

## 相干合成涡旋光束的螺旋谱分析及应用研究\*

彭一鸣<sup>1)</sup> 薛煜<sup>1)</sup> 肖光宗<sup>2)</sup> 于涛<sup>1)</sup> 谢文科<sup>1)†</sup> 夏辉<sup>1)</sup>  
刘爽<sup>1)</sup> 陈欣<sup>1)</sup> 陈芳琳<sup>1)</sup> 孙学成<sup>1)</sup>

1) (中南大学物理与电子学院, 长沙 410083)

2) (国防科技大学前沿交叉学科学院, 长沙 410073)

(2019年6月6日收到; 2019年7月8日收到修改稿)

应用螺旋谱分析理论, 推导了相干合成涡旋光束螺旋谱分量的位置和大小, 数值分析验证了理论推导的正确性. 基于上述谱分析理论, 可将螺旋谱分析结果作为相干合成涡旋光束质量评价函数并指导相干合成参数优化. 结果表明: 随着子光束数量和束腰半径的增加、组束环半径的减少可提高目标合成拓扑荷的模式纯度, 同时获得高质量涡旋光束. 这与采用桶中功率等传统评价函数得到的结论具有一致性.

**关键词:** 涡旋光束, 相干合成, 螺旋谱分析, 评价函数

**PACS:** 42.60.Jf, 42.55.-f, 42.15.Eq, 42.25.-p

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190880

## 1 引言

涡旋光束是在传播方向上中心强度或轴向强度为零、相位具有螺旋上升或下降梯度分布的环形光束, 又称暗中空光束<sup>[1]</sup>. 与普通高斯光束相比, 涡旋光束具有许多优点, 例如自身携带轨道角动量、暗中空结构等, 这些独特性质在自由空间光通信<sup>[2,3]</sup>、光学微操控<sup>[4-6]</sup>、量子信息处理<sup>[7]</sup>、光学测量<sup>[8]</sup>、超分辨成像<sup>[9]</sup>、激光加工和材料处理<sup>[10]</sup>等领域有着重要的应用. 近年来随着人们对涡旋光束研究的深入, 高功率涡旋光束的应用需求也在不断增加. 在光学微操控中, 需要高功率涡旋光束实现高驱动力的微粒操控<sup>[11,12]</sup>; 对于自由空间光通信, 为实现远距离稳定传输, 提高系统信噪比, 需要高功率、高质量的涡旋光束<sup>[13]</sup>; 在激光加工和材料处理领域, 激光消融和表面烧蚀等应用也对涡旋光束的功率提出了更高需求<sup>[10]</sup>.

传统产生涡旋光束的方法有计算全息法<sup>[14]</sup>、螺旋相位板法<sup>[15]</sup>、空间光调制器法<sup>[16]</sup>、几何模式转换法<sup>[17,18]</sup>等. 但是, 受衍射效率的限制计算全息法仅适合低阶涡旋光束的产生; 空间光调制器无法处理高功率光束; 高质量螺旋相位板制作困难; 几何光学模式转换法对光学器件的加工制作要求较高, 转换系统结构复杂且不易控制涡旋的参数. 相比之下, 相干合成涡旋光束在降低系统成本、提高热管理效率和灵活光束控制等方面都具有明显的优势. 基于相干合成技术, Yu等<sup>[19]</sup>和Xie等<sup>[20]</sup>已经实现高光束质量特定涡旋光束的相干合成, 且系统架构具有向高功率拓展的优势.

在实际应用中, 对光束质量进行有效评价是非常必要的. 针对不同应用, 人们定义了不同光束质量评价函数, 例如聚焦光斑尺寸、远场发散角、斯特列尔比、衍射极限倍数 $\beta$ 因子、光束参数乘积、桶中功率和 $M^2$ 因子等, 也形成了多种检测方法<sup>[21-23]</sup>. 对于相干合成涡旋光束, 传统分析方法主要利用桶

\* 装备预研领域基金 (批准号: 6140415020311)、高能激光技术湖南省重点实验室开放基金 (批准号: GNJGJS04) 和湖南省光电惯性工程技术研究中心开放基金 (批准号: HN-NUDT1908) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wenkexiedan@163.com

中功率、相关系数等. 但这些评价函数均基于强度分布定义, 只能对强度分布进行评价, 而不能反映合成涡旋光束相位特征.

本文应用螺旋谱分析理论, 对相干合成贝塞尔-高斯 (Bessel-Gaussian, BG) 涡旋光束进行定量谱分析. 理论推导了相干合成涡旋光束螺旋谱分量的位置和大小. 以目标谱分量纯度为评价函数对合束子光束数量、子光束束腰半径、组束环半径等参数进行了优化, 验证了其作为相干合成涡旋光束评价函数的可行性, 本文对深入理解相干合成涡旋光束的技术本质具有一定参考意义.

## 2 理论基础

### 2.1 涡旋光束谱分析理论

柱坐标系下, 沿  $z$  轴传输的涡旋光束复振幅表达式为

$$E(r, \varphi, z) = E_0(r, \varphi, z) \exp(-il\varphi) \exp(-ikz), \quad (1)$$

其中  $E_0$  表示振幅,  $r$  为轴向距离,  $\varphi$  为方位角,  $z$  是传输距离,  $l$  表示拓扑荷数,  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  为波长. 由于任意  $z$  处,  $kz$  为常数, 所以只考虑螺旋相位项  $\exp(-il\varphi)$ .

为了定量分析涡旋光束螺旋相位谱特征, 这里引入螺旋谐波分析方法, 设有任意  $l$  和  $l'$  阶螺旋谐波函数分别为  $\exp(il\varphi)$  和  $\exp(il'\varphi)$ , 则

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(il\varphi) \exp(-il'\varphi) d\varphi = \begin{cases} 1, & l = l', \\ 0, & l \neq l', \end{cases} \quad (2)$$

即, 螺旋谐波函数构成一组完备正交基. 因此, 设任意光场复振幅  $w(r, \varphi, z)$  可在谐波函数  $\exp(il\varphi)$  张成的线性空间进行展开, 即

$$w(r, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l(r, z) \exp(il\varphi), \quad (3)$$

式中  $a_l(r, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} w(r, \varphi, z) \exp(-il\varphi) d\varphi$  为第  $l$  阶谐波的振幅. 对  $a_l(r, z)$  积分即可得到第  $l$  阶谐波能量  $C_l$ , 这里

$$C_l = \int_0^{\infty} |a_l(r, z)|^2 r dr. \quad (4)$$

拓扑荷数为  $l$  的谐波与整个光束能量的比值即为相对功率或第  $l$  阶模式的纯度, 其表达式为

$$P_l = \frac{C_l}{\sum_{m=-\infty}^{+\infty} C_m}. \quad (5)$$

利用上述螺旋谱分析理论可求得相干合成涡旋光束中不同谱分量的相对功率或纯度.

### 2.2 相干合成涡旋光束螺旋谱理论分析

对环形排列的高斯光束阵列加载离散涡旋相位, 相干合成  $n$  阶 BG 涡旋光束. 源平面高斯光束阵列及相位分布如图 1(a) 和图 1(b) 所示. 具有离散螺旋相位的高斯光束阵列在自由空间的传播方程为<sup>[24]</sup>

$$E_{\text{GBs}}(r, \varphi, z) = \sum_{m=0}^{M-1} E_m(r, \varphi, z), \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} E_m = & \exp \left[ -\frac{r^2 + R^2 - 2Rr \cos(\theta - \theta_m)}{w^2(z)} \right] \\ & \times \exp \left\{ -ik \left[ z + \frac{r^2 + R^2 - 2Rr \cos(\theta - \theta_m)}{2R(z)} \right] \right\} \\ & \times \exp \left[ i \arctan \left( \frac{z}{f} \right) \right] \times \exp(i\varphi_m), \end{aligned} \quad (7)$$

$M$  是子光束数量,  $R$  是组束环半径;  $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{f}\right)^2}$  为  $z$  处光斑半径,  $w_0$  是源平面高斯子光束束腰半径;  $R(z) = z + \frac{f^2}{z}$  为  $z$  处的曲率半径;  $f = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$  为高斯光束的共焦参数;  $m = 0, 1, 2, \dots, M-1$ ;  $\theta_m = \frac{2\pi m}{M}$  是第  $m$  束子光束中心与  $x$  轴的夹角,  $\varphi_m = \frac{2\pi n m}{M}$  是第  $m$  束子光束额外附加的相位,  $n$  是拓扑荷数, 故相邻子光束间相位相差  $\frac{2\pi n}{M}$ , 单位为弧度.

当  $M = 12, n = 2, R = 1.2 \text{ mm}, w_0 = 0.24 \text{ mm}$  时, 子光束阵列及相位分布如图 1(a) 和图 1(b) 所示, 根据 (6) 和 (7) 式, 计算  $z = 2 \text{ m}$  处与光轴垂直平面内的合成光场强度、相位分布如图 1(c) 和图 1(d) 所示, 对比图 1(c) 与图 1(e), 图 1(d) 与图 1(f) 可见, (6) 和 (7) 式所示的相干合成涡旋光束是可行的.

结合谱分析理论, 任意  $z$  平面处相干合成涡旋光束第  $l$  阶螺旋谐波振幅为

$$a_l(r, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} E_{\text{GBs}}(r, \varphi, z) \exp(-il\varphi) d\varphi. \quad (8)$$

由 (4) 式对  $a_l(r, z)$  积分得  $l$  阶螺旋谐波能量

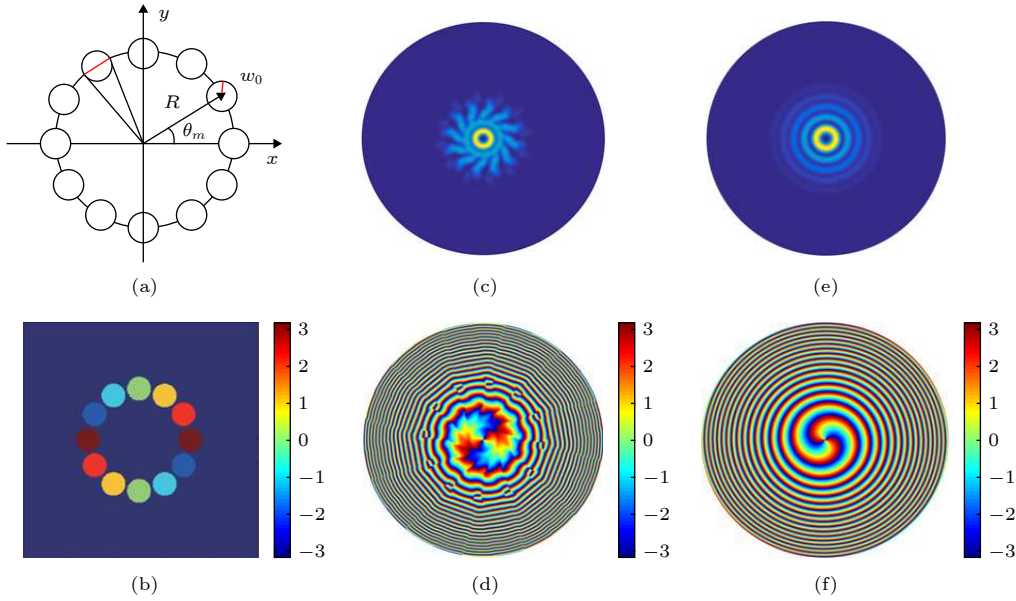


图 1  $M = 12$ ,  $n = 2$ ,  $R = 1.2$  mm,  $w_0 = 0.24$  mm 时的高斯光束阵列 (a) 源平面空间分布; (b) 源平面相位分布; (c) 传输 2 m 后合成涡旋光束强度分布; (d) 传输 2 m 后合成涡旋光束相位分布; (e) 标准 2 阶 BG 涡旋光束强度分布; (f) 标准 2 阶 BG 涡旋光束相位分布

Fig. 1. Gaussian beam array with  $M = 12$ ,  $n = 2$ ,  $R = 1.2$  mm,  $w_0 = 0.24$  mm: (a) Source plane spatial distribution; (b) source plane phase distribution; (c) light field distribution of synthetic vortex beam after 2 m transmission; (d) phase distribution of synthetic vortex beam after 2 m transmission; (e) light field distribution of standard 2nd order BG vortex beam; (f) phase distribution of standard 2nd order BG vortex beam.

$C_l$  为

$$C_l = \frac{1}{2\pi} \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} E_{\text{GBs}}(r, \varphi_1, z) \exp(-il\varphi_1) \times E_{\text{GBs}}^*(r, \varphi_2, z) \exp(il\varphi_2) d\varphi_1 d\varphi_2 r dr, \quad (9)$$

即可计算出相干合成光束  $l$  阶谐波的能量占比或模式纯度  $P_l$ .

为了进一步探究相干合成涡旋光束螺旋谱位置, 可令

$$u(r, \varphi, z) = \exp\left[-\frac{r^2 + R^2 - 2Rr \cos(\theta - \theta_m)}{w^2(z)}\right] \times \exp\left\{-ik\left[z + \frac{r^2 + R^2 - 2Rr \cos(\theta - \theta_m)}{2R(z)}\right]\right\} \times \exp\left[i \arctan\left(\frac{z}{f}\right)\right], \quad (10)$$

则

$$E_{\text{GBs}}(r, \varphi, z) = \sum_{m=0}^{M-1} E_m(r, \varphi, z) = \sum_{m=0}^{M-1} u(r, \varphi, z) \exp\left(i \frac{2\pi n m}{M}\right). \quad (11)$$

将 (11) 式代入 (8) 式得

$$a_l = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \int_0^{2\pi} \sum_{m=0}^{M-1} u(r, \varphi, z) \exp\left(i \frac{2\pi n m}{M}\right) \exp(-il\varphi) d\varphi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \int_0^{\frac{2\pi}{M}} u(r, \varphi, z) \exp(-il\varphi) d\varphi + \int_{\frac{4\pi}{M}}^{\frac{4\pi}{M}} u(r, \varphi, z) \exp\left(i \frac{2\pi n}{M}\right) \exp(-il\varphi) d\varphi + \dots + \int_{\frac{(M-1)2\pi}{M}}^{\frac{(M-1)2\pi}{M}} u(r, \varphi, z) \times \exp\left[i \frac{(M-1)2\pi n}{M}\right] \exp(-il\varphi) d\varphi \right\}. \quad (12)$$

又因为  $M$  束子光束光场分布完全相同, 故合成光场具有周期性, 即

$$u(r, \varphi, z) = u\left(r, \varphi + \frac{2\pi}{M}, z\right). \quad (13)$$

根据 (13) 式, 利用积分换元可将 (12) 式化简为

$$\begin{aligned}
 a_l &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} u(r, \varphi, z) \exp(-il\varphi) \\
 &\times \left\{ 1 + \exp\left[i\frac{2\pi(n-l)}{M}\right] + \exp\left[i\frac{4\pi(n-l)}{M}\right] \right. \\
 &\left. + \cdots + \exp\left[i\frac{2\pi(M-1)(n-l)}{M}\right] \right\} d\varphi \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} u(r, \varphi, z) \exp(-il\varphi) \\
 &\times \frac{1 - \exp[i2\pi(n-l)]}{1 - \exp\left[i\frac{2\pi(n-l)}{M}\right]} d\varphi.
 \end{aligned} \tag{14}$$

观察 (14) 式发现, 当且仅当  $n-l = \alpha \cdot M$  ( $\alpha$  为任意整数), 即  $l = n - \alpha \cdot M$  时, 式中

$$\frac{1 - \exp[i2\pi(n-l)]}{1 - \exp\left[i\frac{2\pi(n-l)}{M}\right]}$$

可通过洛必达法则进行等价无穷小化简, 得出

$$a_l = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} u(r, \varphi, z) \exp(-il\varphi) M d\varphi. \tag{15}$$

此时有  $a_l \neq 0$ , 即相应的螺旋谱分量  $P_l \neq 0$ . 也就是说, 当

$$l = n - \alpha \cdot M \quad (\alpha \text{ 为任意整数}) \tag{16}$$

满足时, 拓扑荷数为  $l$  的螺旋谐波才会在相干合成涡旋光束中出现. 这一结论说明能够通过子光束数量  $M$  和目标合成拓扑荷数  $n$  来确定相干合成光束非 0 谱的位置, 此结论是本文的主要理论研究结果.

### 2.3 相干合成涡旋光束螺旋谱数值分析

以  $M = 8$ ,  $n = 1$  为例, 计算了  $w_0 = 0.2$  mm,  $R = 2.1$  mm,  $\lambda = 632.8$  nm 时,  $z = 10$  m 处相干合成涡旋光束的强度和相位分布如图 2(a) 和图 2(b) 所示. 根据 (8) 式计算得到非 0 谱主成分振幅系数分别是  $a_{-15}$ ,  $a_{-7}$ ,  $a_1$ ,  $a_9$  和  $a_{17}$ , 根据 (3) 式, 将主成分线性叠加后得到  $z = 10$  m 处重建光场的强度分布和相位分布如图 2(c) 和图 2(d) 所示. 对比图 2(a) 与图 2(c), 图 2(b) 与图 2(d) 发现, 螺旋谐波叠加光场与原相干合成涡旋光束的强度分布和相位分布几乎完全一致, 这充分验证了谱分析过程的正确性.

根据 (9) 式可计算得到  $M$  不同时, 目标合成拓扑荷  $n$  为 1 的相干合成涡旋光束螺旋谱分布及

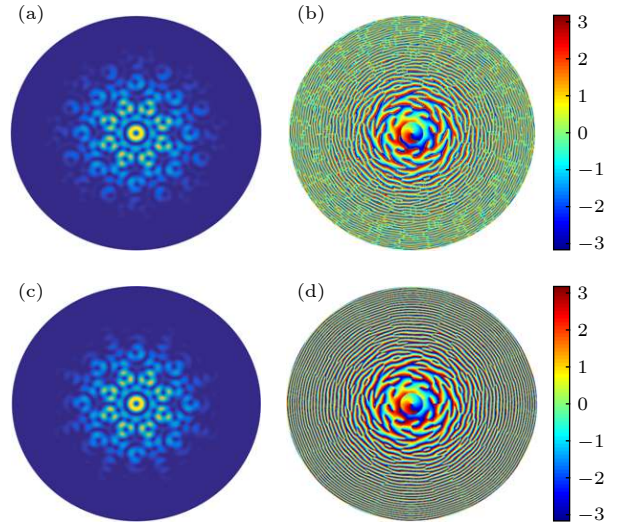


图 2  $z = 10$  m 处相干合成涡旋光束的 (a) 强度分布和 (b) 光束相位分布; 螺旋谐波重建的 (c) 强度分布和 (d) 相位分布

Fig. 2. Target plane at  $z = 10$  m: (a) Light field distribution of coherent synthetic vortex beam; (b) phase distribution of coherent synthetic vortex beam; (c) light field distribution of spiral harmonic reconstruction light field; (d) phase distribution of spiral harmonic reconstruction light field.

大小, 如图 3(a)—(c) 所示.

图 3(a) 中, 当  $M$  为 8 时, 拓扑荷为 1 的螺旋谐波相对功率最高, 为 31.97%, 正是相干合成涡旋光束的目标拓扑荷. 根据谱分析理论, 可以预测合成光束非 0 谱必然出现在  $l = 1 - 8\alpha$  ( $\alpha$  为任意整数) 等位置处, 如  $l = -15, -7, 9, 17$  等主成分纯度分别为 11.53%, 25.69%, 22.20% 和 8.62%; 同样, 如图 3(b) 所示, 当  $M = 12$  时,  $P_1 = 45.61%$ , 其他非 0 成分出现在  $l = 1 - 12\alpha$  ( $\alpha$  为任意整数) 等位置处, 如  $l = -23, -11, 13, 25$  等主成分纯度分别为 4.14%, 26.38%, 21.20% 和 2.68%; 如图 3(c) 所示,  $M = 16$  时亦是如此. 这与相干合成涡旋光束螺旋谱分布公式 (16) 所预测的谱成分位置结论完全一致.

## 3 目标谱纯度用于相干合成光束质量评价与参数优化

### 3.1 基于谱分析理论的相干合成涡旋光束参数优化

#### 3.1.1 子光束数量 $M$

根据 (7) 和 (9) 式, 计算了  $n = 1$ ,  $w_0 = 0.2$  mm,  $R = 2.1$  mm,  $\lambda = 632.8$  nm 时,  $M = 8$  和  $M = 16$

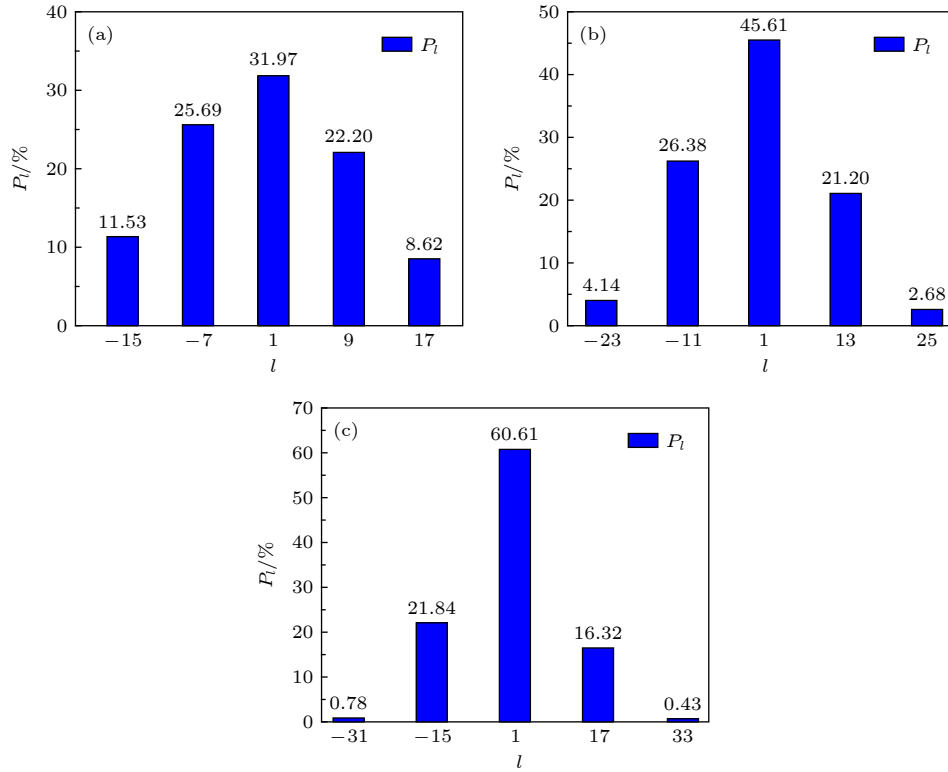


图 3 相干合成涡旋光束螺旋谱分布及大小 (其中  $n = 1$ ,  $z = 10$  m,  $w_0 = 0.2$  mm,  $R = 2.1$  mm) (a)  $M = 8$ ; (b)  $M = 12$ ; (c)  $M = 16$

Fig. 3. Coherent synthetic vortex beam spiral spectrum distribution and size ( $n = 1$ ,  $z = 10$  m,  $w_0 = 0.2$  mm,  $R = 2.1$  mm): (a)  $M = 8$ ; (b)  $M = 12$ ; (c)  $M = 16$ .

两种情况  $z = 10$  m 处相干合成 BG 涡旋光束的强度分布、相位分布以及螺旋谱分布, 分别如图 4(a)、图 4(c)、图 4(e) 和图 4(b)、图 4(d)、图 4(f) 所示.  $M = 8$  和  $M = 16$  时拓扑荷  $n = 1$  的螺旋谐波相对功率分别为 31.97% 和 60.61%. 可见, 其他参数相同时,  $M$  越大合成涡旋光束越接近标准拓扑荷为 1 的 BG 涡旋光束. 进一步对比发现:  $M = 16$  时合成涡旋光束环外旁瓣明显较少, 主环能量更高, 光束质量更好; 同时合成相位分布中环上交叉条纹更少, 相位分布更加光滑.

当  $w_0 = 0.2$  mm,  $R = 2.1$  mm,  $z = 10$  m 时, 不同目标拓扑荷相干合成 BG 涡旋光束中心谱纯度  $P_l$  随子光束数量  $M$  的变化趋势如图 5 所示. 可见, 随着  $M$  不断增大, 非目标螺旋谱分量逐渐减小至 0, 目标合成拓扑荷的螺旋谐波纯度不断增加, 趋近 100%, 合成光束趋近标准 BG 涡旋光束.

### 3.1.2 源平面束腰半径

根据 (7) 和 (9) 式, 计算了  $n = 1$ ,  $M = 12$ ,  $R = 2.1$  mm,  $\lambda = 632.8$  nm 时  $w_0 = 0.15$  mm 和  $w_0 = 0.3$  mm 两种情况  $z = 10$  m 处相干合成 BG 涡旋

光束的强度分布、相位分布以及螺旋谱分布, 分别如图 6(a)、图 6(c)、图 6(e) 和图 6(b)、图 6(d)、图 6(f) 所示.  $w_0 = 0.15$  mm 和  $w_0 = 0.3$  mm 时拓扑荷  $n = 1$  的螺旋谐波相对功率分别为 35.12% 和 67.75%. 可见, 其他参数相同时,  $w_0$  越大合成涡旋光束越接近标准拓扑荷为 1 的 BG 涡旋光束. 进一步对比发现:  $w_0 = 0.3$  mm 时合成涡旋光束环外旁瓣明显较少, 主环能量更高, 光束质量更好; 同时合成相位分布中, 环上交叉条纹更少, 相位分布更加光滑.

当  $M = 12$ ,  $R = 2.1$  mm,  $z = 10$  m 时, 不同目标拓扑荷相干合成 BG 涡旋光束中心谱纯度  $P_l$  随子光束束腰半径  $w_0$  的变化趋势如图 7 所示. 可见, 随着  $w_0$  不断增大, 非目标拓扑荷螺旋谱分量逐渐减小至 0, 目标合成拓扑荷的螺旋谐波纯度不断增加, 趋近 100%, 合成光束趋近标准 BG 涡旋光束.

### 3.1.3 组束环半径

根据 (7) 和 (9) 式, 计算了  $n = 1$ ,  $M = 12$ ,  $w_0 = 0.2$  mm,  $\lambda = 632.8$  nm 时,  $R = 1$  mm 和  $R = 2.2$  mm

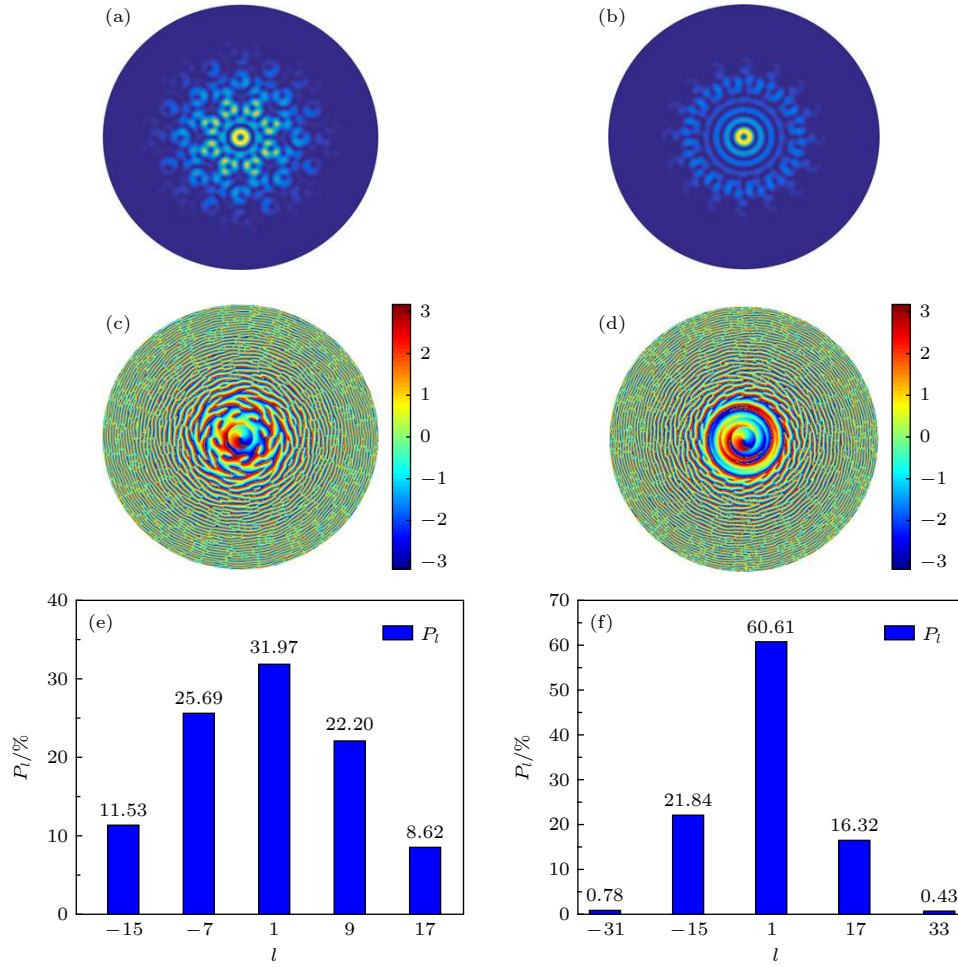


图 4 相干合成 BG 涡旋光束 ( $n = 1, z = 10 \text{ m}, w_0 = 0.2 \text{ mm}, R = 2.1 \text{ mm}$ ) (a)  $M = 8$  时强度分布; (b)  $M = 16$  时强度分布; (c)  $M = 8$  时相位分布; (d)  $M = 16$  时相位分布; (e)  $M = 8$  时螺旋谱分布; (f)  $M = 16$  时螺旋谱分布

Fig. 4. Coherently synthesized BG vortex beam ( $n = 1, z = 10 \text{ m}, w_0 = 0.2 \text{ mm}, R = 2.1 \text{ mm}$ ): (a)  $M = 8$ , light intensity distribution; (b)  $M = 16$ , light intensity distribution; (c)  $M = 8$ , phase distribution; (d)  $M = 16$ , phase distribution; (e)  $M = 8$ , spiral distribution; (f)  $M = 16$ , spiral distribution.

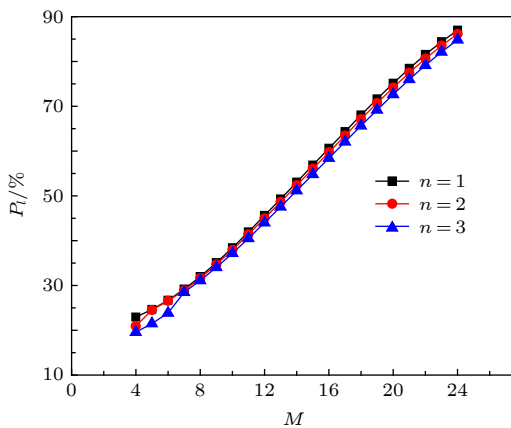


图 5 不同阶合成涡旋光束拓扑荷模式纯度  $P_l$  随子光束数量  $M$  的变化趋势 ( $w_0 = 0.2 \text{ mm}, R = 2.1 \text{ mm}, z = 10 \text{ m}$ )  
Fig. 5. Variation trend of the spectral purity  $P_l$  of the different order synthetic vortex beams with the number of sub-beams  $M$  ( $w_0 = 0.2 \text{ mm}, R = 2.1 \text{ mm}, z = 10 \text{ m}$ ).

两种情况  $z = 10 \text{ m}$  处相干合成 BG 涡旋光束的强度分布、相位分布以及螺旋谱分布, 分别如图 8(a)、图 8(c)、图 8(e) 和图 8(b)、图 8(d)、图 8(f) 所示。  $R = 1 \text{ mm}$  和  $R = 2.2 \text{ mm}$  时拓扑荷  $n = 1$  的螺旋谐波相对功率分别为 88.92% 和 43.62%。可见, 其他参数相同时,  $R$  越小合成涡旋光束越接近标准拓扑荷为 1 的 BG 涡旋光束。进一步对比发现:  $R = 1 \text{ mm}$  时合成涡旋光束环外旁瓣明显较少, 主环能量更高, 光束质量更好; 同时合成相位分布中环上交叉条纹更少, 相位分布更加光滑。

当  $M = 12, w_0 = 0.2 \text{ mm}, z = 10 \text{ m}$  时, 不同目标拓扑荷相干合成 BG 涡旋光束中心谱纯度  $P_l$  随组束环半径  $R$  的变化趋势如图 9 所示。由图 9 可见, 随着  $R$  不断增大, 非目标拓扑荷螺旋谱分量逐渐增大, 目标合成拓扑荷的螺旋谐波纯度不断减

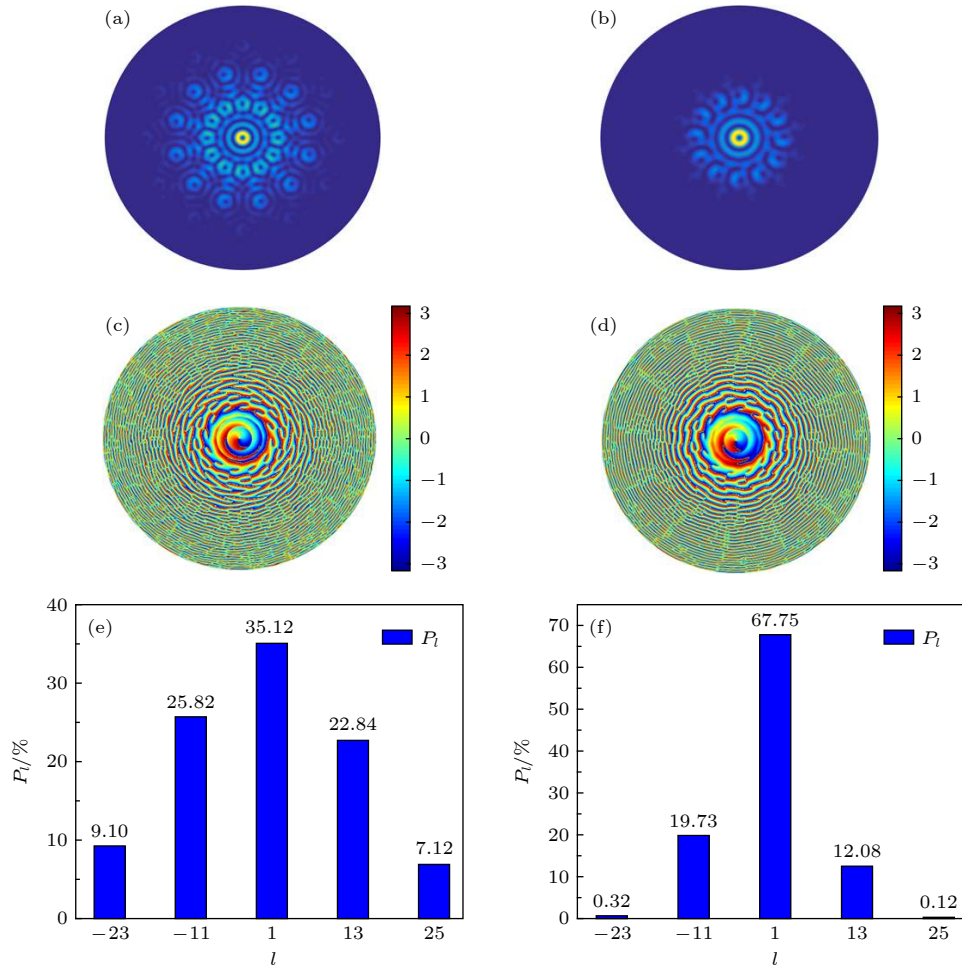


图 6 相干合成 BG 涡旋光束 ( $n = 1, z = 10 \text{ m}, M = 12, R = 2.1 \text{ mm}$ ) (a)  $w_0 = 0.15 \text{ mm}$  时强度分布; (b)  $w_0 = 0.3 \text{ mm}$  时强度分布; (c)  $w_0 = 0.15 \text{ mm}$  时相位分布; (d)  $w_0 = 0.3 \text{ mm}$  时相位分布; (e)  $w_0 = 0.15 \text{ mm}$  时螺旋谱分布; (f)  $w_0 = 0.3 \text{ mm}$  时螺旋谱分布  
 Fig. 6. Coherently synthesized BG vortex beam ( $n = 1, z = 10 \text{ m}, M = 12, R = 2.1 \text{ mm}$ ): (a)  $w_0 = 0.15 \text{ mm}$ , light intensity distribution; (b)  $w_0 = 0.3 \text{ mm}$ , light intensity distribution; (c)  $w_0 = 0.15 \text{ mm}$ , phase distribution; (d)  $w_0 = 0.3 \text{ mm}$ , phase distribution; (e)  $w_0 = 0.15 \text{ mm}$ , spiral distribution; (f)  $w_0 = 0.3 \text{ mm}$ , spiral distribution.

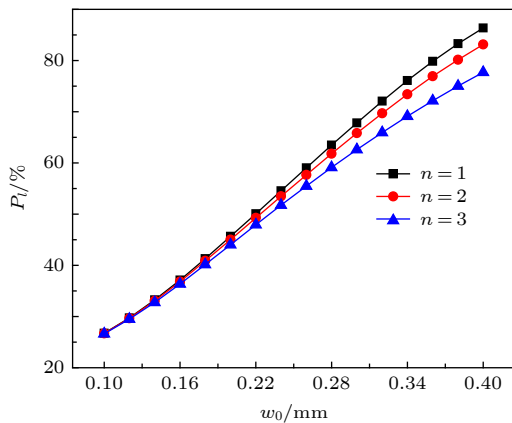


图 7 不同阶合成涡旋光束拓扑荷模式纯度  $P_l$  随子光束束腰半径  $w_0$  的变化 ( $M = 12, R = 2.1 \text{ mm}, z = 10 \text{ m}$ )  
 Fig. 7. Variation trend of the spectral purity  $P_l$  of the different order synthetic vortex beams with sub beam waist radius  $w_0$  ( $M = 12, R = 2.1 \text{ mm}, z = 10 \text{ m}$ ).

小, 趋近 0, 更难相干合成标准 BG 涡旋光束.

### 3.2 基于谱分析理论的相干合成涡旋光束质量评价

基于上文对相干合成参数  $M, w_0, R$  的讨论, 我们发现合成光束螺旋谱分量的位置和大小直观影响了相干合成涡旋光束的光束质量和螺旋相位的合成效果. 目标合成拓扑荷的模式纯度  $P_l$  越高, 合成光束的环外旁瓣就会越少, 主环能量更高, 相位分布更光滑, 光束质量更好, 更接近连续涡旋相位的标准 BG 涡旋光束. 这与采用传统评价函数桶中功率等作为评价函数优化的结论具有一致性. 因此基于谱分析理论, 我们可以通过计算相干合成涡旋光束目标拓扑荷的模式纯度来定量评价涡旋光束质量. 与此同时, 综合  $M, w_0, R$  三个参数考虑,

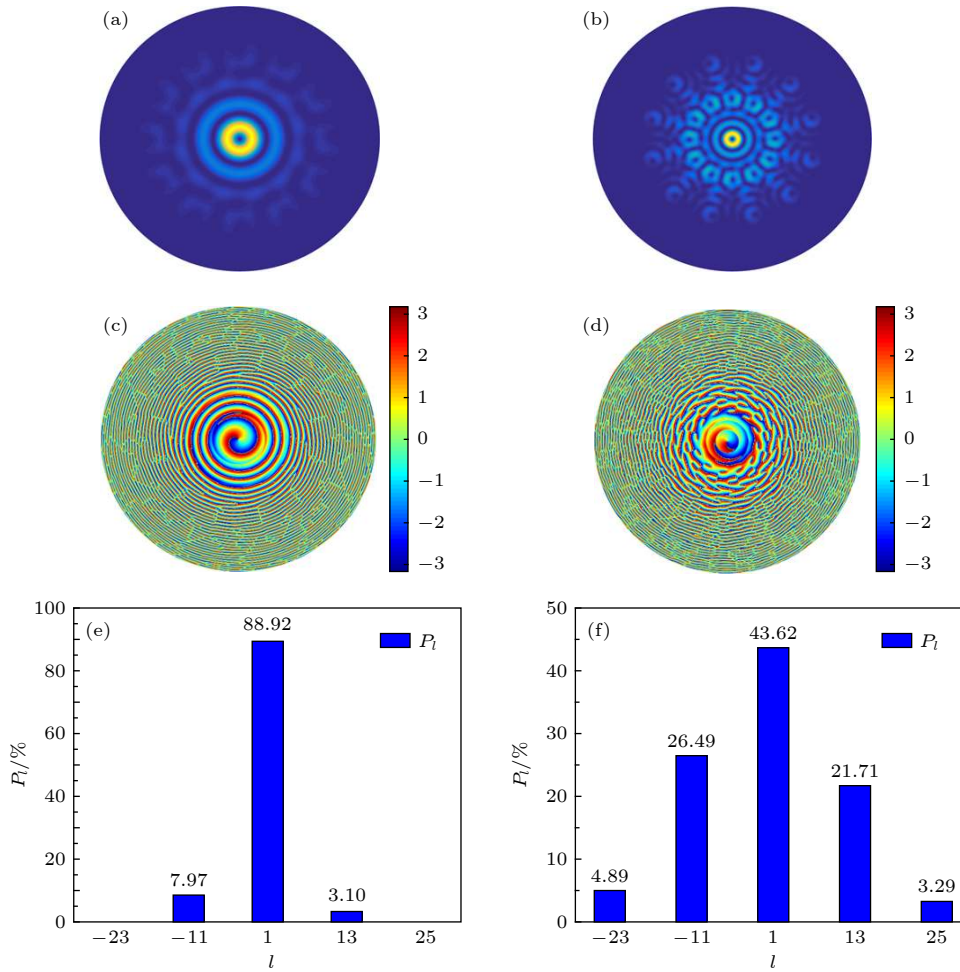


图 8 相干合成 BG 涡旋光束 ( $n = 1, z = 10$  m,  $M = 12, w_0 = 0.2$  mm) (a)  $R = 1$  mm 时强度分布; (b)  $R = 2.2$  mm 时强度分布; (c)  $R = 1$  mm 时相位分布; (d)  $R = 2.2$  mm 时相位分布; (e)  $R = 1$  mm 时螺旋谱分布; (f)  $R = 2.2$  mm 时螺旋谱分布

Fig. 8. Coherently synthesized BG vortex beam ( $n = 1, z = 10$  m,  $M = 12, w_0 = 0.2$  mm): (a)  $R = 1$  mm, light intensity distribution; (b)  $R = 2.2$  mm, light intensity distribution; (c)  $R = 1$  mm, phase distribution; (d)  $R = 2.2$  mm, phase distribution; (e)  $R = 1$  mm, spiral distribution; (f)  $R = 2.2$  mm, spiral distribution.

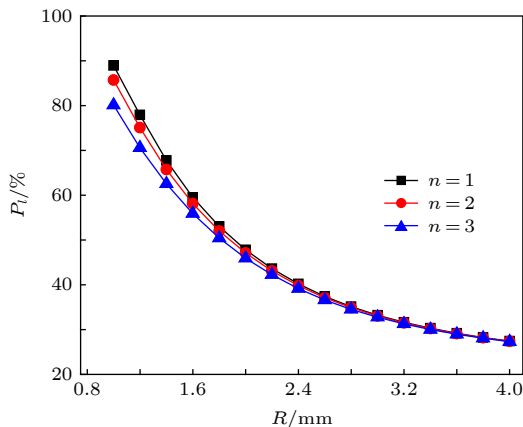


图 9 不同阶合成涡旋光束拓扑荷模式纯度  $P_l$  随组束环半径  $R$  的变化 ( $M = 12, w_0 = 0.2$  mm,  $z = 10$  m)

Fig. 9. Variation trend of the spectral purity  $P_l$  of the different order synthetic vortex beams with beam ring radius  $R$  ( $M = 12, w_0 = 0.2$  mm,  $z = 10$  m).

可通过占空比  $Q$  表示光束阵列圆形排布的紧密程度, 其中  $Q = \frac{w_0 M}{\pi R}$ . 调节  $M, w_0, R$  的大小改变  $Q$  值, 进而调控合成光场螺旋谱分量的分布和大小, 指导涡旋光束的相干合成.

## 4 结 论

本文基于涡旋光束谱分析理论准确地预测了相干合成涡旋光束螺旋谱分量的位置及占比, 结果表明: 当子光束数量  $M$  和目标合成拓扑荷数  $n$  满足  $n - l = \alpha \cdot M$  ( $\alpha$  为任意整数) 时, 拓扑荷数为  $l$  的螺旋谐波才会在相干合成涡旋光束中出现. 此外, 基于谱分析理论研究及相干合成仿真结果, 验证了将目标拓扑荷纯度作为评价函数指导合束参数优化的可行性, 并得出结论: 随着子光束数量和



束腰半径的增加、组束环半径的减少可提高目标合成拓扑荷的模式纯度,同时获得高质量涡旋光束,这与采用桶中功率等传统评价函数得到的结论具有一致性,与传统基于强度定义的评价函数相互补充. 本文对于深入理解相干合成涡旋光束的技术本质、相干合成参数的优化具有一定的指导意义与应用价值.

## 参考文献

- [1] Liu P S, Yang H J, Rong J, Wang G, Yan Y M 2010 *Opt. Laser Technol.* **42** 99
- [2] Wang J, Yang J Y, Fazal I M, Ahmed N, Yan Y, Huang H, Ren Y X, Yue Y, Dolinar S, Tur M, Willner A E 2012 *Nat. Photonics* **6** 488
- [3] Zhu J, Zhu K C, Tang H Q, Xia H 2017 *J. Mod. Opt.* **64** 1915
- [4] Cheng S B, Tao S H 2016 *J. Optics-Uk* **18** 105603
- [5] Cheng S B, Tao S H, Zhou C H, Wu L 2015 *J. Optics-Uk* **17** 105613
- [6] Xiao G Z, Yang K Y, Luo H, Chen X L, Xiong W 2016 *IEEE Photonics J.* **8** 6100108
- [7] Vaziri A, Pan J W, Jennewein T, Weihs G, Zeilinger A 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 227902
- [8] Lavery M P J, Speirits F C, Barnett S M, Padgett M J 2013 *Science* **341** 537
- [9] Tamburini F, Anzolin G, Umbriaco G, Bianchini A, Barbieri C 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 163903
- [10] Allegre O J, Jin Y, Perrie W, Ouyang J, Fearon E, Edwardson S P, Dearden G 2013 *Opt. Express* **21** 21198
- [11] Cheng S B, Tao S H, Zhang X Y, Ma W Z 2016 *IEEE Photonics J.* **8** 6100407
- [12] Tao S H, Yu W X 2015 *Opt. Express* **23** 1052
- [13] Zhu K C, Li S X, Tang Y, Yu Y, Tang H Q 2012 *J. Opt. Soc. Am. A* **29** 251
- [14] Qi X Q, Gao C Q, Liu Y D 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 264 (in Chinese) [齐晓庆, 高春清, 刘义东 2010 *物理学报* **59** 264]
- [15] Algorri J F, Urruchi V, Garcia-Camara B, Sanchez-Pena J M 2014 *IEEE Electron Device Lett.* **35** 856
- [16] Kumar A, Vaity P, Bhatt J, Singh R P 2013 *J. Mod. Opt.* **60** 1696
- [17] Brzobohaty O, Cizmar T, Zemanek P 2008 *Opt. Express* **16** 12688
- [18] Zhu K C, Tang H Q, Zheng X J, Tang Y 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 104210 (in Chinese) [朱开成, 唐慧琴, 郑小娟, 唐英 2014 *物理学报* **63** 104210]
- [19] Yu T, Xia H, Fan Z H, Xie W K, Zhang P, Liu J S, Chen X, Chu X X 2019 *Opt. Commun.* **436** 14
- [20] Xie W K, Zhang P, Wang H, Chu X X 2018 *Opt. Commun.* **427** 288
- [21] Fu Y Q, Feng G Y, Zhang D Y, Chen J G, Zhou S H 2010 *Optik* **121** 452
- [22] Xiong W, Xiao G Z, Han X, Zhou J H, Chen X L, Luo H 2017 *Opt. Express* **25** 9449
- [23] Ishaaya A A, Eckhouse V, Shimshi L, Davidson N, Friesem A A 2005 *Opt. Express* **13** 2722
- [24] Yu T, Xia H, Fan Z H, Xie W K, Zhang P, Liu J S, Chen X 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 134203 (in Chinese) [于涛, 夏辉, 樊志华, 谢文科, 张盼, 刘俊圣, 陈欣 2018 *物理学报* **67** 134203]

# Spiral spectrum analysis and application of coherent synthetic vortex beams\*

Peng Yi-Ming<sup>1)</sup>   Xue Yu<sup>1)</sup>   Xiao Guang-Zong<sup>2)</sup>   Yu Tao<sup>1)</sup>   Xie Wen-Ke<sup>1)†</sup>  
 Xia Hui<sup>1)</sup>   Liu Shuang<sup>1)</sup>   Chen Xin<sup>1)</sup>   Chen Fang-Lin<sup>1)</sup>   Sun Xue-Cheng<sup>1)</sup>

1) (*School of Physics and Electronics, Central South University, Changsha 410083, China*)

2) (*College of Advanced Interdisciplinary Studies, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*)

( Received 6 June 2019; revised manuscript received 8 July 2019 )

## Abstract

The vortex beam is a ring-shaped beam whose center intensity or axial intensity is zero in the propagation direction and whose phase has a spiral rising or falling gradient distribution, which is also called a dark hollow beam. Vortex beams have important applications in free-space optical communication, optical micromanipulation, quantum information processing, optical measurement, super-resolution imaging, laser processing, and material processing. In recent years, with the in-depth research on vortex beams, the application requirements for high-power vortex beams also increase. High-power and high-quality vortex beam can be obtained by coherent combining technology. However, the spiral spectrum characteristics of the vortex beam generated by coherent combining technology need further exploring. In this paper, based on the theory of spectral analysis, we derive the position and magnitude of the spiral phase spectral component of the coherent synthetic vortex beam. The numerical results verify the correctness of the theoretical derivation. Based on the above spectral analysis theory, the mode purity of the target synthesis topology charge can be used as the evaluation function to evaluate quality and optimize the parameters for the coherent synthetic vortex beam, and then to quantitatively guide the coherent synthesis of the vortex beam. The results show that with the increase of the number of sub-beams and the radius of the beam waist of the source plane, the reduction of the radius of the bundle ring and the mode purity of the target synthesis topology charge can be improved, and then we can obtain the high-quality vortex beam. This is consistent with the conclusion obtained by using traditional evaluation functions such as power in the bucket. The spiral spectrum analysis of the coherent synthetic vortex beam not only makes up for the lack of evaluation of the spiral phase synthesis effect by the traditional evaluation function, but also has certain reference significance for understanding the nature of the coherent synthesis technique.

**Keywords:** vortex beam, coherent combining, spiral spectrum analysis, evaluation function

**PACS:** 42.60.Jf, 42.55.-f, 42.15.Eq, 42.25.-p

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190880

\* Project supported by the Equipment Pre-research Field Fund, China (Grant No. 6140415020311), the Hunan Provincial Key Laboratory of High Energy Laser Technology Fund, China (Grant No. GNJGJS04), and the Hunan Engineering Research Center of Optoelectronic Inertial Technology, China (Grant No. HN-NUDT1908).

† Corresponding author. E-mail: [wenkexiedan@163.com](mailto:wenkexiedan@163.com)