡伟鹏, 邹孝, 丁亚军, 钱盛友 2019 物理学报 **68** 028702]
- [18] Baldini G, Steri G, Dimc F, Giuliani R 2016 *Sensors* **16** 818
- [19] Chen X J, Yang Y M, Cui Z X, Shen J 2019 *Energy* **174** 1110
- [20] Cui J, Yu R Z, Zhao D B, Yang J Y, Ge W C, Zhou X M 2019 *Appl. Energy* **247** 480
- [21] Huang N E, Shen Z, Long S R 1998 *Proc. Roy. Soc. A* **454** 903
- [22] Damerval C, Meignen S, Valerie P 2005 *IEEE Signal Process Lett.* **12** 701
- [23] Cheng J S, Yu D J, Yang Y 2006 *Mech. Syst. Sig. Process.* **20** 817
- [24] Kennedy J, Eberhart R 1995 *IEEE Int. Conf. Neural Networks* **4** 1942
- [25] Lv Z L 2016 *Ph. D. Dissertation* (Chongqing: Chongqing University) (in Chinese) [吕中亮 2016 博士学位论文(重庆: 重庆大学)]
- [26] Mcfadden P D, Smith J D 1984 *J. Sound Vib.* **96** 69
- [27] Smith W A, Randall R B 2015 *Mech. Syst. Sig. Process.* **64-65** 100
- [28] Chen F, Shi T, Duan S K, Wang L D, Wu J G 2017 *Signal Process.* **142** 423
- [29] Chen F, Li X Y, Duan S K, Wang L D, Wu J G 2018 *Digit. Signal Prog.* **81** 16
- [30] Chen F, Shao X D 2017 *Signal Process.* **133** 213
- [31] Shao X D, Chen F 2019 *Signal Process.* **160** 237

Application of the proposed optimized recursive variational mode decomposition in nonlinear decomposition*

Xu Zi-Fei¹⁾²⁾ Yue Min-Nan¹⁾ Li Chun^{1)2)†}

1) (*University of Shanghai for Science and Technology, Energy and Power Engineering Institute, Shanghai 200093, China*)

2) (*Shanghai Key Laboratory of Multiphase Flow and Heat Transfer for Power Engineering, Shanghai 200093, China*)

(Received 30 June 2019; revised manuscript received 11 September 2019)

Abstract

Variational mode decomposition can improve traditional recursive algorithms, such as empirical mode decomposition, resulting modal aliasing and endpoint effects, but it has a significant influence on signal decomposition accuracy due to its pre-set parameters. The frequency corresponding to the peak value of the target signal power spectrum is proposed to initialize the center frequency required for the variational mode decomposition. The empirical mode decomposition and recursive model is used to improve the variational mode decomposition into the recursive mode algorithm based on the energy cutoff method. The group optimization algorithm optimally takes the penalty factor with bandwidth constraint ability to form an optimized recursive variational mode decomposition. By comparing with and analyzing empirical mode decomposition, integrating empirical mode decomposition and optimizing the computational accuracy of recursive variational mode decomposition in decomposing signals; studying traditional variational mode decomposition and optimizing recursive variational mode decomposition in dealing with actual vibration signals calculating rate, the results are obtained, showing that the optimized recursive variational mode decomposition has the highest accuracy when dealing with the target signal, and the correlation with the original component is 99.9%. Comparing with the integrated empirical mode decomposition, the signal can be decomposed into different frequency bands from low to high, and the physical meaning is clearer. No false modality is generated. When the actual nonlinear signal is processed, the optimized recursive variational mode decomposition does not need to preset the number of decomposition modes, and the calculation rate is 12.5%–18.5% higher than that of the traditional variational mode decomposition.

Keywords: variational mode decomposition, nonlinear, signal process

PACS: 84.40.Ua, 07.50.Qx, 43.60.Wy

DOI: 10.7498/aps.68.20191005

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51976131, 51676131), the Funds for International Cooperation and Exchange of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51811530315), and the Shanghai Committee of Science and Technology, China (Grant No. 19060502200).

† Corresponding author. E-mail: lichunusst@163.com