



处理密立根油滴实验数据的简易循证方法

牛延强

(燕山大学 里仁学院, 秦皇岛 066004)

摘要: 针对密立根油滴实验现有的数据处理方法的种种弊病, 该文通过分析作图法处理数据的原理, 利用易上手的 WPS 表格应用, 通过其内置的 LINEST 函数, 实现了对基本电荷量的线性回归计算; 进一步通过对计算流程的分析, 引入迭代方法设计并优化算法, 提高了计算精度和准确度; 同时给出在 LINEST 函数返回的标准偏差结果基础上, 计算斜率不确定度的公式。将对照文献筛选出的 15 组 107 个数据应用该方法, 发现该方法结果更加准确, 不确定度和相对误差更小。

关键词: 作图法; WPS 表格; 线性回归; 迭代

中图分类号: O4-39

文献标志码: A

DOI: 10.12179/1672-4550.20220674

Concise and Evidence-based Method on Data Analysis in Millikan Oil-drop Experiments

NIU Yanqiang

(College of Liren, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: In view of the deficiencies of the existing data processing methods of the Millikan oil-drop experiment, this paper analyzes the principles of the mapping method of data processing and uses the easy-to-use WPS spreadsheet application to implement the linear regression calculation of the elementary charge through its built-in LINEST function. Through the analysis of the calculation process, the iterative method is introduced to design and optimize the algorithm to improve the accuracy and precision of the calculation. Furthermore, the formula for calculating the uncertainty of the slope based on the standard deviation results returned by the LINEST function is given. Applying the method of this paper to 15 sets of 107 data from reference literature, the results of this paper were found to be more accurate with less uncertainty and relative error.

Key words: mapping method; WPS Spreadsheet; linear regression; iteration

作为经典近代物理实验代表的密立根油滴实验在我国高校广泛开设, 受教学课时的限制, 对数据量要求较大的差值法、峰值法^[1]等数据处理方法并不适用; 倒算法没有数据量的要求, 使用较广, 但是其颠倒了因果关系, 违背了实验循证的规律, 在教学中难以让学生对实验结果信服。对数法^[2]在倒算法的基础上对计算方法做出改进, 提高了计算精度, 但没有避开倒算法的根本弊病。作图法^[3]的优点是简单直观, 全程没有基本电荷标准值的参与, 遵循实验循证的规律; 但是人工作图受主观影响较大, 误差无法准确量化。文献 [4-5] 分别在 Origin 和 MATLAB 环境下通过

编程对作图法进行了改进, 避免了人为主观因素的影响。多数院校的教学计划将物理实验课程安排在大一大二阶段, 计算机 Office 相关课程也在同期开设, 对这个阶段的学生而言, 与熟悉的 Office 操作环境相比, MATLAB 和 Origin 等专业数据处理软件的学习门槛无疑要高出太多, 何况此类商业软件正版授权费用不菲。而竞争更激烈的 Office 软件与国产软件没有明显差距, 甚至在移动应用领域国产的 WPS 还有领先优势^[6]。从 2021 年 3 月起 WPS 也纳入了国家计算机等级考试^[7]。本文使用免费授权的 WPS 个人版表格内置的回归分析函数实现了作图法的数值化, 避免了上述不足。

收稿日期: 2022-11-23; 修回日期: 2023-01-04

作者简介: 牛延强(1982-), 男, 硕士, 实验师, 主要从事物理实验教育方面的工作。E-mail: lon91ong@foxmail.com

1 原理

1.1 平衡法原理

电场中的带电油滴在重力和电场力平衡时静止；去掉电场力后，油滴加速下落达匀速状态时重力与空气的粘滞阻力平衡：

$$F_{\text{电}} \stackrel{\text{静止}}{=} F_{\text{重}} \stackrel{\text{匀速}}{=} F_{\text{阻}}$$

利用两个平衡条件推导可以得到油滴的带电量为^[8]：

$$q = 18\pi \left(\frac{\eta^3}{2\rho g} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d}{U} \left(\frac{l/t}{1 + \frac{b}{pr}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

带入表 1 中的实验参数进一步整理得出：

$$q = ne = \frac{9.27 \times 10^{-15}}{U \left[t \left(1 + 0.0226 \sqrt{t} \right) \right]^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

实验应用中，只要测量油滴的平衡电压 U 和下落时间 t 即可求得油滴带电量。

表 1 实验参数

项目	数值
油滴密度 $\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	981
重力加速度 $g / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	9.8
空气粘滞系数 $\eta / \text{kg} \cdot (\text{m} \cdot \text{s})^{-1}$	1.83×10^{-5}
下落距离 l / mm	1.5
修正常数 $b / (\text{m} \cdot \text{Pa})$	8.226×10^{-3}
大气压强 p / Pa	1.013×10^5
板间距 d / mm	5

1.2 作图法原理

由式(1)可得，油滴带电量 q 与自然数 n 成线性关系，斜率为 e 。如图 1 所示，将油滴带电量 q 作为纵坐标，自然数 n 为横坐标，将测量得到的油滴带电量 q_i 作横轴平行线，与一系列的自然数横坐标交叉成网格。从原点出发作射线穿过网格点，每一条 q_i 水平线上都有一个距离射线最近的格点，与射线距离为 d_i ，我们只要找到使得 $\sum d_i$ 最小的射线，其斜率即为我们所求的基本电荷 e 。这里的条件 $\min(\sum d_i)$ 与线性回归计算中的“线性相关系数”定义角度不同，效果却是“异曲同工”，后文使用“线性相关系数”替代条件 $\min(\sum d_i)$ 。

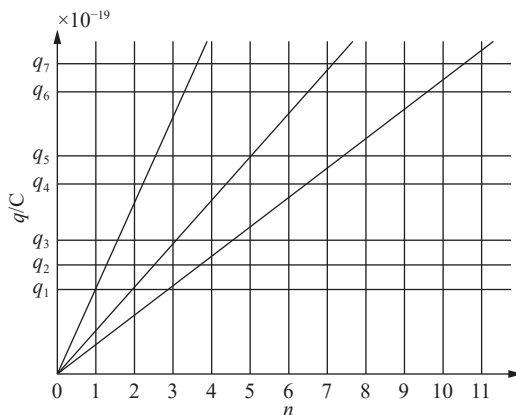


图 1 作图法原理

2 WPS 表格应用

在 WPS 表格内置的回归分析相关函数中，只有 LINEST 函数可以满足本实验中“直线必过原点”的约束条件。使用循环引用进行迭代运算，以免最大电荷量误差过大导致初始化偏差过大。

本文使用的 WPS 表格文件通过金山文档分享，受限于表格体积和结构，后文内容需参阅线上表格文档，即用微信扫如图 2 所示二维码。可以在本地 WPS 表格程序的最近文档记录中选择打开表格，窗口右上角“WPS 打开”进行本地化编辑。



图 2 线上表格文档

默认情况下直接打开表格会有“循环引用”的警告提示，需要修改设置。通过“文件”——“选项”打开设置，在“重新计算”栏中，“最多迭代次数”填 5 即可满足本实验所需。如果需查看迭代的中间结果，将“最多迭代次数”设置为 1，而后通过快捷键“F9”逐步执行。

3 数据处理演示

迭代算法流程如图 3 所示。用最大带电量 $\text{MAX}(q)$ 除以区间自然数 $N[2,6]$ 得到单位电荷初始值 k_0 。自然数选取范围 $[2,6]$ 的划定方法：多组

数据中“最大”带电量至少是 $2e$ ；截止边界条件取 $6e$ ^[8]。在此条件下，电荷量子化分布明显^[9-10]。

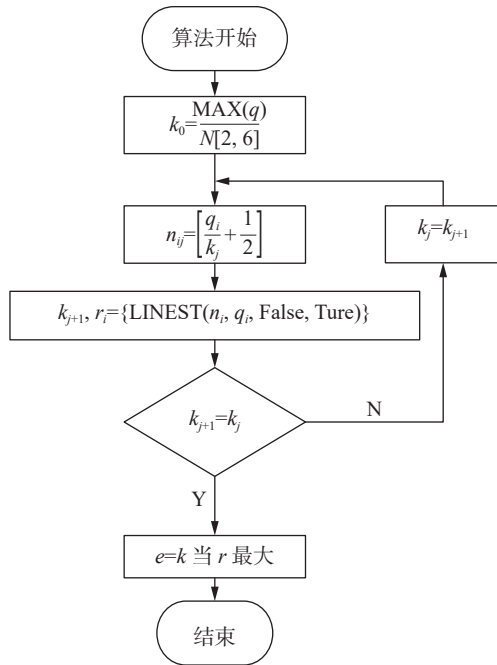


图 3 迭代算法

电量 q_i 除以斜率 k_j 并四舍五入为整数的油滴带电量 n_{ij} 。通过 LINEST 回归运算得到斜率 k_{j+1} 和相关系数 r_i 。对比 k_j 和 k_{j+1} ，不相等则用 k_{j+1} 替换 k_j 进行下一次迭代；相等则不替换，直到迭代结束。取相关系数 r 最大的斜率 k 即为所求的基本电荷 e 。

对文献 [11] 搜集的 20 组共 181 个电荷数据作简单的筛选，步骤如下：

1) 使用 $\min()$ 函数确定每组数据的最小值，排除两个明显偏大的孤值离群项(13*、17 组)，通过简单对比观察能够看出最小值呈等差分布，用

平均函数 $\text{average}()$ 分组估算得到差值 $e^* \approx 1.59$ ；

2) 排除大于 10 (约 $6e^*$) 的数据；

3) 排除剩余数据不足 4 个(自由度^[12] $N-1 \geq 3$) 的数据组。

数据量较少的情况下，上述筛选步骤 1 的结论可直接套用。筛选结果参见扫描图 2 中“结果对比”工作表，共计 15 组 107 个数据通过筛选，其中 4 组数据完整通过筛选。分别将每组数据带入表格“计算实例”，从计算结果能够看到，相关系数最小值为 0.995，大于 0.999 的有 12 组；相对误差最大不到 5%，小于 2% 的有 11 组。

文献 [11] 给出的标准偏差与表格函数计算结果一致：

$$s_e = \sqrt{\frac{\sum (en_i - q_i)^2}{(N-1) \sum n_i^2}} \quad (2)$$

式中： N 为数据个数， n_i 为第 i 个油滴所带基本电荷个数。

对于强制过原点的线性回归计算，文献 [11] 标准偏差调和式整理可得：

$$s_e^* \approx s_e \sqrt{\frac{(0.75 + n^{-1}) \sum n_i^2}{n_{i,\max}^2} + 1}$$

进一步整理可得计算斜率不确定度为：

$$U \approx \sqrt{\left(1.959 + \frac{2.406}{N-2.064}\right)^2 (s_e^*)^2 + \left(\frac{0.6495}{n_{i,\max}}\right)^2}$$

用完整通过筛选的 4 组数据计算结果与文献 [11] 结果对比，如表 2 所示。可以看到，本文斜率 e 与基本电荷量标准值更加接近，相对误差更小，不确定度结果相近。

表 2 本文方法与文献 [11] 结果对比

文献[11]组号	完整数据组					斜率 e	不确定度 U	相对误差/%
6	1.580	1.640	3.140	3.250	4.720	1.604	0.18	0.12
	1.880	6.290	6.550			1.578	0.19	1.5
9	1.590	3.290	4.630	6.200	7.820	1.557	0.12	2.8
	9.290					1.550	0.12	3.2
10	3.238	4.880	1.546	4.806	1.645	1.619	0.13	1.0
	1.596	8.121				1.624	0.13	1.4
14	1.582	4.576	3.175	6.477	9.692	1.604	0.11	0.11
	4.803	4.829	1.637	6.413	3.245	1.610	0.11	0.50

*注：表中后三列正体为本文结果，斜体为文献[11]结果。