助推滑翔变体飞行器弹道方案多目标近似优化

翟艺云[1],龙　腾[1,2],刘震宇[3],史人赫[1,4],叶年辉[1]

(1.北京理工大学 宇航学院,北京 100081;2.北京理工大学 飞行器动力学与控制教育部重点实验室,北京 100081;3.北京机电工程总体设计部,北京 100039;4.北京理工大学 重庆创新中心,重庆 401120)

摘　要: 针对助推滑翔变体飞行器弹道方案最优变形求解难、多设计指标相互矛盾等问题,开展助推滑翔变体飞行器弹道方案多目标设计优化研究。首先构建了助推滑翔变体飞行器全程弹道方案优化框架,通过内外层分别优化控制参数及弹道方案参数,并建立了以起飞质量最小、射程最大为优化目标的弹道方案多目标优化模型。在弹道建模中,基于牛顿迭代法建立助推段弹道模型,基于伪谱法建立最优变体再入滑翔段弹道模型。此外,提出了基于差分进化的多目标近似约束优化方法(MACO-DE),实现助推滑翔变体飞行器弹道方案优化。对比初始方案,在射程不变情况下,起飞质量至多降低3.81%,在起飞质量不变情况下,射程至多提升6.62%,从而验证了全程弹道模型的合理性与MACO-DE方法的有效性。

关键词: 助推滑翔变体飞行器; 全程弹道; 弹道优化; 多目标优化; 近似优化

中图分类号: V 211　　**文献标志码:** A　　**DOI:** 10.19328/j.cnki.2096-8655.2024.03.012

引用格式: 翟艺云,龙腾,刘震宇,等.助推滑翔变体飞行器弹道方案多目标近似优化[J].上海航天(中英文),2024,41(3):110-120.

Multi-objective Approximate Optimization for the Boost-glide Morphing Flight Vehicle Trajectory Scheme

ZHAI Yiyun[1], LONG Teng[1,2], LIU Zhenyu[3], SHI Renhe[1,4], YE Nianhui[1]

(1.School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 2.Key Laboratory of Dynamics and Control of Flight Vehicle of Ministry of Education, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 3.Beijing System Design Institute of Electro-Mechanic Engineering, Beijing 100039, China; 4.Chongqing Innovation Center, Beijing Institute of Technology, Chongqing, 401120, China)

Abstract: Aiming at the problems such as the difficulty in optimizing morphing and the contradiction of multiple design objectives, the multi-objective approximate optimization for the boost-glide morphing flight vehicle trajectory scheme is studied. First, the optimization framework of an all-course trajectory scheme for boost-glide morphing flight vehicles is proposed, and the control parameters and trajectory scheme parameters are optimized through the inner and outer layers, respectively. Then, a multi-objective optimization model is formulated for the trajectory scheme that optimizes a target with the minimum takeoff mass and the maximum flight range. In the trajectory modeling, the boost stage trajectory model is constructed based on the Newton iteration method, and the optimal morphing model of reentry glide stage trajectory is established based on the pseudo-spectral method. Furthermore, a multi-objective approximate constrained optimization method based on differential evolution (MACO-DE) is proposed to optimize the boost-glide morphing flight vehicle trajectory scheme. Compared with the initial scheme, the take-off mass can be reduced by 3.81% at the same flight range, and the flight range can be improved by 6.62% at the same take-off mass, which demonstrates the reasonability of the all-course trajectory scheme and the effectiveness of the MACO-DE.

收稿日期: 2024-04-11; **修回日期:** 2024-05-11

基金项目: 国家自然科学基金(52272360,52005288,52232014);北京市自然科学基金(3222019)

作者简介: 翟艺云(2000—),男,硕士生,主要研究方向为飞行器总体设计优化。

通信作者: 龙　腾(1982—),男,教授,博士,主要研究方向为飞行器总体设计、集群飞行器协同规划与控制。

Key words: boost-glide morphing flight vehicle; all-course trajectory; trajectory optimization; multi-objective optimization; approximate optimization

0 引言

助推滑翔式高超声速飞行器具有飞行速度高、覆盖范围广和突防能力强的特点[1-2]，是世界主要军事强国的重要发展方向。助推滑翔式弹道可分为助推段、再入滑翔段和下压攻击段，其中无动力滑翔阶段，由于飞行速域宽、空域广，固定外形飞行器难以保证全包线飞行性能[3]。随着新型材料、环境感知和智能控制等技术的发展，助推滑翔变体飞行器成为当前研究热点[4]，变体飞行器能够根据飞行环境与任务需求实时改变飞行器构型，动态保持不同飞行状态下的最优气动外形。

全程弹道方案优化是助推滑翔飞行器总体性能评估中亟待解决的关键技术问题之一[5]，是改善全程飞行适应能力、提升变体飞行收益的主要技术手段。全程弹道方案优化需要权衡射程、起飞质量、驻点热流等不同设计指标，且不同设计指标相互矛盾。而变体技术则导致弹道优化设计维度增加，增加了弹道优化问题计算复杂度。对于滑翔再入弹道优化问题，尹中杰等[6]通过优化剖面函数特征参数的方式将轨迹优化问题转化为参数优化问题，实现了多约束下的高超声速飞行器滑翔段轨迹优化。对于考虑变体的飞行器弹道优化问题，LI等[7]建立了气动神经网络代理模型，用于预测不同变形和工况下高超声速飞行器的气动特性，实现了再入滑翔轨迹的最优控制和最佳变形。DAI等[8]将可变后掠乘波体的后掠角作为控制量，采用高斯伪谱法开展了滑翔再入弹道设计优化，并以最大航程为设计目标，研究结果表明乘波体可通过变后掠翼的方式提升航程。PENG等[9]以变形参考马赫数和分段控制攻角为设计变量，采用多目标智能优化方法优化变体飞行器再入滑翔段的航程和热流，实现了增程与热流控制。对于全程弹道方案优化问题，路意[10]基于hp自适应伪谱法分段优化助推段和滑翔段的弹道，通过研究不同交接班点状态对滑翔弹道射程的影响实现全程弹道性能挖潜。

多目标智能优化方法能够求解具有多个相互矛盾设计目标的弹道方案优化问题，并给出一组互不支配的Pareto解集，从而为设计人员提供设计依据。以第二代非支配遗传算法（Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II，NSGA-II）[11]和基于目标分解的多目标进化算法（Multi-objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition，MOEA/D）[12]为代表的启发式多目标优化方法被广泛用于实际工程优化中。然而，由于助推滑翔变体飞行器弹道方案优化存在约束条件众多、仿真计算耗时的问题，传统启发式多目标优化方法需要反复调用仿真模型，造成设计优化成本剧增，因此有必要引入代理模型[13]与约束处理机制[14]开展多目标约束近似优化方法研究，提升助推滑翔变体飞行器弹道方案优化效率。

为挖掘助推滑翔变体飞行器弹道设计潜力，本文开展助推滑翔变体飞行器弹道方案多目标优化研究。以助推滑翔变体飞行器为研究对象，提出了两层级弹道方案优化框架，建立了助推滑翔变体飞行器弹道方程组、基于牛顿迭代的多级固体火箭发动机助推弹道模型和基于伪谱法的最优变体再入滑翔段弹道模型。此外，为缓解助推滑翔变体飞行器弹道方案优化面临的多设计目标、多约束条件和高计算耗时问题，结合代理模型方法和多目标优化方法，提出了一种基于差分进化的多目标近似约束优化方法（Multi-objective Approximate Constrained Optimization Method Based on Differential Evolution，MACO-DE），采用MACO-DE方法求解助推滑翔变体飞行器弹道方案优化问题，从而验证本文建立的弹道模型的合理性和多目标近似约束优化方法的工程实用性。

1 助推滑翔变体飞行器弹道方案与建模

1.1 全程弹道方案优化框架及优化问题

助推滑翔变体飞行器全程弹道如图1所示，通过助推段多级固体火箭发动机依次工作实现能量积累，再入滑翔段为无动力滑翔，飞行过程中飞行器自主改变构型以提升覆盖范围，飞行末段为下压攻击段。滑翔级变体飞行器采用文献[15]提出的变后掠和展长翼身组合体构型，其机翼的内翼段可变后掠，外翼段可同时变后掠与展长。下压攻击段弹道射程相较全程弹道占比较小，本文将下压攻角段简化保持固定构型零攻角再入。

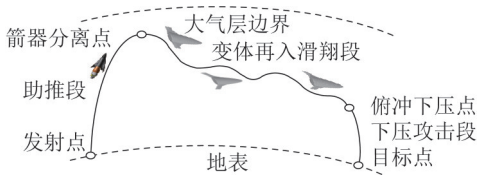

图 1 助推滑翔变体飞行器全程弹道

Fig.1 Schematic diagram of the all-course trajectory for boost-glide morphing flight vehicles

助推滑翔变体飞行器弹道方案优化可分为两个层级,如图 2 所示。外层优化采用多目标约束优化器求解飞行器弹道方案参数,在满足弹道动压、热流、最大高度等约束条件前提下,实现起飞质量最小化和射程最大化;内层优化求解助推段俯仰程序角以满足终端条件,求解再入滑翔段最优变形以最大化再入滑翔段射程。

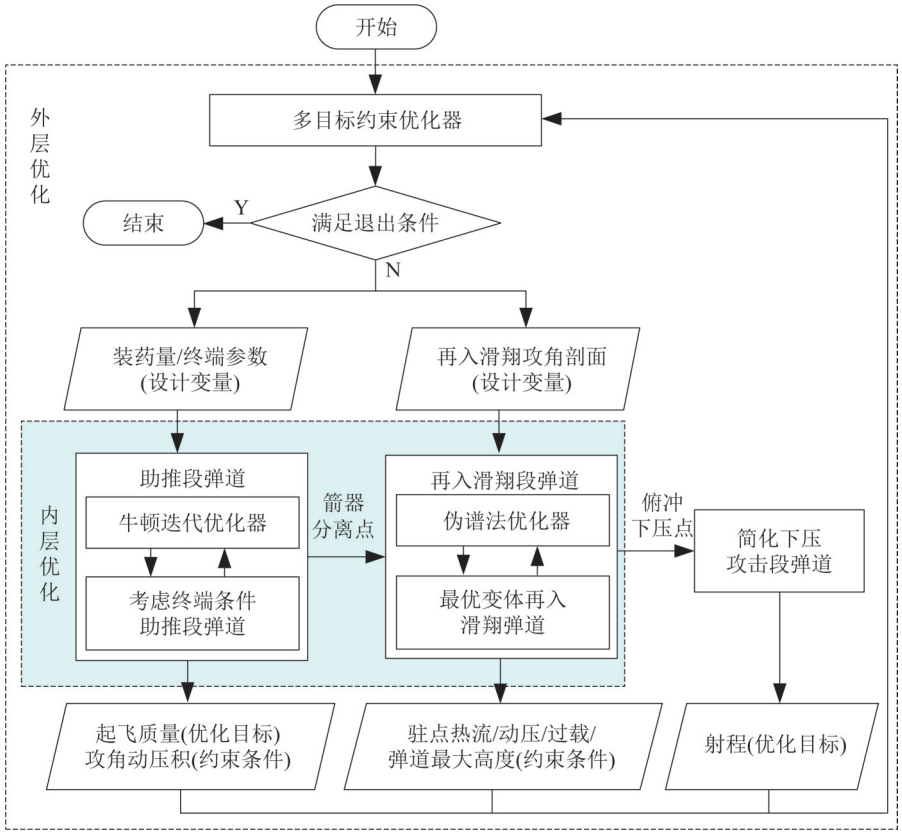

图 2 助推滑翔变体飞行器弹道方案优化框架

Fig.2 Optimization framework of the boost-glide morphing flight vehicle trajectory scheme

外层优化同时优化助推滑翔变体飞行器的起飞质量和弹道射程,降低起飞质量的同时提升其全程弹道射程。该优化问题包含 2 个有优化目标、9 个设计变量和 6 个约束条件,优化问题如下:

$$\begin{cases} \text{find} & \boldsymbol{x}=\left[m_{\text{gr1}}, m_{\text{gr2}}, m_{\text{gr3}}, h_1^{\text{E}}, \Theta_1^{\text{E}}, v_{\text{g}\alpha 1}, v_{\text{g}\alpha 2}, \alpha_{\text{g1}}, \alpha_{\text{g2}}\right] \\ \min & \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})=\left[m_{\text{total}}, -R_{\text{total}}\right] \\ \text{s.t.} & R_{\text{total}} \geqslant 6\,000\ \text{km},\ h_{\max} \leqslant 70\ \text{km} \\ & \left|\alpha_{\text{b}} \cdot q_{\text{b}}\right| \leqslant 150\ \text{deg}\cdot\text{kPa},\ q_{\text{g}} \leqslant 50\ \text{kPa} \\ & Q_{\text{g}} \leqslant 1\,500\ \text{kW},\ n_{\text{g}} \leqslant 3\ \text{g} \end{cases} \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{x}$ 为设计变量;m_{gr1}、m_{gr2}、m_{gr3} 分别为三级固体火箭发动机装药质量;h_1^{E} 和 Θ_1^{E} 分别为助推段弹道终端期望高度和当地速度倾角;$v_{\text{g}\alpha 1}$、α_{g1}、$v_{\text{g}\alpha 2}$、α_{g2} 为再入滑翔段弹道攻角剖面参数;$\boldsymbol{f}(\cdot)$ 为目标函数;m_{total} 为起飞质量;R_{total} 为射程;$h_{\max}$ 为弹道最大高度;$\left|\alpha_{\text{b}} \cdot q_{\text{b}}\right|$ 为助推段弹道攻角与动压之积的绝对值;q_{g} 为再入滑翔段弹道动压;Q_{g} 为再入滑翔段弹道驻点热流;n_{g} 为再入滑翔段弹道过载。

1.2 助推滑翔变体飞行器弹道方程

本文考虑地球为旋转椭球,飞行器无侧滑角,忽略机翼变形过程中质心位置的变化,建立助推滑翔变体飞行器弹道方程如下:

$$\begin{cases} \dot{v}=\dfrac{-D+T\cos\alpha}{m}+g_{\mathrm{r}}\sin\Theta+ \\ \quad g_{\omega}\left(\sin\Theta\cos\phi+\cos\Theta\cos\phi\cos\psi\right)+ \\ \quad \omega_{\mathrm{E}}^{2}r\cos\phi\left(\sin\Theta\cos\phi-\cos\theta_{\mathrm{f}}\sin\phi\cos\psi\right) \\ \dot{\Theta}=\dfrac{L\cos\sigma+T\sin\alpha\cos\sigma}{mv}+ \\ \quad \left(\dfrac{g_{\mathrm{r}}}{v}+\dfrac{v}{r}\right)\cos\Theta+2\omega_{\mathrm{E}}\cos\phi\sin\psi+ \\ \quad \dfrac{\omega_{\mathrm{E}}^{2}r\cos\phi}{v}\left(\cos\Theta\cos\phi-\sin\Theta\sin\phi\cos\psi\right)+ \\ \quad \dfrac{g_{\omega}}{v}\left(\cos\Theta\sin\phi-\sin\Theta\cos\phi\cos\psi\right) \\ \dot{\psi}=\dfrac{L\sin\sigma+T\sin\alpha\sin\sigma}{mv\cos\Theta}-\dfrac{g_{\omega}}{v\cos\Theta}\cos\phi\sin\psi+ \\ \quad \dfrac{v}{r}\cos\Theta\sin\psi\tan\phi+\dfrac{\omega_{\mathrm{E}}^{2}r}{v\cos\Theta}\sin\psi\sin\phi\cos\phi- \\ \quad 2\omega_{\mathrm{E}}\left(\cos\phi\cos\psi\tan\Theta-\sin\phi\right) \\ \dot{r}=v\sin\Theta \\ \dot{\lambda}=\dfrac{v\cos\Theta\sin\psi}{r\cos\phi} \\ \dot{\phi}=\dfrac{v\cos\Theta\cos\psi}{r} \end{cases} \tag{2}$$

式中：v为飞行器速度；Θ为当地速度倾角；ψ为航向角；r为地心距；λ为经度；ϕ为纬度；α为攻角；σ为倾侧角；ω_{E}为地球自转角速度，取值为$7.292\ 115\times10^{-5}$ rad/s；g_{r}、g_{ω}分别为引力加速度沿地心矢量方向和地球自转角速度方向的分量；m为飞行器质量；T为固体火箭发动机推力；D和L为气动阻力和升力。

1）质量计算模型

助推滑翔变体飞行器起飞质量m_{total}主要由三级固体火箭发动机和变体飞行器组成，其中变体飞行器质量为5 000 kg，固体火箭发动机质量主要由装药质量m_{gr}，燃烧室质量m_{c}和喷管质量m_{th}组成。

燃烧室质量m_{c}的计算表达式为

$$\begin{cases} L_{\mathrm{c1}}=\dfrac{m_{\mathrm{gr}}/\rho_{\mathrm{gr}}-\pi D_{\mathrm{t}}^{3}/3r_{\mathrm{e}}}{\pi(D_{\mathrm{t}}/2)} \\ m_{\mathrm{c}}=m_{\mathrm{c1}}+m_{\mathrm{c2}}+m_{\mathrm{c3}} \\ m_{\mathrm{c1}}=\pi D_{\mathrm{t}}\delta_{\mathrm{c1}}\rho_{\mathrm{c}}L_{\mathrm{c1}} \\ m_{\mathrm{c2}}=(A_{\mathrm{e}}-\pi R_{\mathrm{r}}{}^{2})\delta_{\mathrm{c2}}\rho_{\mathrm{c}} \\ m_{\mathrm{c3}}=\left[(A_{\mathrm{e}}-\pi R_{\mathrm{r}}{}^{2})+\pi D_{\mathrm{t}}L_{\mathrm{c1}}\right]\delta_{\mathrm{c3}}\rho_{\mathrm{c3}} \end{cases} \tag{3}$$

式中：r_{e}为封头椭球比，ρ_{gr}为推进剂密度；D_{t}为发动机直径；L_{c1}为燃烧室圆筒段长度；δ_{c1}为燃烧室圆筒段壁厚；ρ_{c}为发动机燃烧室外壳材料密度；A_{e}为封头面积；R_{r}为燃烧室出口孔径；δ_{c2}为封头壁厚；δ_{c3}为绝热层平均厚度；ρ_{c3}为绝热层材料密度。相关参数取值参考文献[16]。

喷管为非潜入型圆锥形曲面，扩散段采用双圆弧形，如图3所示，R_{r}为燃烧室出口孔径，R_{th}为喷管喉部半径，R_{c1}为收敛段喉部曲率半径，R_{c2}为扩散段喉部曲率半径，R_{0}为扩散段末端圆弧半径，R_{e}为喷管出口半径，α_{th1}为喷管收敛段收敛半角，α_{th2}为扩散段初段圆弧圆心角，L_{th1}为喷管收敛段长度，L_{th2}为喷管扩散段长度，P_{c}为燃烧室的平均压强，P_{e}为喷管出口截面压强。

喷管质量m_{th}计算表达式为

$$m_{\mathrm{th}}=\int_{-L_{\mathrm{th1}}}^{L_{\mathrm{th2}}}\pi\left[y_{\mathrm{r}}(x)\right]^{2}\left(\delta_{\mathrm{th1}}\rho_{\mathrm{th1}}+\delta_{\mathrm{th2}}\rho_{\mathrm{th2}}\right)\mathrm{d}x \tag{4}$$

式中：δ_{th1}、ρ_{th1}为喷管支撑结构厚度和材料密度；δ_{th2}、ρ_{th2}为热防护层厚度和材料密度，$y_{\mathrm{r}}(x)$为喷管x截面处半径，相关参数取值参考文献[16-17]。

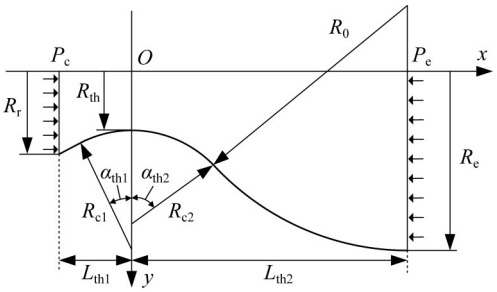

图3　喷管型面

Fig.3　Diagram of the nozzle profile

2）推力计算模型

固体火箭发动机比冲I_{sp}的计算表达式为

$$I_{\mathrm{sp}}=\sqrt{\frac{k}{k-1}RT_{0}\left(1-(P_{\mathrm{e}}/P_{\mathrm{c}})^{\frac{k-1}{k}}\right)} \tag{5}$$

式中：k为比热比；R为燃气气体常数；T_{0}为燃烧室出口总温；P_{e}为喷管出口截面压强；P_{c}为燃烧室平均压强。

固体火箭发动机推力T的计算表达式为

$$T=\frac{I_{\mathrm{sp}}m_{\mathrm{gr}}}{t_{\mathrm{w}}} \tag{6}$$

式中：t_{w}为固体火箭发动机工作时间，一级取为65 s，二级取为55 s，三级取为40 s。

3) 气动力计算模型

变体飞行器的气动力与机翼变形量相关,变形量包含内翼段后掠角χ_1,外翼段归一化后掠角$\bar{\chi}_2$和外翼段展长W,此外,气动力与飞行工况(高度、速度和攻角)相关。基于文献[18]中高精度气动分析模型获取不同飞行工况与不同变形量下的气动力系数,并建立代理近似升力系数(Radial basis function,RBF)和阻力系数,计算表达式为

$$\begin{cases} C_l = \hat{f}_{C_l}(r, v, \alpha, \chi_1, \bar{\chi}_2, W) \\ C_d = \hat{f}_{C_d}(r, v, \alpha, \chi_1, \bar{\chi}_2, W) \end{cases} \tag{7}$$

式中:$\hat{f}_{C_l}(\cdot)$为升力系数RBF模型;$\hat{f}_{C_d}(\cdot)$为阻力系数RBF模型。

1.3 助推段弹道建模

助推段弹道三级固体火箭发动机依次点火,采用俯仰程序角控制使得助推段弹道满足终端期望高度与当地速度倾角。基于俯仰程序角将助推段弹道分为5个阶段,分别为:垂直起飞段$t\in[0, t_1]$,攻角转弯段$t\in(t_1, t_2]$,重力转弯段$t\in(t_2\sim t_3]$,定俯仰角飞行段$t\in(t_3\sim t_4]$和定俯仰角速率飞行段$t\in(t_4\sim t_5]$,各分段时间见表1。俯仰程序角的表达式为

$$\varphi(t)=\begin{cases} 90^\circ, & 0\leqslant t\leqslant t_1 \\ \alpha(t)+\theta, & t_1<t\leqslant t_2 \\ \theta, & t_2<t\leqslant t_3 \\ \varphi\big|_{t=t_3}, & t_3<t\leqslant t_4 \\ \varphi\big|_{t=t_3}-\dot{\varphi}_c\cdot(t-t_4), & t_4<t\leqslant t_5 \end{cases} \tag{8}$$

式中:θ为飞行器速度倾角;$\dot{\varphi}_c$为俯仰角速率;$\alpha(t)$为攻角函数,表达式为

$$\alpha(t)=-\alpha_m \sin^2\left(\frac{\pi(t-t_1)}{k(t_2-t)+(t-t_1)}\right) \tag{9}$$

式中:α_m为最大负攻角。

表1 俯仰程序角分段时间(单位:s)

Tab.1 Segment time of the pitch program angle

参数	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
取值	5	25	110	122	160

采用牛顿迭代法优化俯仰程序角参数α_m与$\dot{\varphi}_c$,使得助推段弹道终端高度h_1与当地速度倾角Θ_1与外层优化器给出的期望终端参数偏差最小,优化问题的表达式为

$$\begin{cases} \text{find} & [\alpha_m, \dot{\varphi}_c] \\ \min & (h_1-h_1^E)^2+(\Theta_1-\Theta_1^E)^2 \\ \text{s.t.} & \alpha_m\in[\alpha_{m,\min}, \alpha_{m,\max}] \\ & \dot{\varphi}_c\in[\dot{\varphi}_{c,\min}, \dot{\varphi}_{c,\max}] \end{cases} \tag{10}$$

式中:$\alpha_{m,\min}$、$\alpha_{m,\max}$为α_m的取值下界和上界;$\dot{\varphi}_{c,\min}$、$\dot{\varphi}_{c,\max}$为$\dot{\varphi}_c$的取值下界和上界。

牛顿迭代法流程如图4所示,具体叙述如下。

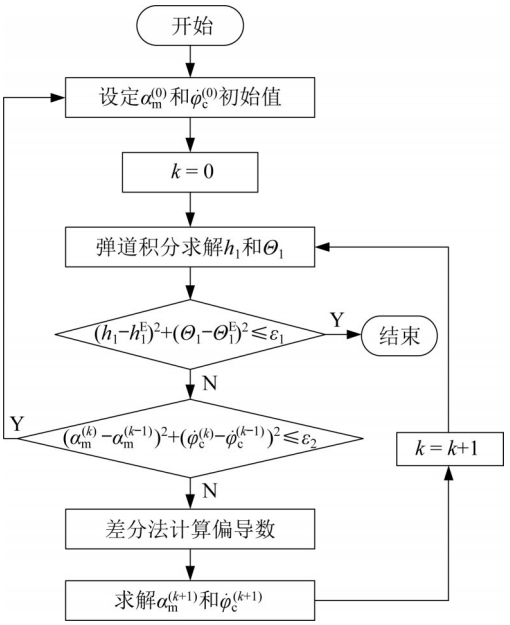

图4 牛顿迭代法流程

Fig.4 Flowchart of the Newton iteration method

步骤1 采用拉丁超方试验设计方法在α_m和$\dot{\varphi}_c$的设计区间内随机获取n组样本作为候选样本集,从候选样本集中随机选取一组样本作为α_m和$\dot{\varphi}_c$的初始值,记为$\alpha_m^{(k)}$和$\dot{\varphi}_c^{(k)}$。令$k=0$。

步骤2 基于俯仰程序角与助推滑翔变体飞行器弹道方程组,求解弹道终端高度$h_1^{(k)}$与当地速度倾角$\Theta_1^{(k)}$,并记为α_m和$\dot{\varphi}_c$的函数,即:

$$\begin{cases} h_1^{(k)} = h_1(\alpha_m^{(k)}, \dot{\varphi}_c^{(k)}) \\ \Theta_1^{(k)} = \Theta_1(\alpha_m^{(k)}, \dot{\varphi}_c^{(k)}) \end{cases} \tag{11}$$

步骤3 判断$h_1^{(k)}$与$\Theta_1^{(k)}$是否达到期望终端高度h_1^E与当地速度倾角Θ_1^E,判断表达式为

$$(h_1^{(k)}-h_1^E)^2+(\Theta_1^{(k)}-\Theta_1^E)^2\leqslant\varepsilon_1 \tag{12}$$

式中:ε_1为实际值与期望值的容差,本文取为1×10^{-5}。若满足期望容差,即结束牛顿迭代,并输出$h_1^{(k)}$与$\Theta_1^{(k)}$为设计值;若无法满足期望容差则转到

步骤 4。

步骤 4　判断当前迭代步的 $h_1^{(k)}$ 与 $\Theta_1^{(k)}$ 较上一迭代步的 $h_1^{(k-1)}$ 与 $\Theta_1^{(k-1)}$ 的取值变化。若 α_m 和 $\dot{\varphi}_\mathrm{c}$ 的取值变化小于等于步长容差 ε_2（取为 0.001），执行步骤 1，从候选样本集中重新选择初始值；若 α_m 和 $\dot{\varphi}_\mathrm{c}$ 的取值变化大于 ε_2 则执行步骤 5。

步骤 5　采用差分法计算 h_1 与 Θ_1 在 $\left(\alpha_\mathrm{m}^{(k)}, \dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k)}\right)$ 处的偏导数，其表达式为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial h_1}{\partial \alpha_\mathrm{m}} = \dfrac{h_1^{(k)} - h_1\left(\alpha_\mathrm{m}^{(k)} + \Delta\alpha_\mathrm{m}^{(k)}, \dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k)}\right)}{\Delta\alpha_\mathrm{m}^{k}} \\ \dfrac{\partial h_1}{\partial \dot{\varphi}_\mathrm{c}} = \dfrac{h_1^{(k)} - h_1\left(\alpha_\mathrm{m}^{(k)}, \dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k)} + \Delta\dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k)}\right)}{\Delta\dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k)}} \\ \dfrac{\partial \Theta_1}{\partial \alpha_\mathrm{m}} = \dfrac{\Theta_1^{(k)} - \Theta_1\left(\alpha_\mathrm{m}^{(k)} + \Delta\alpha_\mathrm{m}^{(k)}, \dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k)}\right)}{\Delta\alpha_\mathrm{m}^{k}} \\ \dfrac{\partial \Theta_1}{\partial \dot{\varphi}_\mathrm{c}} = \dfrac{\Theta_1^{(k)} - \Theta_1\left(\alpha_\mathrm{m}^{(k)}, \dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k)} + \Delta\dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k)}\right)}{\Delta\dot{\varphi}_\mathrm{c}^{k}} \end{cases} \tag{13}$$

式中：$\Delta\alpha_\mathrm{m}^{(k)}$ 为 $\alpha_\mathrm{m}^{(k)}$ 的充分小的增量，$\Delta\dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k)}$ 为 $\dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k)}$ 的充分小的增量。

步骤 6　计算 $\alpha_\mathrm{m}^{(k+1)}$ 和 $\dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k+1)}$，表达式为

$$\begin{bmatrix} \alpha_\mathrm{m}^{(k+1)} \\ \dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_\mathrm{m}^{(k)} \\ \dot{\varphi}_\mathrm{c}^{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{\partial h_1}{\partial \alpha_\mathrm{m}} & \dfrac{\partial h_1}{\partial \dot{\varphi}_\mathrm{c}} \\ \dfrac{\partial \Theta_1}{\partial \alpha_\mathrm{m}} & \dfrac{\partial \Theta_1}{\partial \dot{\varphi}_\mathrm{c}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} h_1^{(k)} \\ \Theta_1^{(k)} \end{bmatrix} \tag{14}$$

令 $k = k + 1$，并转到步骤 2。

1.4　变体再入滑翔段弹道建模

为提升变体飞行器再入滑翔过程覆盖能力，飞行器根据飞行工况自适应改变构型，同时考虑变形过程和合理性，本文以变形量的微分作为控制量，并给定控制量取值范围，控制量微分及其取值范围表达式为

$$\begin{cases} \dot{\chi}_{1,\min} \leqslant \dot{\chi}_1 \leqslant \dot{\chi}_{1,\max} \\ \dot{\bar{\chi}}_{2,\min} \leqslant \dot{\bar{\chi}}_2 \leqslant \dot{\bar{\chi}}_{2,\max} \\ \dot{W}_{\min} \leqslant \dot{W} \leqslant \dot{W}_{\max} \end{cases} \tag{15}$$

式中：$\dot{\chi}_1$ 为内翼段后掠角微分；$\dot{\bar{\chi}}_2$ 为外翼段归一化后掠角微分；$\dot{W}$ 为外翼段展长微分；下标 min 表示取值下界；下标 max 表示取值上界。

再入滑翔段弹道攻角设置为随速度变化的两段式剖面，如图 5 所示，$v_{g\alpha1}$、α_{g1}、$v_{g\alpha2}$、α_{g2} 为攻角剖面参数。本文主要研究提升飞行器的最大射程，故假设倾侧角 σ 恒为 0°。

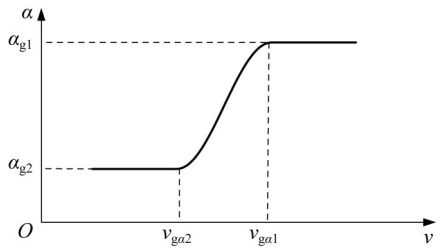

图 5　攻角剖面

Fig.5　Profile of the angle of attack

再入滑翔段弹道需满足初始状态和末端状态约束，表达式为

$$\begin{cases} h(t_0) = h_1, \lambda(t_0) = \lambda_1, \phi(t_0) = \phi_1, v(t_0) = v_1 \\ \Theta(t_0) = \Theta_1, \psi(t_0) = \psi_1, h(t_\mathrm{f}) \geqslant h_2^{\mathrm{lb}}, v(t_\mathrm{f}) = v_2 \\ \chi_1 = \chi_{1,0}, \bar{\chi}_2 = \bar{\chi}_{2,0}, \zeta = \zeta_0 \end{cases} \tag{16}$$

式中：t_0 为滑翔起始时刻；λ_1 为助推段终端经度；ϕ_1 为助推段终端纬度；v_1 为助推段终端速度；ψ_1 为助推段终端航向角；t_f 为滑翔结束时刻；v_2 为再入滑翔段终端速度；h_2^{lb} 为再入滑翔段终端最低高度；$\chi_{1,0}$ 为内翼段初始后掠角；$\bar{\chi}_{2,0}$ 为外翼段初始归一化后掠角；W_0 为外翼段初始展长。

综上，变体飞行器再入滑翔段弹道的最优控制问题表达式为

$$\begin{cases} \text{find} \quad u(t) \\ \max \quad R_{\mathrm{glide}} = f_\mathrm{R}\left[x(t_0), x(t_\mathrm{f})\right] \\ \text{s.t.} \quad h(t_0) = h_1, \lambda(t_0) = \lambda_1, \phi(t_0) = \phi_1, \\ \qquad v(t_0) = v_1, \Theta(t_0) = \Theta_1, \psi(t_0) = \psi_1, \\ \qquad h(t_\mathrm{f}) \geqslant h_2^{\mathrm{lb}}, v(t_\mathrm{f}) = v_2, \\ \qquad \chi_1 = \chi_{1,0}, \bar{\chi}_2 = \bar{\chi}_{2,0}, \zeta = \zeta_0, \\ \qquad \dot{\chi}_{1,\min} \leqslant \dot{\chi}_1 \leqslant \dot{\chi}_{1,\max}, \\ \qquad \dot{\bar{\chi}}_{2,\min} \leqslant \dot{\bar{\chi}}_2 \leqslant \dot{\bar{\chi}}_{2,\max}, \dot{W}_{\min} \leqslant \dot{W} \leqslant \dot{W}_{\max} \end{cases} \tag{17}$$

式中：$u(t)$ 为控制量序列；R_{glide} 为再入滑翔段航程；$\boldsymbol{x}(t_0)$ 为滑翔起始时刻的飞行器状态量；$x(t_\mathrm{f})$ 为滑翔终止时刻的飞行器状态量。

采用 hp-PattersonRao 伪谱法（hp-PRPM）[19] 求解式（17）的最优控制问题，hp-PRPM 采用 Legendre-Gauss-Radau（LGR）配点法，根据离散网格的最大相对误差自适应更新网格区间分段数或网格内配点数。若离散网格最大相对误差 $e_{\max}^k$ 不满足设定的容许误差 $\varepsilon_{\mathrm{hp}}$，则对网格进行自适应更新，更新步骤如下所示。

步骤 1 计算离散网格区间的最大相对误差 $e_{\max}$,计算表达式为

$$e_{\max}^{k}=\max_{\substack{i\in[1,\cdots,n_y]\\ j\in[1,\cdots,M_k+1]}}\left(\frac{\left|\hat{X}_i^k(\hat{\tau}_j^k)-X_i^k(\hat{\tau}_j^k)\right|}{1+\max\limits_{l\in[1,\cdots,M_k+1]}\left|X_i^k(\hat{\tau}_l^k)\right|}\right) \tag{18}$$

式中:$\hat{X}^k$ 为网格区间 S_k 内最高 M_k 次的多项式估计值;$\hat{\tau}_j^k$ 为 LGR 配点状态量。

若 $\exists q\in[1,\cdots,K]$, $e_{\max}^{q}>\varepsilon_{\mathrm{hp}}$,则执行步骤 2,否则结束计算。

步骤 2 判断不满足容许误差的网格内配点 N_q 是否达设定的网格最大配点数 $N_{\mathrm{hp,max}}$,若未达最大配点数,则执行步骤 3,若达到最大配点数,则执行步骤 4。

步骤 3 增大网格区间内配点数,网格的新配点数 N_q^{new} 的表达式[20]为

$$N_q^{\mathrm{new}}=N_q+\log_{N_s}\left(\frac{e_{\max}^{q}}{\varepsilon_{\mathrm{hp}}}\right) \tag{19}$$

若 N_q^{new} 仍小于 $N_{\mathrm{hp,max}}$,则执行步骤 1,否则执行步骤 4。

步骤 4 为保持网格区间分段数更新前后配点数的一致性,且满足网格区间内最小配点数 $N_{\mathrm{hp,min}}$ 要求,将网格区间 S_q 自适应分为 B_q 个新区间,B_q 的计算表达式为

$$B_q=\max\left[\mathrm{floor}\left(\frac{N_q^{\mathrm{new}}}{N_{\mathrm{hp,min}}}\right),2\right] \tag{20}$$

新区间的配点数为 $N_{\min}$,执行步骤 2。

2 基于差分进化的多目标近似约束优化方法

2.1 算法流程

针对助推-滑翔变体飞行器弹道方案多目标问题存在约束条件多和计算耗时高的问题,本文提出了一种基于差分进化的多目标近似约束优化方法,MACO-DE 方法的流程如图 6 所示,具体步骤如下所述。

步骤 1 算法初始化。确定设计变量、目标函数、约束函数与算法参数。算法参数包括:初始采样数量 N_{Init},每次迭代全局新增样本数量 N_{global},每次迭代局部新增样本数量 N_{local},最大模型调用次数 N_{fe},缩放因子 F,交叉概率 C_R。

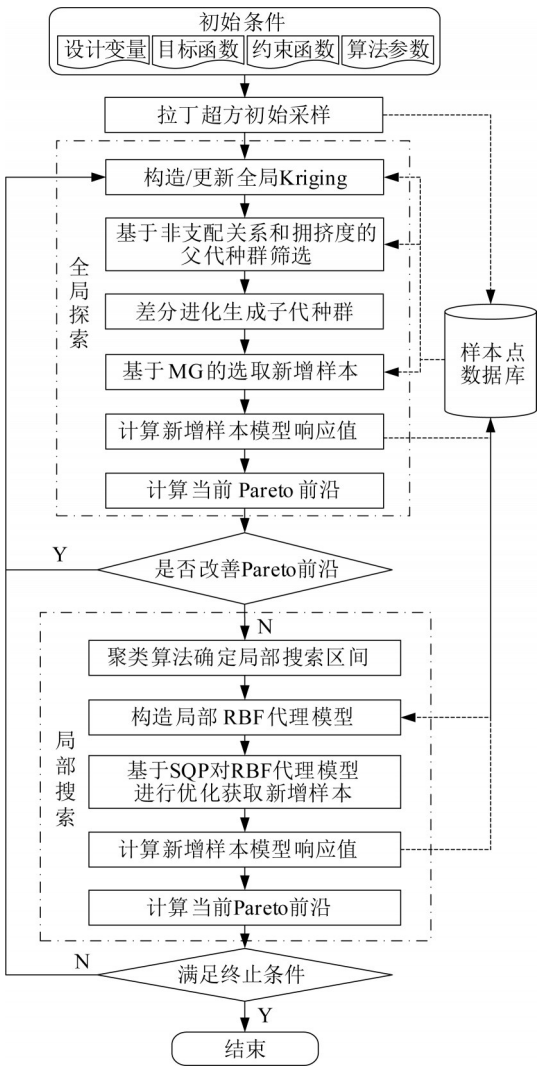

图 6 MACO-DE 方法流程

Fig.6 Flowchart of the MACO-DE

步骤 2 初始采样。采用基于 Maximin 的拉丁超方试验设计方法,在初始设计空间生成初始样本,计算真实目标函数、约束函数响应值,并保存至样本点数据库 D_{s}。

步骤 3 构造/更新代理模型。基于样本点数据库 D_{s} 中所有样本的目标函数及约束函数响应值,构造目标函数及约束函数的 Kriging 代理模型,将多目标优化问题转化为

$$\begin{cases}\text{find} & \boldsymbol{x}=\left[x_1,x_2,\cdots,x_{n_{\mathrm{v}}}\right]\\ \min & \hat{\boldsymbol{y}}=\hat{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x})=\left[\hat{f}_1(\boldsymbol{x}),\hat{f}_2(\boldsymbol{x}),\cdots,\hat{f}_m(\boldsymbol{x})\right]\\ \text{s.t.} & \hat{g}_j(\boldsymbol{x})\leqslant 0,j=1,2,\cdots,n_{\mathrm{c}}\\ & \boldsymbol{x}_{\mathrm{LB}}\leqslant\boldsymbol{x}\leqslant\boldsymbol{x}_{\mathrm{UB}}\end{cases} \tag{21}$$

式中:$\boldsymbol{x}$ 为 n_{v} 维的设计变量;$\hat{f}_i(\cdot)$ 和 $\hat{g}_j(\cdot)$ 分别表示

Kriging代理模型近似的目标函数和约束函数；n_c为约束函数个数；$\boldsymbol{x}_{LB}$为设计变量的取值下界；$\boldsymbol{x}_{UB}$为设计变量的取值上界。

步骤4　基于非支配关系和拥挤度的父代种群筛选。

采用快速非支配排序方法计算种群中所有个体的非支配关系，并分别计算具有相同非支配排序个体的拥挤度。根据非支配排序和拥挤度对D_s中所有样本点进行排序，筛选出父代种群。

步骤5　差分进化生成子代种群。分别采用Rand/1和Rand/2进化算子[21]生成子代种群，合并父代与子代种群作为试验种群$\boldsymbol{Q}$，基于Kriging模型给出试验种群的目标函数预测值、约束函数预测值如下：

$$\hat{f}(\boldsymbol{x})=\hat{\mu}+\boldsymbol{r}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{R}^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{I}\hat{\mu}) \tag{22}$$

$$\hat{g}(\boldsymbol{x})=\hat{\mu}_2+\boldsymbol{r}_2^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{R}_2^{-1}(\boldsymbol{y}_2-\boldsymbol{I}_2\hat{\mu}_2) \tag{23}$$

步骤6　基于改进的Pareto适应度函数的新增样本筛选。根据步骤5中生成的所有个体及其目标函数和约束函数Kriging模型预测值，计算每个个体改进的Pareto适应度，选取适应度最优的N_{global}个个体作为全局新增样本。改进Pareto的适应度计算如下：

$$G_i=1-\max_{j\neq i}\left[\min(f_1^i-f_1^j,\cdots,f_m^i-f_m^j)\right] \tag{24}$$

$$MG_i=\begin{cases}(1-G_i)+2\times G_{\max}, & G_i<1\\ G_i, & G_i\geqslant 1\end{cases} \tag{25}$$

式中：f_m^i为第i个个体的第m个目标函数值。

步骤7　计算全局新增样本的真实目标函数、约束函数响应值，并保存至样本点数据库D_s。

步骤8　计算当前Pareto前沿，判断全局探索是否改善Pareto前沿。若有改善则返回步骤3，否则执行步骤9。

步骤9　确定局部搜索区间。使用k-means聚类方法对当前Pareto前沿聚类，在分别计算每类中相邻Pareto前沿解之间的欧氏距离，取欧式距离最大的两个相邻Pareto前沿解的设计变量作为局部搜索区间。

步骤10　构造RBF代理模型。根据欧氏距离从D_s中选取距离局部搜索区间较近的N_{RBF}个样本，构造目标函数及约束函数的局部RBF代理模型。N_{RBF}的取值与优化问题的维度相关，如下：

$$N_{RBF}=\max\left[\frac{(n_v+1)(n_v+2)}{2},100\right] \tag{26}$$

步骤11　获取局部新增样本。利用序列二次规划(Sequence Quadratic Programmin，SQP)算法在局部搜索区间对RBF代理模型进行优化，选择出N_{local}个局部新增样本。

步骤12　计算局部新增样本的真实目标函数、约束函数响应值，保存至样本点数据库D_s。计算当前Pareto前沿。

步骤13　判断是否满足算法终止条件，若满足则结束优化流程，否则返回步骤3。

2.2　标准数值算例测试

为评估优化方法对理论Pareto前沿(Pareto Front，PF)的探索能力，本文采用逆世代距离(Inverted Generational Distance，IGD)[22]指标评估各优化算法获取的PF，IGD的计算表达式如式(27)所示。IGD值越小表明优化得到PF越接近理论PF，最优性和分布性越好。

$$\mathrm{IGD}=\frac{\sum_{\boldsymbol{y}_{PF}\in\boldsymbol{Y}_{PF}^*}\min_{\boldsymbol{y}\in\boldsymbol{Y}_{PF}}d(\boldsymbol{y}_{PF},\boldsymbol{y})}{|\boldsymbol{Y}_{PF}^*|} \tag{27}$$

式中：$\boldsymbol{Y}_{PF}^*$为理论PF；$|\boldsymbol{Y}_{PF}^*|$为理论PF中解的数量，对于具有连续理论PF的算例，其$|\boldsymbol{Y}_{PF}^*|$实际上有无穷多个，本文在理论PF上均匀选取部分点代表理论PF，所选理论PF点的数量如所示；$\boldsymbol{Y}_{PF}$为优化算法求解的PF；$d(\boldsymbol{y}_{PF},\boldsymbol{y})$为$\boldsymbol{y}_{PF}$与$\boldsymbol{y}$的欧氏距离。

选用4个标准多目标约束优化数值算例验证MACO-DE方法的综合性能，测试算例来自文献[23-26]，基本信息见表2。与考虑约束的MOEA/D方法(Constrained MOEA/D，C-MOEA/D)[26]和多目标高效全局优化方法(Multi-objective Efficient Global Optimization，MOEGO)[27]进行对比测试，其中MOEGO同为基于Kriging代理模型的近似优化方法，验证MACO-DE方法的求解效率。

表2　数值测试算例基本信息

Tab.2　Basic information of the numerical test examples

算例	维度n_v	目标数m	约束数n_c	理论PF数$\lvert\boldsymbol{Y}_{PF}^*\rvert$
OSY	6	2	6	1 000
CF1	8	2	1	21
CF2	8	2	1	626
C2-CDTLZ2	6	2	1	1 014

统计各数值算例优化结果IGD值的最小值(Best)、均值(Mean)、最大值(Worst)和标准差(Std.),IGD值统计结果与优化方法模型调用次数N_{fe}见表3。

由表3可知,与C-MOEA/D方法相比,MACO-DE方法所需计算资源降低70%,除CF1和CF2算例外,IGD值的各项统计值均更优。与MOEGO算法相比,在计算资源相近条件下,除CF2算例,MACO-DE方法获取的Pareto解集的分布性、最优性均更优,说明MACO-DE方法具有更好的理论Pareto前沿辨识能力。

表3 MACO-DE、MOEGO和C-MOEA/D方法优化结果(IGD值)

Tab.3 Optimization results of the MACO-DE, MOEGO, and C-MOEA/D (IGD values)

优化算法	IGD	OSY	CF1	CF2	C2-CDTLZ2
MACO-DE $N^{max}=300$	Best	**10.556 9**	**0.127 4**	0.227 6	**0.005 3**
	Mean	**22.093 0**	**0.181 5**	0.376 4	**0.035 0**
	Worst	**49.798 3**	**0.209 3**	0.545 8	**0.079 1**
	Std.	**16.181 5**	0.032 8	0.118 9	0.023 0
MOEGO $N^{max}=300$	Best	40.277 3	0.176 7	**0.219 2**	0.050 0
	Mean	97.865 4	0.230 8	**0.374 0**	0.064 1
	Worst	151.097 3	0.305 4	**0.538 0**	0.098 9
	Std.	36.315 1	0.043 6	0.105 5	**0.013 8**
C-MOEA/D $N^{max}=1000$	Best	24.999 5	0.211 3	0.283 9	0.058 9
	Mean	40.547 4	0.253 9	0.388 5	0.084 4
	Worst	73.854 0	0.278 8	0.542 0	0.140 6
	Std.	17.403 5	**0.020 1**	**0.079 1**	0.028 9

注:粗体表示同类型指标最优

3 弹道方案多目标近似优化结果

3.1 参数设置

基于助推滑翔变体飞行器全程弹道模型与MACO-DE方法求解式(1)所示弹道方案多目标优化问题。助推滑翔变体飞行器发射点参数见表4,助推段俯仰程序角参数和再入滑翔段变形量微分取值下界和上界见表5,MACO-DE方法相关参数取值见表6。

表4 发射点参数

Tab.4 Launch parameters

参数	λ/(°)	ϕ/(°)	h/km	v/(m·s^{-1})	Θ/(°)	ψ/(°)
取值	100.00	40.00	0.05	0	90.00	90.00

表5 控制量取值边界

Tab.5 Boundaries of the control parameters

参数	$\alpha_{m,min}$/(°)	$\dot{\varphi}_{c,min}$/[(°)/s]	$\dot{\chi}_{1,min}$/[(°)/s]	$\dot{\bar{\chi}}_{2,min}$/(s^{-1})	$\dot{W}_{min}$/(m/s)
取值	0	−1	−0.135	−0.005	−0.002 05
参数	$\alpha_{m,max}$/(°)	$\dot{\varphi}_{c,max}$/[(°)/s]	$\dot{\chi}_{1,max}$/[(°)/s]	$\dot{\bar{\chi}}_{2,max}$/(s^{-1})	$\dot{W}_{max}$/(m/s)
取值	25	3	0.135	0.005	0.002 05

表6 MACO-DE方法参数

Tab.6 Parameters of the MACO-DE

参数	N_{Init}	N_{global}	N_{local}	N_{fe}	F	C_R
取值	120	4	2	400	0.8	0.8

3.2 结果与讨论

通过优化求解得到助推滑翔变体飞行器起飞质量和射程的Pareto解集(共计22个非支配解),如图7所示。选取设计变量取值范围的中间值或最大值附近的设计参数作为初始方案,为对比Pareto解集与初始方案的差异,优化前后目标函数、设计变量与约束条件对比见表7~表9。其中,Pareto解集中射程不小于初始方案且起飞质量最小的优化解为优化方案A,起飞质量不大于初始方案且射程最大的优化解为优化方案B。

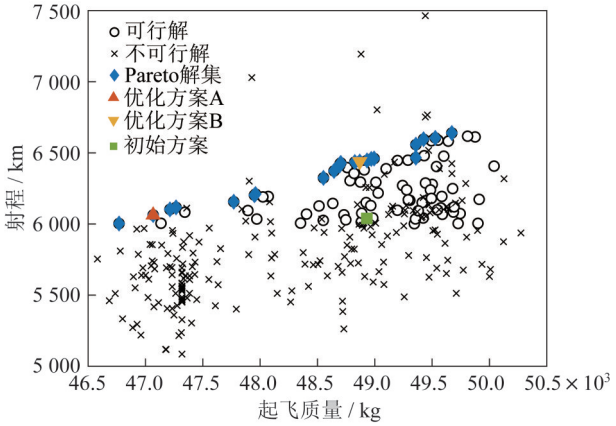

图7 助推滑翔变体飞行器弹道方案优化Pareto解集

Fig.7 Pareto solution set of the boost-glide morphing flight vehicle trajectory scheme

表 7　初始方案与优化方案目标函数对比

Tab.7　Comparison of the initial and optimized objectives

参数	初始方案	优化方案 A	优化方案 B
起飞质量 m_{total}/kg	48 930.66	47 066.90	48 869.13
射程 R_{total}/km	6 039.09	6 063.24	6 438.94

MACO-DE 方法求解得到的 Pareto 解集均能满足约束条件。优化方案 A 的弹道最大高度提升并达到约束边界，最终在不降低弹道射程前提下，实现起飞质量降低 3.81%（1 863.76 kg）。优化方案 B 相较于初始方案，更改了各级固体火箭发动机的级间装药配比，调整助推段终端参数使得弹道最大高度达到约束边界，在不增加起飞质量的前提下，射程提升 6.62%（399.84 km）。

表 8　初始方案与优化方案设计变量对比

Tab.8　Comparison of the initial and optimized design variables

参数	取值范围	初始方案	优化方案 A	优化方案 B
一级装药量 m_{gr1}/kg	[22 000，24 000]	23 000	22 090.52	23 014.45
二级装药量 m_{gr2}/kg	[11 000，13 000]	12 000	11 173.81	12 798.56
三级装药量 m_{gr3}/kg	[4 500，6 000]	5 500	5 503.61	4 632.45
高度 h_1^E/km	[55，65]	60	55.23	60.65
当地速度倾角 Θ_1^E/(°)	[0，5]	3	4.21	2.77
剖面参数 v_{ga1}/(m•s^{-1})	[4 000，4 500]	4 500	4 012.71	4 237.48
剖面参数 v_{ga2}/(m•s^{-1})	[3 200，3 700]	3 500	3 403.05	3 460.65
剖面参数 α_{g1}/(°)	[16，19]	18	16.35	16.03
剖面参数 α_{g2}/(°)	[11，15]	12	12.24	11.67

表 9　初始方案与优化方案约束条件对比

Tab.9　Comparison of the initial and optimized constraints

参数	范围	初始方案	优化方案 A	优化方案 B
射程 R_{total}/km	≥6 000	6 039.09	6 063.24	6 438.94
最大高度 h_{max}/km	≤70	67.24	64.47	64.44
攻角动压积 $\lvert\alpha_b \cdot q_b\rvert$/[kPa•(°)]	≤150	96.63	96.74	98.84
滑翔段动压 q_g/kPa	≤50	46.60	44.67	35.20
滑翔段热流 Q_g/kW	≤1 500	1 228.63	1 289.36	1 271.98
滑翔段过载 n_g/g	≤3	1.93	2.17	1.94

4　结束语

针对助推滑翔变体飞行器弹道方案优化面临全程弹道优化模型匮乏、多目标优化求解困难问题，构建了助推滑翔变体飞行器弹道方案优化模型和约束多目标近似优化方法，开展助推滑翔变体飞行器弹道方案多目标近似优化研究，得到如下结论。

1）提出了一种两层级助推滑翔变体飞行器全程弹道方案优化框架，建立弹道方案优化问题数学模型；并搭建助推滑翔变体飞行器弹道模型，通过牛顿迭代求解助推段弹道控制参数，采用伪谱法求解再入滑翔段最优变形方案。

2）提出了基于差分进化的多目标近似约束优化方法（MACO-DE），结合动态 Kriging 代理模型和差分进化算法进行高效全局探索，采用 SQP 算法和 RBF 代理模型进行局部搜索，实现优化快速收敛。

3）开展了助推滑翔变体飞行器弹道方案多目标近似优化研究，在满足热流、过载等弹道性能约束下，优化方案相比初始设计方案实现射程不变的前提下起飞质量至多降低 3.81%，起飞质量不变的前提下射程至多提升 6.62%。

参考文献

[1] 张文敏，王剑颖．基于智能图搜索的滑翔式高超声速飞行器路径规划方法[J]．飞控与探测，2022，5(6)：80-92.

[2] 宋超，司维超，黎志强．高超声速飞行器实时最优伪谱反馈末制导算法研究[J]．导弹与航天运载技术，2021(3)：66-70.

[3] 朱广生，段毅，姚世勇，等．跨流域高速飞行器气动设计研究现状及思考[J]．宇航学报，2023，44(3)：358-367.

[4] AJAJ R M，PARANCHEERIVILAKKATHIL M S，AMOOZGAR M，et al. Recent developments in the aeroelasticity of morphing aircraft [J]. Progress in Aerospace Sciences，2021(120)：100682.

[5] 黄长强，国海峰，丁达理．高超声速滑翔飞行器轨迹优化与制导综述[J]．宇航学报，2014，35(4)：369-379.

[6] 尹中杰,王磊,杨建东,等.多约束航迹规划与跟踪制导律[J].上海航天(中英文),2023,40(6):136-143.

[7] LI C, ZHAO J S. Reentry trajectory optimization of variable-configuration hypersonic glide vehicle [J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2023, 40(增刊2):32-39.

[8] DAI P, YAN B B, LIU R F, et al. Integrated morphing strategy and trajectory optimization of a morphing waverider and its online implementation based on the neural network[J]. IEEE Access, 2021(9):59383-59393.

[9] PENG W Y, YANG T, FENG Z W, et al. Analysis of morphing modes of hypersonic morphing aircraft and multiobjective trajectory optimization[J]. IEEE Access, 2019(7):2244-2255.

[10] 路意.助推-滑翔飞行器弹道优化方法研究[D].长沙:国防科技大学,2017.

[11] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2):182-197.

[12] ZHANG Q F, LI HUI. MOEA/D: A Multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008, 11(6):712-731.

[13] 韩忠华.Kriging模型及代理优化算法研究进展[J].航空学报,2016,37(11):3197-3225.

[14] LIANG J, BAN X X, YU K J, et al. A Survey on evolutionary constrained multiobjective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2023, 27(2):201-21.

[15] 武宇飞,龙腾,史人赫,等.跨域变体飞行器气动力热非层次多模型融合降阶方法[J].航空学报,2023,44(21):166-179.

[16] 叶年辉,胡少青,李宏岩,等.考虑性能及成本的固体火箭发动机多学科设计优化[J].推进技术,2022,43(7):75-84.

[17] 鲍福廷,侯晓.固体火箭发动机设计[M].北京:中国宇航出版社,2016.

[18] 武宇飞.多源模型驱动的高超声速变体飞行器总体方案设计优化研究[D].北京:北京理工大学,2023.

[19] PATTERSON M A, HAGER W W, RAO A V. A ph mesh refinement method for optimal control[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2015, 36 (4): 398-421.

[20] FORNBERG B. A Practical guide to pseudospectral methods[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.

[21] WANG Y, YIN D Q, YANG S, et al. Global and local surrogate-assisted differential evolution for expensive constrained optimization problems with inequality constraints [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(5):1642-1656.

[22] ZHANG Q, LIU W, TSANG E, et al. Expensive multiobjective optimization by MOEA/D with gaussian process model[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2010, 14(3):456-474.

[23] DEB K, PRATAP A, MEYARIVAN T. Constrained test problems for multi-objective evolutionary optimization[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2001, 1993(1): 284-298.

[24] ZHANG Q, ZHOU A, ZHAO S, et al. Multiobjective optimization test instances for the CEC 2009 special session and competition [R]. University of Essex, Colchester, UK and Nanyang technological University, Singapore, special session on performance assessment of multi-objective optimization algorithms, technical report, 2008:1-30.

[25] DEB K, THIELE L, LAUMANNS M, et al. Scalable Test Problems for Evolutionary Multiobjective Optimization [M]//ABRAHAM A, JAIN L, GOLDBERG R. Evolutionary Multiobjective Optimization: Theoretical Advances and Applications. London: Springer London, 2005:105-145.

[26] JAIN H, DEB K. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point based nondominated sorting approach, part Ⅱ: handling constraints and extending to an adaptive approach[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2013, 18(4):602-622.

[27] HUSSEIN R, DEB K. A Generative kriging surrogate model for constrained and unconstrained multi-objective optimization[C]//Genetic and Evolutionary Computation Conference 2016. Denver Colorado, USA: Association for Computing Machinery, 2016:573-580.