

# 新型缩减矩阵构造加快特征基函数法 迭代求解\*

王仲根<sup>1)†</sup> 沐俊文<sup>1)</sup> 林涵<sup>1)</sup> 聂文艳<sup>2)</sup>

1) (安徽理工大学电气与信息工程学院, 淮南 232001)

2) (淮南师范学院机械与电气工程学院, 淮南 232001)

(2019年4月18日收到; 2019年6月6日收到修改稿)

针对特征基函数法在分析电大目标电磁散射特性时存在缩减矩阵方程迭代求解收敛慢的问题, 提出一种新型缩减矩阵构造方法提高特征基函数法的迭代求解效率. 首先, 应用奇异值分解技术压缩激励源, 求解出新激励源下各子域的特征基函数; 其次, 将新激励源和特征基函数作为构造缩减矩阵的检验函数和基函数, 新方法构造的缩减矩阵的对角子矩阵均为单位矩阵, 缩减矩阵条件数得到了优化. 与传统方法相比, 新方法构造的缩减矩阵方程迭代求解效率得到了显著提高; 另外, 由于矩阵方程求解次数减少, 特征基函数的构造效率也得到了提高, 数值结果证明了新方法的精确性和有效性.

**关键词:** 特征基函数法, 缩减矩阵, 奇异值分解, 特征基函数

**PACS:** 02.60.cb, 02.70.-c, 41.20.Jb

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190572

## 1 引言

矩量法<sup>[1]</sup>是求解频域积分方程的一种有效数值方法, 被广泛应用于目标雷达散射截面计算、天线设计与分析、电磁环境预估、电磁兼容设计等领域. 但矩量法需要对目标精细剖分, 随着目标电尺寸的增大, 计算复杂度以及内存需求都会急剧增大. 为解决这个问题, 一些快速有效的矩量法被提出来, 如快速多极子法 (fast multipole method, FMM)<sup>[2]</sup>、多层快速多极子法 (multilevel fast multipole method, MLFMM)<sup>[3,4]</sup>、预修正-快速傅立叶变换法 (precorrected fast Fourier transform, P-FFT)<sup>[5]</sup>、自适应积分法 (adaptive integral method, AIM)<sup>[6]</sup>等, 这些方法可以降低矩阵向量积计算复杂度, 但不能减少未知数的数目. 为降低

未知数的数目, 有学者提出将宏基函数引入到矩量法中, 如子全域基函数法<sup>[7]</sup>、复合基函数法<sup>[8]</sup>、子域多层法<sup>[9]</sup>、特征模法<sup>[10,11]</sup>以及特征基函数法 (characteristic basis function method, CBFM)<sup>[12-14]</sup>, 其中 CBFM 因考虑到各子域间的耦合作用而备受关注. 为提高 CBFM 计算效率, 文献<sup>[15]</sup>提出应用物理光学法生成特征基函数 (characteristic basis functions, CBFs), 但精确度不高; 文献<sup>[16,17]</sup>分别应用自适应交叉近似-LU 分解技术、自适应交叉近似-奇异值分解来高效生成 CBFs; 文献<sup>[18,19]</sup>提出一种 CBFs 融合构造方法, 提高了 CBFM 的计算精度; 文献<sup>[20-23]</sup>应用自适应交叉近似 (adaptive cross approximation, ACA) 算法、快速偶极子法加快矩阵向量积运算, 提高缩减矩阵构造效率; 文献<sup>[24-26]</sup>将 CBFM 与 MLFMM, AIM, P-FFT 相结合, 通过迭代法求解缩减矩阵方程, 提

\* 国家自然科学基金 (批准号: 61401003)、安徽省自然科学基金 (批准号: 1808085MF166, 1808085QF197)、安徽省博士后基金 (批准号: 2017B214) 和安徽省高校优秀拔尖人才培养项目 (批准号: gxgwfx2018025) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zgwang@ahu.edu.cn

高了 CBFM 分析电大目标电磁散射问题的能力, 但是随着目标电尺寸的增大, CBFs 数目不断增加, 缩减矩阵维数会变得越来越大, 矩阵条件数变差, 迭代求解缩减矩阵方程效率降低<sup>[27]</sup>.

本文提出一种新型缩减矩阵构造方法, 应用奇异值分解技术压缩激励源, 基于新激励源求解出各子域的特征基函数. 运用伽略金方法构造缩减矩阵时, 将新激励源和特征基函数作为检验函数和基函数, 得到一个对角子矩阵均为单位矩阵的缩减矩阵. 新方法构造的缩减矩阵与传统方法构造的缩减矩阵相比, 矩阵条件数得到了优化, 迭代求解缩减矩阵方程的效率显著提高, 并且该方法易于与 MLFMM, AIM, P-FFT 等算法相结合, 进一步提高了特征基函数法分析电大尺寸目标电磁散射问题的能力.

## 2 特征基函数法

CBFM 首先将目标划分为  $M$  个邻接的子域, 再将每个子域剖分成  $N_i$  个单元 ( $i = 1, 2, \dots, M$ ). 为获得一组包含多角度电流信息的 CBFs, CBFM 采用不同入射方向和极化的激励照射每个子域, 假设总的激励数为  $N_{\text{pws}} = 2N_\theta N_\phi$ ,  $N_\theta$ ,  $N_\phi$  分别表示在  $\theta$ ,  $\phi$  方向上的激励数目, 于是子域  $i$  上的主要特征基函数 (primary characteristic basis functions, PCBFs) 即可通过下式求得:

$$\mathbf{Z}_{ii} \mathbf{J}_i^{\text{P}} = \mathbf{E}_i, \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{E}_i$  表示扩展子域  $i$  的激励矩阵, 维数为  $N_i^{\text{be}} \times N_{\text{pws}}$ ;  $\mathbf{Z}_{ii}$  表示扩展子域  $i$  的自阻抗矩阵, 维数为  $N_i^{\text{be}} \times N_i^{\text{be}}$ ;  $\mathbf{J}_i^{\text{P}}$  为扩展子域  $i$  的电流系数矩阵, 维数为  $N_i^{\text{be}} \times N_{\text{pws}}$ ,  $N_i^{\text{be}}$  为扩展子域  $i$  的未知数数目. 通过直接求解 (1) 式, 得到扩展子域  $i$  的  $\mathbf{J}_i^{\text{P}}$ . 由于采用多角度激励源得到的  $\mathbf{J}_i^{\text{P}}$  必然含有冗余信息, 故通过奇异值分解 (singular value decomposition, SVD) 压缩  $\mathbf{J}_i^{\text{P}}$  矩阵去除冗余信息, 即

$$\mathbf{J}_i^{\text{P}} = \mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{V}_i^{\text{T}}, \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{U}_i$  和  $\mathbf{V}_i$  均为酉矩阵, 维数分别为  $N_i^{\text{be}} \times N_i^{\text{be}}$  和  $N_{\text{pws}} \times N_{\text{pws}}$ ;  $\mathbf{W}_i$  为对角阵, 维数为  $N_i^{\text{be}} \times N_{\text{pws}}$ . 通过设置合适的门限  $\tau$ , 保留  $\mathbf{U}_i$  中大于门限的前  $K_i$  个列向量并去除扩展部分作为子域  $i$  的最终 CBFs. 假设子域  $i$  经过 SVD 后得到  $K_i$  个 CBFs, 则子域  $i$  的表面电流可由这  $K_i$  个 CBFs 线性组合

表示:

$$\mathbf{J}_i = \sum_{k=1}^{K_i} \alpha_i^k \mathbf{J}_i^k, \quad (3)$$

式中,  $\alpha_i^k$  为待求的 CBFs 系数,  $\mathbf{J}_i^k$  为子域  $i$  上的第  $k$  个 CBFs. 为求解出  $\alpha_i^k$ , 应用伽略金法得到一个关于  $\alpha_i^k$  降阶的缩减矩阵方程:

$$\mathbf{Z}^{\text{R}} \cdot \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{E}^{\text{R}}, \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{Z}^{\text{R}}$  表示所有子域 CBFs 之间的相互作用, 维数为  $\sum_{i=1}^M K_i \times \sum_{i=1}^M K_i$ ;  $\mathbf{E}^{\text{R}}$  是激励向量;  $\boldsymbol{\alpha}$  为待求 CBFs 系数. 缩减矩阵方程构造原理与矩量法构造阻抗矩阵方程相似, 子域  $i$  上的第  $m$  个 CBFs 与子域  $j$  上第  $n$  个 CBFs 之间的相互作用表示为

$$\begin{aligned} & \langle \mathbf{F}_{i,m}, L(\mathbf{F}_{j,n}) \rangle \\ &= \left\langle \sum_{p=1}^{N_i} \mathbf{J}_i(p,m) \mathbf{f}_{i,p}(\mathbf{r}), L \left( \sum_{q=1}^{N_j} \mathbf{J}_j(q,n) \mathbf{f}_{j,q}(\mathbf{r}) \right) \right\rangle \\ &= \sum_{p=1}^{N_i} \sum_{q=1}^{N_j} \mathbf{J}_i(p,m)^* \langle \mathbf{f}_{i,p}(\mathbf{r}), L(\mathbf{f}_{j,q}(\mathbf{r})) \rangle \mathbf{J}_j(q,n) \\ &= \sum_{p=1}^{N_i} \sum_{q=1}^{N_j} \mathbf{J}_i(p,m)^* \mathbf{Z}_{ij}(p,q) \mathbf{J}_j(q,n), \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{F}_{i,m}$ ,  $\mathbf{F}_{j,n}$  分别表示子域  $i$  和  $j$  上的第  $m$ ,  $n$  个 CBFs;  $\mathbf{f}_{i,p}(\mathbf{r})$ ,  $\mathbf{f}_{j,q}(\mathbf{r})$  分别为子域  $i$  和  $j$  上的第  $p$ ,  $q$  个 Rao-Wilton-Glisson (RWG) 基函数.  $\mathbf{Z}_{ij}(p,q) = Z_{pq} = \langle \mathbf{f}_{i,p}(\mathbf{r}), L(\mathbf{f}_{j,q}(\mathbf{r})) \rangle$ ,  $\mathbf{Z}_{ij}$  表示子域  $i$  和  $j$  上所有 RWG 基函数之间的相互作用,  $Z_{pq}$  是第  $p$  个 RWG 基函数和第  $q$  个 RWG 基函数之间的相互作用.  $\mathbf{J}_i(p,m)$  为联系子域  $i$  中第  $m$  个 CBFs 和子域  $i$  中第  $p$  个 RWG 的线性标出系数, 这些系数构造矩阵  $\mathbf{J}_i$  中的每一列对应一个 CBFs;  $\mathbf{J}_j(q,n)$  为联系子域  $j$  中第  $n$  个 CBFs 和子域  $j$  中第  $q$  个 RWG 的线性标出系数,  $N_i$  和  $N_j$  分别表示子域  $i$  和  $j$  所包含的 RWG 基函数的数目. 因此子域  $i$  和  $j$  所有 CBFs 之间的相互作用可以表示为

$$\mathbf{Z}_{ij}^{\text{R}} = \mathbf{J}_i^{\text{H}} \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{J}_j, \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{Z}_{ij}^{\text{R}}$  的维数为  $K_i \times K_j$ ,  $K_i$ ,  $K_j$  分别为子域  $i$  和  $j$  的 CBFs 数目;  $\mathbf{Z}_{ij}^{\text{R}}$  为  $\mathbf{Z}^{\text{R}}$  的子矩阵;  $\mathbf{J}_i^{\text{H}}$  为  $\mathbf{J}_i$  的共轭转置矩阵. 同理, 子域  $i$  所有 CBFs 对应的激励向量  $\mathbf{E}_i^{\text{R}}$  可表示为

$$\mathbf{E}_i^{\text{R}} = \mathbf{J}_i^{\text{H}} \mathbf{E}_i. \quad (7)$$

从 (6) 式和 (7) 式可以看出, 运用伽略金方法构造缩减矩阵时, 使用  $\mathbf{J}_i$  的共轭转置同乘方程两边, 检验函数和基函数均采用 CBFs( $\mathbf{J}_i$ ). 由 (6) 式和 (7) 式可得整个缩减矩阵方程的表达式为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11}^R & \mathbf{Z}_{12}^R & \cdots & \mathbf{Z}_{1M}^R \\ \mathbf{Z}_{21}^R & \mathbf{Z}_{22}^R & \cdots & \mathbf{Z}_{2M}^R \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{M1}^R & \mathbf{Z}_{M2}^R & \cdots & \mathbf{Z}_{MM}^R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1^R \\ \mathbf{E}_2^R \\ \vdots \\ \mathbf{E}_M^R \end{bmatrix}. \quad (8)$$

通过求解 (8) 式即可得到系数矩阵  $\alpha$ , 通常求解 (8) 式可以选择直接法求解, 但在分析电大复杂目标时, 缩减矩阵维数增大, 缩减矩阵方程需要通过迭代法求解.

### 3 新型缩减矩阵构造

为提高缩减矩阵方程迭代求解效率, 本文提出一种新型缩减矩阵构造方法, 首先应用 SVD 对激励矩阵进行压缩:

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{U}_i \mathbf{W}_i \mathbf{V}_i^T. \quad (9)$$

设定门限  $\tau$  去除  $\mathbf{U}_i$  中具有线性相关性的分量并将其表示为  $\mathbf{E}_i^{\text{new}}$ , 并将  $\mathbf{E}_i^{\text{new}}$  定义为激励基函数. 假设每个子域经过 SVD 后包含  $L_i$  个激励矢量, 将新的激励源  $\mathbf{E}_i^{\text{new}}$  代入到 (1) 式, 求解出每个子域的 CBFs:

$$\mathbf{Z}_{ii} \mathbf{J}_i^{\text{new}} = \mathbf{E}_i^{\text{new}}. \quad (10)$$

由于  $L_i \ll N_{\text{pws}}$ , 可以显著减少方程求解次数. 通过求解 (10) 式, 每个子域可得到  $L_i$  个 CBFs( $\mathbf{J}_i^{\text{new}}$ ). 将  $\mathbf{E}_i^{\text{new}}$  和  $\mathbf{J}_i^{\text{new}}$  分别作为构建缩减矩阵的检验函数和基函数, 则缩减矩阵子矩阵  $\mathbf{Z}_{ij}^{\text{new}}$  可以表示为

$$\mathbf{Z}_{ij}^{\text{new}} = (\mathbf{E}_i^{\text{new}})^H \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{J}_j^{\text{new}}. \quad (11)$$

由于检验函数  $\mathbf{E}_i^{\text{new}}$  是酉矩阵, 所以  $(\mathbf{E}_i^{\text{new}})^H \mathbf{E}_i^{\text{new}} = \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{I}$  为单位矩阵. 从 (11) 式可以看出, 当  $i = j$  时,  $\mathbf{Z}_{ii}^{\text{new}} = \mathbf{I}$ , (8) 式可以重新写成

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{Z}_{12}^{\text{new}} & \cdots & \mathbf{Z}_{1M}^{\text{new}} \\ \mathbf{Z}_{21}^{\text{new}} & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{Z}_{2M}^{\text{new}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{M1}^{\text{new}} & \mathbf{Z}_{M2}^{\text{new}} & \cdots & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1^{\text{new}} \\ \mathbf{E}_2^{\text{new}} \\ \vdots \\ \mathbf{E}_M^{\text{new}} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{E}_i^{\text{new}} = (\mathbf{E}_i^{\text{new}})^H \mathbf{E}_i^{\text{new}}$ . 新的缩减矩阵构造方法

将缩减矩阵  $\mathbf{Z}^R$  的对角子矩阵均简化为单位矩阵, 优化了缩减矩阵条件数, 主对角元素对应的 CBFs 系数可以精确快速地计算出来, 这将加快缩减矩阵方程迭代求解的收敛速度.

### 4 数值算例

为验证本文方法 (novel characteristic basis function method, NCBFM) 的有效性和精确性, 分别对导体球、锥球带缝体的双站 RCS 以及杏仁体的单站 RCS 进行了计算. 所有算例均在 Intel(R) Core(TM) i5-6200U 2.30 GHz, 48 GB RAM 的 PC 机上完成, 编译器采用 Visual studio 2013, BiCGStab 迭代误差为 0.001, 为了验证 NCBFM 计算精度, 定义电流系数均方根误差为

$$\text{Err} = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |I_i^{\text{CBFM}_x} - I_i^{\text{FEKO}}|^2 / |I_i^{\text{FEKO}}|^2 \right)^{0.5} \times 100\%, \quad (13)$$

式中,  $I_i^{\text{CBFM}_x}$  为应用 NCBFM 和 CBFM 计算出的电流系数,  $I_i^{\text{FEKO}}$  为应用商业软件 FEKO(采用 MLFMM 求解) 计算得到的电流系数.

**算例 1** 计算一个半径为  $\lambda$  导体球的双站 RCS, 入射频率为 300 MHz, 入射角度  $\theta = 0^\circ$ ,  $\phi = 0^\circ$ . 应用三角单元剖分球表面, 未知数为 17278, 目标划为 8 个子域. NCBFM 和 CBFM 均为每个子域构造 800 个激励, 图 1(a) 给出了 2 种方法在不同 SVD 门限下的电流误差以及 CBFs 数目. 从图 1(a) 可以看出, 采用 SVD 压缩激励源, 电流误差收敛速度更快; 另外, CBFM 在分析电大复杂目标时, 激励数目往往根据经验设定, 存在大量冗余计算, 而应用 SVD 对激励源进行压缩, 只需设置合适的 SVD 门限, 就可以在保证精度的情况下减少冗余计算. 根据电流误差分析, CBFM 和 NCBFM 的门限  $\tau$  分别取 0.005 和 0.008, 图 1(b) 给出了左半球面 4 个子域 SVD 后奇异值的分布曲线. 从图 1(b) 可以看出, 2 种方法在每个子域奇异值数目为 80 时即可达到门限设置要求, CBFM 得到 653 个 CBFs, 缩减矩阵维数为  $653 \times 653$ , 矩阵条件数为 5282, 采用 BiCGStab 迭代法求解缩减矩阵方程, 迭代 26 次即可收敛. NCBFM 共得到 649 个 CBFs, 缩减矩阵维数为  $649 \times 649$ , 矩阵条件数为 1785, 缩减矩阵方程迭代 17 次即可收敛,

计算效率提高了 34.6%. 分别应用 CBFM 和 NCBFM 计算了导体球 HH 极化双站 RCS, 计算结果如图 1(c) 所示, 从图 1(c) 可以看出, NCBFM 与 CBFM 计算结果吻合较好, 计算精度

较高.

**算例 2** 计算一个锥球带缝体的双站 RCS, 其几何外形定义见文献 [28], 入射频率为 6 GHz, 入射角度  $\theta = 270^\circ$ ,  $\phi = 0^\circ$ . 应用三角单元剖分目标

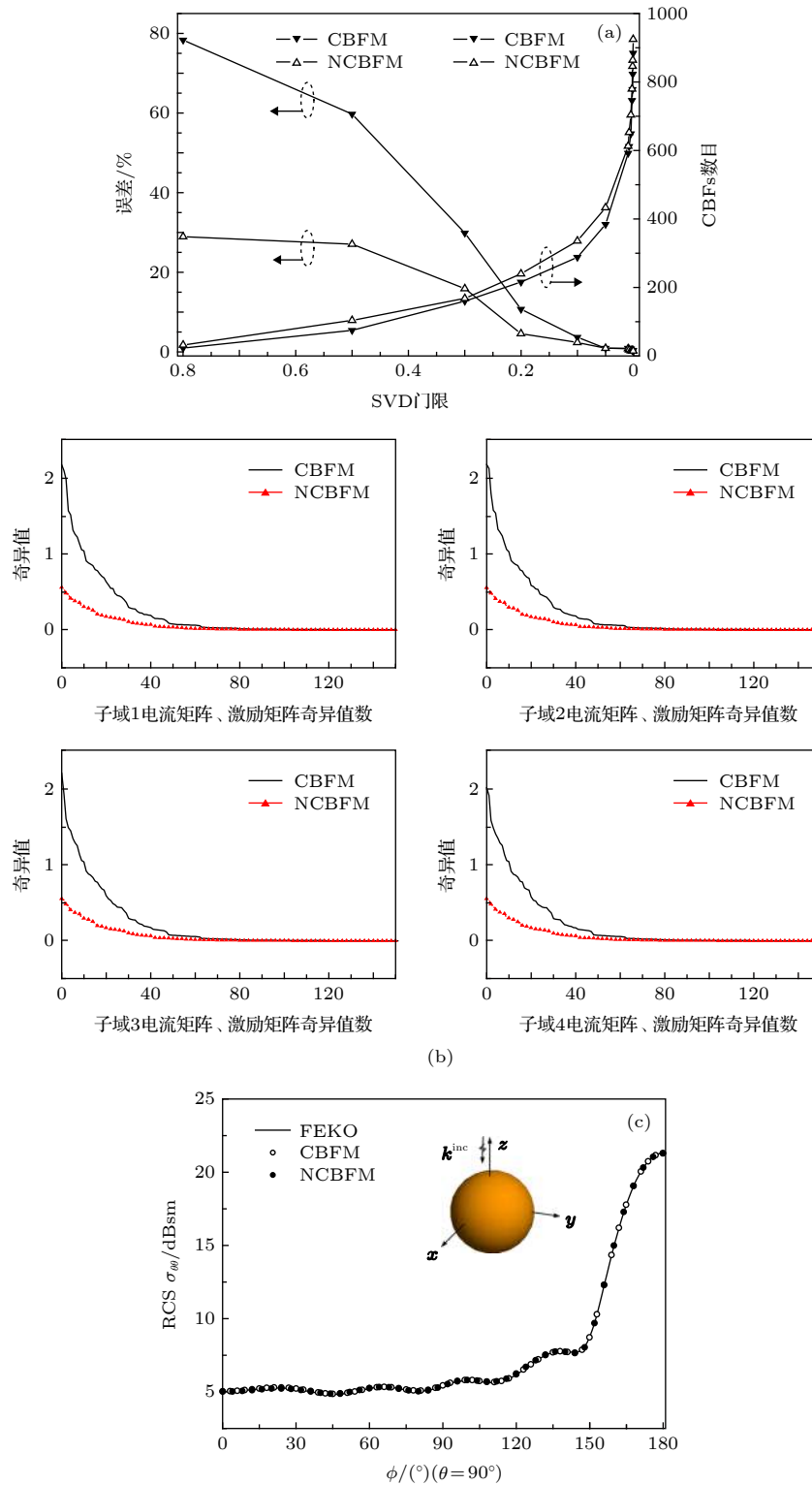


图 1 (a) 不同 SVD 门限下 2 种方法的计算误差及 CBFs 数目; (b) 左半球面 4 个子域的奇异值分布曲线; (c) 导体球双站 RCS  
 Fig. 1. (a) Calculation error and numbers of CBFs under different SVD thresholds of two methods; (b) singular value distribution curve in four sub-domains of the left hemisphere; (c) bistatic RCS of PEC sphere.

表面, 得到 124685 个未知数, 目标被划为 48 个子域. 2 种方法在每个子域上均设置 1600 个激励, CBFM 的 SVD 门限为 0.001, 共得到 7829 个 CBFs, 若采用直接法 (LU 分解) 求解缩减矩阵方程需要耗时 1239.6 s, 而采用迭代法求解缩减矩阵方程, 迭代 86 次即可收敛, 耗时 104.5 s. NCBFM 的 SVD 门限为 0.002, 共得到 7775 个基函数, 缩减矩阵方程迭代求解 45 次即可收敛, 耗时 57.3 s, 计算效率提高了 45.2%. 2 种方法计算的 HH 极化双站 RCS 如图 2 所示, 从图 2 可以看出 NCBFM 计算的结果与 CBFM 和 FEKO 吻合较好.

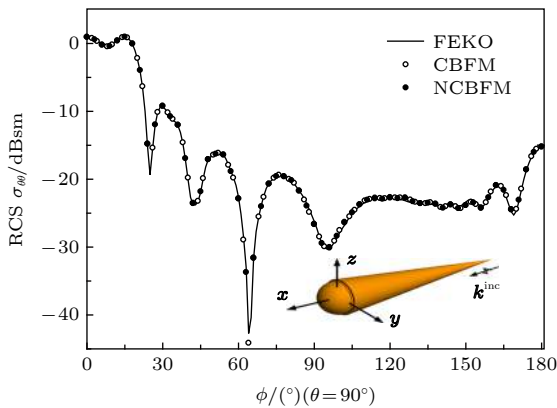


图 2 锥球带缝体双站 RCS

Fig. 2. Bistatic RCS of cone-sphere with gap.

**算例 3** 计算一个 252.3744 mm 杏仁体的单站 RCS, 入射频率为 20 GHz, 入射角为  $\theta = 90^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ - 180^\circ$ . 用三角单元对目标表面进行剖分, 共得到 153690 个未知数, 目标划为 52 个子域. 2 种方法设置的激励数均为 1600, CBFM 和 NCBFM 的 SVD 门限分别为 0.001 和 0.002, 分别得到 11410 和 11362 个 CBFs, 若采用直接法求解缩减矩阵方程, 需要耗时 5387.3 s. 应用 CBFM 求解缩减矩阵方程, 迭代次数平均为 128.2, 单次缩

减矩阵方程求解平均耗时 237.8 s; NCBFM 迭代次数平均为 63.5, 迭代次数减少了 50.4%, 单次缩减矩阵方程求解平均耗时 121.2 s. 图 3 给出了 2 种方法计算的 HH 极化单站 RCS, 从图 3 可以看出, NCBFM 的计算结果与 FEKO 吻合较好, 具有较高的计算精度.

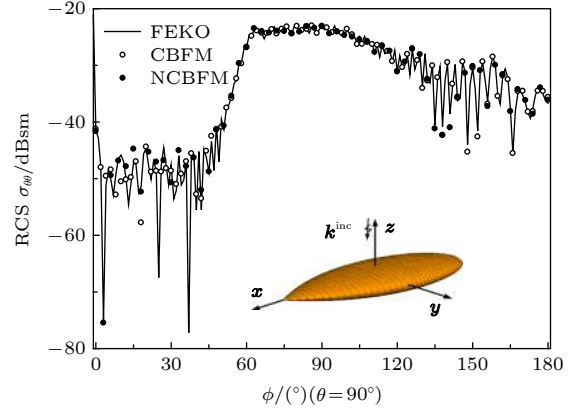


图 3 杏仁体 HH 极化单站 RCS

Fig. 3. Monostatic RCS in HH polarization of NASA almond.

表 1 给出了 CBFM 和 NCBFM 在阻抗矩阵填充、基函数构造、缩减矩阵构造以及缩减矩阵方程时的求解时间. 从表 1 可以看出, NCBFM 在基函数构造方面计算效率有了小幅提高, 在缩减矩阵方程迭代求解方面计算效率都得到了显著提高.

## 5 结论

本文给出了一种新型缩减矩阵构造方法, 该方法应用奇异值分解技术压缩激励源, 并在新激励源下求解出各子域的特征基函数, 减少了冗余计算; 在构造缩减矩阵时, 选择激励基函数和特征基函数作为检验函数和基函数, 将缩减矩阵的对角子矩阵优化为单位矩阵, 提高了缩减矩阵方程的迭代求解

表 1 计算时间比较

Table 1. Comparison of computation time.

目标及未知量个数	方法	阻抗矩阵填充/s	基函数构造/s	缩减矩阵构造/s	缩减矩阵方程求解/s	计算时间/s
导体球(17278)	CBFM	239.9	1081.4	41.7	0.44	1375.6
	NCBFM	239.1	979.4	40.8	0.31	1267.9
锥球带缝体(124685)	CBFM	3297.5	27736.4	1535.7	104.5	32740.1
	NCBFM	3289.2	26985.1	1506.6	57.3	31889.7
杏仁体(153690)	CBFM	4097.8	33173.5	3553.7	237.8	83936.8
	NCBFM	4098.4	31832.3	3524.1	121.2	61437.9

效率. 数值结果证明了本文方法在保证精度的前提下, 有效地提高了缩减矩阵方程的迭代求解效率. 本文方法提高了缩减矩阵方程的迭代求解效率, 但在迭代过程中存在大量的矩阵向量积运算, 今后会进一步研究将多层快速多极子法、自适应积分法、预修正-快速傅里叶变换法、快速偶极子法等算法引入到该方法中, 加快矩阵向量积运算, 以提高特征基函数法分析电大目标电磁散射特性的效率.

## 参考文献

- [1] Harrington R F 1993 *Field Computation by Moment Methods* (New York: Wiley-IEEE Press) pp5-7
- [2] Coifman R, Rokhlin V, Wandzura S 1993 *IEEE Antennas Propagat. Mag.* **35** 7
- [3] Song J M, Lu C C, Chew W C 1997 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **45** 1488
- [4] Wang X B, Liang Z C, Wu Z S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 124104 (in Chinese) [王晓冰, 梁子长, 吴振森 2012 物理学报 **61** 124104]
- [5] Ma J, Guo L X, Wang A Q 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3431
- [6] Nie X C, Yuan N, Li L W 2008 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **56** 3526
- [7] Lu W B, Cui T J, Zhao H 2007 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **55** 414
- [8] Freni A, Vita D P, Pirinoli P, Matekovits L, Vecchi G 2011 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **59** 4588
- [9] Suter E, Mosing J R 2000 *Microw. Opt. Technol. Lett.* **26** 270
- [10] Guan L, He Z, Ding D Z, Chen R S 2019 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **67** 199
- [11] Chen Y, Wang C F 2015 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **63** 1004
- [12] Prakash V V S, Mittra R 2003 *Microw. Opt. Technol. Lett.* **36** 95
- [13] Sun Y F, Chan C H, Mittra R 2003 *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium Columbus, June 22-27, 2003* p1068
- [14] Lucente E, Monorchio A, Mittra R 2008 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **56** 999
- [15] Hou Z G, Wang C, Dong C Z, Yin H C 2011 *Syst. Engineer. Electron.* **33** 1458 (in Chinese) [侯兆国, 王超, 董纯柱, 殷红成 2011 系统工程与电子技术 **33** 1458]
- [16] Ding J, Li J F, Zhang T 2016 *IEICE Electron. Expr.* **13** 1
- [17] Zhu J Y, Sun Y F, Fang H Y 2018 *Prog. Electromag. Res. M* **68** 173
- [18] Tanaka T, Inasawa Y, Yoneda N, Miyashita H 2018 *IEICE Trans. Electron.* **E101.C** 96
- [19] Wang Z G, Tang X W, Wang Q 2018 *J. Electron. Inf. Tech.* **40** 573 (in Chinese) [王仲根, 唐晓苑, 汪强 2018 电子与信息学报 **40** 573]
- [20] Fenni I, Roussel H, Darces M 2016 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **64** 4539
- [21] Wang Z G, Sun Y F, Wang G H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 204102 (in Chinese) [王仲根, 孙玉发, 王国华 2013 物理学报 **62** 204102]
- [22] Fang X X, Cao Q S, Zhou Y 2019 *IEEE Trans. Electromagn. Compat.* **61** 191
- [23] Chen X L, Niu Z Y, Li Z Gu C Q 2011 *J. Electromagn. Waves Appl.* **25** 1940
- [24] Garcia E, Delgado C, Diego I G, Catedra M F 2008 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **56** 2363
- [25] Hu J, Lu W, Shao H, Nie Z 2012 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **60** 5709
- [26] Hu L, Li W L, Mittra R 2010 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **58** 3086
- [27] Garcia E, Delgado C, Catedra F 2019 *IEEE Trans. Antenn. Propag.* **67** 3241
- [28] Woo A C, Wang H T G, Schuh M J 1993 *IEEE Antennas Propagat. Mag.* **35** 84

# New reduced matrix construction accelerated iterative solution of characteristic basis function method\*

Wang Zhong-Gen<sup>1)†</sup> Mu Jun-Wen<sup>1)</sup> Lin Han<sup>1)</sup> Nie Wen-Yan<sup>2)</sup>

1) (*College of Electrical and Information Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China*)

2) (*College of Mechanical and Electrical Engineering, Huainan Normal University, Huainan 232001, China*)

( Received 18 April 2019; revised manuscript received 6 June 2019 )

## Abstract

The characteristic basis function method is known as an effective method to solve the electromagnetic scattering problems, but the convergence of the iterative solution of the reduced matrix equation is slow when the characteristic basis function method is used to analyze the electromagnetic scattering characteristics of the electrically large target. In order to mitigate this problem, a new reduced matrix construction method is proposed to improve the iterative solution efficiency of characteristic basis function method in this paper. Firstly, the singular value decomposition technique is used to compress the incident excitations, and the characteristic basis functions of each sub-domain under the new excitations are solved. Then, the new excitations and the characteristic basis functions are defined as the testing and basis functions to construct the reduced matrix. The diagonal sub-matrices of the reduced matrix constructed by the new testing and basis functions are all identity matrices, thereby improving the condition of reduced matrix. Thus, the total number of iterations to achieve reasonable results is significantly reduced. Numerical simulations are conducted to validate the performance of the proposed method. The results demonstrate that the efficiency of the iterative solution of the reduced matrix equation constructed by the new method is significantly improved. Furthermore, the characteristic basis functions' generation time required by the proposed method is noticeably less than that by the traditional characteristic basis function method due to the reduced number of matrix equation solutions.

**Keywords:** characteristic basis function method, reduced matrix, singular value decomposition, characteristic basis functions

**PACS:** 02.60.cb, 02.70.-c, 41.20.Jb

**DOI:** [10.7498/aps.68.20190572](https://doi.org/10.7498/aps.68.20190572)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61401003), the Natural Science Foundation of Anhui Province, China (Grant Nos. 1808085MF166, 1808085QF197), the Postdoctoral Science Foundation of Anhui Province, China (Grant No. 2017B214), and the Outstanding Young Talents of Anhui Province, China (Grant No. gxgwx2018025).

† Corresponding author. E-mail: [zgwang@ahu.edu.cn](mailto:zgwang@ahu.edu.cn)