

形状记忆合金薄板系统全局激变现象分析*

岳晓乐[†] 向以琳 张莹

(西北工业大学应用数学系, 西安 710072)

(2019年1月27日收到; 2019年6月6日收到修改稿)

形状记忆合金在工程应用中的难点主要来自于系统在温度和外载荷作用下产生的复杂全局动力学行为. 本文以形状记忆合金薄板动力系统为研究对象, 分析在温度和激励振幅两个控制参数作用下系统的全局动力学. 通过全局分岔图, 可以观测到系统会发生复杂的激变现象, 然后利用复合胞坐标系方法, 获取系统的吸引子、吸引域、鞍和域边界等信息, 展现系统的全局演变过程. 研究发现, 系统随着振幅和温度变化会呈现复杂的全局结构, 并发生一系列的边界激变、合并激变现象, 同时多次发生分形-Wada, Wada-Wada, Wada-分形等域边界突变. 通过对指定区域细化, 可以清晰地显示域边界的分形特征. 研究结果对于如何通过调控温度与外载荷强度, 使形状记忆合金薄板在系统中发挥最佳性能具有理论指导意义.

关键词: 形状记忆合金, 全局动力学, 激变, 分形域边界

PACS: 05.45.-a, 05.45.Ac, 05.45.Pq

DOI: 10.7498/aps.68.20190155

1 引言

形状记忆合金 (shape memory alloy, SMA) 表现出的独特力学性能来源于马氏体相变及其逆变化, 相变的驱动力可以由温度变化和机械载荷提供, 温度诱发的相变引起形状记忆效应, 外加应力诱导的相变产生超弹性. 利用这两个性质, SMA 被制成各种参数可控的智能元件, 在机翼结构的变形、精密机械系统的高速驱动及机器人仿生等方面得到广泛应用^[1-5]. 目前关于 SMA 元件的力学性能研究主要集中在温度和载荷变化下 SMA 梁、振子及支架系统的平衡点稳定性、分岔行为及混沌现象等非线性动力学特征方面^[6-10], 对于 SMA 薄板系统的全局动力学研究较少, 相较于局部分析, 全局分析能够揭示更多的动力学信息^[11], 有利于从力学理论角度突破 SMA 薄板系统在机械驱动和振动控制等领域的局限性.

激变^[12,13]作为混沌系统中较为常见的全局分岔现象, 主要刻画了混沌吸引子和混沌鞍的不连续变化. 常见的激变包括边界激变、内部激变和合并激变. 边界激变是指混沌吸引子与吸引域边界上的不稳定周期轨道碰撞, 导致吸引子的突然消失. 内部激变是混沌吸引子与其所在吸引域内的不稳定周期轨道发生碰撞引起的. 合并激变是指两个及以上的吸引子同时与吸引域边界上的不稳定周期轨道发生碰撞, 合并形成新的吸引子. 尽管通过分岔图可以观测到激变现象, 但具体类型并不清楚, 需进一步绘制全局图进行判断. 近年来, 不少系统的激变现象均有所研究, 例如分数阶和单边碰撞系统^[14-17].

当系统中存在多个吸引子时, 吸引域边界可以是光滑的, 也可以呈现出“你中有我, 我中有你”的分形结构. 如果吸引子的个数为三个及以上, 且边界上任一点的任意小邻域, 覆盖三个及以上吸引域, 则称此域边界具有 Wada 特性. 随着系统参数

* 国家自然科学基金 (批准号: 11672230, 11672232) 和陕西省自然科学基金研究计划 (批准号: 2017JM1029) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: xiaoleyue@nwpu.edu.cn

变化, 域边界结构会突然发生改变, 称为域边界突变, 包括光滑-Wada 域边界突变、分形-Wada 域边界突变和 Wada-Wada 域边界突变等. 域边界突变作为混沌动力学的一个研究重点, 对于确定系统的整体结构具有重要的物理意义, 在非光滑系统和准周期强迫系统 [18,19] 中都有所研究, 但分形性使得动力系统的力学行为很难预测, 随着胞映射技术的发展, 域边界突变和激变现象的研究得到了突破. 其中经典的广义胞映射、图胞映射、插值胞映射等方法均可获得系统的全局信息 [20-22], 但在刻画域边界时有一定的局限性. 复合胞坐标系方法通过对连续相空间的多级分割构造一个复合胞空间, 基于点映射的原理, 不仅可以获取动力系统的吸引子、吸引域和鞍等信息, 还能细化任意小区域, 在全局图中优化对域边界的刻画.

本文以 SMA 薄板动力系统为研究对象, 温度和外部激励的振幅为分岔参数, 在全局分岔图的基础上, 通过复合胞坐标系方法进一步分析系统在演变过程中出现的激变类型和域边界突变现象, 并通过对指定区域的细化, 展示域边界的分形特征. 研究结果在工程领域中对控制系统的动态响应有重要意义.

2 SMA 薄板动力系统

在 SMA 薄板中, 相对于奥氏体, 马氏体更具延展性, 当外加应力低于马氏体的屈服强度时, SMA 薄板可表现出超弹性. 马氏体的转变与温度相关, 低温相称为马氏体, 高温相称为奥氏体, 降温时 SMA 薄板发生马氏体相变, 呈现形状记忆效应. 定义 T_M 为马氏体相变临界温度, 该温度之下, 马氏体稳定; T_A 为奥氏体相变临界温度, 该温度之上, 奥氏体稳定, a, b, c 均为材料常数, 满足:

$$T_A = T_M + \frac{b^2}{4ac}. \quad (1)$$

根据 Falk [23] 的研究, SMA 薄板的本构模型可以由一个五次多项式表示, 该模型给出了应变 (ϵ)-应力 (σ) 的关系:

$$\sigma = a(T - T_M)\epsilon - b\epsilon^3 + c\epsilon^5. \quad (2)$$

Savi 等 [10,24] 给出了很多关于 SMA 弹簧振子的数学模型, 文献 [25] 在此基础上演变出 SMA 薄板横向振动的非线性动力学模型. 本文考虑密度 ρ , 厚度 h , 长宽分别为 l_1, l_2 的 SMA 薄板, 在环境黏

性阻尼 e 下, 受到横向简谐激振力 $F_0 = F\sin\Omega t$ 作用, 如图 1 所示.

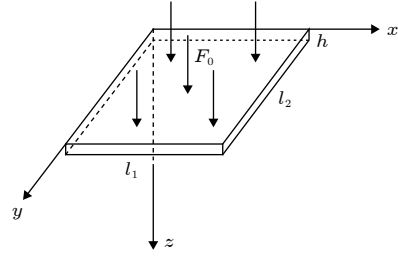


图 1 SMA 薄板的横向振动

Fig. 1. Transverse vibration of SMA thin plate.

薄板的横向位移为 $w(x, y, t)$, 单位长度上的内力矩分别为 $U_x(x, y, t), U_y(x, y, t), U_{xy}(x, y, t)$, 其横向振动方程为 [25]

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 U_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial y^2} + F_0 - e\dot{w} - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (3)$$

薄板面内的 3 个应力分别为 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$, 内力矩为 [25]

$$\begin{aligned} U_x &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz, \quad U_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz, \\ U_{xy} &= \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz. \end{aligned} \quad (4)$$

在满足四周简支边界条件下取位移模式 [25]:

$$w(x, y, t) = W(t) \sin \frac{\pi x}{l_1} \sin \frac{\pi y}{l_2}. \quad (5)$$

通过 Galerkin 原理和应变-应力本构关系, 并对系统参数量纲归一化, 得到 SMA 薄板的横向振动非线性动力学方程 [25]:

$$\ddot{W} + \xi \dot{W} + \alpha(\theta - 1)W - \beta W^3 + \gamma W^5 = g \sin \Omega t. \quad (6)$$

方程 (6) 可化为以下形式的一阶微分方程组:

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -\xi y - \alpha(\theta - 1)x + \beta x^3 - \gamma x^5 + g \sin \Omega t, \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\alpha, \xi, \beta, \gamma$ 均为正常数; θ, g 分别是无量纲化的温度和简谐激振力振幅. 参数选取同文献 [24] 所示, $\xi = 0.2, \alpha = 1, \beta = 1300, \gamma = 470000, \Omega = 1$. 接下来基于复合胞坐标系方法, 分析温度 θ 和激励振幅 g 两个参数变化时, SMA 薄板系统的全局动力学特性变化过程.

3 振幅对全局特性的影响

当温度 $\theta = 0.7$, 此时 SMA 薄板位于马氏体临界温度下, 含有两个稳定的马氏体相. 选取不同

的初值点 $(-0.0553, -0.09)$, $(-0.031, 0.045)$, $(0.083, -0.032)$, $(0.047, 0.059)$ 构造 Poincaré 映射, 保留稳态映射点, 得到对应的多值分岔图, 如图 2 所示. 随着幅值 g 值的变化, 系统呈现明显的多吸引子共存特征, 并伴随有丰富的激变和域边界突变等现象.

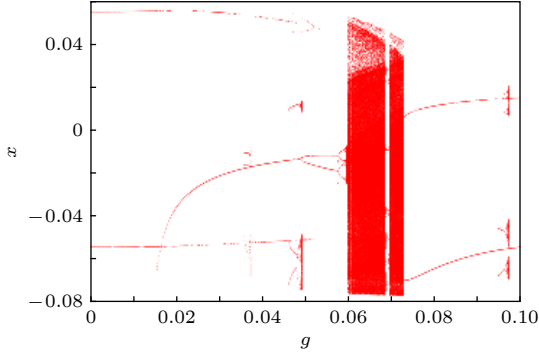


图 2 系统 (7) 随振幅 g 变化的多值分岔图

Fig. 2. Multivalued bifurcation diagram of the system (7) with the variation of amplitude g .

在区域 $D = \{(x, y) | -0.1 \leq x \leq 0.1, -0.12 \leq y \leq 0.12\}$ 上, 均匀划分 1000×1200 个胞, 利用复合胞坐标系方法获取系统的吸引子、吸引域和边界鞍等

全局信息, 阐述 g 在 0.0460 到 0.0727 的范围内激变现象出现的机理. 为更直观理解全局图, 对以下图形做以下说明: 用 Δ 表示吸引子 A , 不同颜色代表不同的吸引子; 吸引域用 B 表示, 不同吸引域颜色不同; S 表示边界鞍; IS 表示吸引域内部鞍; 下标表示吸引子、吸引域和内部鞍的个数, 例如 A_1, A_2 表示系统两个吸引子共存, B_1, B_2 为其对应的吸引域.

3.1 边界激变

当 g 从 0.0471 增大到 0.0472 时, 发生两次逆的边界激变, 如图 3 所示. A_5 和 A_6 表示周期为 2 的吸引子, A_5 与嵌在吸引域 B_1, B_5 边界的鞍 S 碰撞, A_6 和嵌入吸引域 B_2, B_6 边界的鞍 S 碰撞, 使得 A_5, A_6 和部分边界鞍 S 突然消失, 成为内部周期鞍 IS_1, IS_2 , 同时吸引域 B_5, B_6 消失, 吸引域 B_1, B_2 变大.

当 g 从 0.0482 变化到 0.0483 时, 系统再次发生两次边界激变, 两个周期 1 吸引子 A_1 和 A_2 与边界上的鞍 S 发生碰撞, 变为吸引域 B_5, B_6 的内部鞍 IS_5, IS_6 , 同时吸引域 B_1 和 B_2 消失, 如图 4 所示.

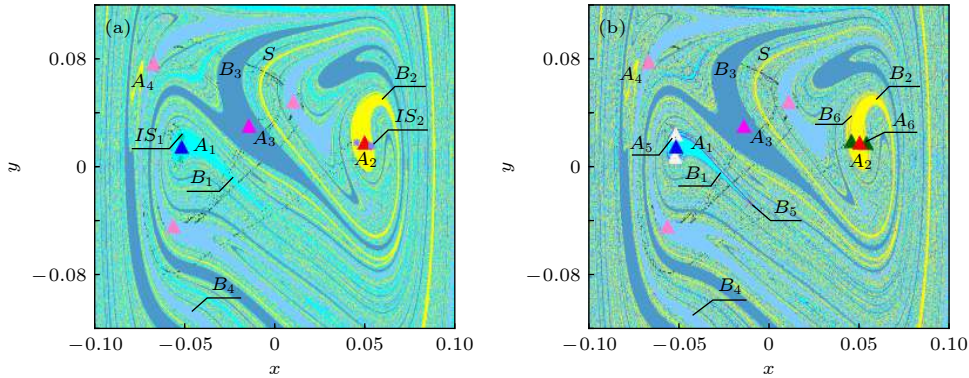


图 3 系统 (7) 的全局图 (a) $g = 0.0471$; (b) $g = 0.0472$

Fig. 3. Global diagram of the system (7): (a) $g = 0.0471$; (b) $g = 0.0472$.

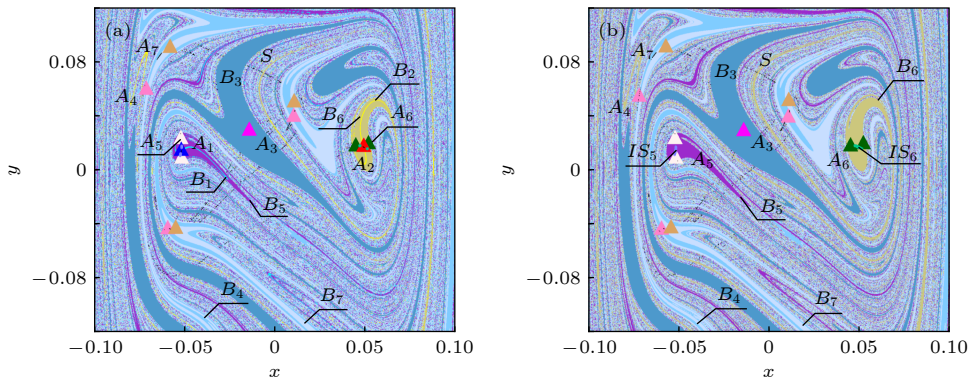


图 4 系统 (7) 的全局图 (a) $g = 0.0482$; (b) $g = 0.0483$

Fig. 4. Global diagram of the system (7): (a) $g = 0.0482$; (b) $g = 0.0483$.

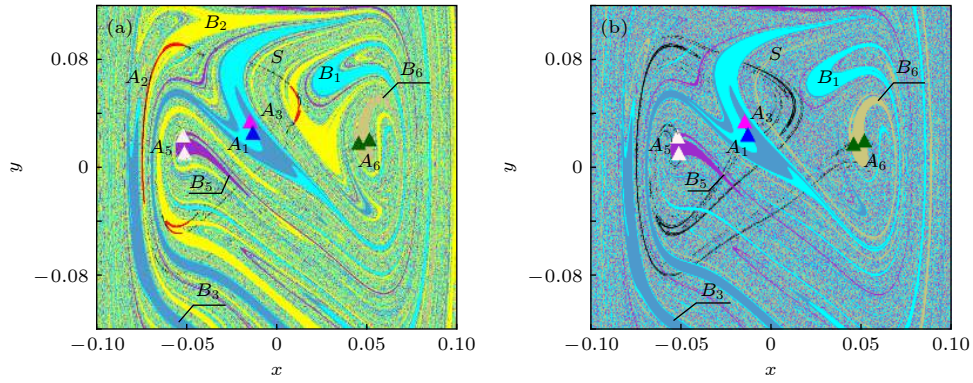


图 5 系统 (7) 的全局图 (a) $g = 0.0491$; (b) $g = 0.0492$

Fig. 5. Global diagram of the system (7): (a) $g = 0.0491$; (b) $g = 0.0492$.

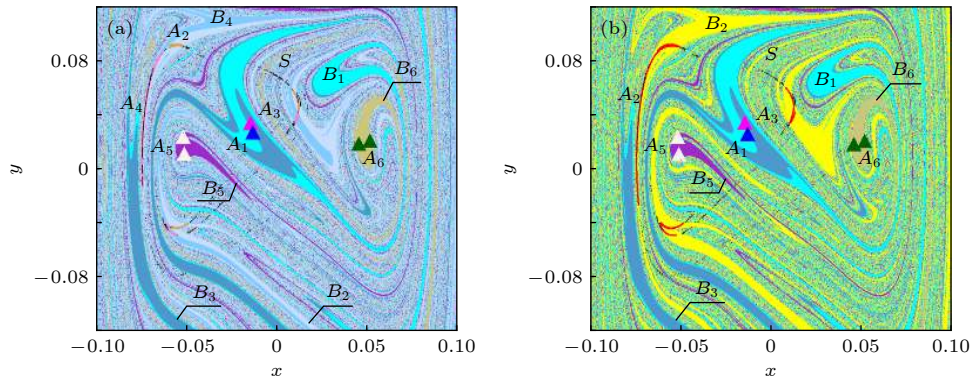


图 6 系统 (7) 的全局图 (a) $g = 0.0490$; (b) $g = 0.0491$

Fig. 6. Global diagram of the system (7): (a) $g = 0.0490$; (b) $g = 0.0491$.

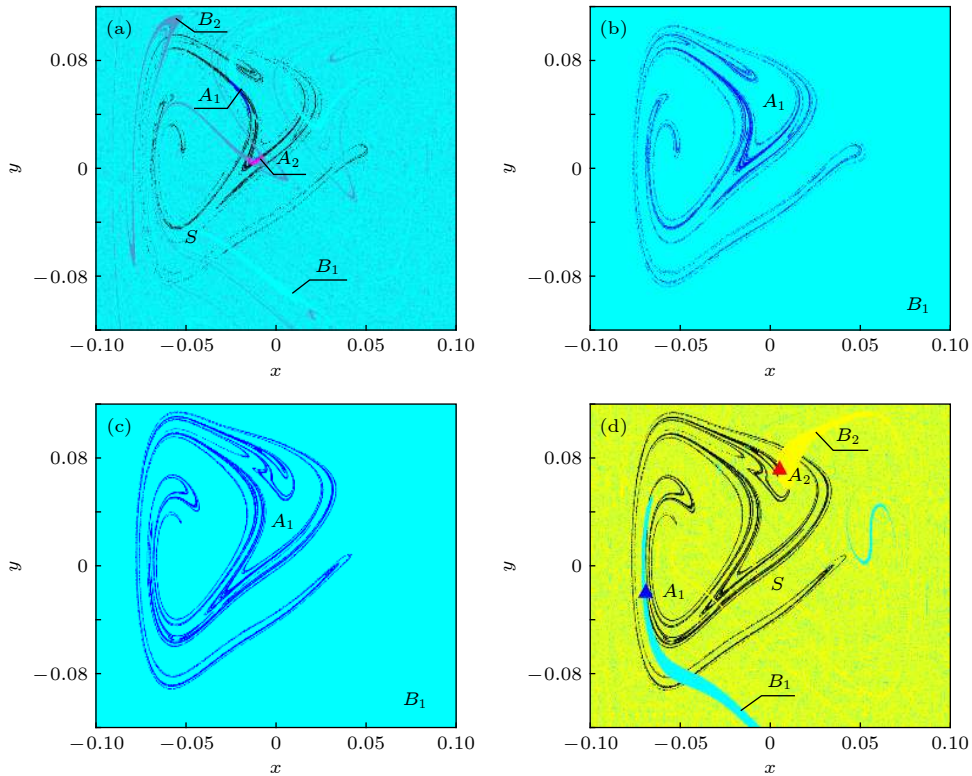


图 7 系统 (7) 的全局图 (a) $g = 0.0596$; (b) $g = 0.0597$; (c) $g = 0.0726$; (d) $g = 0.0727$

Fig. 7. Global diagram of the system (7): (a) $g = 0.0596$; (b) $g = 0.0597$; (c) $g = 0.0726$; (d) $g = 0.0727$.

当 g 从 0.0491 增大到 0.0492 时, 混沌吸引子 A_2 与吸引域边界上的混沌鞍 S 发生碰撞, 发生边界激变, 变成新的更大的边界混沌鞍, 吸引域 B_2 随之消失, 状态空间中为四个周期吸引子和混沌边界鞍共存, 如图 5 所示.

3.2 合并激变

当 g 从 0.0490 变化到 0.0491 时, 混沌吸引子 A_2 和 A_4 不断接近吸引域边界上的混沌鞍 S , 发生

合并激变, 成为新的混沌吸引子 A_2 , 与此同时吸引域 B_2, B_4 合并为新的吸引域 B_2 , 如图 6 所示.

当 g 从 0.0596 变化到 0.0597 时, 混沌吸引子 A_1, A_2 与边界上的混沌鞍 S 碰撞, 发生合并激变, 变为新的混沌吸引子 A_1 , 如图 7(a) 和图 7(b) 所示. 当 g 从 0.0726 增大到 0.0727 时, 发生逆合并激变, 混沌吸引子 A_1 消失, 出现两个新的周期 1 吸引子 A_1, A_2 及混沌边界鞍 S , 如图 7(c) 和图 7(d) 所示.

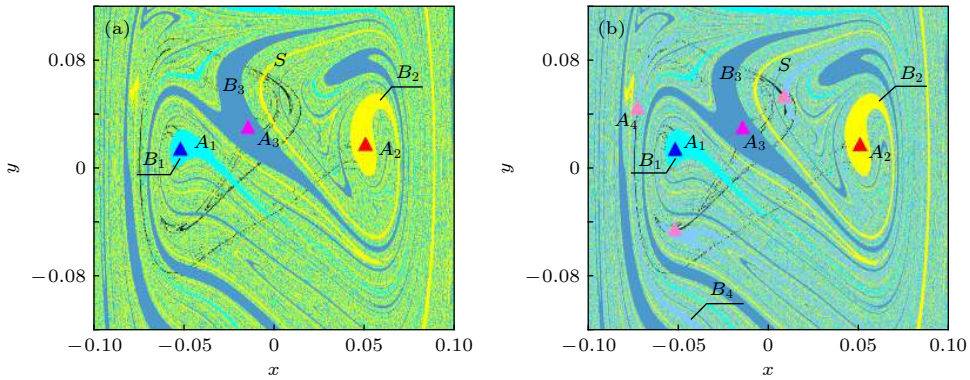


图 8 系统 (7) 的全局图 (a) $g = 0.0460$; (b) $g = 0.0461$

Fig. 8. Global diagram of the system (7): (a) $g = 0.0460$; (b) $g = 0.0461$.

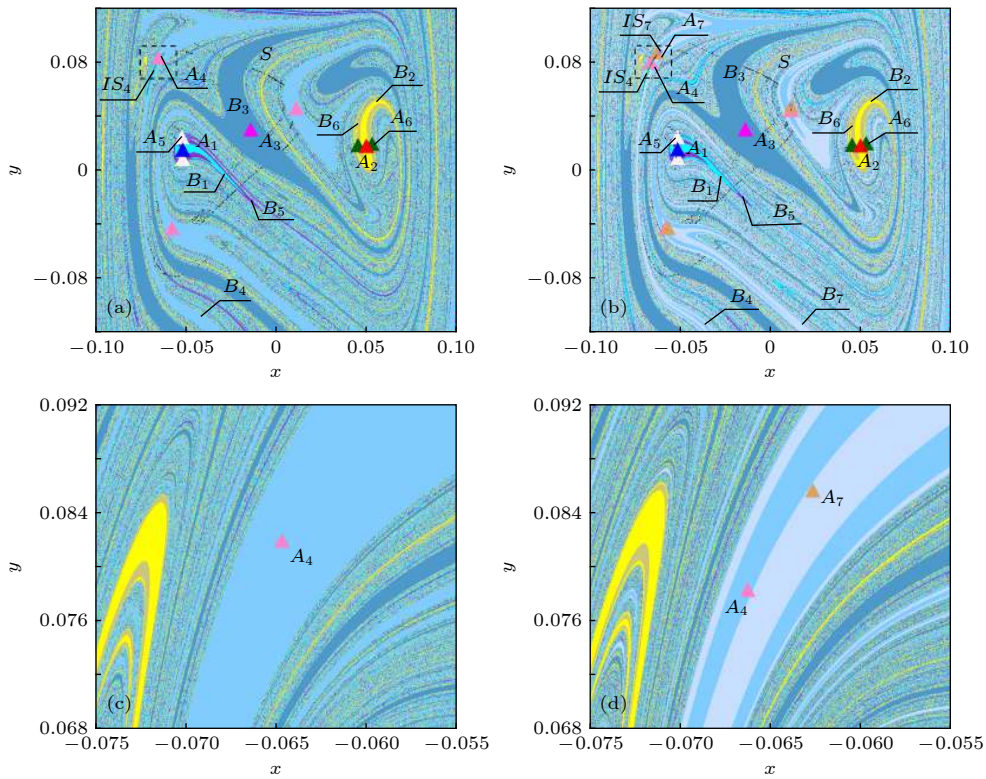


图 9 系统 (7) 的全局图 (a) $g = 0.0478$; (b) $g = 0.0479$; (c), (d) 分别对应于 (a), (b) 图的区域细化

Fig. 9. Global diagram of the system (7): (a) $g = 0.0478$; (b) $g = 0.0479$; (c), (d) the region refinement of panels (a) and (b).

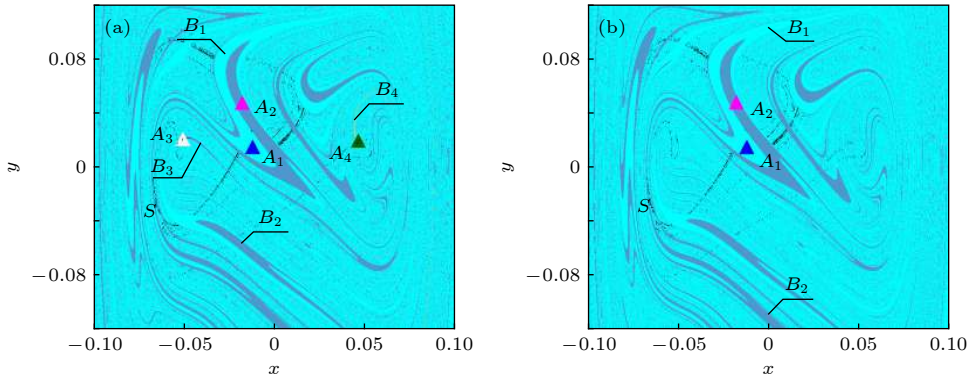


图 10 系统 (7) 的全局图 (a) $g = 0.0533$; (b) $g = 0.0534$

Fig. 10. Global diagram of the system (7): (a) $g = 0.0533$; (b) $g = 0.0534$.

3.3 域边界突变

当 $g = 0.0460$ 时, 系统存在三个周期 1 吸引子 A_1, A_2, A_3 和嵌在吸引域 B_1, B_2, B_3 边界上的混沌鞍 S , 此时的域边界呈现出 Wada 特性. 当 g 增大到 0.0461 时, 系统新出现一个周期 3 吸引子 A_4 , 此时的域边界由 4 个吸引域构成, 仍具有 Wada 特性, 系统发生 Wada-Wada 域边界突变, 如图 8 所示.

当 g 从 0.0478 增大到 0.0479 时, 吸引子的个数从 6 个变为 7 个, 为判断吸引子变化过程, 对区域 $v = \{(x, y) | -0.075 \leq x \leq -0.055, 0.068 \leq y \leq 0.092\}$ 进行细化. 可以发现, 原周期 3 吸引子 A_4 消失, 并在其附近出现两个新的周期 3 吸引子 A_4 和 A_7 , 如图 9(c) 和图 9(d). 原吸引域 B_4 分裂为新吸引域 B_4 和 B_7 , 且参数变化前后域边界均呈现 Wada 特性, 域边界结构更加复杂, 系统再次发生 Wada-Wada 域边界突变.

当 $g = 0.0533$ 时, 状态空间中有 4 个周期 1 吸引子共存, 此时域边界仍具有 Wada 特性. 当 g 增大到 0.0534 时, 周期吸引子 A_3 和 A_4 消失, 状态空间中仅剩 2 个周期 1 吸引子 A_1, A_2 , 此时域边界的 Wada 特性消失, 只呈现分形特性, 系统发生 Wada-分形域边界突变, 如图 10 所示.

4 温度对全局特性的影响

温度作为 SMA 薄板的一个可控参数, 利用温度改变 SMA 薄板的力学特性在工程领域中有重要运用. 取 g 为 0.06 , 分析温度 θ 变化对系统的影响, 选取不同的初值点 $(-0.0553, -0.09), (-0.031, 0.045), (0.083, -0.032), (0.047, 0.059)$ 构造 Poincaré 映射, 得到对应的分岔图, 如图 11 所示. 可以发现,

随温度 θ 的变化, 系统中吸引子个数、类型及大小会发生改变, 并出现激变现象. 为从全局角度分析温度变化对系统激变的影响, 本节基于复合胞坐标系方法, 将区域 $D = \{(x, y) | -0.1 \leq x \leq 0.1, -0.12 \leq y \leq 0.12\}$, 均匀划分为 1000×1200 个胞, 获得系统的吸引子、吸引域、鞍和域边界等全局特性.

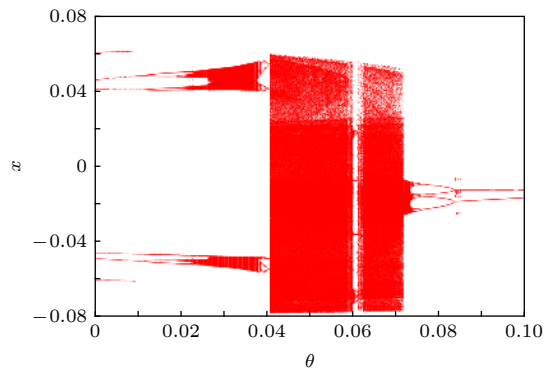


图 11 系统 (7) 随温度 θ 变化的多值分岔图

Fig. 11. Multivalued bifurcation diagram of the system (7) with the variation of temperature θ .

4.1 边界激变

当 $\theta = 0.8379$ 时, 状态空间中两个周期 1 吸引子 A_1 和 A_2 共存, S 为嵌入在分形域边界上的混沌鞍, IS_1, IS_2 是吸引域 B_1, B_2 内部的混沌鞍. 当 θ 增大为 0.8380 时, 系统出现两个新的吸引子 A_3 和 A_4 , 内部鞍 IS_1, IS_2 消失, 系统发生两次逆边界激变, 如图 12 所示.

4.2 合并激变

当 θ 从 0.4088 变化到 0.4089 时, 周期 2 吸引子 A_1 和 A_2 同时与域边界上的混沌鞍 S 发生碰撞, 合并为一个新的混沌吸引子 A_1 , 吸引域 B_1 和 B_2 合并

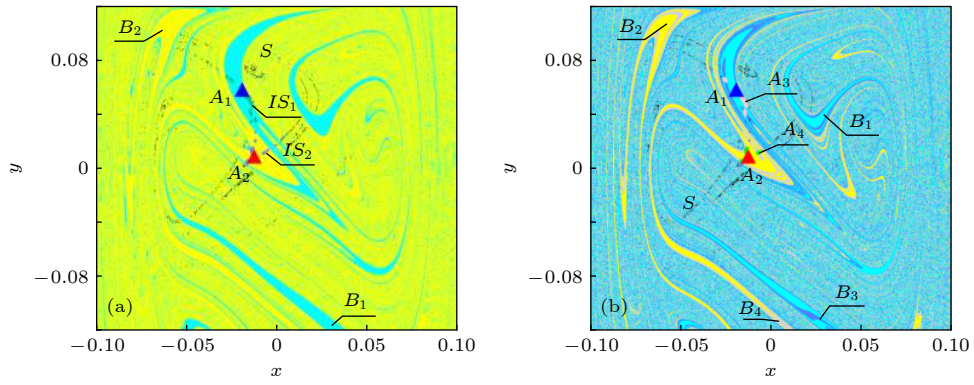


图 12 系统 (7) 的全局图 (a) $\theta = 0.8379$; (b) $\theta = 0.8380$

Fig. 12. Global diagram of the system (7): (a) $\theta = 0.8379$; (b) $\theta = 0.8380$.

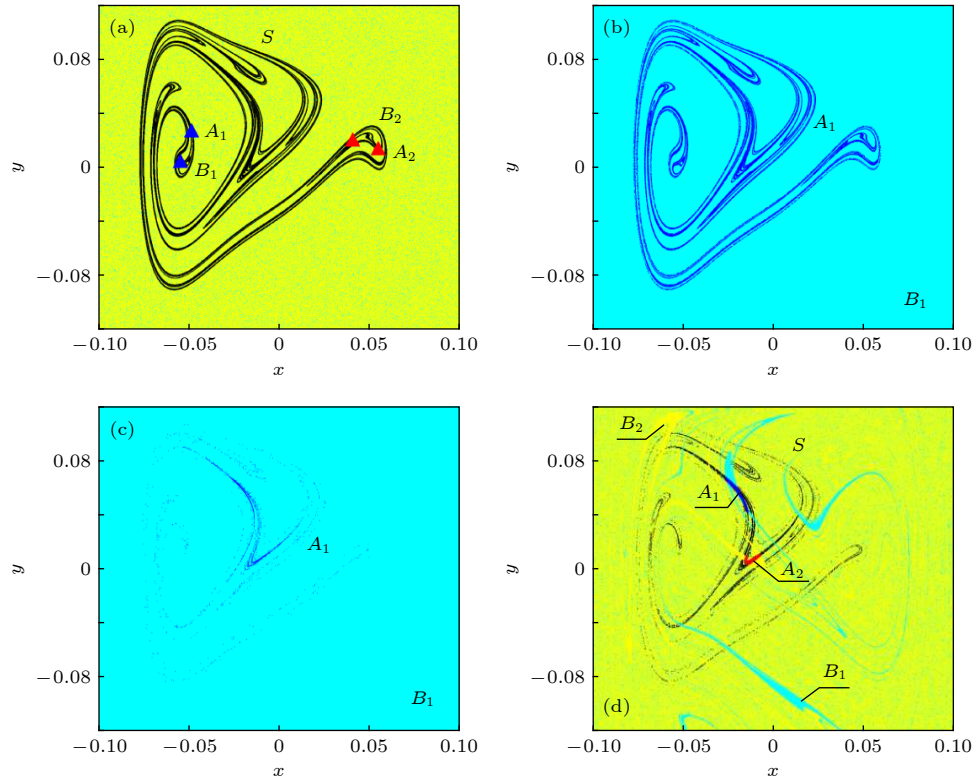


图 13 系统 (7) 的全局图 (a) $\theta = 0.4088$; (b) $\theta = 0.4089$; (c) $\theta = 0.7182$; (d) $\theta = 0.7183$

Fig. 13. Global diagram of the system (7): (a) $\theta = 0.4088$; (b) $\theta = 0.4089$; (c) $\theta = 0.7182$; (d) $\theta = 0.7183$.

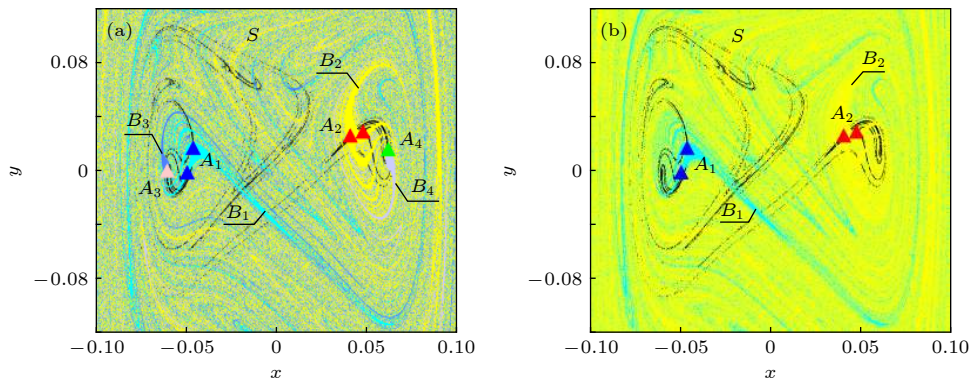


图 14 系统 (7) 的全局图 (a) $\theta = 0.0950$; (b) $\theta = 0.0951$

Fig. 14. Global diagram of the system (7): (a) $\theta = 0.0950$; (b) $\theta = 0.0951$.

成为新吸引域 B_1 , 系统发生合并激变, 如图 13(a) 和图 13(b) 所示. 当 θ 从 0.7182 增大到 0.7183 时, 混沌吸引子 A_1 消失, 出现两个新的混沌吸引子 A_1 和 A_2 , 以及嵌在域边界上的混沌鞍 S , 系统发生逆的合并激变, 如图 13(c) 和图 13(d) 所示.

4.3 域边界突变

当 $g = 0.0950$ 时, 状态空间中两个周期 2 吸引子 A_1, A_2 , 和两个周期 1 吸引子 A_3, A_4 共存, 吸引域边界呈现 Wada 特性. 当 g 增大为 0.0951 时, 两个周期 1 吸引子 A_3 和 A_4 消失, 吸引域边界变为由 B_1 和 B_2 构成的分形边界, 系统发生 Wada-分形域边界突变, 如图 14 所示.

5 结 论

考虑实际工程中温度和应力对于 SMA 的力学特性的影响, 本文选取 SMA 薄板为研究对象, 以温度 θ 和激振力振幅 g 作为分岔参数, 采用复合胞坐标系方法分析其全局分岔特性, 探究在参数的连续变化下, 系统激变现象及域边界突变的演化过程.

在一定的参数变化范围内, 系统呈现丰富的激变现象, 如周期或混沌吸引子与域边界上的周期鞍或混沌鞍发生碰撞的边界激变, 周期吸引子或混沌吸引子同时与边界上的混沌鞍发生碰撞的合并激变等. 当多吸引子共存时, 域边界会呈现分形结构, 并随着参数的变化, 发生 Wada-Wada, Wada-分形和分形-Wada 等域边界突变现象. 本文的研究结果对于通过控制温度和激励强度等参数, 调控 SMA 薄板系统的动态响应, 优化机械设备的变形

及振动控制等问题上提供有效的分析手段.

参考文献

- [1] Yuan B, Zhu M, Chung C 2018 *Materials* **11** 1716
- [2] Hartl D J, Lagoudas D C 2007 *Proc. Inst. Mech. Eng. Part G: J. Aerosp. Eng.* **221** 535
- [3] Lee J, Jin M, Ahn K K 2013 *Mechatronics* **23** 310
- [4] Jani J M, Leary M, Subic A, Gibson M A 2014 *Mater. Des.* **56** 1078
- [5] Song G, Ma N, Li H N 2006 *Eng. Struct.* **28** 1266
- [6] Bernardini D, Rega G 2011 *Int. J. Bifurcation Chaos* **21** 2769
- [7] Paula A S, Savi M A, Lagoudas D C 2012 *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.* **34** 401
- [8] Sado D, Pietrzakowski M 2010 *Int. J. Non-Linear Mech.* **45** 859
- [9] Hashemi S M T, Khadem S E 2006 *Int. J. Mech. Sci.* **48** 44
- [10] Savi M A 2015 *Int. J. Non-Linear Mech.* **70** 2
- [11] Han Q, Xu W, Yue X 2014 *Int. J. Bifurcation Chaos* **24** 1450051
- [12] Grebogi C, Ott E, Yorke J A 1982 *Phys. Rev. Lett.* **48** 1507
- [13] Grebogi C, Ott E, Yorke J A 1983 *Physica D* **7** 181
- [14] Chian A C L, Borotto F A, Rempel E L, Rogers C 2005 *Chaos Solitons Fractals* **24** 869
- [15] Yue X, Xu W, Zhang Y 2012 *Nonlinear Dyn.* **69** 437
- [16] Liu L, Xu W, Yue X L, Han Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 200501 (in Chinese) [刘莉, 徐伟, 岳晓乐, 韩群 2013 物理学报 **62** 200501]
- [17] Liu X J, Hong L, Jiang J 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 180502 (in Chinese) [刘晓君, 洪灵, 江俊 2016 物理学报 **65** 180502]
- [18] Yue X, Xu W, Wang L 2013 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* **18** 3567
- [19] Zhang Y 2013 *Phys. Lett. A* **377** 1269
- [20] Hsu C S 1992 *Int. J. Bifurcation Chaos* **2** 727
- [21] Hsu C S 1995 *Int. J. Bifurcation Chaos* **5** 1085
- [22] Tongue B H 1987 *Physica D* **28** 401
- [23] Falk F 1980 *Acta Metall. Sin.* **28** 1773
- [24] Machado L G, Savi M A, Pacheco P M C L 2004 *Shock Vib.* **11** 67
- [25] Huang Z H, Liu P, Du C C, Li Y H 2009 *Chin. Quarterly Mech.* **30** 71 (in Chinese) [黄志华, 刘平, 杜长城, 李映辉 2009 力学季刊 **30** 71]

Global analysis of crises in shape memory thin plate system*

Yue Xiao-Le[†] Xiang Yi-Lin Zhang Ying*(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)*

(Received 27 January 2019; revised manuscript received 6 June 2019)

Abstract

The unique global properties of shape memory alloy are mainly derived from the martensite phase transition and its inverse, which result from the change of temperature and external load. In this paper, the global characteristics of shape memory alloy thin plate system are analyzed with the temperature and harmonic excitation amplitude as control parameters. Based on the method of Poincaré map, the complex crisis phenomenon of the system including the sudden change in number, size and type of attractors can be observed through the global multivalued bifurcation diagram. However, the specific crisis type is not clear, it is necessary to be analyzed from the global viewpoint. By computing the global diagram with the composite cell coordinate system method which constructs a composite cell state space by multistage division of the continuous phase space, the attractors, saddles and basins of attraction of the system can be obtained more accurately. The vivid evolutionary processes of the crisis phenomena of the system are illustrated, and it can be found that the system presents a complex global structure with amplitude and temperature changing. There exist two kinds of crises: one is the boundary crisis resulting from the collision between a chaotic/periodic attractor and a chaotic saddle within the basin boundary, which causes the attractor to vanish, and the other is the merging crisis caused by the collision of two or more attractors with the chaotic saddle within the basin boundary where a new chaotic attractor appears. When multiple attractors coexist in the system, the basin boundary may be smooth or fractal, and for any point at boundary, its small open neighborhood always has a nonempty intersection with three or more basins, which is known as Wada basin boundary. It is difficult to predict the dynamic behavior of the system accurately due to the fractal, the Wada-Wada, Wada-fractal and fractal-Wada basin boundary metamorphoses which can be observed along with the variation of temperature and amplitude through the composite cell coordinate system method, which owns a unique advantage in depicting basin boundary. Furthermore, the Wada property is displayed more clearly by refining specified region. The results of this paper provide a theoretical analysis tool for adjusting the dynamic response of shape memory alloy thin plate system and optimizing the deformation and vibration control of mechanical equipment through controlling temperature and excitation intensity.

Keywords: shape memory alloy, global dynamics, crisis, fractal basin boundary**PACS:** 05.45.-a, 05.45.Ac, 05.45.Pq**DOI:** [10.7498/aps.68.20190155](https://doi.org/10.7498/aps.68.20190155)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11672230, 11672232) and the Natural Science Basic Research Plan in Shaanxi Province, China (Grant No. 2017JM1029).

[†] Corresponding author. E-mail: xiaoleyue@nwpu.edu.cn