

薄膜底面 Helmholtz 腔声学超材料的隔声性能*

贺子厚¹⁾ 赵静波^{2)†} 姚宏²⁾ 陈鑫¹⁾

1) (空军工程大学研究生院, 西安 710051)

2) (空军工程大学基础部, 西安 710051)

(2019年7月22日收到; 2019年8月22日收到修改稿)

针对低频噪声的隔离问题, 设计了一种薄膜底面 Helmholtz 腔声学超材料, 该超材料由薄膜底面 Helmholtz 腔附加质量单元构成. 使用有限元法, 计算了超材料在 20—1200 Hz 频段内的传输损失曲线与各阶共振频率, 并在实验中验证了数值计算的真实性. 研究表明, 超材料在 20—1200 Hz 频段内隔声性能良好, 出现了 6 个隔声峰, 其中 100 Hz 以下的 2 个隔声峰传输损失分别高达 44.29 dB 与 67.43 dB, 整个频段内的最高传递损失为 90.18 dB. 相较于单一的 Helmholtz 腔、薄膜声学超材料或传统材料, 本超材料的隔声性能有了较大提升. 结合共振频率与隔声峰处的振动模式图, 进一步分析了超材料的隔声机理. 计算了超材料的透射系数与反射系数, 使用等效参数提取法, 得到了超材料的等效模量与等效密度, 在隔声峰处发现了负等效密度, 同时发现其等效模量接近于零, 并由能量角度进一步分析了异常等效参数的产生机理. 通过等效电路法, 得到了超材料的声阻抗, 较精确地计算了超材料的首阶共振频率, 并分析了产生误差的原因. 研究了附加偏心质量单元对超材料隔声性能的影响, 发现附加偏心质量单元可以抑制反对称共振模态的出现, 同时大大增加了超材料的隔声峰数量, 在实验中这一说法得以验证.

关键词: Helmholtz 腔, 薄膜声学超材料, 有限元法, 隔声性能, 负参数

PACS: 43.20.+g, 43.40.+s, 43.60.+d, 63.20.-e

DOI: 10.7498/aps.68.20191131

1 引言

在生产高速发展的今天, 越来越多的大型、重型设备被运用到了生产生活中, 由此带来的噪声污染也日益严重^[1]. 由于低频噪声波长较长, 在介质中传播时难以衰减, 使得低频噪声的防治一直都是噪声防治领域的难点, 也是声学研究领域的热点. 若要使用传统隔声材料对低频噪声实施有效的控制, 材料的体积将变得十分庞大, 难以满足实际的需求^[2]. 近年来, 声学超材料和声子晶体的出现为解决低频噪声控制问题提供了新途径.

声学超材料^[3]是一种精心设计的亚波长复合材料, 一般来讲, 其等效参数是色散的, 通过对其

构成材料、结构进行优化, 声学超材料可以表现出常规材料所不具备的奇异特性, 例如负质量密度^[4-9]、负等效体积模量^[10]等. 2000年, Liu等^[11]提出局域共振机制声子晶体, 实现了“小尺寸控制大波长”的功能, 同时在共振频率附近出现了负质量密度. 有许多学者对声学超材料的低频性能进行了研究^[12-14], 并将此机理运用到了其设计之中^[15,16], 例如薄膜结构的声学超材料等^[17,18].

在声学超材料的设计中, 薄膜和 Helmholtz 腔是两类常见的结构. 2006年, Fang等^[19]设计的管道侧面带有 Helmholtz 腔的声学超材料在共振频率处出现了负模量. 姜久龙等^[20]采用双开口内外 Helmholtz 腔设计得到了较低的低频带隙. 2011年, Naify等^[21]采用仿真计算和实验的方法研究了

* 国家自然科学基金 (批准号: 11504429) 和空军工程大学基础部预研项目 (批准号: YNJC119070602) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: chjzjb@163.com

薄膜附加质量单元结构声学超材料的传输损失; 2012年, Mei等^[22]设计的薄膜结构声学超材料在共振频率点处实现了声波的完美吸收. 但也有一些学者设计了新型的结构. 2015年, Cheng等^[23]设计了一种超稀疏的声学超表面, 其低频范围出现了2个禁带, 研究表明, 其中的一个禁带由单极子共振引起并实现了负体积模量, 另一个则由偶极子共振引起并实现了负质量密度.

为了获得更好的声学性能, 许多学者提出了耦合结构声学超材料. 周榕等^[24]研究了带有膜结构的Helmholtz腔的声学性能. Ahmed^[25]提出了钝化薄膜底面Helmholtz腔, 并对其隔声性能与传统结构的差别. Long等^[26]设计了一种模块化的多阶Helmholtz腔, 在不影响通风的前提下实现了可重构的多频带声吸收.

由于在特定频段内, Helmholtz腔和局域共振结构可分别呈现负等效模量和负等效质量. 本文提出了一种薄膜底面Helmholtz腔结构声学超材料, 使用有限元法计算了超材料20—1200 Hz的透射

系数、反射系数、传输损失以及共振频率, 并在实验中验证了数值计算的正确性, 发现超材料的隔声性能良好; 使用等效参数提取法, 得到了材料在低频范围内的等效模量与等效质量密度; 构建了超材料的等效模型, 较准确地估计了超材料的首阶共振频率; 最后, 引入了偏心质量单元, 进一步提升了结构的隔声性能.

2 结构设计与计算方法

图1所示为薄膜底面Helmholtz腔声学超材料, 其中, A为圆柱体质量单元, 其高 $a = 3\text{ mm}$, 直径 $\phi_2 = 20\text{ mm}$; B为薄膜, 其厚度 $b = 0.2\text{ mm}$, 直径 $\Phi_1 = 90\text{ mm}$, 四周固定于内腔壁, 在 X, Y 方向的张力均为 0.66 MPa ; C为Helmholtz腔, 其长度 $d = 110\text{ mm}$, 外径 $\Phi_2 = 100\text{ mm}$, 内径与膜的边界相重合; Helmholtz腔开孔直径 $\phi_1 = 6\text{ mm}$, 高 $e = 10\text{ mm}$. 质量单元的材质为钨, 薄膜材质为硅橡胶, Helmholtz腔材质为钢, 表1为所涉及到的材料参数.

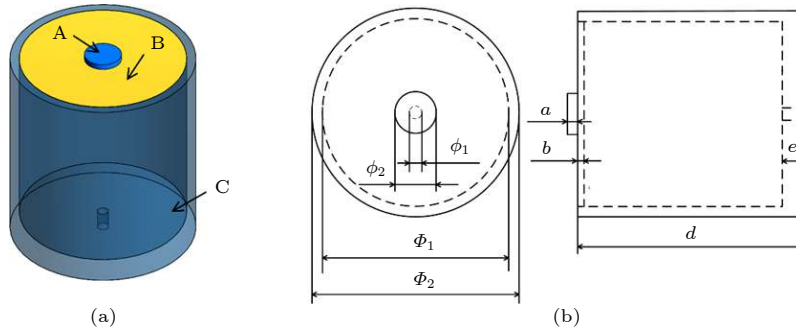


图1 材料结构 (a) 结构示意图; (b) 结构参数

Fig. 1. Material structure: (a) Structural sketch; (b) structure parameter.

表1 材料参数

Table 1. Material parameters.

Material	$\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$E/10^{10}\text{ Pa}$	Possion rate
Tungsten	19100	35.41	0.35
Silastic	1300	1.175×10^{-5}	0.469
Steel	7780	21.06	0.3

材料中膜的振动方程为

$$\nabla^2 \eta = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}, \quad (1)$$

其中, $c = \sqrt{T/\sigma}$, T 为薄膜张力, σ 为薄膜面密度; $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ 为二维直角坐标拉普拉斯

算符.

对于一般的Helmholtz腔来说, 当其腔体开孔处受到声压为 $p = p_a e^{j\omega t}$ 的声波作用时, 可以将其简化为一个进行阻尼受迫振动的弹簧-振子系统, 其中振子为开孔处的气体, 弹簧为腔内气体, 其振动方程可以表示为

$$\begin{cases} M_a \frac{dU}{dt} + R_a U + \frac{1}{C_a} \int U dt = p_a e^{j\omega t}, \\ U = vS, \end{cases} \quad (2)$$

其中, M_a 为声质量, R_a 为声阻, C_a 为声容, v 为开孔处空气速度, S 为开孔面积, U 定义为体积速度.

在使用有限元法计算超材料反射系数 T 、透射系数 R 以及传输损失 TL 时, 构建如图 2 所示的圆柱形腔体结构, 在圆柱形腔体两侧边界 $S1$ 和 $S2$ 设置声波完美吸收层, 并在 $S1$ 边界设置平面波入射.



图 2 腔体结构
Fig. 2. Cavity structure.

声波从 $S1$ 边界入射之后, 首先受到 10 mm 穿孔钢板的阻挡, 由于四周固定的 10 mm 钢板隔声量极大, 将对超材料整体隔声量的计算造成极大的影响, 故此将圆柱形腔体的直径设置为 104 mm, 略大于 Helmholtz 腔直径. 需要说明的是, 由于开孔较浅, 不可将其视为“长管”, 且空气也并非黏性流体, 故此在仿真中并未引入“狭窄区域声学”模块, 这样减少了数值模拟的计算量, 许多研究者也在其研究中进行了类似的简化 [20,27].

反射系数 R 与透射系数 L 的定义分别为

$$R = \frac{\int_{S1} p_{r0} dS}{\int_{S1} p_{i0} dS}, \quad T = \frac{\int_{S2} p_{t0} dS}{\int_{S1} p_{i0} dS}, \quad (3)$$

其中, p_{i0} 为 $S1$ 平面入射声压, p_{r0} 为 $S1$ 平面反射声压, p_{t0} 为 $S2$ 平面透射声压.

传输损失 TL 的定义如下:

$$\begin{cases} W_{in} = \int_{S1} \frac{p_{i0}^2}{2\rho_0 c_0} dS, \\ W_{out} = \int_{S2} \frac{p_{t0}^2}{2\rho_0 c_0} dS, \\ TL = 10 \log \left(\frac{W_{in}}{W_{out}} \right), \end{cases} \quad (4)$$

其中 W_{in} 与 W_{out} 分别为入射声能与出射声能, TL 单位为分贝.

3 结果分析

3.1 计算结果

超材料在对数坐标系下的传输损失曲线如图 3 中黑线所示.

计算结果表明, 材料在 20—1200 Hz 隔声性能良好, 尤其是在 100 Hz 以下的低频范围内. 第 1

隔声峰出现在 25.10 Hz, 传输损失高达 44.29 dB, 第 2 隔声峰出现在 67.43 Hz, 传输损失为 66.74 dB; 在更高频范围内, 在 451.49 Hz 处出现第 3 隔声峰, 传输损失为 90.18 dB; 在 626.30 Hz 出现第 4 隔声峰, 传输损失为 47.05 dB; 在 952.81 Hz 出现第 5 隔声峰, 隔声量为 39.74 dB; 在 1080.08 Hz 出现第 6 隔声峰, 隔声量为 56.39 dB.

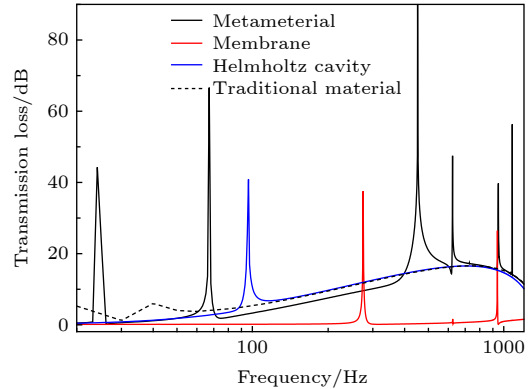


图 3 传输损失曲线
Fig. 3. Transmission loss curves.

设置 3 个对照组, 分别计算在相同条件下, 刚性底面 Helmholtz 腔、薄膜附加质量单元结构和传统材料的传输损失曲线, 如图 3 中蓝线、红线、黑色划线所示, 其中传统材料为实心钢柱. 虽然在 70—399 Hz, 刚性底面 Helmholtz 腔的隔声性能略好于超材料. 但总体上, 超材料性能明显优于 2 个对照组.

接下来, 计算了超材料的共振模态. 由前文可知, 超材料由无底面 Helmholtz 腔与薄膜附加质量单元结构构成, 其中 Helmholtz 腔材质为钢, 可看作刚体, 不考虑其振动, 故用薄膜俯视方向的位移图和总声压场垂直膜面切面图表征超材料的振动模态.

由于薄膜结构的加入, 超材料具有非常丰富的共振模态, 但存在两类共振模态, 因其不会影响超材料的隔声性能, 本文对其不加考虑. 这两类模态分别为:

1) 不考虑未被激起的共振模态. 本文仅研究声波垂直方向入射的情况, 由于许多模态难以与这一方向的行波耦合, 故未能被激起. 本文以 0.01 Hz 步长计算了超材料的传输损失以及相应的振动模式, 通过对比振动模式图与共振模态, 可判别其是否被激起, 且在实验过程中, 对入射波频率的监测精度往往不能达到 0.01 Hz, 故此认为这一方法是

有效的. 例如图 4(a) 所示为 69.44 Hz 共振频率处对应的模式, 其表现为质量单元平行于膜面的扭转振动, 故不能被垂直膜面方向入射的声波所激起.

2) 不考虑薄膜反对称振动模式下的共振模式. 从文献 [27] 可知, 在薄膜反对称振动时, Helmholtz 腔声场的变化也是反对称的, 其总的等效声压为零. 此时, 薄膜振动并不能激发腔体开孔处空气的振动, 从而无法将声压传导至腔外, 开孔处的阻抗并未发生作用, 故对超材料的声学性能没有影响.

例如图 4(b) 所示为传输损失曲线中 325.40 Hz 处超材料的振动模式, 对应 328 Hz 共振频率, 在共振频率附近, 相应的振动模式被激起, 但并未出现传输损失的显著变化.

在去除上述两类模式后, 超材料在 20—1200 Hz 的共振频率及其对应模式如图 5 所示.

可以发现, 共振频率与传输损失曲线基本吻合, 每个隔声峰都对应一阶共振频率. 在 100 Hz 以下, 共振模式表现为质量单元与薄膜耦合振动,

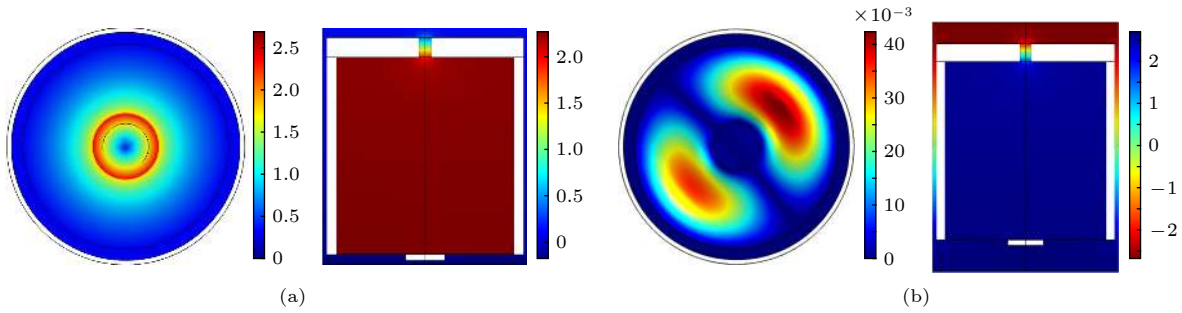


图 4 共振模式 (颜色条表示位移的取值, 单位为 mm, 其余图同) (a) 69.44 Hz; (b) 325.40 Hz

Fig. 4. Resonance mode (color bar represents the displacement values, unit: mm): (a) 69.44 Hz; (b) 325.40 Hz.

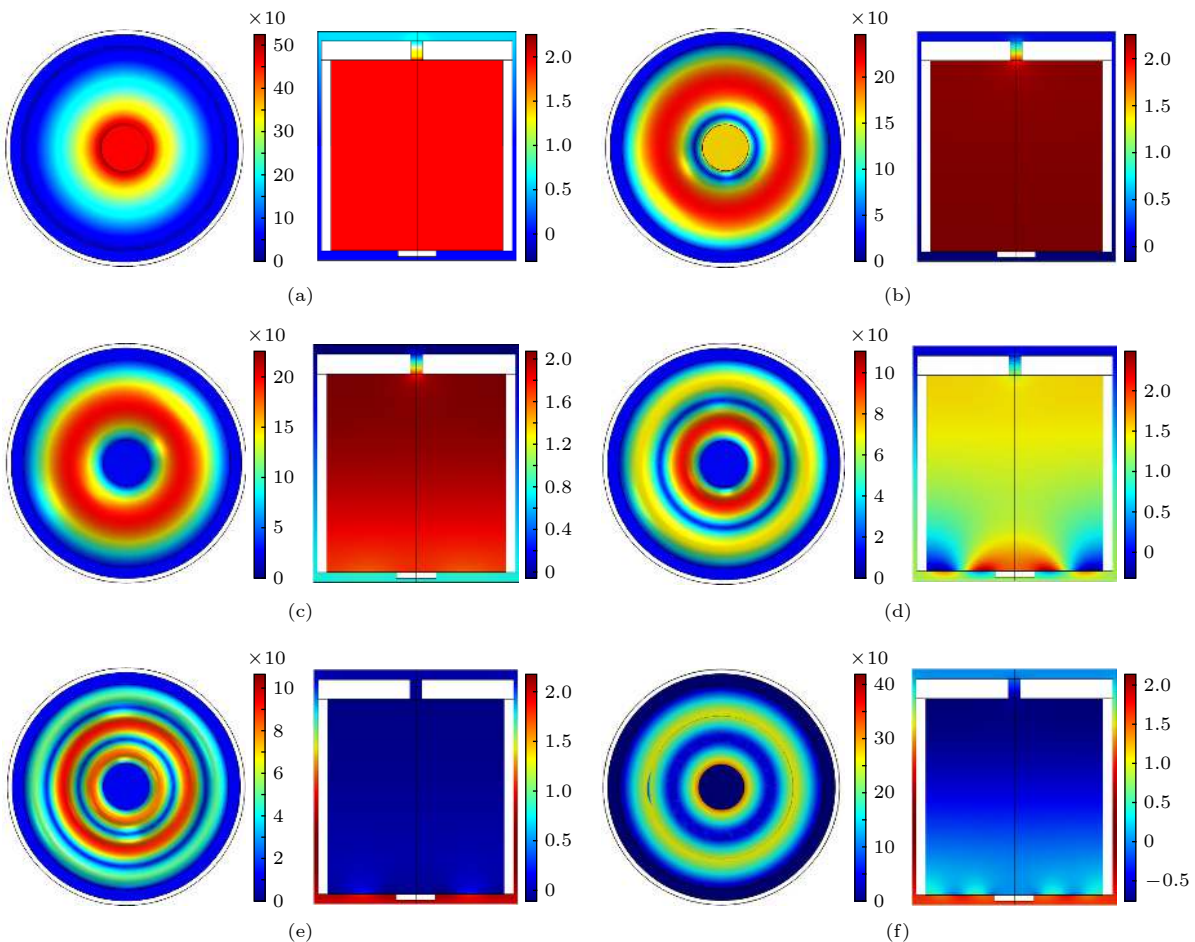


图 5 共振模式 (a) 25.05 Hz; (b) 68.53 Hz; (c) 420.72 Hz; (d) 622.76 Hz; (e) 944.71 Hz; (f) 1075.80 Hz

Fig. 5. Resonance mode: (a) 25.05 Hz; (b) 68.53 Hz; (c) 420.72 Hz; (d) 622.76 Hz; (e) 944.71 Hz; (f) 1075.80 Hz.

100 Hz 以上则展现出丰富的薄膜振动模式. 下一节会结合传输损失曲线和共振模态, 进一步探究超材料的隔声机理.

3.2 隔声机理分析

为进一步分析结构的隔声机理, 计算了结构在各隔声峰处的振动模式图, 如图 6 所示.

综合分析在隔声峰处的振动模式图和共振模态图可以发现, 隔声峰总是出现在共振频率附近, 这是由于入射波频率接近共振频率时, 会激发超材料的共振模态, 此时薄膜附加质量单元结构与腔体内的空气发生耦合共振.

在入射波激励下, 开孔处的空气会发生强烈振动, 此时腔体内的空气将起类似于弹簧的作用, 为开孔处的空气提供回复力. 一方面, 入射波的能量局域在开孔处, 同时振动的空气与孔壁发生摩擦, 将被局域化的能量消耗掉; 另一方面, 开孔处空气

振动时将向外辐射声波, 造成能量的耗散. 同时, 薄膜附加质量单元结构也会发生强烈共振, 将入射波的能量局域化在结构中并耗散掉.

由图 6 可知, 第 1, 2 隔声峰是 100 Hz 以下的超低频隔声峰, 其振动模式表现为薄膜与质量单元的耦合振动, 在薄膜上附加质量单元可以增加超材料的等效质量, 使其共振频率变低, 从而增强了结构的低频隔声性能. 第 3—6 隔声峰的振动模式表现为薄膜的各阶对称振动, 相较于刚性底面 Helmholtz 腔, 薄膜底面的加入使得超材料的共振模态更加丰富, 超材料拥有更多的隔声峰.

值得关注的是第 6 隔声峰, 它对应 1075.80 Hz 共振模态, 由模态图可知, 此共振模态中薄膜的振动几乎是平行于膜面的, 但实际上薄膜仍有轻微的垂直膜面振动, 故其仍可与入射波耦合, 但是由于耦合作用较弱, 第 6 隔声峰的频带很窄, 仅 0.02 Hz.

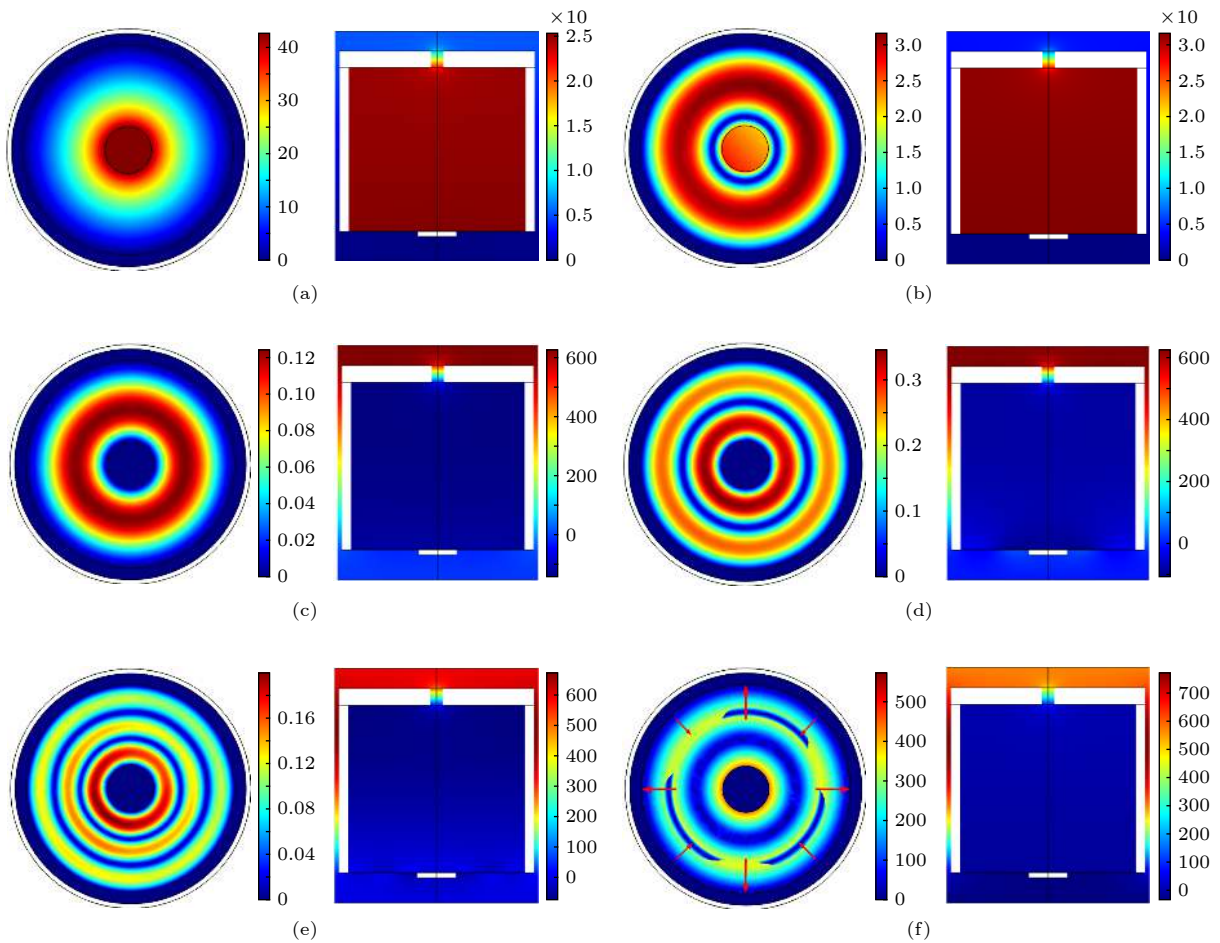


图 6 隔声峰处振动模式图 (a) 25.10 Hz; (b) 67.43 Hz; (c) 415.49 Hz; (d) 626.30 Hz; (e) 952.81 Hz; (f) 1080.08 Hz

Fig. 6. Vibration mode diagrams at sound insulation peak: (a) 25.10 Hz; (b) 67.43 Hz; (c) 415.49 Hz; (d) 626.30 Hz; (e) 952.81 Hz; (f) 1080.08 Hz.

4 等效模型

材料在 100 Hz 以下出现的超低频隔声峰是本材料的重要特征. 从前文可知, 材料的共振频率极大地影响着其性能, 尤其是材料的首阶共振频率, 决定其超低频隔声峰的位置. 为了进一步揭示材料的工作机理, 在此构建其等效模型. 使用等效模型可以便捷地估算结构的共振频率, 具有十分重要的理论意义.

对于一般的 Helmholtz 腔, 如图 7 所示, 其腔体为刚性材质, 开孔处横截面积为 S , 腔口长度为 l , 腔体体积为 V .

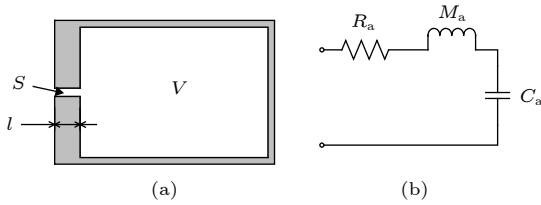


图 7 Helmholtz 腔 (a) 及其等价电路模型 (b)

Fig. 7. Helmholtz cavity (a) and its equivalent circuit model.

由于声振系统与电振荡具有相同的微分方程, 可以将 Helmholtz 腔转化为等效电路模型, 其中 R_a 为声阻, M_a 为声质量, C_a 为声容, 可知结构的共振频率 f_a 为

$$f_a = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{M_a C_a}}. \quad (5)$$

由 (5) 式可知, f_a 仅由 M_a 与 C_a 决定, 所以在此仅关注 M_a , C_a , 两者的值分别为

$$\begin{cases} M_a = \frac{\rho_0 l}{S}, \\ C_a = \frac{V}{\rho_0 c_0^2}. \end{cases} \quad (6)$$

图 8(a) 是底面为附加质量薄膜结构的 Helmholtz 腔, 附加质量为 M_{add} , 薄膜质量为 m , 薄膜面积为 S_m . 在等效电路中, 其相当于在 C_a 两端再并联一条支路 (图 8(b)). 其中 C_m , M_m 分别为薄膜附加质量单元结构的声容与声质量.

普通圆膜的首阶共振频率为

$$f_m = \frac{\mu}{2\pi r} \sqrt{\frac{T}{\sigma}}, \quad (7)$$

其中, T 为膜表面张力, σ 为膜面密度, r 为膜半径,

$\mu = 2.405$. 可知其等效力学质量 M_F 为

$$M_F = m J_1^2(\mu), \quad (8)$$

其中 J_1 为一阶贝塞尔函数.

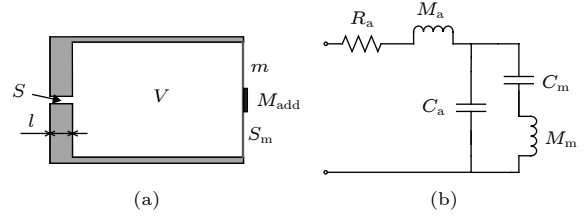


图 8 薄膜底面 Helmholtz 腔 (a) 及其等价电路模型 (b)

Fig. 8. Helmholtz cavity with thin film bottom (a) and its equivalent circuit model.

由第 3 节分析可知, 膜结构的首阶共振模态为对称振动, 可以将其视为“弹簧-振子”系统, 设其等效刚度为 K_F . 此系统的共振频率 $f_m = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_F/M_F}$, 设 $\omega_m = 2\pi f_m$, 可得

$$K_F = \omega_m^2 m J_1^2(\mu). \quad (9)$$

在原膜中心附加质量为 M_{add} 的质量单元之后, 模型的等效质量 M_F 变为

$$M_F = m J_1^2(\mu) + M_{\text{add}}. \quad (10)$$

假设膜面所受压力均匀, 由于薄膜四周固定, 故此力声变量器等效面积为 $A_{\text{eff}} = 13/S_m$, 于是有

$$\begin{cases} C_m = \frac{S_m^2}{9\omega_m^2 m J_1^2(\mu)}, \\ M_m = \frac{9m J_1^2(\mu)}{S_m^2}. \end{cases} \quad (11)$$

设共振频率为 f , 其圆频率 $\omega = 2\pi f$, 则图 8(b) 所示电路的总阻抗为

$$Z = R_a + j\omega M_a - j \frac{\omega M_m - 1}{\omega^3 M_m C_a C_m - \omega C_a - \omega C_m}. \quad (12)$$

当 $\omega M_a = \frac{\omega M_m - 1}{\omega^3 M_m C_a C_m - \omega C_a - \omega C_m}$ 时, 电路的阻抗最小, 解此方程, 即可得到电路的共振频率, 即图 8(a) 结构的共振频率.

分别使用有限元法与等效模型方法, 计算了超材料的首阶共振频率, 取附加质量单元的密度为 1000—5000 kg/m³, 结果如图 9 所示.

等效模型方法所得结果存在一定误差, 其主要原因是将附加质量单元薄膜的等效刚度等效为未附加质量单元薄膜的等效刚度. 但实际上, 质量单元底面会固定一部分薄膜, 使等效质量发生改变,

从而使 $C_m C_m$ 的计算存在一定的误差. 同时, 为简化建模流程, 在等效模型中忽略了空气阻力的影响, 也造成了一定的误差.

但如图 9 所示, 两结果基本吻合, 且二者的变化趋势相同, 可以认为等效模型是合理的, 有一定的理论价值.

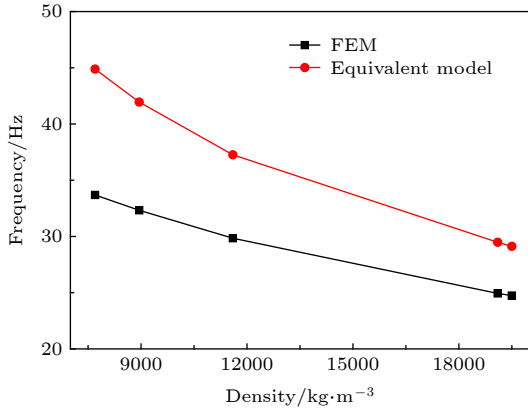


图 9 首阶共振频率

Fig. 9. First resonance frequency.

5 实验验证

为了验证本文数值计算的正确性, 在此采用实验的方法对其进行验证, 使用 AWA6290 T 型传递函数隔声量测量系统对所制样件在 50—1000 Hz 频段内的传输损失进行了测量. 由于测量系统的内径仅为 100 mm, 为保证实验条件与数值计算条件一致, 这里将样件的内径设置为 96 mm, 其余的结构参数与第 2 节所述相同, 这样可以在边缘留出同宽度的缝隙. 从文献 [28] 可知, 影响 Helmholtz 腔声学性能的因素与其外径并无显著联系, 故此可以认为样件外径的轻微改变对超材料的声学性能无影响. 在样件安装时, 在其前后两端分别对称附加

2 块长宽约为 1 mm, 厚度为 2.2 mm 的硅胶垫, 由于硅胶具有一定的可压缩性, 样件便可固定在测试系统中. 因为硅胶垫的截面积仅为缝隙截面积的 1.2% 左右, 可忽略硅胶垫对实验的影响. 其实物图如图 10 所示.

为了方便取材, 实验所用腔体与质量单元均为钢材质, 由于在此超材料中不考虑二者自身的振动, 可将其看作刚体, 故仅关注其密度参数, 实测得其密度为 7748 kg/m³. 薄膜材质为硅橡胶, 密度为 1030 kg/m³, 杨氏模量为 1.175×10^5 Pa, 泊松比为 0.469, 金属和硅橡胶之间使用 JL-401 AB 硅胶快干胶黏合.

测得样件的传输损失如图 11 中红线所示, 黑线为数值计算所得对照组. 由图 11 可知, 数值计算结果与实验结果之间仍存在一定的误差, 这是由于样件的加工条件、实验测量误差等原因所致. 具体来讲, 误差产生的原因主要有以下 3 点:

- 1) 由于在样件装配时仅仅使用了直尺等简单工具, 所以对于质量单元的定位存在些许误差, 因此导致的质量单元位置偏心使得 500 Hz 以上频段出现了若干新隔声峰, 相关内容将在后文中详细讨论;
- 2) 薄膜的张力控制未能十分精确, 使实验测得的隔声峰的位置发生了偏移;
- 3) 黏合剂的使用也会对薄膜的力学参数产生影响, 但由于在数值计算中黏合部分不参与振动, 且实验中黏合部分也较为牢固, 可认为此部分影响较小.

由上文对于超材料隔声机理的分析可知, 上述原因均不会使超材料的传输损失发生质变, 故此可以认为实验是有效的. 通过对比图 11 中两条曲线可得, 两种方式所得传输损失曲线的走势以及隔声峰的出现位置大致吻合. 实验结果验证了数值计算的真实性.

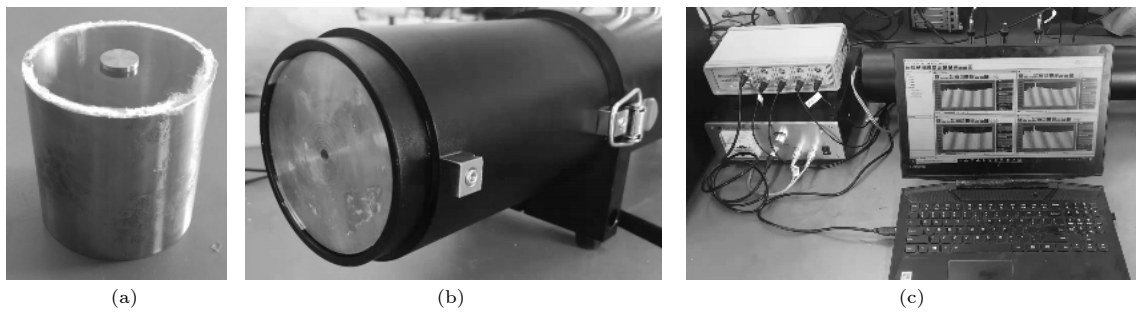


图 10 实验示意图 (a), (b) 样件实物图; (c) 实验装置

Fig. 10. Experimental schematic diagrams: (a), (b) Sample structure; (c) experimental facility.

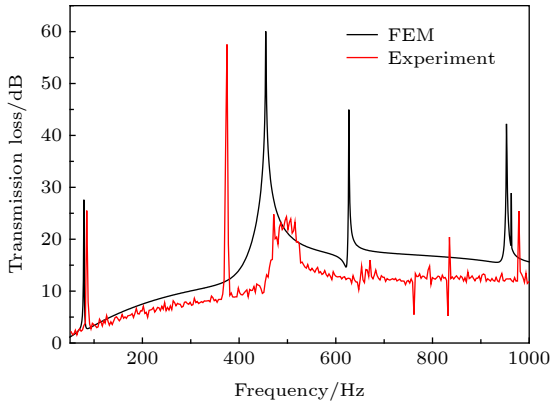


图 11 实验测得的传输损失曲线与数值计算结果的对比
Fig. 11. Comparison between experimentally measured transmission loss curve and the results obtained by the finite element method.

6 等效参数提取

声学超材料所具有的一个重要特征就是具有天然材料所不具有的“负参数”特性. 当受到一定频率入射波激励时, 材料发生共振, 当共振的强度大于入射波时, 材料的“负参数”性质得以显现. 负等效体积模量意味着材料的形变与所受激励相位不匹配, 负等效密度意味着材料的加速度与所受激励相位不匹配.

从文献 [29] 可知, 可通过材料的透射系数 T 和反射系数 R 来计算材料的等效参数, 但这种方法仅适用于研究“薄材料”, 即当入射声波波长远大于材料的厚度时, 此时材料可看作均质的. 本文所研究材料的厚度 $d = 110$ mm, 而已知空气中声速 $c_0 = 343$ m/s, 故当入射声波频率高于 300 Hz 时, 声波波长将小于 1143 mm, 不满足“薄材料”的条件. 因此, 这里仅研究材料在 20—300 Hz 频段

内的等效参数.

首先计算材料在 20—300 Hz 的透射系数 T 、反射系数 R , 分别如图 12(a) 和图 12(b) 所示.

从图 12 可见, 透射系数 T 和反射系数 R 与传输损失基本吻合, 当 T 或 R 出现峰值或者谷值时, 相位也会出现剧烈的变化, 这是由于材料在受到频率接近其共振频率的声波激励时, 会发生不受外部声场影响的强烈共振, 从而掩盖原有的背景声压场, 导致相位的突变.

当声波从流体介质入射薄板时, 其反射系数 R 与透射系数 T 分别为

$$\begin{cases} R = \frac{Z_2^2 - Z_1^2}{Z_1^2 + Z_2^2 + 2iZ_1Z_2 \cot \phi}, \\ T = \frac{1 + R}{\cot \phi - \frac{Z_2 i \sin \phi}{Z_1}}, \end{cases} \quad (13)$$

其中, Z_1, Z_2 分别为流体介质与薄板阻抗; ϕ 为声波穿过薄板后的相位变化. 引入 $\xi = Z_1/Z_2$. 解上述方程, 可得 ξ 与折射率 n 分别为

$$\begin{cases} \xi = \frac{r}{1 - 2R + R^2 - T^2}, \\ n = \frac{-i \log x}{kd}, \\ r = \mp \sqrt{(R^2 - T^2 - 1)^2 - 4T^2}, \\ x = \frac{(1 - R^2 + T^2 + r)}{2T}, \end{cases} \quad (14)$$

其中, k 为波矢, d 为材料的厚度. 又有阻抗的定义为 $Z = \rho c$, 故

$$\begin{cases} \frac{\rho_{\text{eff}}}{\rho_0} = n\xi, \\ \frac{K_{\text{eff}}}{K_0} = \frac{\xi}{n}, \end{cases} \quad (15)$$

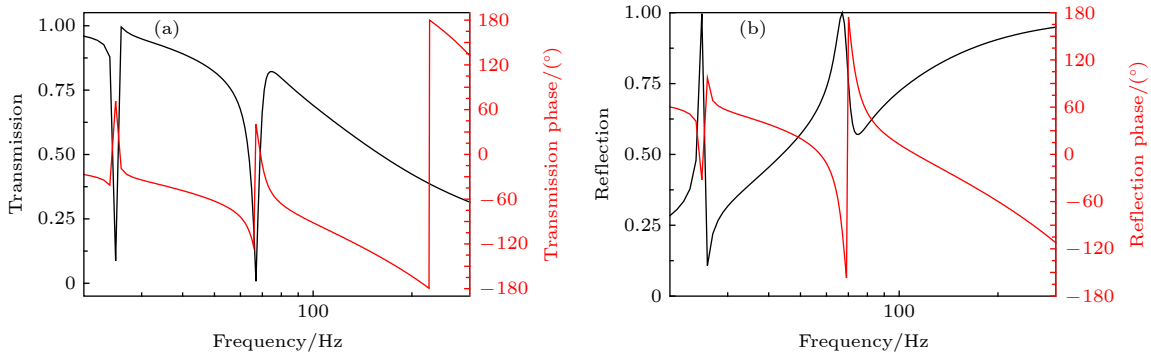


图 12 (a) 透射系数; (b) 反射系数

Fig. 12. (a) Transmission coefficient; (b) reflection coefficient.

其中, ρ_{eff} , ρ_0 为超材料的等效密度与流体介质的密度; K_{eff} , K_0 为材料的等效体积模量与流体介质的体积模量.

通过上述方法, 可以求得 ρ_{eff}/ρ_0 与 K_{eff}/K_0 , 分别如图 13(a) 和图 13(b) 所示, 其中黑色曲线为实部, 红色曲线为虚部.

由图 13 可知, 本文所设计的超材料在特定频段内出现“负参数”特性, 例如在 25 与 67 Hz 隔声峰处都表现出负等效密度, 同时等效模量也出现大幅下降, 在 67 Hz 处 K_{eff}/K_0 的值为 9×10^{-4} , 趋近于 0.

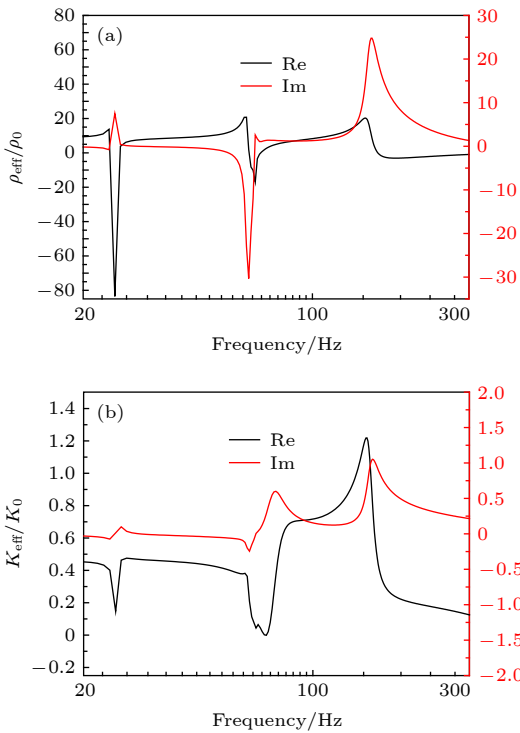


图 13 等效参数 (a) 等效密度; (b) 等效模量

Fig. 13. Effective parameters: (a) Effective mass density; (b) effective modulus.

从能量角度分析来说, 本超材料具有吸纳声能的作用, 当达到共振频率时超材料所吸纳的声能达到最大值. 储存于薄膜附加质量单元结构的声能驱使结构发生与入射波相位相反的振动, 从而实现了负质量密度. 对于刚性底面 Helmholtz 腔而言, 声能将大量聚集于腔内声压剧烈变化的流体中, 使其实现负弹性模量. 但由于本文所涉及 Helmholtz 腔底面为薄膜材质, 当腔内声压发生变化时, 将使薄膜底面发生形变, 腔内气体所吸纳的能量减少, 所以在共振频率附近, 弹性模量仅出现大幅下降, 并

未出现负的弹性模量.

7 质量单元偏心量对超材料隔声性能的影响

从上文对于共振模态的分析中可知, 虽然超材料的反对称共振模态会被激起, 但并不会在共振频率附近出现隔声峰. 在这里采用附加偏心质量单元的方法来减少这类“无用”模态的出现, 如图 14 所示为超材料薄膜底面俯视图, 其中薄膜圆心为 O , 偏心质量单元圆心为 O' , 二者距离为 l .

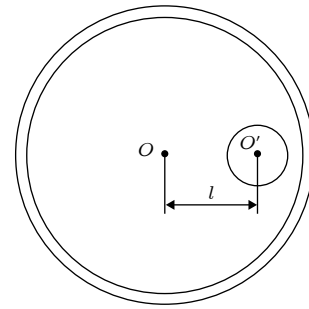


图 14 结构示意图

Fig. 14. Structural sketch.

计算发现当 l 值不同时, 超材料的传输损失曲线如图 15 所示.

其中图 15(a) 分别为 $l = 0$ 与 $l = 20$ mm 时超材料的传输损失曲线, 可知, 加入偏心质量单元设计之后, 在保留 2 个低频隔声峰的同时, 出现了更多的隔声峰, 为了探究其机理, 计算了偏心质量材料第 1—6 隔声峰的振动模式图, 见图 16.

从文献 [30] 关于薄膜声学超材料的研究可知, 质量单元的加入会对薄膜起类似于“分割”的作用, 即薄膜的不同部分表现为相对独立的振动 (图 16).

由图 16(a) 和图 16(b) 可知, 在低频范围内中, 质量单元仍发挥着重要的作用, 由于质量单元的存在, 超材料仍然可以保持良好的低频性能. 同时由图 15(b) 可得, 随着 l 的增长, 第 1 隔声峰频率升高, 其振动模式可等效为弹簧-振子系统, 随着质量单元向边界移动, 系统的等效刚度变大, 使第 1 隔声峰频率升高; 第 2 隔声峰频率降低, 此共振模态下, 质量单元将薄膜分割为质量单元附加周围薄膜与余下薄膜两部分, 随着质量单元向边界移动, 余下薄膜的面积逐渐变大, 使第 2 隔声峰频率降低.

相较于中心质量单元设计, 偏心质量单元设计

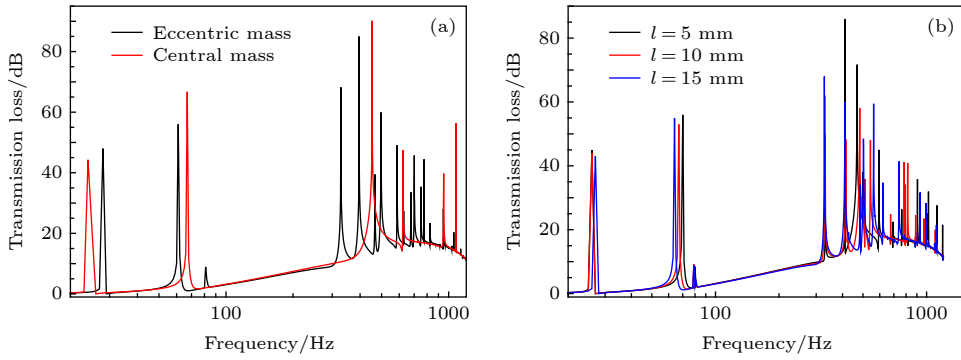


图 15 (a) 偏心质量单元与中心质量单元的传输损失曲线; (b) 当 l 值不同时, 超材料的传输损失曲线

Fig. 15. (a) Comparison of transmission loss between eccentric mass unit and central mass unit; (b) transmission loss curves when l is different.

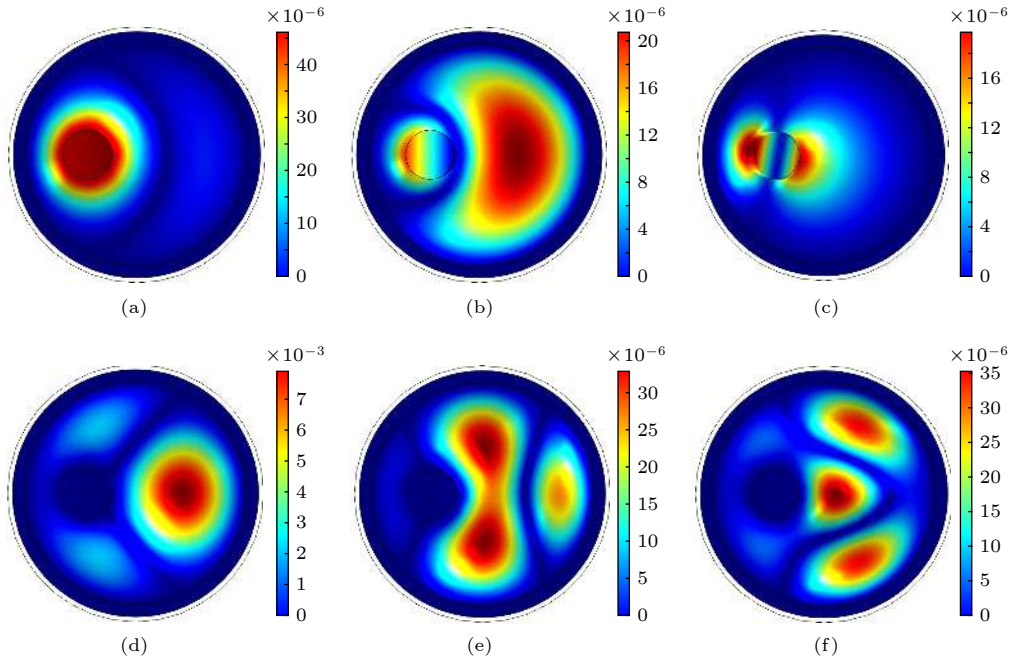


图 16 振动模式图 (a) 28.03 Hz; (b) 61.27 Hz; (c) 71.29 Hz; (d) 328.22 Hz; (e) 396.30 Hz; (f) 466.81 Hz
Fig. 16. Vibration mode: (a) 28.03 Hz; (b) 61.27 Hz; (c) 71.29 Hz; (d) 328.22 Hz; (e) 396.30 Hz; (f) 466.81 Hz.

可以将原先的一部分反对称模式转化为非反对称模式. 图 17 所示为中心质量单元设计时, 68.83 Hz 共振频率所对应的模式, 由于其为反对称模式, 故并未出现与之相关的隔声峰, 图 16(c) 所示模式与之类似, 由于质量单元处于非对称位置, 抑制了反对称模式的发生, 故出现隔声峰.

偏心质量单元设计也激发了许多全新的振动模式, 如图 16(d)–(f) 所示, 这些共振模式的出现, 大大增加了超材料的隔声峰数量.

图 15(b) 为 $l = 5, 10, 15$ mm 时超材料的传输损失曲线. 随着 l 的变化, 超材料 300 Hz 以上隔声峰出现的位置变得杂乱无章. 由于 300 Hz 以上的振动表现为薄膜振动, 而 l 的变化使得质量单元

“分割”薄膜造成的结果难以预料, 使得隔声峰出现的位置各异, 但相较于中心质量单元设计均有提升.

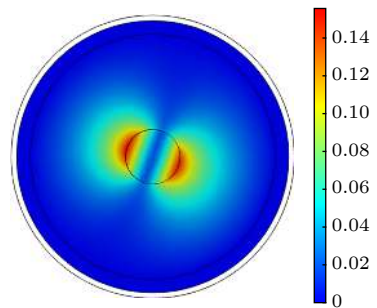


图 17 中心质量单元设计时, 68.83 Hz 共振频率所对应共振模式图

Fig. 17. Resonance modal diagram with the resonance frequency of 68.83 Hz when the mass unit is at the center.

为验证以上说法, 通过实验手段测量了附加偏心质量单元样件的传输损失. 图 18(a) 为样件实物图, 图 18(b) 中红线与黑线分别为实验测得的偏心质量单元样件、中心质量单元样件的传输损失曲线, 其中偏心量 $l = 20$. 由图 18(b) 可得, 偏心质量单元结构的确拥有更多隔声峰.

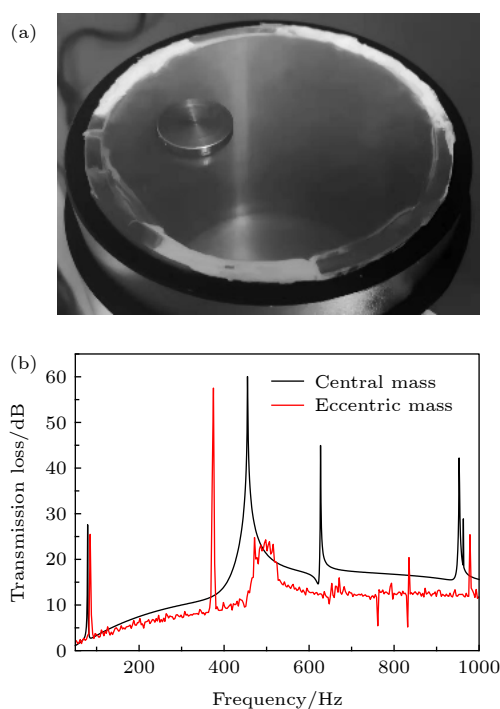


图 18 实验验证 (a) 样件图; (b) 传输损失曲线

Fig. 18. Experimental verification: (a) Sample structure; (b) transmission loss curves.

8 结 论

本文设计了一种薄膜底面 Helmholtz 腔声学超材料, 得到结论如下:

1) 通过有限元法, 计算了超材料 20—1200 Hz 的传输损失曲线与共振模态, 发现超材料在此频段内隔声性能良好, 最高出现 90.18 dB 的隔声峰, 在 100 Hz 以下的超低频范围内出现 2 个 40 dB 以上的隔声峰, 并在实验中验证了数值计算的正确性; 综合分析超材料的传输损失曲线与共振模态, 进一步探究了超材料的隔声机理.

2) 计算了超材料的透射系数与反射系数, 并通过等效参数提取法, 得到了超材料在各个频率点处的等效密度与等效模量. 发现在隔声峰处, 超材料的等效密度出现负值, 同时等效模量接近于零

3) 使用等效电路法, 构建了薄膜底面 Helmholtz

腔声学超材料的首阶共振频率处的等效模型, 进一步揭示了本超材料的隔声机理. 通过等效模型, 可以快捷并较为准确地估算本声学超材料的首阶共振频率.

4) 引入偏心质量单元, 减少了超材料的反对称共振模态, 进一步优化了超材料的隔声性能.

参考文献

- [1] William B A, Lisa M M, Kelsey B, Stephen B, John L A 2019 *Environ. Sci. Technol.* **53** 7126
- [2] Zhou Y 2017 *M. S. Thesis* (Nanjing: Jiangsu University) (in Chinese) [周裕 2017 硕士学位论文 (南京: 江苏大学)]
- [3] Wu J H, Ma F Y, Zhang S W, Shen L 2006 *J. Mech. Eng.* **52** 68
- [4] Ding C L, Dong Y B, Zhao X P 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 194301 (in Chinese) [丁昌林, 董仪宝, 赵晓鹏 2018 物理学报 **67** 194301]
- [5] Lee S H, Park C M, Seo Y M, Wang Z G, Kim C K 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 054301
- [6] Shen H J, Yu D L, Tang Z Y, Su Y S, Li Y F, Liu J W 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 144301 (in Chinese) [沈惠杰, 郁殿龙, 汤智胤, 苏永生, 李雁飞, 刘江伟 2019 物理学报 **68** 144301]
- [7] Chen H J, Zhai S L, Ding C L, Liu S, Luo C R, Zhao X P 2015 *J. Appl. Phys.* **118** 094901
- [8] Mei J, Ma G C, Yang M, Yang Z Y, Wen W J, Sheng P 2012 *Nat. Commun.* **3** 756
- [9] Nemat-Nasser S, Willis J R, Srivastava A, Amirkhizi A V 2011 *Phys. Rev. B* **83** 104103
- [10] Ding C L, Zhao X P 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6351 (in Chinese) [丁昌林, 赵晓鹏 2009 物理学报 **58** 6351]
- [11] Liu Z, Zhang X X, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734
- [12] He Z H, Zhao J B, Yao H, Jiang J N, Zhang S Chen X 2018 *J. Chin. Ceramic Soc.* **47** 983 (in Chinese) [贺子厚, 赵静波, 姚宏, 蒋娟娜, 张帅, 陈鑫 2018 硅酸盐学报 **47** 983]
- [13] Gao N S, Hou H 2018 *Mater. Rev.* **32** 322 (in Chinese) [高南沙, 侯宏 2018 材料导报 **32** 322]
- [14] Wang S, Lin S Y 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 024303 (in Chinese) [王莎, 林书玉 2019 物理学报 **68** 024303]
- [15] Liu J, Hou Z L, Fu X J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 154302 (in Chinese) [刘娇, 侯志林, 傅秀军 2015 物理学报 **64** 154302]
- [16] Cheng Y, Xu J Y, Liu X J 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 051913
- [17] Jia X Z 2018 *M. S. Thesis* (Xi'an: Shaanxi Normal University) (in Chinese) [贾晓珍 2018 硕士学位论文 (西安: 陕西师范大学)]
- [18] Chen Y, Huang G, Zhou X, Hu G, Sun C 2014 *J. Acoust. Soc. Am.* **136** 969
- [19] Fang N, Xi D J, Xu J Y, Ambati M, Srituravanich W, Sun C, Zhang X 2006 *Nature Mater.* **5** 452
- [20] Jiang J L, Yao H, Du J, Zhao J B, Deng T 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 064301 (in Chinese) [姜久龙, 姚宏, 杜军, 赵静波, 邓涛 2017 物理学报 **66** 064301]
- [21] Naify C J, Chang C M, Mcknight G, Nutt S 2011 *J. Appl. Phys.* **110** 751
- [22] Mei J, Ma G C, Yang M, Yang Z Y, Wen W J, Shen P 2012 *Physics* **41** 425 (in Chinese) [梅军, 马冠聪, 杨旻, 杨志宇, 温维佳, 沈平 2012 物理 **41** 425]
- [23] Cheng Y, Zhou C, Yuan B G, Wu D J, Wei Q, Liu X J 2015 *Nature Mater.* **14** 1013
- [24] Zhou Y, Wu W G, Wen Y F 2017 *Tech. Acoust.* **36** 297 (in Chinese) [周裕, 吴卫国, 闻轶凡 2017 声学技术 **36** 297]
- [25] Abbad A 2016 *SAE International 9th International Styrian*

Noise, Vibration & Harshness Congress Warrendale, United States, June 22, 2016 p2011

- [26] Long H, Cheng Y, Liu X 2018 *Sci. Rep.* **8** 15678
 [27] Chen X, Yao H, Zhao J B, Zhang S, He Z H, Jiang J N 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 084302 (in Chinese) [陈鑫, 姚宏, 赵静波, 张帅, 贺子厚, 蒋娟娜 2019 物理学报 **68** 084302]
 [28] Du G H, Zhu Z M, Gong X F 2012 *Acoustic Basis* (Nanjing:

Nanjing University Press) p84 (in Chinese) [杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬 2012 声学基础 (南京: 南京大学出版社) 第84页]

- [29] Fokin V, Ambati M, Sun C, Zhang X 2007 *Phys. Rev. B* **76** 144302
 [30] He Z H, Zhao J B, Yao H, Zhang S, Jiang J N, Chen X 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 134302 (in Chinese) [贺子厚, 赵静波, 姚宏, 张帅, 蒋娟娜, 陈鑫 2019 物理学报 **68** 134302]

Sound insulation performance of Helmholtz cavity with thin film bottom*

He Zi-Hou¹⁾ Zhao Jing-Bo^{2)†} Yao Hong²⁾ Chen Xin¹⁾

1) (*Graduate School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China*)

2) (*Department of Basic, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China*)

(Received 22 July 2019; revised manuscript received 22 August 2019)

Abstract

Aiming at the isolation of low-frequency noise, an acoustic metamaterial is designed based on Helmholtz cavity and thin film structure. It consists of a Helmholtz cavity with film bottom and the mass block attached to the cavity. By the finite element method, the transmission losses and resonance frequencies of metamaterials in a frequency range of 20–1200 Hz are calculated and also verified experimentally. The results show that the metamaterial has great sound insulation performance in the frequency range. There are six sound insulation peaks, of which the two sound insulation peaks below 100 Hz have the transmission losses of 44.29 dB and 67.43 dB, respectively. The maximum transmission loss in the whole frequency range is 90.18 dB. Comparing with the normal Helmholtz cavity or thin film acoustic metamaterial or traditional material, the sound insulation performance of the metamaterial is improved greatly. By analyzing the resonance and vibration mode diagram at the sound insulation peaks comprehensively, the sound insulation mechanism of the metamaterial is further explored. The results show that many resonance modes have no effect on transmission loss only when the resonance mode can be coupled with the incident wave and is not an antisymmetric mode which can affect the transmission loss. The transmission and reflection coefficient of the metamaterial are calculated by the finite element method, and through the method for retrieving effective properties, the effective mass density and effective modulus are obtained. It is found that there is a negative effective mass density at the sound insulation peak, meanwhile the effective modulus is close to zero. The generation mechanism of abnormal equivalent parameters is analyzed from the energy view point. The acoustic impedance of the metamaterial is obtained by an equivalent circuit method, through which the first resonance frequency is calculated relatively accurately. According to the results of the previous study on sound insulation mechanism, the effect of the eccentric mass unit on the sound insulation performance of metamaterial is studied. It is found that the eccentric mass can greatly reduce the antisymmetric resonance mode and increase the sound insulation peak of the structure, which is also verified experimentally. The results provide a reference for designing the acoustic metamaterials.

Keywords: Helmholtz cavity, thin film acoustic metamaterials, finite element method, sound insulation performance, negative parameter

PACS: 43.20.+g, 43.40.+s, 43.60.+d, 63.20.–e

DOI: 10.7498/aps.68.20191131

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11504429) and the Pre-research Project of Department of Basic Sciences, Air Force Engineering University, China (Grant No. YNJC19070602).

† Corresponding author. E-mail: chjzjb@163.com