空间机器人的同伦类约束路径规划

姚蔚然[1,2],田昊宇[1],张欧阳[1],曾　祎[1],孙光辉[1],吴立刚[1]
(1.哈尔滨工业大学 航天学院,黑龙江 哈尔滨 150001;2.复杂系统控制与智能协同全国重点实验室,北京 100074)

摘　要: 同伦类约束路径规划是空间机器人路径规划的一种重要技术手段,能够有效实现复杂约束条件下路径规划的运算轻量化,具有重要的理论意义和应用价值。同伦路径规划以同伦这一数学工具作为基础,将空间机器人的可行路径集限制在范围有限且具有良好函数性质的同伦结构中,在该结构中进行优化路径的搜索,在保证路径规划有效性的同时降低了算法的复杂性。介绍了基于同伦的路径规划近似算法框架,以及路径同伦构造和规划问题的求解。从面向约束的路径同伦构造方法和同伦优化搜索2个层面分析了近年来针对空间机器人同伦路径规划研究的进展。根据研究现状,对空间机器人的同伦类约束路径规划的未来发展进行了展望。

关键词: 空间机器人; 路径规划; 近似算法; 同伦类; 任务性能优化目标

中图分类号: TP 242　　**文献标志码:** A　　**DOI:** 10.19328/j.cnki.2096-8655.2024.03.007

引用格式: 姚蔚然,田昊宇,张欧阳,等.空间机器人的同伦类约束路径规划[J].上海航天(中英文),2024,41(3):63-73.

Path Planning with Homotopy Class Constraints for Space Robots

YAO Weiran[1,2], TIAN Haoyu[1], ZHANG Ouyang[1], ZENG Yi[1], SUN Guanghui[1], WU Ligang[1]
(1.School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, Heilongjiang, China;
2.National Key Laboratory of Complex System Control and Intelligent Agent Cooperation, Beijing 100074, China)

Abstract: The path planning with homotopy class constraints is an important technical means for the path planning for space robots. It can effectively achieve lightweight computation of path planning under complex constraints, and has important theoretical significance and application value. In the path planning with homotopy class constraints, the set of robot's feasible paths is limited within a homotopy structure with good functional properties. The search for optimized paths is carried out within the homotopy structure, which ensures the effectiveness of the path planning while reducing the complexity of the algorithm. In this paper, the approximation algorithm frameworks for homotopy-based path planning, the path homotopy construction methods, and the solutions to the planning problems are introduced. The progress of homotopy path planning for space robots in recent years is analyzed from two aspects, i.e., path homotopy construction methods with constrains and homotopy optimization search. According to the current research situation, the future development of homotopy path planning methods for space robots is prospected.

Key words: space robot; path planning; approximation algorithm; homotopy class; task performance optimization objective

0　引言

随着我国航天事业地不断发展与航天探索活动地不断深入,空间任务呈现复杂化和多样化的趋势。面对在轨维护、在轨装配、深空探测等较复杂任务,应用空间机器人来替代宇航员执行,不仅能够有效保障航天员的人身安全,更能显著提升空间任务的执行效率,从而大大增强任务的成功率。目前,空间机器人已经广泛参与到空间探索

收稿日期: 2024-04-01; **修回日期:** 2024-05-12
基金项目: 国家自然科学基金(U23A20346,62106062)
作者简介: 姚蔚然(1990—),男,副教授,博士,主要研究方向为机器人任务规划、无人系统智能决策。
通信作者: 吴立刚(1977—),男,教授,博士,主要研究方向为自主无人系统、智能控制技术。

的各类活动中,包括航天器舱内/外服务机器人、自由飞行空间机器人,以及各类星球探索机器人。典型代表包括国际空间站加拿大臂2号、国际空间站宇航蜂机器人、中国空间站机械臂等,它们参与了辅助航天员工作、航天器靠泊、在轨服务与装配等工作。

路径规划对于空间机器人的应用至关重要,其有效性将影响机器人执行任务过程的安全性、稳定性、执行效果[1]。面向空间机器人未来的应用需求,路径规划技术面临了许多新的问题亟待解决,诸如提升路径规划算法的鲁棒性以使空间机器人能够适应各种应用场景的变化,改善路径规划算法的复杂度以满足机载算法的轻量化要求,调节路径规划的算法机理以处理复杂约束和提高空间机器人运动过程的性能。空间机器人相比于其他移动机器人具有特殊的运动学与动力学约束,其路径规划不仅要满足避障约束、拓扑约束等基本约束条件,还需要考虑包括时间窗口约束、能量约束、方向约束等在内的任务性能约束,这些约束条件极大地增加了空间机器人路径规划问题的复杂程度。空间机器人路径规划的应用对象和约束类型如图1所示。针对此,国内外学者提出了各类路径规划的路线和方法,基于同伦类约束的路径规划正是其中一条重要技术路线[2-4]。

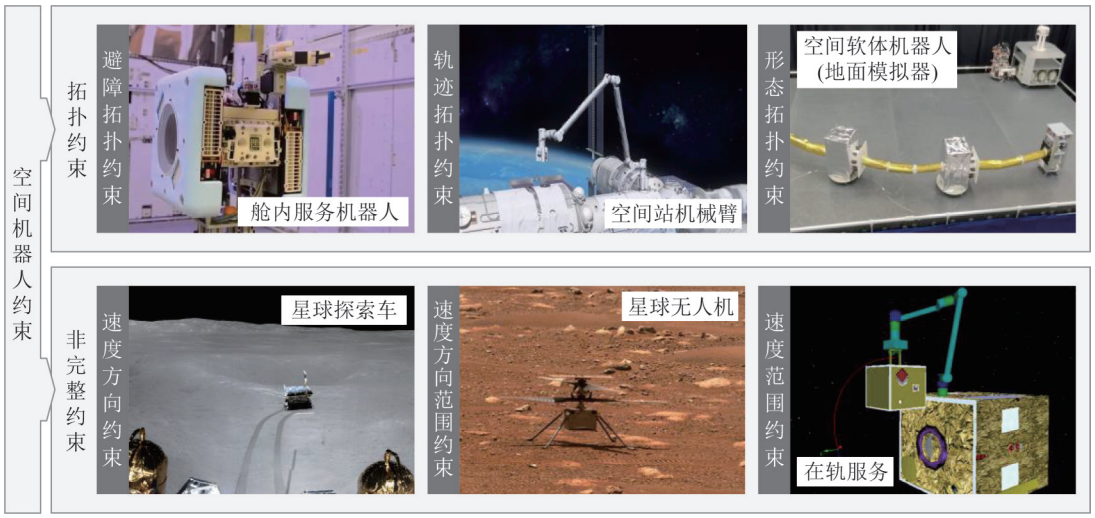


图1 空间机器人路径规划的应用对象和约束类型

Fig.1 Application objects and constraint types of the path planning for space robots

以运用同伦类这一数学工具为基础,可以将空间机器人的可行路径集限制在范围有限且具有良好函数性质的同伦结构中,在保证路径规划有效性的同时能够有效降低问题的复杂性,实现面向复杂约束的轻量化路径规划算法,是空间机器人路径规划的一种有效技术手段[5-7]。空间机器人的同伦类约束路径规划本质上可以看作基于泛函的最优化:给定空间机器人的初始状态(起点)和目标状态(终点),寻找路径p(曲线)使得指标泛函$\Phi(p)$的值达到最大[8-9],其中指标泛函可设定为空间机器人的任务性能目标函数。在同伦类约束路径规划的框架下,可以通过特定的规则将问题的搜索空间压缩到结构化的同伦中,极大地降低需要检验的路径数量。这样,通过同伦结构内部的最优路径搜索即能实现轻量化的路径规划。

同伦路径规划方法的一项优势就在于其对问题约束的处理能力。对于具有拓扑约束的机器人,路径规划问题呈现出避障拓扑约束、轨迹拓扑约束、形态拓扑约束等[10];而对于非完整约束空间机器人,其路径规划问题包含速度、加速度的方向约束、范围约束等[11]。在同伦路径规划的框架下,通过适当的同伦结构构造,约束可被自然地蕴含在同伦结构中,优化路径搜索限定在具有良好函数性质的同伦结构中,亦可保证搜索过程的效率。依靠这些优势,同伦路径规划能够有效地应用在各类空间机器人的离线路径规划和边缘端在线自主路径规划当中。本文简要总结了空间机器人的同伦类约束路径规划关键技术的发展现状,建立了同伦类约束路径规划的基本框架,分析各相关方法的特点,并展望了同伦路径规划方法在应用于空间机器人

的未来发展方向。

1　面向约束的空间机器人路径同伦构造

通过对空间机器人路径规划基本原理的梳理可知，其关键技术在于如何根据机器人受到的约束，构造路径搜索空间，并在搜索空间中规划可行路径。面向空间机器人约束的路径同伦类定义如下：

$$H:[0,1]^M \rightarrow P_H \subseteq P, u \mapsto H(u) \tag{1}$$

式中：P 为满足空间机器人约束的全部路径集合其定义域为 U；P_H 为同伦结构 H 中的全部路径集合；u 为同伦参数；M 为同伦参数维数。

同伦结构中的路径随着参数 u 的摄动（整体或组分）而连续变化。P_H 是 P 的子集，通过在 H 中寻优能够确保获得满足空间机器人约束的近优路径。首先对同伦路径进行延拓定义：

$$H(u,s)=\begin{cases} H(u,0), s<0 \\ H\{u, L[H(u)]\}, s>L[H(u)] \end{cases} \tag{2}$$

式中：若 $H(u)=p$，则 $H(u,s)=p(s)$。同伦结构的连续性定义如下：

$$\lim_{\Delta u \rightarrow 0_M} H(u+\Delta u, s)=H(u,s),$$
$$\forall s \in \{0, L[H(u)]\}, \forall u \in U:=[0,1]^M \tag{3}$$

式中：0_M 为 M 维零向量。

归纳国内外空间机器人路径规划相关研究，涉及的约束主要包括避障约束、运动学与动力学约束、拓扑约束、任务性能约束。下面分别探讨 4 类约束下的路径空间构造方法。

1.1　避障约束

避障约束要求空间机器人的路径不能与障碍物存在交叉或接触。障碍物的种类可能包含静止障碍物、移动障碍物、弹出式障碍物等。针对避障约束，需要保证空间机器人的整个路径搜索空间结构不与障碍物发生交叉或接触。目前，空间机器人避障轨迹规划问题可划分为 3 个主要方面，分别为大型轨道结构搭载机械臂的无碰撞轨迹规划问题、小型卫星搭载机械臂的无碰撞轨迹规划问题与空间机器人围绕大型轨道结构运动的无碰撞轨迹规划问题[12]。国内外研究人员针对各类无碰撞路径规划开展了研究，例如，文献[13]基于随机采样方法建立空间机器人的避障路径空间，文献[14]采用分层解耦优化方法求解自由漂浮空间机器人的无碰撞轨迹。

展示了 ZHANG 等[15]搭建的自由飞行空间机器人模拟器如图 2 所示，基于其对空间非合作目标的避障约束可以构建起机器人的路径同伦类。应用同伦类方法，国内外研究人员提出了基于同伦连续性的路径规划方法[16-18]、持续同伦方法[19]、基于同伦的凸优化方法[20-23]等算法。基于同伦连续性的路径规划方法中，以环境障碍物信息构造非线性方程，从而应用同伦连续性方法获得避障路径。持续同伦方法针对概率占据栅格地图可行区域判定阈值难以选取的问题，通过在不同占据概率阈值情况下构造同伦类的方式优化占据概率阈值的选取，提高路径规划算法鲁棒性。基于同伦的凸优化方法应用过程中在原有非结构化障碍环境中将非凸与非线性路径优化问题转化为凸优化问题，采用障碍物辅助路径规划[20]、同伦结构与神经网络相结合[21]、缩减规模关键变量优化[22]、集合可行性分析[23]等方法，改善机器人路径规划实时性。此外，文献[24]基于同伦方法，分别基于简单路径与非简单路径提出了输出敏感同伦平面最短路径计算方法。

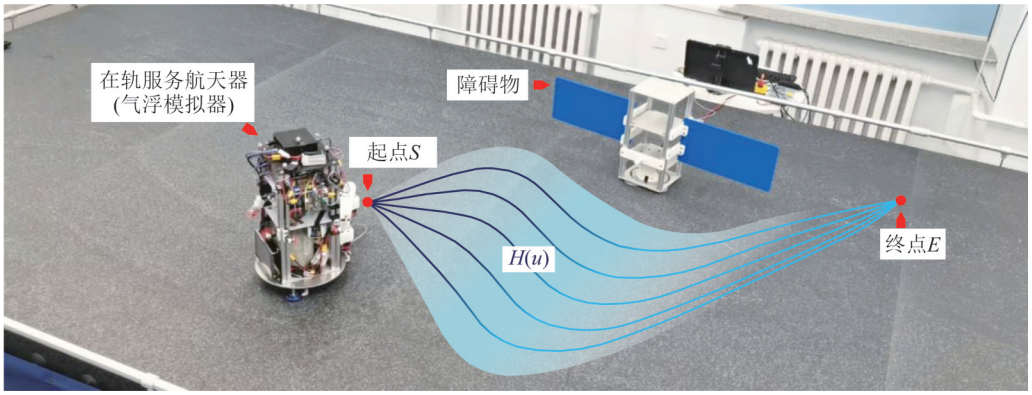


图 2　面向避障约束的在轨服务航天器路径同伦构造

Fig.2　Homotopy construction for the path of an in-orbit service spacecraft with obstacle avoidance constraints

1.2 运动学与动力学约束

空间机器人运动过程不可忽视运动学与动力学约束的影响,且不同类型空间机器人的运动学与动力学约束也存在巨大差异。国内外研究人员针对自由飞行[25]、自由漂浮[26-27]、受控漂浮[28]等多种类型的空间机器人分别构建了运动学与动力学模型,并建立了基于伪谱法[29]、强化学习[30]与微分进化[31]等方法设计路径空间的运动学与动力学约束优化。

同伦类方法可以自然地处理空间机器人的运动学与动力学约束,以月球巡视机器人为例,令机器人从起点S出发,起点方向φ_S,终点为E,终点方向φ_E限定在一定范围内,其路径在任意一点的转弯半径$R(s)$需要满足最小转弯半径约束,即巡视路径任意一点的曲率小于最大约束值。ZHANG 等搭建的月球巡视机器人模拟器以及面向动力学约束的月球巡视机器人路径同伦构造,如图 3 所示。

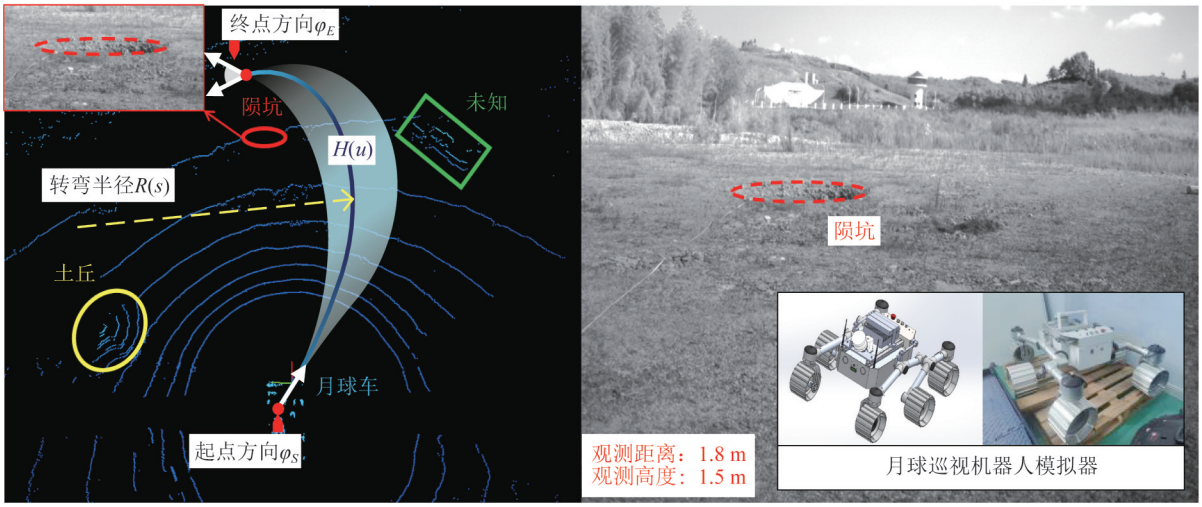


图 3 面向运动学约束的月球巡视机器人巡视路径同伦构造

Fig.3 Homotopy construction for the patrol path of a lunar rover with kinematic constraints

事实上,轨迹参数化即同伦类路径规划方法,典型的轨迹参数化方法包括贝塞尔样条曲线方法[32-33],其通过机器人轨迹搜索空间构造实现机器人运动空间的参数化。文献[26]针对双机械臂自由漂浮空间机器人提出了受约束粒子群优化算法,并基于参数化贝塞尔曲线关节轨迹实现计算过程简化。文献[27]针对自由漂浮空间机器人的非完整特性采用正弦函数对关节轨迹参数化,并采用遗传算法根据设定代价函数实现轨迹优化。文献[34]针对超冗余度平面空间机器人运动学模型的曲率约束建立航迹规划框架。

1.3 拓扑约束

空间机器人在任务场景中的任意两条连接同一组起点和终点的路径之间如果不能通过连续路径空间进行连接,则两条路径属于不同的拓扑类。空间机械臂、空间软体机器人、空间绳系机器人等特种空间机器人,由于其轨迹、形态、运动方式的限制,状态转移路径往往被分割为多个不同胚的拓扑类。例如,空间绳系机器人在移动时不仅仅要考虑自身的避障,同时必须考虑系绳与航天器主体结构之间的缠绕关系,因此,构造的路径空间也必须满足相应的拓扑约束。空间机械臂与空间绳系机器人类似,在进行路径规划时需要考虑轨迹拓扑约束。ZHANG 等搭建的空间机械臂模拟器以及面向拓扑约束的空间机械臂路径同伦构造,如图 4 所示。针对空间机器人路径规划的拓扑约束,国内外研究人员以多种机器人作为研究对象,基于同伦方法设计机器人无交叉纠缠无碰撞可执行路径规划方法[35-38]。文献[39]对张拉整体机器人的规划问题开展研究,将正向静力学转化为参数同伦的路径跟踪问题并应用同伦连续性方法实现机器人正向静力学模型求解。

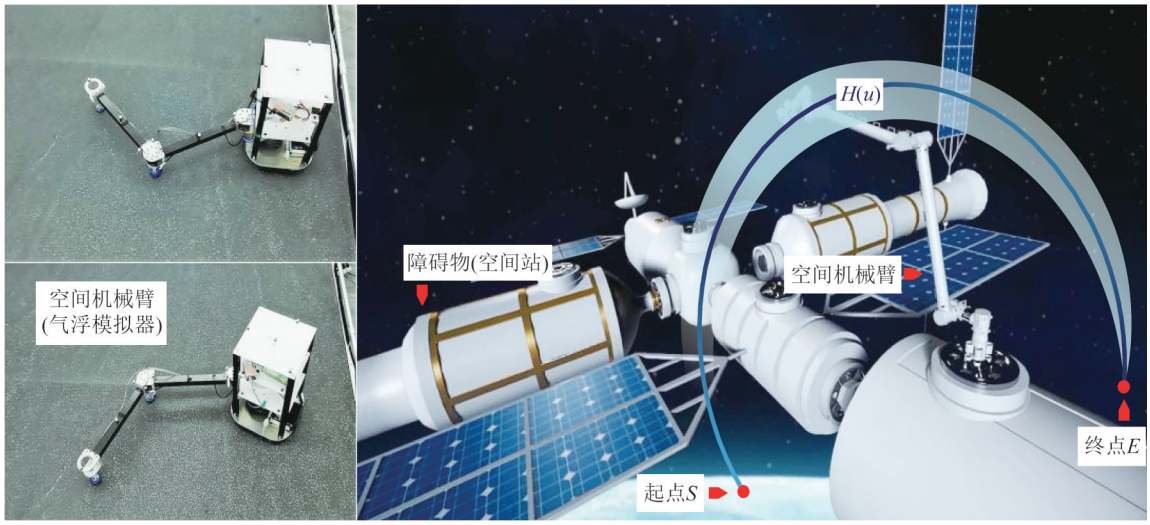


图 4　面向轨迹拓扑约束的空间机械臂路径同伦构造

Fig.4　Homotopy construction for the path of space robotic arms with trajectory topology constraints

2　空间机器人的同伦类约束路径规划框架

2.1　空间机器人路径规划近似问题模型

实际应用中，路径规划的目的是使空间机器人从起点出发，状态沿着规划的路径变化，最终到达终点，即

$$\xi(t)=p[\varsigma(t)],t\in[0,t_{\mathrm{f}}) \tag{4}$$

式中：$\xi(t)$为空间机器人在t时刻的实际状态；规划路径p为状态空间中的一条曲线；$\varsigma(t)$为空间机器人沿规划路径运动至t时刻走过的距离；$p(s)$为沿规划路径走过距离s时到达的状态；t_{f}为到达终点的时刻。若$0<t_1<t_2<t_{\mathrm{f}}$，必有$\varsigma(t_1)<\varsigma(t_2)$。令$L(p)$表示路径$p$的长度，$L(p)=\varsigma(t_{\mathrm{f}})$。在此基础上，路径规划可以表达为

$$\max\Phi(p) \tag{5}$$

s.t.

$$p(s)\in R^N,\forall s\in[0,L(p)] \tag{6}$$

$$\lim_{\Delta s\to 0}p(s+\Delta s)=p(s),\forall s\in[0,L(p)] \tag{7}$$

$$\begin{bmatrix}1 & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} & \cdots & \frac{\mathrm{d}^Q}{\mathrm{d}s^Q}\end{bmatrix}p(0)=S\in(TR^N)^Q \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix}1 & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} & \cdots & \frac{\mathrm{d}^Q}{\mathrm{d}s^Q}\end{bmatrix}p[L(p)]=E\in(TR^N)^Q \tag{9}$$

$$J\left(s,p,\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}s},\ldots,\frac{\mathrm{d}^Q p}{\mathrm{d}s^Q}\right)=0,\forall s\in[0,L(p)] \tag{10}$$

$$K\left(s,p,\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}s},\ldots,\frac{\mathrm{d}^Q p}{\mathrm{d}s^Q}\right)\leqslant 0,\forall s\in[0,L(p)] \tag{11}$$

式中：N为状态空间维度；Q为机器人动力学约束的阶数；S、E为空间机器人的初始状态和目标状态，R^N是N维Euclidean空间，TR^N是R^N的切丛。式(6)为路径规划的完整性约束；式(7)为路径的连续性约束；式(8)、式(9)为路径规划的边界约束；式(10)、式(11)表示基于函数$J(\sim)$、$K(\sim)$的等式和不等式约束，根据避障约束、运动学约束、动力学约束、拓扑约束等来确定。

同伦路径规划在式(5)～式(11)的问题模型基础上，将式(1)中的P定义为满足约束(6)～约束(11)的全部路径集合，构建起对应的路径同伦结构。这样，同伦路径规划可以描述为以下近似优化问题：

$$\max\Phi[H(u)],u\in U \tag{12}$$

在满足所有约束条件的基础上，将问题的搜索空间压缩到同伦结构中，通过同伦结构内部的最优路径搜索，实现路径规划[40]。

综上，建立同伦路径规划框架，如图5所示。首先，基于空间机器人的边界条件、任务约束，以及物理约束，构造路径同伦；然后，根据空间机器人的任务优化目标和任务约束，建立具有式(12)形式的路径规划的近似问题；最后，根据空间机器人任务需求，构造任务优化指标，并执行最优搜索算法，得到空间机器人的可行路径作为规划结果。

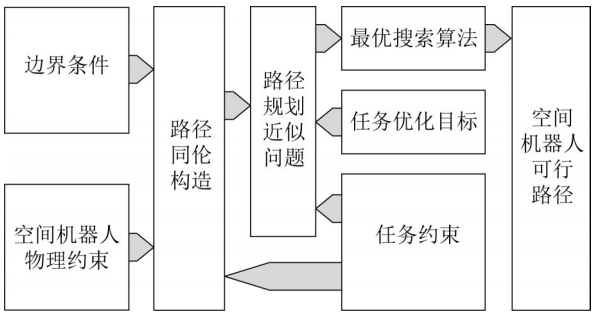


图 5 基于同伦的空间机器人路径规划近似算法框架

Fig.5 Framework of the homotopy-based approximation algorithm for space robot path planning

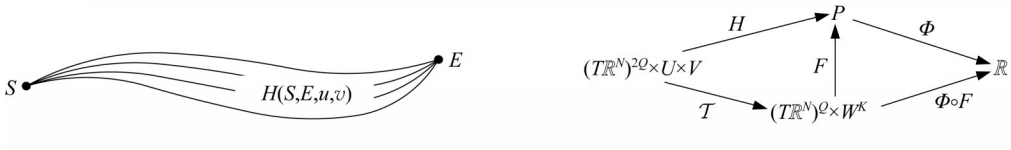
2.2 空间机器人的路径同伦构造

路径同伦本质上是一族满足特定约束条件的路径集合。实际工程应用中,需根据空间机器人的边界条件、物理约束,以及任务约束,对路径同伦进行构造。可以描述为以下映射关系:

$$H(S,E,u,v)=H(u)\in P \tag{13}$$

式中:$u\in U$,$v\in V$,v为同伦的构造参数,V为其定义域。

v的整体或各组分均不满足连续性要求,即,如果将v任意组分的取值比例缩放至[0,1]内,并作为同伦参数u的组分,则式(3)不再成立。因此,v的整体及各组分显然不能作为同伦参数,而仅用于调节路径同伦的几何形态,如图 6(a)示意。



(a) 基于初始和目标状态路径同伦 (b) 路径同伦相关映射关系

图 6 路径同伦构造原理

Fig.6 Principle of path homotopy construction

四元组(S,E,u,v)称为路径的同伦描述,通过同伦描述可以唯一确定机器人的一条可行路径,但是却并不能反映路径的性能,需要将同伦描述转换为机器人的正运动学描述[41]:

$$T(S,E,u,v)=[S \quad \boldsymbol{w}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{w}_K] \tag{14}$$

式中:$\boldsymbol{w}_1,\boldsymbol{w}_2,\cdots,\boldsymbol{w}_K$为机器人的状态转移向量,通过次转移运动的叠加,可以得到机器人的运动路径:

$$F(S,\boldsymbol{w}_1,\boldsymbol{w}_2,\cdots,\boldsymbol{w}_k)\in P \tag{15}$$

式中:$\boldsymbol{w}_1,\boldsymbol{w}_2,\cdots,\boldsymbol{w}_K\in \boldsymbol{W}$,$\boldsymbol{W}$为状态转移向量空间。

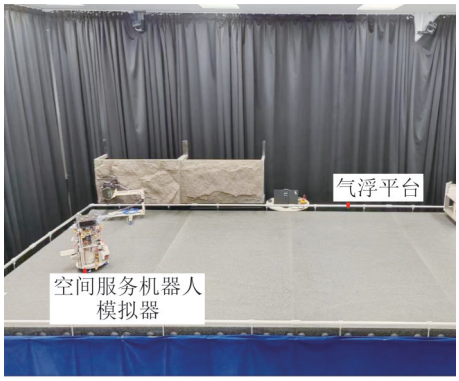
实际应用当中,如果路径已经给定,其优化指标可以由路径曲线直接计算,即$\Phi(p)$。而在规划过程中,路径尚未确定,需要通过同伦描述来表征路径优化指标。这样,路径规划问题可以转化为如下优化问题:

$$\max \Phi\circ F\circ T(S,E,u,v) \tag{16}$$

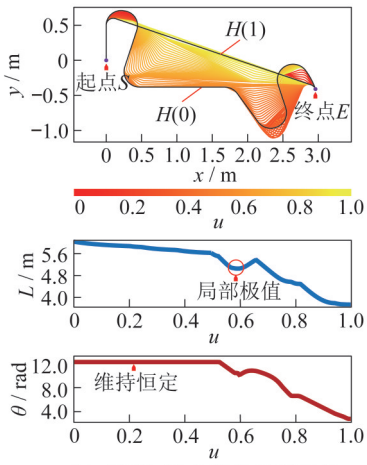
式中:$\circ$是函数的复合映射符号。

通过一定的优化搜索算法即可找出使指标最优的参数u和v。路径同伦相关映射关系如图 6(b)所示。

以空间服务机器人路径规划的路径同伦构造为例,限定机器人的起点$S=(0,0)$m 和终点$E=(2.95,-0.42)$m,基于圆弧-直线模型构造限曲率路径延长/缩短同伦H[42]。同伦的边界路径$H(0)$包含 11 段圆弧/直线,$H(1)$包含 4 段圆弧/直线。以路径长度L和路径的总转角Θ作为路径规划的性能指标,在平面运动气浮模拟器上进行验证,路径同伦的几何形态以及性能指标随同伦参数摄动的变化如图 7 所示。可以看出,2 种性能指标随同伦参数的变化尽管包含局部极值,但整体呈现出分段单调或维持恒定的状态,这些性质给满足优化目标的最优路径搜索带来了便利。



(a) 空间服务机器人气浮模拟器



(b) 路径同伦构造及性能指标

图 7　空间服务机器人的限曲率路径延长/缩短同伦

Fig.7　Curvature-bounded lengthening/shortening homotopy for space service robots

3　空间机器人路径优化搜索

空间机器人的路径空间构造为路径规划问题的求解限定了解空间。作为解空间，路径空间中包含了机器人的若干可行路径，根据路径规划问题的约束条件，可行路径的数量可以为有限条或者无限条。而路径优化搜索的目的则是在路径空间中找出一条或多条使得空间机器人运动过程的某些性能达到最优的路径。

3.1　任务性能优化目标

根据空间机器人的具体应用，性能采用一定的指标进行表征，并作为同伦优化搜索的优化目标。空间机器人的任务种类各异，在路径规划中需要考虑不同类型的任务性能优化指标，包括路径长度[42-43]、半程路径长度[41]、能量消耗[44-48]等。其中最为典型的优化目标是能量最优路径规划问题，国内外研究人员应用同伦方法，以航天器为主要研究对象，提出了航天器的小行星悬停[49]、小行星着陆[50]、航天器入轨[51]、编队飞行[44]、编队重构[45]、轨道转移[46-48]、航天器非线性机动[52]等过程的轨迹规划算法，并实现了小推力推进轨迹优化问题的离散化求解[53]、航天器能量优化轨迹协态变量初值高精度高效估计[54-55]。

在特定时间受限型任务场景与多机器人协同工作场景下，空间机器人运动过程具有时间窗口特性，即空间机器人到达目标状态的时间范围会影响任务性能。国内外研究人员对具有时间窗口特性的空间机器人路径规划方法开展研究。文献[56-57]针对自由漂浮空间机器人在预定时间约束下的路径规划问题开展研究，并采用搜索算法进行轨迹规划算法参数优化。文献[58]采用多项式等平滑连续函数构造空间机器人轨迹，实现有限预定时间内系统期望状态到达轨迹规划。文献[59-60]以卫星集群为研究对象，在考虑时间窗口约束条件下实现卫星轨迹规划。

考虑空间机器人到达目标位置的时间窗口约束，可以建立多时间窗口型优化目标函数模型。对于单个时间窗口，设定时间窗口上界与下界分别为 t_U 与 t_L，则单窗口优化目标函数记为

$$\Phi_w(p, t_L, t_U)=\begin{cases} t_L - t(p), t(p)<t_L \\ 0, t_L<t(p)<t_U \\ t(p)-t_U, t(p)>t_U \end{cases} \tag{17}$$

多个时间窗口约束下的优化目标函数模型可表示为多个单窗口优化目标函数的最小值，如图 8 所示，记为

$$\Phi(p)=\min_{i=1,2,\cdots,N} \Phi_w[p, t_L(i), t_U(i)] \tag{18}$$

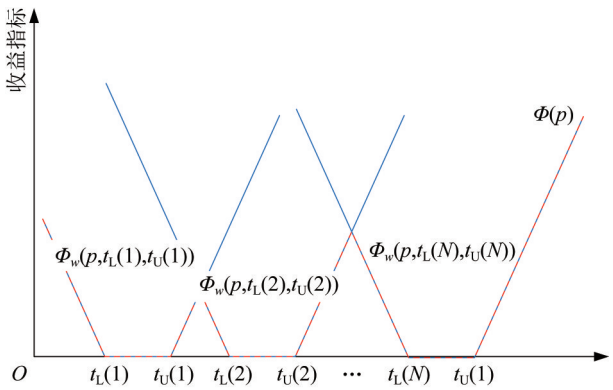


图 8　面向时间窗口约束的空间机器人路径优化目标模型

Fig.8　Optimization objective model for the time window constrained path planning of space robots

3.2 搜索算法

在同伦类约束路径规划框架的基础上,可以运用同伦连续性可对任务性能最优的路径进行搜索。典型的路径搜索算法包括梯度下降法、牛顿-拉弗森方法、基于图的搜索算法、快速搜索随机树(RRT)类算法与概率地图(PRM)类算法等。

针对具有分段单调优化目标的路径同伦,梯度下降法可以有效利用其单调特性进行最优路径的搜索[43]。而当最优目标可以通过方程描述时,对应的同伦参数则可以通过牛顿-拉弗森方法进行逼近[61]。图搜索算法是同伦路径搜索的一种有效算法,文献[62]提出了机器人应用中使用同伦类求解路径规划问题的模型,建立了路径避障的拓扑描述,并基于A*搜索算法提出了同伦A*算法。

在同伦RRT算法方面,国内外研究人员基于同伦方法设计算法的随机采样与搜索过程,采用引导随机采样过程、缩小采样空间等方法,提高算法效率,分别设计了基于广义Voronoi图的启发式路径规划算法[63]、基于弹性带方法的路径规划与动态重规划方法[64]、基于圆柱体结构的改进Informed RRT*算法[65]、基于近似解同伦结构的可行解搜索算法[66]、基于非对称双向搜索方法的AIT*算法与EIT*算法[67]、基于广义三维形状展开的算法[68]、基于同伦类先验预处理的搜索空间缩减算法[69]。

在同伦PRM类算法方面,可采用拓扑引导方式生成概率路标。研究人员提出同伦引导的PRM算法[70]、基于动态区域采样的PRM算法[71]、Lazy PRM*算法[72]等改进方法,提高原有路径规划算法的规划效率。

以空间自由飞行机器人的姿态路径规划的问题为例,令机器人的初始姿态为$S=(0.44, -0.44)$rad,目标姿态为$E=(1.96, 0.39)$rad,令到达目标姿态的期望时间窗口为[15.0 16.0]s,以沿路径进行姿态机动的时间与期望时间窗口的偏差作为性能指标,基于路径同伦构造方法和牛顿-拉弗森方法搜索最优性能路径。在空间机器人3自由度姿态气浮模拟器上进行验证,机器人到达目标的时间为15.6 s,绕任意轴转动的近似速度为0.5 rad/s,面向时间窗口约束的最优路径如图9所示。可以看出,同伦类约束路径规划有效地解决了时间窗口约束路径规划问题,为空间机器人执行复杂任务的运动轨迹规划提供了基础。

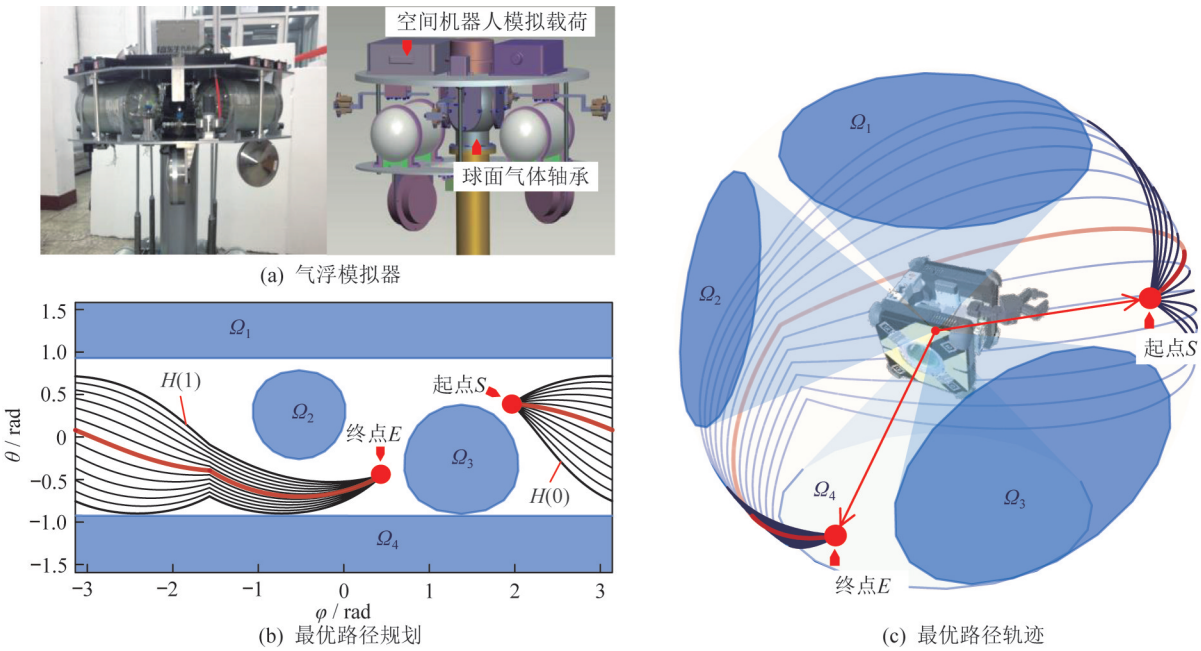


图9 空间机器人3自由度姿态气浮模拟器以及面向时间窗口约束的最优路径

Fig.9 3-degree-of-freedom attitude simulator for space robots and optimal path for time window constraints

4 结束语

同伦类约束路径规划方法将空间机器人的可行路径集限制在范围有限且具有良好函数性质的同伦结构中,而空间机器人的路径规划约束自然地

蕴含在同伦结构中，在实现优化路径快速搜索的同时能够保证路径的有效性。因此，同伦路径规划方法可以有效地应用在各类空间机器人的离线路径规划和边缘端在线自主路径规划当中，具有重要的理论意义和应用价值。但是目前同伦路径规划依然存在很多关键问题亟待解决。总的来看，未来的研究重点包括：

1）考虑路径优化目标的校验运算，改善同伦构造算法和路径搜索算法的复杂度，在满足在线规划算法轻量化的前提下，提高规划结果的性能；

2）针对路径规划模型随应用场景的变化，围绕基于智能算法的路径同伦迁移构造能力开展研究，提升同伦路径规划算法的鲁棒性；

3）面向复杂场景下的多空间机器人协同问题，需要探索多路径同伦的轻量化参数模型及联合路径搜索方法，为多空间机器人在线协同路径规划提供有效手段。

参考文献

[1] GAMMELL J D, STRUB M P. Asymptotically optimal sampling-based motion planning methods [J]. Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems, 2021, 4: 295-318.

[2] HERSHBERGER J, SNOEYINK J. Computing minimum length paths of a given homotopy class [J]. Computational Geometry, 1994, 4: 63-97.

[3] PARK J, KARUMANCHI S, IAGNEMMA K. Homotopy-based divide-and-conquer strategy for optimal trajectory planning via mixed-integer programming [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(5): 1101-1115.

[4] ORTHEY A, FRÉSZ B, TOUSSAINT M. Motion planning explorer: visualizing local minima using a local-minima tree [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 346-353.

[5] LAWSON J, KIZIL E. Homotopy path spaces for families of admissible paths [J]. Journal of Dynamical and Control Systems, 2017, 23: 635-654.

[6] 秦廷华. 解最优控制问题结合同伦法的自适应拟谱方法[J]. 自动化学报, 2019, 45(8): 1579-1585.

[7] KIZIL E. Control homotopy of trajectories[J]. Journal of Dynamical and Control Systems, 2021, 27: 683-692.

[8] YAO W, QI N, LIU Y, et al. Homotopic approach for robot allocation optimization coupled with path constraints[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(1): 88-95.

[9] RANGANENI V, CHINTALAPUDI S, SALZMAN O, et al. Effective footstep planning using homotopy-class guidance[J]. Artificial Intelligence, 2020, 286: 103346.

[10] MCCAMMON S, HOLLINGER G A. Topological path planning for autonomous information gathering[J]. Autonomous Robots, 2021, 45: 821-842.

[11] LIU Y, QI N, YAO W, et al. Optimal scheduling for aerial recovery of multiple unmanned aerial vehicles using genetic algorithm [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2019, 233(14): 5347-5359.

[12] RYBUS T. Obstacle avoidance in space robotics: Review of major challenges and proposed solutions[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2018, 101: 31-48.

[13] XIE Y, ZHANG Z, WU X, et al. Obstacle avoidance and path planning for multi-joint manipulator in a space robot[J]. IEEE Access, 2020, 8: 3511-3526.

[14] WANG S, CAO Y, ZHENG X, et al. Collision-free trajectory planning for a 6-DoF free-floating space robot via hierarchical decoupling optimization[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(2): 4953-4960.

[15] ZHANG O, YAO W, DU D, et al. Trajectory optimization and tracking control of free-flying space robots for capturing non-cooperative tumbling objects[J]. Aerospace Science and Technology, 2023, 143: 108718.

[16] VAZQUEZ-LEAL H, MARIN-HERNANDEZ A, KHAN Y, et al. Exploring collision-free path planning by using homotopy continuation methods [J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 219: 7514-7532.

[17] DIAZ-ARANGO G, VÁZQUEZ-LEAL H, HERNANDEZ-MARTINEZ L, et al. Homotopy path planning for terrestrial robots using spherical algorithm[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2018, 15(2): 567-585.

[18] 钱立林. 基于拓扑空间的智能车辆行为决策与轨迹规划方法研究[D]. 长沙：国防科技大学，2020.

[19] BHATTACHARYA S, GHRIST R, KUMAR V, et al. Persistent homology for path planning in uncertain environments [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(3): 578-590.

[20] HE W, HUANG Y, WANG J, et al. Homotopy method for optimal motion planning with homotopy class constraints[J]. IEEE Control Systems Letters, 2023, 7: 1045-1050.

[21] LI W, LI W, CHENG L, et al. Trajectory optimization with complex obstacle avoidance constraints via

homotopy network sequential convex programming[J]. Aerospace,2022,9:720.

[22] GUO Y,YAO D,LI B,et al.Down-sized initialization for optimization-based unstructured trajectory planning by only optimizing critical variables[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles,2023,8(1):709-720.

[23] MANZINGER S, PEK C, ALTHOFF M. Using reachable sets for trajectory planning of automated vehicles[J].IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2021,6(2):232-248.

[24] BESPAMYATNIKH S.Computing homotopic shortest paths in the plane[J].Journal of Algorithms, 2003, 49: 284-303.

[25] ZHANG W, WEN H. Motion planning of a free-flying space robot system under end effector task constraints[J]. Acta Astronautica,2022,199:195-205.

[26] WANG M, LUO J, YUAN J, et al. Coordinated trajectory planning of dual-arm space robot using constrained particle swarm optimization [J]. Acta Astronautica,2018,146:259-272.

[27] XU W, LIU Y, LIANG B, et al. Non-holonomic path planning of a free-floating space robotic system using genetic algorithms[J].Advanced Robotics,2012,22(4): 451-476.

[28] SEDDAOUI A, SAAJ C M. Collision-free optimal trajectory generation for a space robot using genetic algorithm[J].Acta Astronautica,2021,179:311-321.

[29] LI D, LI Y, LIU X, et al. Pseudospectral convex programming for free-floating space manipulator path planning[J]. Space:Science & Technology,2023,3:0030.

[30] WU Y,YU Z,LI C,et al.Reinforcement learning in dual-arm trajectory planning for a free-floating space robot[J]. Aerospace Science and Technology,2020,98:105657.

[31] WANG M, LUO J, FANG J, et al. Optimal trajectory planning of free-floating space manipulator using differential evolution algorithm [J]. Advances in Space Research,2018,61(6):1525-1536.

[32] RYBUS T,WOJTUNIK M,BASMADJI F L.Optimal collision-free path planning of a free-floating space robot using spline-based trajectories [J]. Acta Astronautica, 2022,190:395-408.

[33] WANG M,LUO J,WALTER U.Trajectory planning of free-floating space robot using Particle Swarm Optimization (PSO)[J].Acta Astronautica,2015,112: 77-88.

[34] DALLA V K, PATHAK P M. Curve-constrained collision-free trajectory control of hyper-redundant planar space robot[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering,2017,231(4):282-298.

[35] TESHNIZI R H, SHELL D A. Motion planning for a pair of tethered robots[J]. Autonomous Robots, 2021, 45:693-707.

[36] ZHANG X, PHAM Q. Planning coordinated motions for tethered planar mobile robots [J]. Robotics and Autonomous Systems,2019,118:189-203.

[37] CAO M, CAO K, YUAN S, et al. NEPTUNE: nonentangling trajectory planning for multiple tethered unmanned vehicles[J].IEEE Transactions on Robotics, 2023,39(4):2786-2804.

[38] PETIT L, DESBIENS A L. TAPE: tether-aware path planning for autonomous exploration of unknown 3D cavities using a tangle-compatible tethered aerial robot[J].IEEE Robotics and Automation Letters,2022, 7(4):10550-10557.

[39] LUO J, WU Z, XU X, et al. Forward statics of tensegrity robots with rigid bodies using homotopy continuation [J]. IEEE Robotics and Automation Letters,2022,7(2):5183-5190.

[40] BHATTACHARYA S,LIKHACHEV M,KUMAR V. Topological constraints in search-based robot path planning[J]. Autonomous Robots,2012,33:273-290.

[41] YAO W,XIN L,PENG Y,et al.Trajectory consensus for coordination of multiple curvature-bounded vehicles[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(7): 6307-6319.

[42] YAO W, QI N, YUE C, et al. Curvature-bounded lengthening and shortening for restricted vehicle path planning[J].IEEE Transactions on Automation Science and Engineering,2020,17(1):15-28.

[43] AYALA J.Length minimising bounded curvature paths in homotopy classes[J]. Topology and its Applications, 2015,193:140-151.

[44] SIPOWA H K,MCMAHON J.Fuel-optimal geometric path planning algorithm for spacecraft formation flying[J].Journal of Guidance,Control,and Dynamics, 2022,45(10):1862-1872.

[45] HABERKORN T, MARTINON P, GERGAUD J. Low-thrust minimum-fuel orbital transfer: a homotopic approach [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics,2004,27(6):1046-1060.

[46] PAN B,PAN X,LU P.Finding best solution in low-thrust trajectory optimization by two-phase homotopy[J]. Journal of Spacecraft and Rockets,2019,56(1): 283-291.

[47] LI J, XI X. Fuel-optimal low-thrust reconfiguration of formation-flying satellites via homotopic approach [J].

Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(6):1709-1717.

[48] 潘迅，洋斌峰，唐硕.求解中途飞越燃料最优转移轨道的同伦方法[J].宇航学报，2017，38(4)：393-400.

[49] WANG W, WU D, MENGALI G, et al. Asteroid hovering missions from a fuel-consumption viewpoint [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2020, 43(7):1374-1382.

[50] YANG H, LI S, BAI X. Fast homotopy method for asteroid landing trajectory optimization using approximate initial costates [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(3):585-597.

[51] 段传辉，任立新，常雅杰，等.全电推进卫星轨道优化的推力同伦解法[J].中国空间科学技术，2020，40(2)：42-48.

[52] KIM D, TURNER J D, JUNKINS J L. Optimal actuator failure control using a homotopy method [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2015, 38(4):623-630.

[53] MORELLI A C, HOFMANN C, TOPPUTO F. Robust low-thrust trajectory optimization using convex programming and a homotopic approach [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2022, 58(3):2103-2116.

[54] 武迪，程林，王伟，等.基于切换系统的小推力轨迹优化协态初始化方法[J].深空探测学报，2021，8(5)：528-533.

[55] 刘宇航，杨洪伟，李爽.小推力最优轨迹协态估计的高效机器学习方法[J].宇航学报，2022，43(5)：593-602.

[56] 刘宜成，张飞越，严文.空间机器人预定义任意时间最优轨迹规划[J].电光与控制，2024，31(2)：58-64.

[57] LIU Y, YAN W, YU C, et al. Predefined-time trajectory planning for a dual-arm free-floating space robot [C]// IEEE. IECON 2020 The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON). Washington D.C., USA: IEEE Press, 2020: 2798-2800.

[58] PAPADOPOULOS E, TORTOPIDIS I, NANOS K. Smooth planning for free-floating space robots using polynomials [C]//IEEE. 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Barcelona, Spain: IEEE, 2005: 4272-4277.

[59] ZHAO L, WANG S, HAO Y, et al. Energy-dependent mission planning for agile earth observation satellite [J]. Journal of Aerospace Engineering, 2019, 32(1): 04018118.

[60] BASU H, PEDARI Y, ALMASSALKHI M, et al. Computationally efficient collision-free trajectory planning of satellite swarms under unmodeled orbital perturbations [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2023, 46(8):1-16.

[61] YAO W, QI N, ZHAO J, et al. Bounded curvature path planning with expected length for Dubins vehicle entering target manifold [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2017, 97:217-229.

[62] HERNANDEZ E, CARRERAS M, RIDAO P. A comparison of homotopic path planning algorithms for robotic applications [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2015, 64:44-58.

[63] CHI W, DING Z, WANG J, et al. A generalized Voronoi diagram-based efficient heuristic path planning method for RRTs in mobile robots [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(5): 4926-4937.

[64] WANG J, MENG M Q, KHATIB O. EB-RRT: optimal motion planning for mobile robots [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2020, 17(4):2063-2073.

[65] YU F, CHEN Y. Cyl-IRRT*: homotopy optimal 3D path planning for AUVs by biasing the sampling into a cylindrical informed subset [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2023, 70(4):3985-3994.

[66] VONÁSEK V, PĚNIČKA R, KOZLÍKOVÁ B. Searching multiple approximate solutions in configuration space to guide sampling-based motion planning [J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2020, 100:1527-1543.

[67] STRUB M P, GAMMELL J D. Adaptively informed trees (AIT*) and effort informed trees (EIT*): asymmetric bidirectional sampling-based path planning [J]. International Journal of Robotics Research, 2022, 41(4):390-417.

[68] ZINAG V V, GHOSH S. Generalized shape expansion-based motion planning in three-dimensional obstacle-cluttered environment [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2020, 43(9):1781-1791.

[69] LIU Y, ZHENG Z, QIN F. Homotopy based optimal configuration space reduction for anytime robotic motion planning [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2021, 34(1):364-379.

[70] KALA R. Homotopic roadmap generation for robot motion planning [J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2016, 82:555-575.

[71] SANDSTRÖM R, UWACU D, DENNY J, et al. Topology-guided roadmap construction with dynamic region sampling [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(4):6161-6168.

[72] KIM D, YOON S. Simultaneous planning of sampling and optimization: study on lazy evaluation and configuration free space approximation for optimal motion planning algorithm [J]. Autonomous Robots, 2020, 44:165-181.