

分形结构稀疏孔径阵列的成像性能*

郝未倩¹⁾ 梁忠诚^{1)†} 刘肖尧¹⁾ 赵瑞¹⁾ 孔梅梅¹⁾ 关建飞¹⁾ 张月²⁾

1) (南京邮电大学电子与光学工程学院, 南京 210023)

2) (中国空间技术研究院北京空间机电研究所, 北京 100094)

(2019年5月27日收到; 2019年7月15日收到修改稿)

根据分形的自相似性理论提出一种分形稀疏孔径阵列结构. 该阵列是以 Golay-3 为分形结构单元, 按自相似方式扩展构成的一种多层分形阵列结构. 采用无量纲约化参数对其结构进行表征, 给出光瞳函数和调制传递函数解析表达式. 通过数值计算分形结构在不同填充因子和不同外层旋转角下的调制传递函数、实际截止频率和中频特性, 比较分析了当孔径数分别为 $N = 3$, $N = 9$, $N = 18$ 阵列的 MTF 及特性参数. 结果表明, 当填充因子为 $0.0952 < F \leq 0.2246$ 时, 其变化对 MTF 曲线影响较小. 外层旋转具有周期性, 转角的变化对实际截止频率没有大的影响. 当约化孔径参数 $d_0 = 1$, 填充因子为 22.46% 时, $N = 18$ 阵列的中频特性更加平稳, 实际截止频率也更高. 利用分形自相似性可以在相对保持中频特性的前提下有效地扩展系统孔径. 由于采用约化孔径参数, 数值计算结果具有标度不变性.

关键词: 分形结构, 稀疏孔径阵列, 光瞳函数, 调制传递函数

PACS: 95.55.Cs, 42.30.Lr, 42.30.-d, 05.45.Df

DOI: 10.7498/aps.68.20190818

1 引言

空间遥感对于高分辨率图像的要求不断提高. 对于单孔径(主镜)望远镜而言, 越高的空间分辨率需要越大的孔径^[1-3]. 光学系统的角分辨率 δ 正比于工作波长 λ 与入瞳口径 D 之比^[4], 增大光学系统的孔径是提高空间分辨率的传统方法. 但是光学系统的重量、体积和制造检测的难度, 也会随着口径的急剧增大而无法承受^[4,5]. 于是综合孔径成像技术应运而生^[6]. 综合孔径成像又称稀疏孔径成像, 它通过多个子孔径光学系统的合理排布, 以达到增加系统孔径、提高成像质量的目的. 由于子镜系统的体积和重量相对较小, 综合系统的制造和检测难度也相应降低^[7,8]. 因为稀疏孔径成像有较大的中频损失, 所以子镜阵列结构的优化设计和中频

补偿是综合孔径成像系统的关键技术之一^[9-11].

1971年, Golay^[12]最先提出一种稀疏孔径结构, Golay结构因有较高紧密性和较小冗余度而被广泛应用. 1988年, Cornwell^[13]对二维圆周阵列进行优化, 给出3—12个子孔径在圆周上最优的无冗余布局. 目前, 国际上在阵列结构优化和中频补偿方面已有广泛的研究^[14,15]. 国内对稀疏孔径成像也有较多的研究. 苏州大学曾提出了一种复合三子镜稀疏孔径结构^[16]. 北京工业大学提出一种建立在典型光学稀疏孔径阵型基础上的复合孔径阵列结构^[3,17]. 北京航空航天大学在均匀圆周阵列的基础上提出一种多圆周阵列的稀疏孔径结构^[18,19]. 此外, 北京航空航天大学^[20,21]、南京理工大学^[22]、中国科学院西安精密研究所^[10]和本课题组^[23]都陆续对稀疏孔径系统进行了优化和仿真成像分析^[24].

分形是具有自相似性、无标度性和自仿射性的

* 国家自然科学基金(批准号: 61775102)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zcliang@njupt.edu.cn

一类结构^[25]. 典型的分形如康托集、柯赫曲线和皮亚诺曲线. 分形结构通常在不同尺度上有着某种自相似的性质, 也就是局部形态和整体形态的相似. 根据分形结构的自相似和多尺度特点, 本文提出一种基于分形结构的稀疏孔径阵列, 用于综合孔径成像系统, 并分析此阵列结构的性能指标.

2 分形结构阵列

本节给出一种基于 Golay-3 为单元的分形结构阵列的设计方案. Golay-3 是一种最小的非冗余稀疏孔径结构, 其子孔径圆心位于正三角形顶点, 正三角形边长 D 是该结构的特征长度. 特征长度的层层递增可以构成自相似结构, 达到扩展阵列口径的目的. 设阵列结构的层数为 n , $D_1, D_2, D_3, \dots, D_n$ 分别为各层的特征长度, 其中 D_1 称为分形单元基线. 从第二层开始, 各层正三角形中心均位于同一点. 在各层三角形顶点处均放置一个分形单元依次层层嵌套, 向外拓展. 分形阵列结构层数 n 与子孔径总数 N 递推关系为

$$N_1 = 3, N_2 = N_1 + 6, N_{n+1} = N_n + 9 \quad (n \geq 2). \quad (1)$$

在图 1 中, $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ 分别为各层外接圆半径, 子孔径直径为 D_0 , 各层外接圆半径与特征长度的关系由 (2) 式给出.

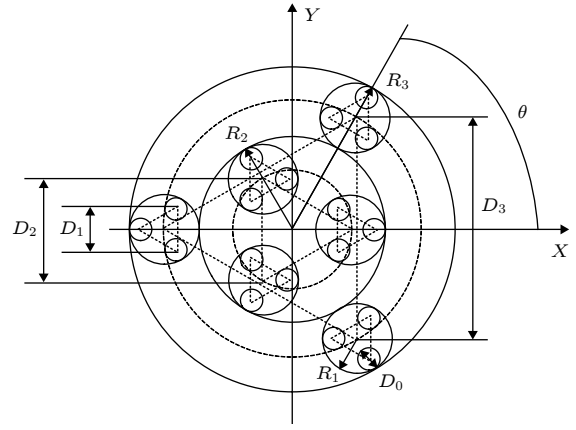


图 1 分形阵列结构

Fig. 1. Fractal array configuration.

$$R_1 = \frac{D_1}{\sqrt{3}} + \frac{D_0}{2}, R_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(D_2 + D_1) + \frac{1}{2}D_0,$$

$$R_{n+1} = \frac{\sqrt{3}}{3}D_n + \frac{\sqrt{3}+1}{3}D_1 + \frac{1}{2}D_0 \quad (n \geq 2). \quad (2)$$

考虑各层方位的相对变化情况, 第 n 层相对于 X 轴的旋转角称为 n 层旋转角 θ_n . 本文考虑 $n = 3, \theta_1 = 0, \theta_2 = 0, \theta_3 = \theta$ 的情况, 通过改变 D_1, D_2, D_3 的大小及第三层旋转角 $\theta_3 = \theta$, 分析其结构和性能特征. 为了保证旋转时各层子孔径不重叠, 对特征长度做如下约束:

$$D_3 = \sqrt{3}D_0 + 2D_1 + D_2,$$

$$D_2 \geq D_0 + \frac{2\sqrt{3}}{3}D_1. \quad (3)$$

此时, 孔径的光瞳结构如图 1 所示, 光瞳函数可以表示为

$$P(x, y) = \text{circ} \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R_0} \right) * \left[\sum_{i,j}^{3,2} \delta(x - r_{ij} \cos \theta_{ij}, y - r_{ij} \sin \theta_{ij}) + \sum_{m,n}^{3,2} \delta(x - r_{mn} \cos \theta_{mn}, y - r_{mn} \sin \theta_{mn}) \right],$$

$$n = 2, \begin{cases} r_{i0} = R_2 - R_1, \\ r_{ij} = \left[\left(\frac{D_1}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}(2D_2 - D_1)}{6} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \end{cases} \begin{cases} \theta_{01} = \tan^{-1} \theta \left(\frac{3D_1}{(2D_2 - D_1)\sqrt{3}} \right), \\ \theta_{i0} = \frac{2\pi}{3}(i-1) \quad (i = 1, 2, 3), \\ \theta_{ij} = \theta_{i0} + (-1)^j \theta_{01} \quad (j = 1, 2), \end{cases}$$

$$n = 3, \begin{cases} r_{m0} = R_3 - R_1, \\ r_{mn} = \left[\left(\frac{D_1}{2} \right)^2 + \left((R_3 - R_1) - \frac{\sqrt{3}D_1}{6} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \end{cases} \begin{cases} \theta_{02} = \tan^{-1} \theta \left(\frac{D_1/2}{(R_2 - R_1) - D_1\sqrt{3}/6} \right), \\ \theta_{m0} = \frac{\pi}{3}(2m-1) \quad (m = 1, 2, 3), \\ \theta_{mn} = \theta_{m0} + (-1)^n \theta_{02} \quad (n = 1, 2), \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\text{circ}()$ 为圆函数, *表示卷积.

为了使得计算结果具有普适性, 现以 D_1 为单位将特征长度无量纲化, 得到以下约化参数

$$\begin{aligned} d_0 &= D_0/D_1, d_2 = D_2/D_1, d_3 = D_3/D_1, \\ r_1 &= R_1/D_1, r_2 = R_2/D_1, r_3 = R_3/D_1, \end{aligned} \quad (5)$$

$n = 3$ 时, 独立的特征长度有 4 个 ($D_0 - D_3$), 约化后的特征长度有 3 个 (d_0, d_2, d_3). 在 (3) 式的约束下, 独立的特征长度仅剩下一个 d_0 , 且取值范围为 $0 < d_0 \leq 1$.

该分形结构阵列的几何特征包括填充因子和包围圆半径. 填充因子 F 定义为稀疏孔径通光面积 (子孔径通光面积之和) 与包围孔径面积的比值. 下式是 $n = 3$ 时的填充因子表达式

$$F(d_0) = \frac{N(d_0/2)}{r_3^2} = \frac{9Nd_0^2}{(4 + 6\sqrt{3} + (9 + 2\sqrt{3})d_0)^2}. \quad (6)$$

由此可知, 填充因子的改变仅由子孔径直径 d_0 决定. 当 $d_0 = 1$ 时, 填充因子达到最大值

$$F_{\max} = \frac{9N}{(13 + 8\sqrt{3})^2} = 22.46\%. \quad (7)$$

图 2(a) 是子孔径直径 d_0 与填充因子 F 的关系图. 由图可见, 随着 d_0 的增大, 填充因子 F 单调增大.

在 (2) 式约束条件下分形阵列结构的包围圆半径 R_n 与 d_0 的关系为

$$R_n = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{N_n d_0^2}{F(d_0)}}. \quad (8)$$

图 2(b) 是包围圆半径与层数 n 的关系. 如果取消 (2) 式的限制, 系统口径将随着层数的增加而迅速增加.

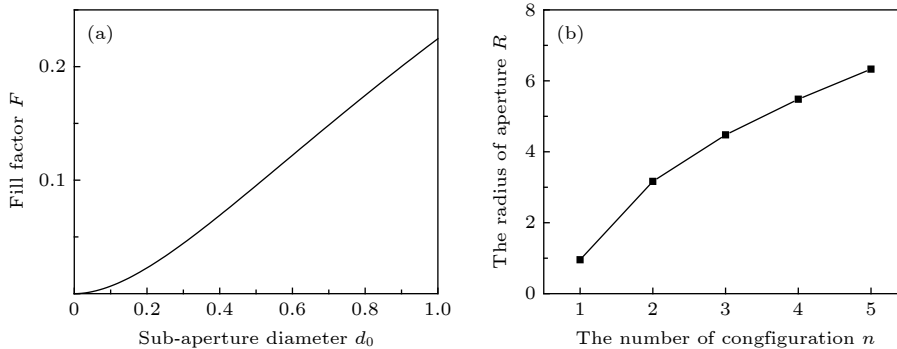


图 2 结构特征 (a) 子孔径直径与填充因子曲线图; (b) 结构层数与包围圆半径关系

Fig. 2. Configuration characteristics: (a) Sub-aperture diameter and fill factor curve; (b) the relationship of the number of fractal configuration and the radius of aperture.

3 分形结构成像特性研究

3.1 调制传递函数

设稀疏孔径系统每一个子孔径均为无遮拦圆形光瞳, 则任意结构的调制传递函数 (modulation transfer function, MTF) 为^[4]

$$\begin{aligned} \text{MTF} &= \text{MTF}_d + \frac{1}{N} \text{MTF}_d * \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=j+1}^N \\ &\times \delta \left(f_x \pm \frac{x_j - x_k}{\lambda f}, f_y \pm \frac{y_j - y_k}{\lambda f} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

式中 MTF_d 为与子孔径相同大小的单孔径非衍射受限系统的 MTF, 表达式为

$$\begin{aligned} \text{MTF}_d &= \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos \frac{\rho}{\rho_{dc}} - \frac{\rho}{\rho_{dc}} \left[1 - \left(\frac{\rho}{\rho_{dc}} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}, & 0 \leq \rho \leq \rho_{dc}, \\ 0, & \rho > \rho_{dc}, \end{cases} \\ \rho_{dc} &= \frac{d}{\lambda f}; \quad \rho = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $(x_j - x_k, y_j - y_k)$ 表示子孔径的相对位置. 显然, 稀疏孔径的 MTF 由子调制传递函数分布在二维频率域内的不同位置决定, 子孔径中心点阵的二维相关点阵决定二维频率点的位置. 故可以调节子孔径的相对位置, 使之达到实际使用时对传递函数的要求. 填充因子 F 取 22.46% 时, 分形结构对应的 MTF 如图 3. 从图中可知, 与全孔径系统相比, 分形阵列结构的 MTF 的旁瓣增多, 中高频区域有很大的衰减. 其 MTF 总体上呈六角边形分布, 在 60° 的整数倍方向取到最大截止频率.

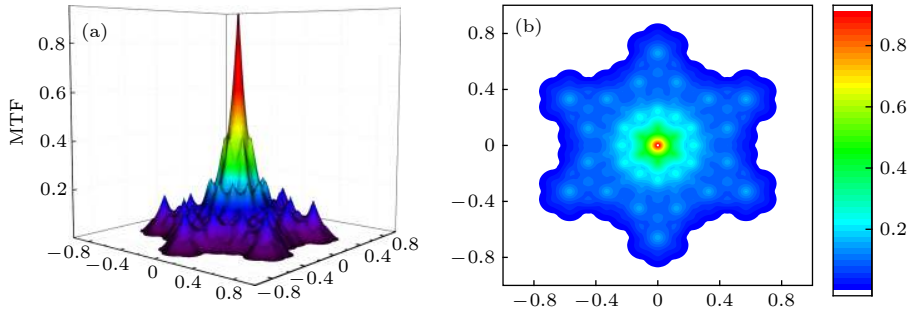


图3 分形阵列 MTF ($F = 22.46\%$) (a) 三维 MTF; (b) MTF 俯视图

Fig. 3. MTF of fractal array ($F = 22.46\%$): (a) There-dimensional MTF; (b) top-view MTF.

3.2 子孔径直径变化对 MTF 的影响

采用无量纲方法将孔径参数约化后, 子孔径直径 d_0 的变化通过填充因子 $F(d_0)$ 表现出来. 一般的稀疏孔径结构多采用较大的填充因子, 以实现没有零点和提高中频特性. 图 4 给出分形结构随填充因子变化的 MTF 曲线, 图 4(a) 为沿 f_x 的归一化截止空间频率, 图 4(b) 为沿 f_y 的归一化截止空间频率. 当 $d_0 = 0.5$ 时, MTF 低频部分有很大起伏, 且在 0.52 附近出现零点. 当 $d_0 > 0.5$ 时, MTF 曲线平缓且连续, 有较好的中频特性, 是分形结构特点的反映. 虽然分形结构填充因子的改变会导致 MTF 曲线发生变化, 但在 $0.5 < d_0 \leq 1$ 范围内, 子孔径尺寸对 MTF 曲线影响较小, 波形平坦没有大的波动, 这一结论对于分形结构的设计具有重要的参考价值.

实际截止频率 ρ_R 为 MTF 第一次出现零值时所对应的空间频率. 在阵列设计时, 应尽可能地最大化 ρ_R , 使其接近包围圆所确定的截止频率 [4].

中频特性 $MTF_{midfreq}$ 定义为子孔径截止频率和包围圆孔径截止频率范围内 MTF 的平均值, 表征综合孔径系统在中高频区域内的响应能力. 高分辨

成像系统要求具有很好的 MTF 中高频特性. 计算公式如下 [11]:

$$MTF_{midfreq} \cong \frac{\int_0^{2\pi} \int_{\rho_d}^{\rho_{DC}} MTF(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_{\rho_d}^{\rho_{DC}} \rho d\rho d\theta} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_{\rho_d}^{\rho_{DC}} MTF(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta}{2\pi(\rho_{DC}^2 - \rho_d^2)}. \quad (11)$$

由表 1 可见, 当填充因子为 0.0952 时其实际截止频率较低, MTF 起伏较大, 中频特性较差. 随着填充因子的增大, 系统实际截止频率增大, 且在一定数值范围内波动, 体现了分形阵列结构的自相似特征. 填充因子的降低并没有明显改变 MTF 曲

表 1 分形阵列在不同填充因子下的特性指标
Table 1. Characteristics of fractal array with different fill factors.

| d_0 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.0 |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 填充因子 | 0.0952 | 0.1219 | 0.1485 | 0.1747 | 0.2001 | 0.2246 |
| 实际截止频率 | 0.4518 | 0.6284 | 0.6350 | 0.6382 | 0.6382 | 0.6382 |
| 中频特性 | 0.0560 | 0.0632 | 0.0507 | 0.0726 | 0.0683 | 0.0632 |

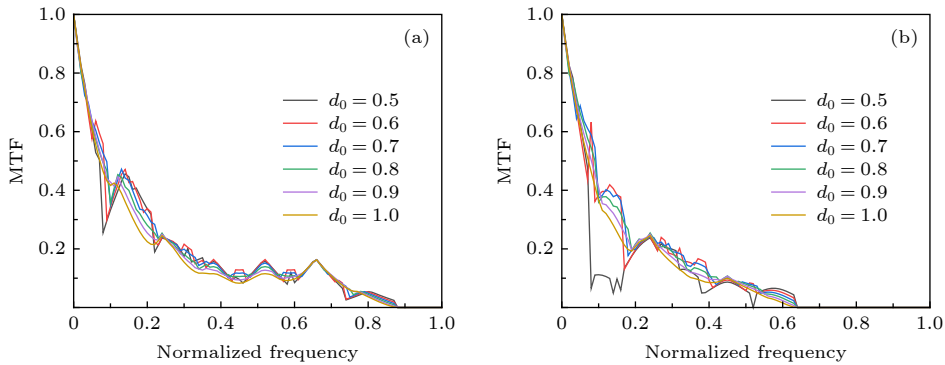


图 4 分形结构随填充因子变化 MTF 曲线 (a) 沿 f_x 归一化频率方向; (b) 沿 f_y 归一化频率方向

Fig. 4. MTF curves of fractal array with different fill factor: (a) Normalized frequency along f_x - axis; (b) normalized frequency along f_y - axis.

线波动和实际截止频率,在实际应用中,可以选取较小的填充因子来降低制造难度.

3.3 外层旋转角对 MTF 的影响

当 $\theta_1 = 0, \theta_2 = 0$ 时,第三层旋转角 $\theta_3 = \theta$ 称为外层旋转. 外层旋转角度的变化会对 MTF 出现周期性影响,变化周期为 $\pi/3$. 取 $d_0 = 1$ 的情况. 图 5 为分形孔径阵列外环分别旋转 $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ 和 45° 时,旋转前后 MTF 沿 f_x 和 f_y 方向的截面图. 稀疏孔径系统的 MTF 随空间频率的增大在中低频部分下降比较快,在中高频比较平坦,但有适当起伏;在 f_x 和 f_y 方向,分形结构 MTF 在截止频率内无零点,且比较平缓. 外层旋转会导致系统的 MTF 沿不同方向的分布产生变化.

图 6 给出实际截止频率随外层旋转角的变化曲线. 此时子孔径直径 $d_0 = 1$, 填充因子为 22.46%. 可以看出,随着外环旋转,系统实际截止频率虽有下降趋势,但总体没有太大变化,影响甚小. 总之,外层旋转对 MTF 和实际截止频率的影响不是很大.

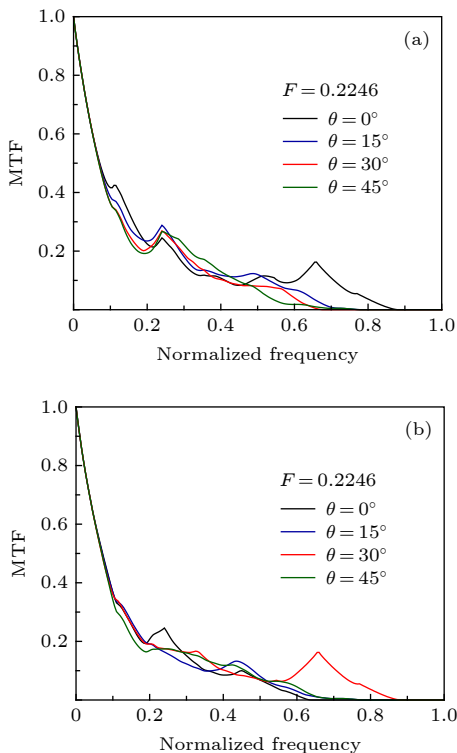


图 5 分形阵列随外环旋转角度变化 MTF 曲线 (a) 沿 f_x 归一化频率方向; (b) 沿 f_y 归一化频率方向

Fig. 5. MTF curves of fractal array with different outer layer rotational angles: (a) Normalized frequency along f_x - axis; (b) normalized frequency along f_y - axis.

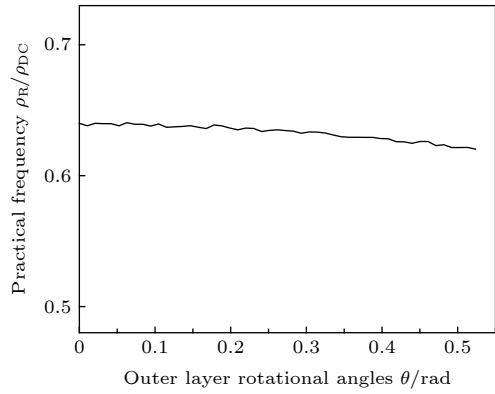


图 6 实际截止频率随外层旋转角的变化曲线

Fig. 6. The curve of the practical frequency with outer layer rotational angles.

3.4 自相似结构效应

为了进一步分析自相似结构效应,对 $N = 3, N = 9, N = 18$ 时的阵列进行比较, $N = 3, N = 9$ 时阵列结构如图 7 所示. 采用填充因子 $F = 0.2246$ 的情况,三种阵列的 MTF 曲线如图 8 所示. 在归一化频率 f_x 方向, $N = 3$ 时分形阵列结构在归一化频率为 0.28 处出现零值, $N = 9$ 时分形阵列结构在 0.31 处出现一个低谷. 在整个频率范围内有较大波动,随频率呈起伏式下降. $N = 18$ 时结构 MTF 曲线平缓且截止频率高,在 MTF 截止频率范围内没有零点. 在归一化频率 f_y 方向, $N = 3, N = 9$ 时结构的 MTF 曲线差别不大,出现较多的频率缺失. $N = 18$ 时结构的 MTF 有些起伏但在中高频趋于平稳,在 0.64 处趋于零值.

由实际截止频率定义和 (11) 式计算分析可得 3 种阵列的特性指数,如表 2 所示. $N = 3, N = 9$ 时阵列结构实际截止空间频率很低. 综合分析三种阵列结构的特性指数,在 F 不变的条件下,随着分形阵列结构孔径数的增加,实际截止频率和中频特性数值都显著增加. 在相同的填充因子情况下,增加子孔径数可以改善中高频平稳性,提高系统的实际截止频率.

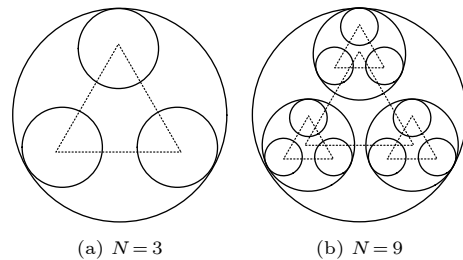


图 7 $N = 3, N = 9$ 阵列结构

Fig. 7. $N = 3, N = 9$ array configuration.

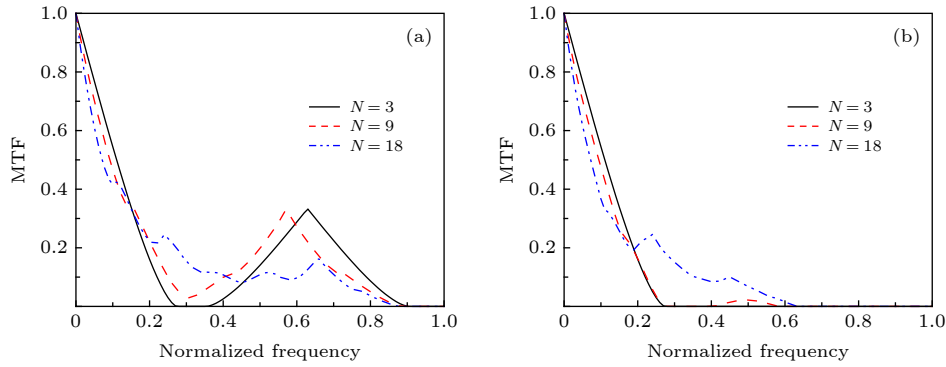


图 8 3 种阵列的 MTF 曲线 ($F = 22.46\%$) (a) 沿 f_x 归一化频率方向; (b) 沿 f_y 归一化频率方向

Fig. 8. MTF curves of three kinds of array configuration ($F = 22.46\%$): (a) Normalized frequency along f_x - axis; (b) normalized frequency along f_y - axis.

表 2 3 种阵列的特性指数

Table 2. Characteristics of three kinds of array configuration.

| 阵列结构 | $N = 3$ | $N = 9$ | $N = 18$ |
|--------|---------|---------|----------|
| 实际截止频率 | 0.2778 | 0.2778 | 0.6382 |
| 中频特性 | 0.1515 | 0.0571 | 0.0632 |

4 结 论

本文利用分形自相似性, 研究了一种以 Golay-3 结构为单元的分形综合孔径阵列. 给出子孔径直径 d_0 与 MTF 曲线的关系, 计算了实际截止频率和中频特性. 在 $0.5 < d_0 \leq 1$ 范围内改变填充因子 ($0.0952 < F \leq 0.2246$), MTF 曲线呈现出相对一致的变化, 平稳且没有零点. 实际计算表明, 外层旋转对 MTF 和实际截止频率影响不是很大. 利用分形的自相似性理论可有效扩大系统口径, 保持中频的平稳度, 改善成像质量.

参考文献

[1] Wu Q Y 2006 *Ph. D. Dissertation* (Suzhou: Suzhou University) (in Chinese) [吴泉英 2006 博士学位论文 (苏州: 苏州大学)]
 [2] Chen H T, Jiang Y S, Zhong Y 2005 *Acta Opt. Sin.* **25** 1616 (in Chinese) [陈海亭, 江月松, 钟宇 2005 光学学报 **25** 1616]
 [3] Zao J, Wang D Y, Zhang Y X, Geng Z X, Tao S K 2009 *Chin. J. Lasers* **36** 934 (in Chinese) [赵娟, 王大勇, 张亚新, 耿则勋, 陶世荃 2009 中国激光 **36** 934]
 [4] Liu L, Jiang Y S 2013 *Principle and Application of Synthetic Aperture Imaging* (Beijing: National Defense Industry Press) pp48–54 (in Chinese) [刘丽, 江月松 2013 综合孔径成像原理与应用 (北京: 国防工业出版社) 第48—54页]

[5] Su X Y, Li J T 1999 *Information Optics* (Beijing: Science Press) pp20–26 (in Chinese) [苏显渝, 李继陶 信息光学 (北京: 科学出版社) 第20—26页]
 [6] Meinel A B 1970 *Appl. Opt.* **9** 2501
 [7] Chung S, Spie M 2004 *Opt. Eng.* **43** 2156
 [8] Fiete R D 2002 *Opt. Eng.* **41** 1957
 [9] Zhou C, Wang Z 2018 *Opt. Eng.* **26** 6973
 [10] Yi H W, Li Y C, Fan C 2007 *Acta. Photonica Sin.* **36** 2062 (in Chinese) [易红伟, 李英才, 樊超 2007 光子学报 **36** 2062]
 [11] Miller N J, Dierking M P, Duncan B D 2007 *Appl. Opt.* **46** 5933
 [12] Golay M J E 1971 *J. Opt. Soc. Am.* **61** 272
 [13] Cornwell T J 1988 *IEEE Trans. Antennas Propag.* **36** 1165
 [14] Cassaing F, Mugnier L M 2018 *Opt. Lett.* **43** 4555
 [15] Teherniavski I, Kahrizi M 2005 *Opt. Lett.* **44** 103201
 [16] Qian L, Wu Q Y, Wu F, Shen W N 2005 *Acta Opt. Sin.* **25** 1030 (in Chinese) [钱霖, 吴泉英, 吴峰, 沈为民 2005 光学学报 **25** 1030]
 [17] Han J, Wang D Y, Liu H C, Fu X Y, Guo H F, Tao S K 2007 *Optronics Lasers* **18** 649 (in Chinese) [韩骥, 王大勇, 刘汉承, 伏西洋, 郭红锋, 陶世荃 2007 光电子·激光 **18** 649]
 [18] Liu L, Jiang Y S, Wang H Y, He Y T 2011 *Opt. Eng.* **50** 53202
 [19] Liu L, Jiang Y S, Wang C W 2009 *Acta Opt. Sin.* **29** 2774 (in Chinese) [刘丽, 江月松, 王长伟 2009 光学学报 **29** 2774]
 [20] Liu Z, Wang S Q, Rao C H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 039501 (in Chinese) [刘政, 王胜千, 饶长辉 2012 物理学报 **61** 039501]
 [21] Long H W, Wang L Z, Zhou Y P 2004 *Acta Opt. Sin.* **24** 1009 (in Chinese) [龙伟军, 王治乐, 周彦平 2004 光学学报 **24** 1009]
 [22] Liu L F 2004 *Ph. D. Dissertatio* (Nanjing: Nanjing University of Science and Technology) (in Chinese) [李兰芳 2004 博士学位论文 (南京: 南京理工大学)]
 [23] Liu X Y, Liang Z C, Hao W Q, Zhao R, Kong M M, Chen T, Zhang Y 2019 *Acta Opt. Sin.* **39** 0811003 (in Chinese) [刘肖尧, 梁忠诚, 郝未倩, 赵瑞, 孔梅梅, 陈陶, 张月 2019 光学学报 **39** 0811003]
 [24] Zhou C H, Wang Z L, Zhu F 2017 *Chin. Opt.* **10** 25 (in Chinese) [周程灏, 王治乐, 朱峰 2017 中国光学 **10** 25]
 [25] Zhu H, Ji C C 2011 *Fractal Theory and Application* (Beijing: Science Press) pp10–16 (in Chinese) [朱华, 姬翠翠 2011 分形理论及其应用 (北京: 科学出版社) 第10—16页]

Imaging performance of fractal structure sparse aperture arrays*

Hao Wei-Qian¹⁾ Liang Zhong-Cheng^{1)†} Liu Xiao-Yao¹⁾ Zhao Rui¹⁾
Kong Mei-Mei¹⁾ Guan Jian-Fei¹⁾ Zhang Yue²⁾

1) (*College of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China*)

2) (*Beijing Institute of Space Mechanics and Electricity, China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China*)

(Received 27 May 2019; revised manuscript received 15 July 2019)

Abstract

The angular resolution of optical system is limited by the ratio of the wavelength to the aperture of the entrance pupil, indicating that the optical system with large aperture has a high spatial resolution. Sparse aperture imaging is one of the effective solutions to the problem that the telescope is bulky, heavy and difficult to manufacture. According to the self-similarity and multi-scale characteristics of fractal configuration, we propose a sparse aperture array and analyze its performance for synthetic aperture imaging system. In the array Golay-3 is used as a structural unit to expand a multi-layered fractal configuration in a self-similar manner. Given the analytical expression of the pupil function which is reduced by dimensionless parameters, we calculate the modulation transfer functions (MTFs), the practical cut-off frequencies and the middle spatial frequency characteristics of the fractal configuration under different fill factors and different outer layer rotational angles. We analyze both the MTF values and the performance parameters of the fractal structure for the cases of $N = 3, 9, \text{ and } 18$, respectively. The results show that the decrease of fill factor does not significantly change the MTF curve nor the practical cutoff frequency in a range of fill factor between 0.0952 and 0.2246. The outer layer rotational angle has a periodicity, and the change in the angle has no large influence on the practical cutoff frequency. When the reduced aperture parameter is $d_0 = 1$ and the fill factor is 22.46%, the middle spatial frequency of $N = 18$ array is more stable and the practical cut-off frequency is higher. Using the fractal self-similarity, the aperture of the system can be expanded effectively while maintaining the middle spatial frequency characteristics. The computing results are of scale invariance due to the adoption of the reduced aperture parameter.

Keywords: fractal configuration, sparse aperture array, pupil function, modulation transfer function

PACS: 95.55.Cs, 42.30.Lr, 42.30.-d, 05.45.Df

DOI: [10.7498/aps.68.20190818](https://doi.org/10.7498/aps.68.20190818)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61775102).

† Corresponding author. E-mail: zcliang@njupt.edu.cn