

# 可行走着陆器的牛顿-欧拉法动力学研究

冯盖亚<sup>1,2,3</sup> 贾山<sup>1,2,3</sup> 陈金宝<sup>1,2,3</sup> 周向华<sup>1,2,3</sup>

(1 南京航空航天大学航天学院, 南京 211106)

(2 深空星表探测机构技术工信部重点实验室, 南京 211106)

(3 航天进入减速与着陆技术实验室, 南京 211106)

**摘要** 基于一种具有串并联混合腿足机构的四足可行走着陆器, 为摸清其行走过程中的关节能耗问题, 采用牛顿-欧拉方法进行了动力学建模研究。首先, 采用D-H法建立串并联混合腿足机构的关节坐标系, 进行正向运动学和逆向运动学的推导; 然后在运动学模型的基础上, 采用牛顿-欧拉方法建立着陆器整机的全状态动力学模型, 该模型以足端相对轨迹为输入, 获取着陆器在运动过程中各关节受力情况的变化曲线; 最后, 采用五次样条插值法规划一段运动轨迹, 用ADAMS仿真软件进行着陆器虚拟样机仿真。经验证, 该动力学模型理论计算数值和虚拟样机仿真数值具有相同的变化趋势, 证明了模型的有效性, 可以作为后续能耗模型建立和优化的基础。

**关键词** 可行走着陆器 运动学 牛顿-欧拉动力学 足端轨迹规划

中图分类号: V44

文献标志码: A

文章编号: 1009-8518(2024)01-0053-12

DOI: 10.3969/j.issn.1009-8518.2024.01.005

## Newton-Eulerian Dynamics of a Walkable Lander

FENG Gaiya<sup>1,2,3</sup> JIA Shan<sup>1,2,3</sup> CHEN Jinbao<sup>1,2,3</sup> ZHOU Xianghua<sup>1,2,3</sup>

(1 Academy of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

(2 Key Laboratory of Mechanism for Deep Space Planet Surface Exploration,  
Ministry of Industry and Information Technology, Nanjing 211106, China)

(3 Laboratory of Aerospace Entry, Descent and Landing Technology, Nanjing 211106, China)

**Abstract** Based on a four-legged walkable lander with a series-parallel hybrid leg-foot mechanism, the Newton-Euler method is applied to study the dynamic modeling of the joint energy consumption problem during walking in order to understand the problem of joint energy consumption during walking. Firstly, the D-H method is used to establish the joint coordinate system of the series-parallel mixed leg-foot mechanism, and the forward kinematics and inverse kinematics are derived. Secondly, on the basis of the kinematic model, the Newton-Euler method is used to establish a full-state dynamic model of the lander, which takes the relative trajectory of the foot end as the input to obtain the change curve of the force in each joint during the movement of the lander. Finally, the five-order spline interpolation method is used to plan a section of motion trajectory, and the ADAMS simulation software is used to simulate the virtual prototype of the lander. It is verified that the theoretical calculation value of the dynamic model and the numerical simulation result of the virtual prototype have the same

收稿日期: 2023-01-13

引用格式: 冯盖亚, 贾山, 陈金宝, 等. 可行走着陆器的牛顿-欧拉法动力学研究[J]. 航天返回与遥感, 2024, 45(1): 53-64.

FENG Gaiya, JIA Shan, CHEN Jinbao, et al. Newton-Eulerian Dynamics of a Walkable Lander[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2024, 45(1): 53-64. (in Chinese)

change trend, which proves the validity of the model and can be used as the basis for the establishment and optimization of subsequent energy consumption model.

**Keywords** walkable lander; kinematics; Newton-Euler dynamics; foot end trajectory planning

## 0 引言

人类进入工业社会已久,随着近现代工业的发展,机器代替人工已成为各领域的发展趋势。当前已开展的深空探测任务中常采用多目标多任务的探测方式<sup>[1]</sup>,对于空间着陆器和深空探测机器人,需要在地外天体完成表面着陆,用技术手段获取特定环境样本,并带回地球。基于当前技术条件,着陆器着陆的姿态和位置无法完全确定<sup>[2]</sup>,而目前广泛应用的轮式探测器越障能力不足,不具备移动功能的着陆器在复杂地形很难成功释放轮式探测器并使其顺利开展移动探测。为了保证着陆器携带的各种设备正常工作,扩大星表探测范围,需设计一种缓冲行走一体化着陆器,确保相关设备工作状态良好,完成指定任务。目前所用的探测机器人都是可移动的,移动机器人的移动方式主要有4种:腿式、轮式、履带式和轮腿式。轮式和履带式机器人的技术难度较低,但二者对复杂地形的适应能力不足,因此,通常选择腿式机器人用于空间探测和采样返回。常见的腿足式机器人有仿生双足机器人、仿哺乳动物的四足机器人、仿昆虫的六足以及八足机器人。其中双足机器人更能适应人类活动空间,适应性强;六足机器人稳定性和负载性能良好;四足机器人相较于六足机器人结构简单,相较于双足机器人负载能力更强,应用于可行走着陆器,可在外太空地表稳健行走。

深空探测中面临复杂的动力学环境<sup>[3]</sup>,为了使探测器平稳着陆并完成移动探测任务,需要对着陆环境以及着陆器本身进行动力学研究。相较于串联机构,并联机构结构刚度更高、稳定性好,但是工作空间较小,结构复杂<sup>[4]</sup>。并联机构的动力学分析对其在地外星体表面节能行走具有重要意义。

着陆器着陆缓冲过程及行走时的动力学分析是着陆器关节能耗模型建立的重要基础。当前已有多名学者在着陆器动力学方面进行了研究。对于着陆器行走时自身结构与机构的动力学,经典多体系统动力学的建模方法有牛顿-欧拉(Newton-Euler)法、拉格朗日(Lagrange)法、凯恩(Kane)方法等。这些动力学研究方法可以简单分为矢量力学方法和分析力学方法两大类<sup>[5]</sup>。

分析力学方法常见的有拉格朗日法、凯恩方法和虚功原理等,均是从能量角度出发,以整体的观点,对运动机构进行动力学研究,其中拉格朗日法和凯恩方法都是基于达朗贝尔原理发展而来。比如毛嘉炜<sup>[6]</sup>基于拉格朗日方法,建立了一种7自由度的空间柔性机械臂的动力学模型,由此提出柔性矩阵建模理论的计算方法,并对机械臂有限元模型进行化简;N. Yu. Nosova等<sup>[7]</sup>基于拉格朗日第二方程,得到了并联机构的动力学方程和工作空间内的固有频率;黄俊杰等<sup>[8]</sup>采用几何法和达朗贝尔原理法分析3-PRS并联机器人在执行器卡死状态下各关节内里的变化;吴璞等<sup>[9]</sup>以4-DOF的Delta高速并联机器人为研究对象,采用几何法求解机器人逆运动学方程,结合螺旋理论和凯恩(Kane)方法建立了机器人的动力学方程;柴馨雪等<sup>[10]</sup>采用螺旋理论分析并联机器人各关节和杆件的速度和加速度,结合虚功原理获得并联机器人运动时的驱动力。上述以能量形式求解得到的动力学方程,很难得到机构全部关节的力学信息。

矢量力学的典型方法是牛顿-欧拉(Newton-Euler)法,是基于牛顿方程和欧拉方程,以“连杆之间递推”的形式求得机构各关节力和力矩。牛顿-欧拉法的原理简单,获得的动力学公式意义明确<sup>[11]</sup>。田波等<sup>[12]</sup>基于牛顿-欧拉公式得到了完整绳驱动机械臂动力学模型,通过ADAMS进行仿真验证;Bruno Scaglioni等<sup>[13]</sup>基于牛顿-欧拉公式,采用空间矢量表示法建立了柔性机械臂的闭式动力学模型。实际应用中,也可以在牛顿-欧拉法的基础上,根据需求引入其他元素进行优化改进。例如侯雨雷等<sup>[14]</sup>根据牛顿-

欧拉方法建立了具有球铰间隙的 3RSR (R 为转动副, S 为球副) 并联机构的动力学模型, 并在其约束方程中引入标准四元数, 采用四阶 Runge-Kutta 方法求解 3RSR 动力学模型。

本文动力学研究的对象为一种具有复杂串并联混合腿足机构的着陆器, 目标是求得运动过程中腿足机构各关节受力情况, 作为后面关节能耗研究和承力结构强度校核的支撑。所建立的动力学模型要获得腿足机构各部位在运动过程中的受力情况, 这是基于能量的动力学分析方法很难做到的, 因此选择牛顿-欧拉法进行动力学研究, 用“递推”的形式分析着陆器腿足机构各部件运动特性, 用牛顿方程和欧拉方程推导可以得到各部件所受惯性力和惯性力矩, 列出各部件所受外力, 求解得到各关节受力情况。此外, 以往牛顿-欧拉法动力学研究的对象多为串联机构, 递推形式简单, 而本文研究的是可行走着陆器的串并联混合的腿足机构, 过程相对复杂, 需要进行更为详细的运动分析和受力分析。

### 1 着陆器构型设计

该可行走四足着陆器由一个正四棱台机体和 4 条对称分布的串并联混合机构悬臂腿组成, 每条腿具有一个主支杆和两个辅助支杆, 主支杆和辅助支杆均包括驱动机构和缓冲器<sup>[15]</sup>, 与机体之间用胡克铰来连接, 主辅支杆之间通过球铰连接。着陆器构型如图 1 所示。改变主、辅支杆驱动机构的驱动行程, 可以改变悬臂腿抬起或偏移的角度和悬臂腿长度, 通过移动质心的位置至静止的 3 腿外接圆内, 从而创造第四条可移动支腿的收缩调整功能, 进而实现着陆器的行走和姿态调整。

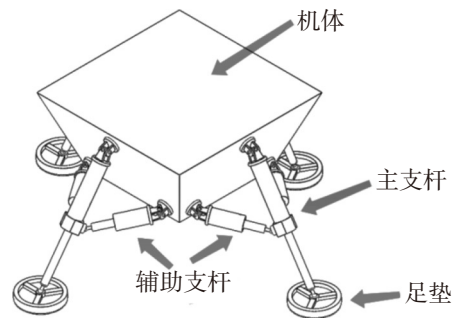


图 1 着陆器结构示意图  
Fig.1 Schematic diagram of the lander structure

### 2 着陆器腿足机构运动学分析

运动学模型在着陆器的运动规划和优化设计中有重要作用<sup>[16]</sup>, 因此在进行动力学研究之前应先分析着陆器腿足机构的运动特性。根据 D-H 法则, 建立如图 2 所示单腿的关节坐标系。其中  $O_B$  是着陆器机

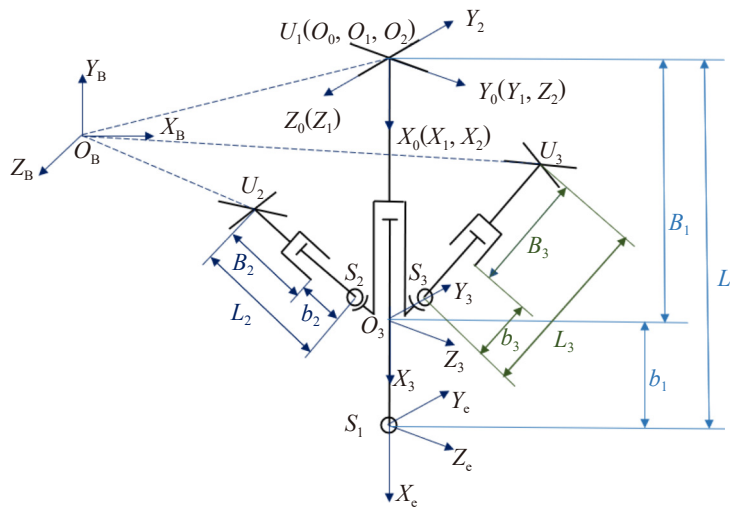


图 2 单腿坐标系示意图  
Fig.2 Schematic diagram of the single-legged coordinate system

体质心,以该点为原点建立着陆器机体质心坐标系;  $U_1$  点为悬臂腿主支杆与机体的连接点,与胡克铰 1 的质心重合,以  $U_1$  点为原点,建立基座坐标系  $\{O_0\}$ ,其中  $Z_0$  轴沿胡克铰转轴方向,  $X_0$  轴垂直于机体侧面,向外为正。坐标系  $\{O_0\}$  绕  $Z_0$  轴旋转角度  $\theta_1$  得到坐标系  $\{O_1\}$ ; 坐标系  $\{O_1\}$  在绕  $X_1$  轴旋转  $-\pi/2$  之后,再绕  $Z_1$  轴旋转角度  $\theta_2$  得到坐标系  $\{O_2\}$ ; 将坐标系  $\{O_2\}$  沿  $X_2$  轴平移  $B_1$  (主支杆固定部分长度) 得到坐标系  $\{O_3\}$ ; 将坐标系  $\{O_3\}$  沿  $X_3$  轴平移  $b_1$  (主支杆伸缩部分长度) 得到坐标系  $\{O_4\}$ 。主支杆总长度  $L_1$  为  $B_1$  和  $b_1$  之和,左右辅助支杆总长度分别记为  $L_2$  和  $L_3$ ,固定部分的长度为  $B_2$  和  $B_3$ ,伸缩部分的长度为  $b_2$  和  $b_3$  (为了避免图线交叉重叠,用不同颜色的直线表示)。 $U_2$  点、 $U_3$  点是并联腿左右辅助支杆与机体的连接点,分别与胡克铰 2 和胡克铰 3 的质心重合,  $S_2$  点和  $S_3$  点分别为球铰中心。参照主支杆的 D-H 建系过程,将坐标系  $\{O_3\}$  平移,在球铰中心  $S_2$  和  $S_3$  分别建立坐标系  $\{O_{S2}\}$  和  $\{O_{S3}\}$ 。

## 2.1 单腿运动学分析

根据关节运动参数,用 D-H 法推导连杆坐标系之间的变换矩阵,进行正逆运动学的求解。用  $T_{i+1,i}(i=0,1,2,3)$  表示坐标系  $\{O_{i+1}\}$  到坐标系  $\{O_i\}$  的变换矩阵<sup>[17]</sup>,依次表示为:

$$\begin{aligned} T_{1,0} &= \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; T_{2,1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ T_{3,2} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & B_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; T_{4,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

坐标系  $\{O_4\}$  到坐标系  $\{O_0\}$  的变换矩阵  $T_{4,0}$  可以表示为

$$T_{4,0} = T_{1,0} T_{2,1} T_{3,2} T_{4,3} \quad (2)$$

根据式 (1) ~ (2), 可求出腿足机构末端  $S_1$  在坐标系  $\{O_0\}$  中  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向上的坐标  $A_x$ 、 $A_y$ 、 $A_z$ :

$$\begin{cases} A_x = (B_1 + b_1) \cos\theta_1 \cos\theta_2 \\ A_y = (B_1 + b_1) \sin\theta_1 \cos\theta_2 \\ A_z = -(B_1 + b_1) \sin\theta_2 \end{cases} \quad (3)$$

然后,根据式 (2) ~ (3), 可求得运动学逆解为

$$\begin{cases} \theta_1 = \arctan \frac{A_y}{A_x} \\ \theta_2 = \arctan \left( \frac{-A_z \cos\theta_1}{A_x} \right) \\ b_1 = \frac{-A_z}{\sin\theta_2} - B_1 \end{cases} \quad (4)$$

## 2.2 映射

在对主支杆进行运动学分析后,结合着陆腿结构和运动特性,对两辅助支杆进行运动学分析,求解其在主支杆运动过程中的映射运动状态,即辅助支杆伸缩量和关节角度。

如图 2 中所示,设  $S_2$ 、 $S_3$  在  $\{O_3\}$  坐标系中的位置为  $(x_2, y_2, z_2)$ 、 $(x_3, y_3, z_3)$ ,在  $\{O_0\}$  坐标系中的位置为  $(x_{S2}, y_{S2}, z_{S2})$ 、 $(x_{S3}, y_{S3}, z_{S3})$ ;  $U_2$ 、 $U_3$  在  $\{O_0\}$  中位置分别为  $(x_{U2}, y_{U2}, z_{U2})$ 、 $(x_{U3}, y_{U3}, z_{U3})$ 。

从坐标系  $\{O_{S2}\}$ 、 $\{O_{S3}\}$  到坐标系  $\{O_3\}$  的变换矩阵  $T_{S2,3}$  和  $T_{S3,3}$  分别为:

$$T_{S2,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_2 \\ 0 & 1 & 0 & y_2 \\ 0 & 0 & 1 & z_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; T_{S3,3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_3 \\ 0 & 1 & 0 & y_3 \\ 0 & 0 & 1 & z_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

从坐标系  $\{O_{S_2}\}$  到坐标系  $\{O_0\}$  的变换矩阵  $T_{S_2,0}$  可以表示为

$$T_{S_2,0} = T_{1,0}T_{2,1}T_{3,2}T_{S_2,3} = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 \cos\theta_2 & -\cos\theta_1 \sin\theta_2 & -\sin\theta_1 & x_{S_2} \\ \sin\theta_1 \cos\theta_2 & -\sin\theta_1 \sin\theta_2 & \cos\theta_1 & y_{S_2} \\ -\sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & z_{S_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

从矩阵  $T_{S_2,0}$  的表达式可知, 坐标系  $\{O_{S_2}\}$  的原点  $S_2$  在坐标系  $\{O_0\}$  中坐标为

$$\begin{bmatrix} x_{S_2} \\ y_{S_2} \\ z_{S_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \cos\theta_1 \cos\theta_2 + x_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2 - y_2 \cos\theta_1 \sin\theta_2 - z_2 \sin\theta_1 \\ B_1 \sin\theta_1 \cos\theta_2 + x_2 \sin\theta_1 \cos\theta_2 - y_2 \sin\theta_1 \sin\theta_2 + z_2 \cos\theta_1 \\ -B_1 \sin\theta_2 - x_2 \sin\theta_2 + y_2 \cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

从坐标系  $\{O_{S_3}\}$  到坐标系  $\{O_0\}$  的变换矩阵  $T_{S_3,0}$  可以表示为

$$T_{S_3,0} = T_{1,0}T_{2,1}T_{3,2}T_{S_3,3} = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 \cos\theta_2 & -\cos\theta_1 \sin\theta_2 & -\sin\theta_1 & x_{S_3} \\ \sin\theta_1 \cos\theta_2 & -\sin\theta_1 \sin\theta_2 & \cos\theta_1 & y_{S_3} \\ -\sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & z_{S_3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

从矩阵  $T_{S_3,0}$  的表达式可知, 坐标系  $\{O_{S_3}\}$  的原点  $S_3$  在坐标系  $\{O_0\}$  中坐标为

$$\begin{bmatrix} x_{S_3} \\ y_{S_3} \\ z_{S_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \cos\theta_1 \cos\theta_2 + x_3 \cos\theta_1 \cos\theta_2 - y_3 \cos\theta_1 \sin\theta_2 - z_3 \sin\theta_1 \\ B_1 \sin\theta_1 \cos\theta_2 + x_3 \sin\theta_1 \cos\theta_2 - y_3 \sin\theta_1 \sin\theta_2 + z_3 \cos\theta_1 \\ -B_1 \sin\theta_2 - x_3 \sin\theta_2 + y_3 \cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

结合  $U_2$ ,  $U_3$  在坐标系  $\{O_0\}$  中的位置坐标  $(x_{U_2}, y_{U_2}, z_{U_2})$ ,  $(x_{U_3}, y_{U_3}, z_{U_3})$ , 两个辅助支杆的伸缩量  $b_2$ 、 $b_3$  可分别表示为:

$$b_2 = \sqrt{(x_{S_2} - x_{U_2})^2 + (y_{S_2} - y_{U_2})^2 + (z_{S_2} - z_{U_2})^2} - B_2 \quad (10)$$

$$b_3 = \sqrt{(x_{S_3} - x_{U_3})^2 + (y_{S_3} - y_{U_3})^2 + (z_{S_3} - z_{U_3})^2} - B_3 \quad (11)$$

### 3 动力学建模

动力学研究将腿足机构的驱动力和运动联系起来<sup>[18]</sup>, 常用的动力学建模方法有牛顿-欧拉法、拉格朗日法和虚功原理等。拉格朗日法和虚功原理是从能量角度对机构整体进行动力学分析, 而牛顿-欧拉法则是对机构各个关节受力进行递推分析。为研究着陆器在运动过程中各个关节的受力情况与运动轨迹的关系, 基于图 2 中所示关节坐标系, 采用牛顿-欧拉法建立着陆器整机的全状态动力学模型。

为了计算腿足机构各连杆受力, 需要先求出各连杆的角速度、角加速度和连杆质心的线加速度等结果。对于主支杆中的两个杆件, 与机体铰接的连杆记为连杆 1, 连杆 1 质量为  $m_{L1}$ , 与坐标系  $\{O_2\}$  固连; 与足垫相连伸缩部分记为连杆 2, 连杆 2 质量为  $m_{L2}$ , 与坐标系  $\{O_3\}$  固连。在坐标系  $\{O_2\}$  中连杆 1 的质心坐标为  $\mathbf{r}_{c1}$ ,  $\mathbf{r}_{c1} = [x_{c1} \ y_{c1} \ z_{c1}]^T$ , 其对于  $O_2$  点的惯性张量记为  $\mathbf{I}_{L1}$ ; 在坐标系  $\{O_3\}$  中, 连杆 2 的质心坐标为  $\mathbf{r}_{c2}$ ,  $\mathbf{r}_{c2} = [x_{c2} \ y_{c2} \ z_{c2}]^T$ , 其对于自身质心的惯性张量记为  $\mathbf{I}_{L2}$ 。

#### 3.1 摆动相

当着陆器处于摆动相时机体静止, 3 条腿处于支撑状态, 1 条腿处于摆动状态。首先要计算连杆或者坐标系的运动学参数, 包括角速度、角加速度、连杆质心或者坐标系原点的线加速度等。从摆动腿固定端开始推导, 将重力因素考虑在内, 基座坐标系  $\{O_0\}$  原点处的角速度  $\boldsymbol{\omega}_{00}$ 、角加速度  $\dot{\boldsymbol{\omega}}_{00}$ 、原点的线加速度  $\dot{\mathbf{v}}_{00}$  分别为

$$\boldsymbol{\omega}_{00} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

$$\dot{\omega}_{00} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

$$\dot{v}_{00} = g \begin{bmatrix} \sin \theta_0 & -\cos \theta_0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

式中  $\theta_0$  为坐标系  $\{O_0\}$  中  $Y_0$  轴的正方向与重力方向夹角, 数值取  $21^\circ$ ;  $g$  为着陆器所在星体表面的重力加速度。

为了求得连杆 1 的运动参数, 需先求得与连杆 1 固连的坐标系  $\{O_2\}$  的角速度、角加速度和坐标系原点的线加速度。坐标系之间速度和加速度的变换需要通过坐标系变换矩阵, 为了方便运算, 将坐标系变换矩阵转化为如下的三阶形式:

$$T_{1,0} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; T_{2,1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

由运动学分析中各坐标系的建立过程可知, 坐标系  $\{O_0\}$  绕  $Z_0$  轴旋转角度  $\theta_1$  得到坐标系  $\{O_1\}$ , 坐标系  $\{O_1\}$  的角速度  $\omega_{01}$ 、角加速度  $\dot{\omega}_{01}$  和坐标系原点的线加速度  $\dot{v}_{01}$  分别为:

$$\omega_{01} = \dot{\theta}_1 \hat{Z} \quad (16)$$

$$\dot{\omega}_{01} = \ddot{\theta}_1 \hat{Z} \quad (17)$$

$$\dot{v}_{01} = T_{0,1} \dot{v}_{00} \quad (18)$$

式中  $\hat{Z} = [0 \ 0 \ 1]^T$ ;  $\dot{\theta}_1$  和  $\ddot{\theta}_1$  分别为  $\theta_1$  的导数和二次导数。

坐标系  $\{O_1\}$  经过旋转变换后得到坐标系  $\{O_2\}$ , 两次旋转的角度分别为  $\theta_2$  和  $-\pi/2$ , 经计算可得坐标系  $\{O_2\}$  的运动参数。坐标系  $\{O_2\}$  与连杆 1 固连, 二者的角速度和角加速度相同, 坐标系原点  $O_2$  的线加速度即是连杆 1 固定端的线加速度。因此连杆 1 的角速度  $\omega_{L1}$ 、角加速度  $\dot{\omega}_{L1}$  和连杆质心的线加速度  $\dot{v}_{c1}$  分别为可以表示为:

$$\omega_{L1} = T_{1,2} \omega_{01} + \dot{\theta}_2 \hat{Z} \quad (19)$$

$$\dot{\omega}_{L1} = T_{1,2} \dot{\omega}_{01} + T_{1,2} \omega_{01} \times \dot{\theta}_2 \hat{Z} + \ddot{\theta}_2 \hat{Z} \quad (20)$$

$$\dot{v}_{c1} = \dot{\omega}_{L1} \times r_{c1} + \omega_{L1} \times (\omega_{L1} \times r_{c1}) + \dot{v}_{01} \quad (21)$$

式中  $\dot{\theta}_2$  和  $\ddot{\theta}_2$  分别为  $\theta_2$  的导数和二次导数。

再计算连杆 1 所受的惯性力和惯性力矩。根据牛顿方程可知, 连杆 1 在质心处的惯性力  $F_{L1}$  为

$$F_{L1} = m_{L1} \dot{v}_{c1} \quad (22)$$

根据欧拉方程, 连杆 1 对于固定端点处的惯性力矩  $N_{L1}$  为

$$N_{L1} = I_{L1} \dot{\omega}_{L1} + \omega_{L1} \times I_{L1} \omega_{L1} \quad (23)$$

然后分析连杆 2, 连杆 2 相对连杆 1 做平移运动, 相对速度为  $\dot{b}_1$ 。为了求得连杆 2 所受惯性力和惯性力矩, 首先需计算连杆 2 的角速度  $\omega_{L2}$ 、角加速度  $\dot{\omega}_{L2}$  和连杆质心的线加速度  $\dot{v}_{c2}$ , 见式 (24) ~ (26)。由于连杆 2 与连杆 1 通过移动关节进行相对运动, 因此还需要补充连杆 2 与移动关节重叠位置的加速度  $\dot{v}_{L2}$  (见式 (27))。

$$\omega_{L2} = \omega_{L1} \quad (24)$$

$$\dot{\omega}_{L2} = \dot{\omega}_{L1} \quad (25)$$

$$\dot{v}_{c2} = \dot{\omega}_{L2} \times r_{c2} + \omega_{L2} \times (\omega_{L2} \times r_{c2}) + \dot{v}_{L2} \quad (26)$$

$$\dot{v}_{L2} = \dot{v}_{L1} + \dot{\omega}_{L1} \times p_{2,3} + \omega_{L1} \times (\omega_{L1} \times p_{2,3}) + 2\omega_{L2} \times \dot{b}_1 \hat{X} + \ddot{b}_1 \hat{X} \quad (27)$$

式中  $\ddot{b}_1$  是关节位移的加速度;  $\hat{\boldsymbol{x}}$  是滑动关节平移方向向量;  $\boldsymbol{p}_{2,3}$  是坐标系  $\{O_2\}$  原点到连杆坐标系  $\{O_3\}$  原点的位置向量。

根据牛顿方程和欧拉方程, 可以得到连杆 2 在质心处的惯性力  $\boldsymbol{F}_{L2}$  与惯性力矩  $\boldsymbol{N}_{L2}$  分别为:

$$\boldsymbol{F}_{L2} = m_{L2}\dot{\boldsymbol{v}}_{c2} \quad (28)$$

$$\boldsymbol{N}_{L2} = \boldsymbol{I}_{L2}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{L2} + \boldsymbol{\omega}_{L2} \times \boldsymbol{I}_{L2}\boldsymbol{\omega}_{L2} \quad (29)$$

着陆器在行走过程中单腿受力情况如图 3 所示。主支杆包括连杆 1 和连杆 2, 相应的两条辅助支杆分别由连杆 3 和连杆 4、连杆 5 和连杆 6 组成, 连杆 1、连杆 3、连杆 5 的端点受基座作用力分别记为  $\boldsymbol{F}_{J1}$ 、 $\boldsymbol{F}_{J2}$ 、 $\boldsymbol{F}_{J3}$ 。将连杆  $i$  对连杆  $j$  的作用力和力矩分别记为  $\boldsymbol{F}_{ij}$  和  $\boldsymbol{M}_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , 表示连杆编号), 力  $\boldsymbol{F}_{ij}$  对一点的力矩记为  $\boldsymbol{M}_{Fij}$ ; 足端力 (足端除重力以外的作用力) 记为  $\boldsymbol{F}_e$ 。本章动力学分析目的是求出各关节作用力, 不考虑摩擦因素, 这些作用力包括  $\boldsymbol{F}_{J1}$ 、 $\boldsymbol{F}_{J2}$ 、 $\boldsymbol{F}_{J3}$  以及  $\boldsymbol{F}_{12}$ 、 $\boldsymbol{F}_{34}$ 、 $\boldsymbol{F}_{56}$ 。

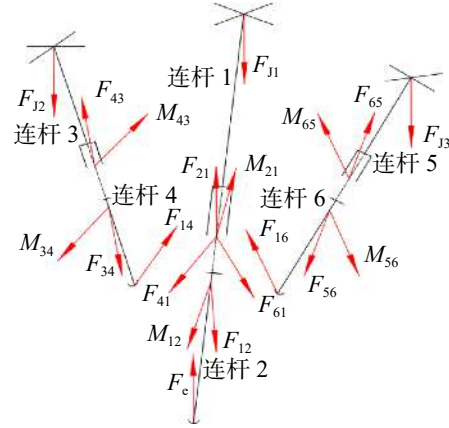


图 3 单腿受力示意

Fig.3 Schematic diagram of the force on a single leg

对于摆动腿, 足端没有外部作用力,  $\boldsymbol{F}_e$  的数值为 0, 即

$$\boldsymbol{F}_e = [0 \ 0 \ 0]^T \quad (30)$$

对连杆 2 进行受力分析 (见图 3), 可得出其质心处的受力和力矩具有如下关系:

$$\boldsymbol{F}_e + \boldsymbol{F}_{12} = \boldsymbol{F}_{L2} \quad (31)$$

$$\boldsymbol{M}_{Fe} + \boldsymbol{M}_{12} + \boldsymbol{M}_{F12} = \boldsymbol{N}_{L2} \quad (32)$$

式中  $\boldsymbol{M}_{Fe}$  为足端力  $\boldsymbol{F}_e$  对连杆 2 质心的力矩。

再分析连杆 1, 可以得到力平衡方程为

$$\boldsymbol{F}_{J1} + \boldsymbol{F}_{21} + \boldsymbol{F}_{41} + \boldsymbol{F}_{61} = \boldsymbol{F}_{L1} \quad (33)$$

为了求解式 (33), 对左右两个辅助支杆进行分析。参照前文主支杆的运动分析过程, 推导辅助支杆的运动学参数。图 3 中左侧辅助支杆 (由连杆 3 和连杆 4 组成) 的关节转角分别记为  $\theta_3$  和  $\theta_4$ , 右侧辅助支杆 (由连杆 5 和连杆 6 组成) 的关节转角分别记为  $\theta_5$  和  $\theta_6$ 。参照式 (4) 所示的主支杆逆运动学结论公式, 通过  $S_2$  和  $S_3$  在各自基座坐标系中的位置, 可分别求得两个辅助支杆的关节转角。

参照主支杆的关节坐标系, 可以用同样的方法建立左侧辅助支杆 (由连杆 3 和连杆 4 组成) 的关节坐标系。将重力因素考虑在内, 进行连杆 3 和连杆 4 的速度和加速度的正向推导。通过牛顿方程和欧拉方程可以得到连杆 3 所受惯性力  $\boldsymbol{F}_{L3}$  和惯性力矩  $\boldsymbol{N}_{L3}$ , 以及连杆 4 所受惯性力  $\boldsymbol{F}_{L4}$  和惯性力矩  $\boldsymbol{N}_{L4}$ 。

对连杆 3 进行受力分析, 在质心处可以得出力平衡方程为

$$\boldsymbol{F}_{J2} + \boldsymbol{F}_{43} = \boldsymbol{F}_{L3} \quad (34)$$

在实际运动过程中, 力  $\boldsymbol{F}_{J2}$  的作用点并不在连杆 3 的中轴线的延长线上, 设该作用点沿连杆转轴到质心的距离为  $c$ , 这里将其处理为作用于轴线的力  $\boldsymbol{F}_{J2}$  和力矩  $\boldsymbol{M}_{J2}$ , 其中将力  $\boldsymbol{F}_{J2}$  的分量分别记为  $F_{J2x}$ 、 $F_{J2y}$ 、 $F_{J2z}$ , 则  $\boldsymbol{F}_{J2} = [F_{J2x} \ F_{J2y} \ F_{J2z}]^T$ ,  $\boldsymbol{M}_{J2} = [-cF_{J2y} \ cF_{J2x} \ 0]^T$ 。因此, 在连杆 3 端点处的力矩平衡方程为

$$\boldsymbol{M}_{J2} + \boldsymbol{M}_{F43} + \boldsymbol{M}_{43} = \boldsymbol{N}_{L3} \quad (35)$$

再分析连杆4, 其质心处的力和力矩的平衡方程分别为:

$$\mathbf{F}_{14} + \mathbf{F}_{34} = \mathbf{F}_{L4} \quad (36)$$

$$\mathbf{M}_{34} + \mathbf{M}_{F34} + \mathbf{M}_{F14} = \mathbf{N}_{L4} \quad (37)$$

将式(35)与式(37)相加, 根据牛顿第三定律, 相互作用力矩 $\mathbf{M}_{34}$ 和 $\mathbf{M}_{43}$ 可抵消, 则简化后可得

$$\mathbf{M}_{J2} + \mathbf{M}_{F43} + \mathbf{M}_{F34} + \mathbf{M}_{F14} = \mathbf{N}_{L3} + \mathbf{N}_{L4} \quad (38)$$

牛顿-欧拉法动力学模型需要求得转动关节力 $\mathbf{F}_{J1}$ 、 $\mathbf{F}_{J2}$ 、 $\mathbf{F}_{J3}$ 以及移动关节力 $\mathbf{F}_{12}$ 、 $\mathbf{F}_{34}$ 、 $\mathbf{F}_{56}$ 。目前已有的方程不足以求解未知量, 为了求解各关节力, 单独分析与辅助支杆2相连接的胡克铰2。将胡克铰质量记为 $m_h$ , 胡克铰在自身固连坐标系中对于质心的惯性张量表示为矩阵形式, 记为 $\mathbf{I}_h$ ,  $\mathbf{I}_h = \text{diag}(I_{xh}, I_{yh}, I_{zh})$ ,  $I_{xh}$ 、 $I_{yh}$ 、 $I_{zh}$ 为惯性张量在坐标系3个坐标轴方向的分量。

在胡克铰2本身的固连坐标系中, 胡克铰质心处的惯性力和惯性力矩分别为:

$$\mathbf{F}_{h2} = m_h g \begin{bmatrix} \sin(\theta_0 - \theta_3) & -\cos(\theta_0 - \theta_3) & 0 \end{bmatrix}^T \quad (39)$$

$$\mathbf{N}_{h2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & I_{zh} \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix}^T \quad (40)$$

在胡克铰本身的固连坐标系中, 将连杆3对胡克铰2的作用力矩记为 $\mathbf{M}_{lh2}$ , 坐标轴 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 方向上的分量分别为 $m_{lh2x}$ 、 $m_{lh2y}$ 、 $m_{lh2z}$ , 所以 $\mathbf{M}_{lh2} = [m_{lh2x} \ m_{lh2y} \ m_{lh2z}]^T$ 。结合胡克铰受力特点, 可知 $m_{lh2z} = I_{zh} \ddot{\theta}_3$ 。胡克铰2对连杆3的作用力矩为 $-\mathbf{M}_{lh2}$ , 将该力矩变换到连杆3的固连坐标系中, 在忽略胡克铰的情况下,  $\mathbf{M}_{J2}$ 可以表示为

$$\mathbf{M}_{J2} = \begin{bmatrix} -t_4 m_{lh2x} - t_3 I_{zh} \ddot{\theta}_3 \\ -t_3 m_{lh2x} - t_4 I_{zh} \ddot{\theta}_3 \\ -m_{lh2y} \end{bmatrix} \quad (41)$$

式中  $t_3 = \sin \theta_4 / (\cos^2 \theta_4 - \sin^2 \theta_4)$ ,  $t_4 = \cos \theta_4 / (\cos^2 \theta_4 - \sin^2 \theta_4)$ 。

联立式(34)、(38)及式(41), 求解关节力 $\mathbf{F}_{J2}$ 、 $\mathbf{F}_{14}$ 、 $\mathbf{F}_{34}$ 。

对于辅助支杆3(由连杆5和连杆6组成)用同样的力学分析方法, 求得关节力 $\mathbf{F}_{J3}$ 、 $\mathbf{F}_{16}$ 及 $\mathbf{F}_{56}$ , 根据牛顿第三定律, 求得 $\mathbf{F}_{14}$ 和 $\mathbf{F}_{16}$ 的反作用力 $\mathbf{F}_{41}$ 和 $\mathbf{F}_{61}$ , 代入式(33), 求解 $\mathbf{F}_{J1}$ 。

所求得的 $\mathbf{F}_{J1}$ 、 $\mathbf{F}_{J2}$ 、 $\mathbf{F}_{J3}$ 以及 $\mathbf{F}_{12}$ 、 $\mathbf{F}_{34}$ 、 $\mathbf{F}_{56}$ 的表达式即为动力学模型, 由于具体计算过程过于繁复, 这里不做展示。

### 3.2 支撑相

机体前移过程中, 四足支撑点不变, 质心向前移动, 这个运动过程中着陆器腿足机构可简化为图4所示形式。其中,  $A_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ )为着陆器四足支撑点,  $H_i$ 为着陆腿与机体的铰接点,  $G$ 表示重心。

以初始时刻质心在地面的投影为原点建立地面坐标系 $\{O_g\}$ , 坐标系 $Z$ 轴正方向与前进方向一致。

同样, 采用单腿的动力学分析方法分别在4个铰接点 $H_i$ 处建立4条腿的基座坐标系。此时作为腿足机构末端的 $A_i$ 相对于 $H_i$ 运动, 以 $A_i$ 在基座坐标系中的坐标作为输入, 参照式(4)分别求解4条腿的关节运动参数。参考单腿的动力学分析过程, 分别用牛顿-欧拉法进行4条腿的动力学分析, 以足端受

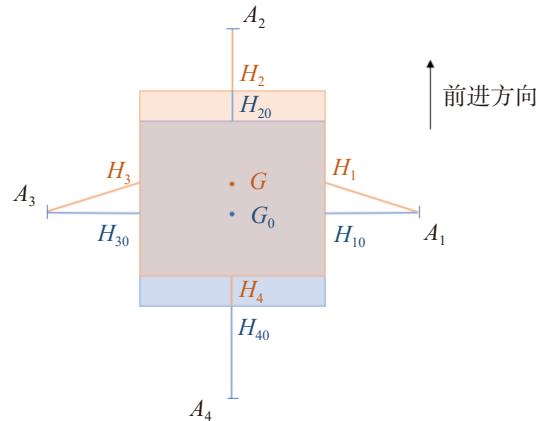


图4 机体质心位移示意  
Fig.4 Schematic diagram of the displacement of the body's center of mass



力为输入, 求解 4 条腿在机体质心位移过程中的关节力和力矩。

用牛顿-欧拉法得到的着陆器动力学模型, 可以获得着陆器一个行走周期内所有关节处的受力和力矩, 作为后续能耗模型建立和优化的基础。根据着陆器行走过程中关节受力和关节能耗, 可以进行着陆器构件的强度校核, 并选择最优的关节驱动电机, 保证着陆器稳定地行走。

## 4 动力学模型仿真和验证

着陆器在支撑相和摆动相的动力学求解过程均是以腿足机构末端力为外部输入, 递推各运动关节受力。为了验证动力学模型, 需要为着陆器腿足机构设计一段运动轨迹进行仿真。在完成仿真之后, 测量运动过程中的关节力, 将理论计算结果与虚拟样机仿真结果进行比较, 验证模型在能耗优化中的有效性。

用 5 次样条插值法规划着陆器在水平地面上单腿向前迈步 (见图 5) 的足端轨迹, 设计步长为 100 mm, 步高为 50 mm, 迈步时间为 100 s, 腿足机构在运动轨迹的起点和终点时速度为 0。为了保证腿足机构具有一定越障能力, 同时设定在时间为 20 s 时, 足端高度为 20 mm; 在时间为 40 s 时, 足端高度为 50 mm; 在时间为 80 s 时, 足端高度为 20 mm。用轨迹上的 5 个定点坐标, 进行 5 次多项式插值, 得到轨迹曲线。足端轨迹曲线在  $x$ - $y$  平面上的具体图形如图 6 所示。着陆器单腿向前迈步, 足端  $A_i$  沿所规划的足端轨迹前移。

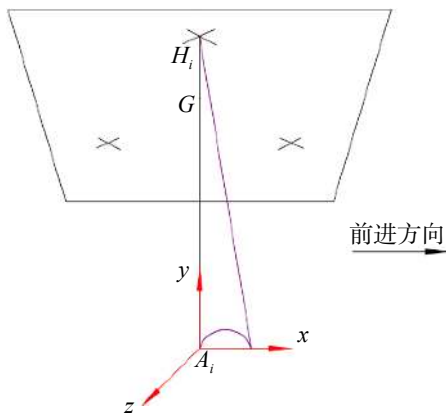


图 5 单腿迈步示意

Fig.5 Foot end trajectory design

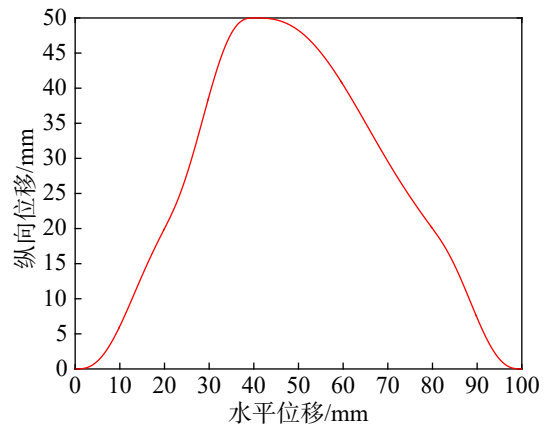


图 6 足端轨迹规划

Fig.6 Schematic diagram of a one-legged step

采集 400 个足端轨迹上各点的二维坐标数据, 通过几何关系得到运动过程中机构末端  $S_1$  坐标 ( $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$ ) 的一组取值。根据式 (4), 可以得到腿足机构上关节的位移量  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  和  $b_1$  的取值。以  $\theta_1$ 、 $\theta_2$  和  $b_1$  作为输入, 根据章节 2 的运动学分析获得两个辅助支杆在运动过程中各个关节的一系列关节位置数值。用微分法对每组离散数值求导, 得到腿足机构中各关节的速度和加速度。此时这些关节运动数据均为  $400 \times 1$  的向量形式, 代入 3.1 节建立的牛顿-欧拉动力学理论模型, 用理论模型计算得出腿足机构各关节所受力的一系列取值, 由此即可得出对应以上足端轨迹的着陆器各关节受力情况的变化曲线。

同时运用 ADAMS 软件建立着陆器的虚拟样机模型, 并添加关约束。设置水平地面和重力加速度  $g$ , 使着陆器的 3 条支撑腿落在地面上的位置保持不变。为着陆器的摆动腿规划图 6 所示足端运动轨迹, 进行四足着陆器虚拟样机的运动仿真, 采集着陆器摆动腿在相同轨迹下各关节的受力数据曲线, 与通过理论模型计算出的结果进行对比验证。图 7~9 展示了连杆 1、3、5 在移动关节处的作用力在连杆固连坐标系中  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的变化曲线。

在运动过程中着陆器腿足机构由移动关节驱动, 腿足机构中的移动关节是驱动关节。按照腿足机构

各支杆的坐标系设计，关节驱动力会沿  $x$  轴，而不考虑摩擦的关节能耗与关节驱动力相关。由图 7~9 所示结果可以看出，与虚拟样机仿真结果相比，在  $y$  方向和  $z$  方向上，由于腿足机构几何形状、摩擦力和碰撞的影响，动力学模型计算的结果存在数值上的误差；在  $x$  方向，即驱动关节驱动的方向，理论计算结果具有与仿真结果近似的趋势和数值，在后续能耗模型建立和优化工作中可以起到有效作用。

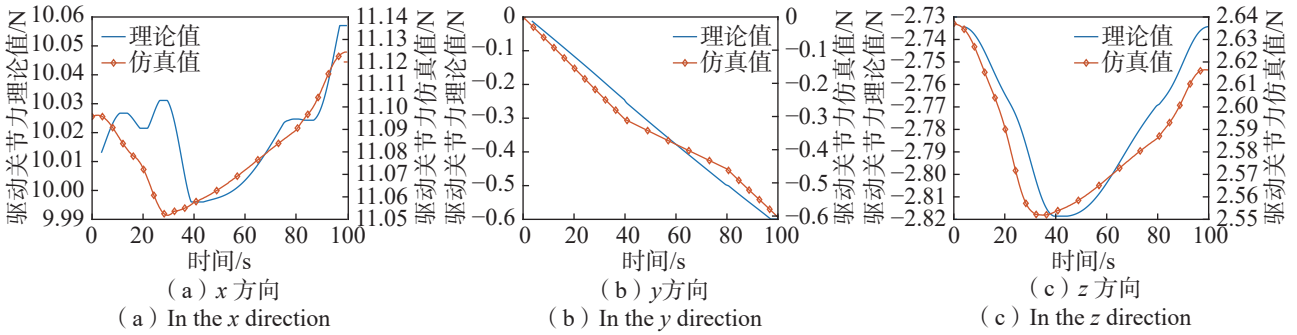


图 7 连杆 1 驱动关节力理论值与仿真值对比

Fig.7 Comparison between the theoretical value and the simulated value of the driving joint force of the connecting rod 1

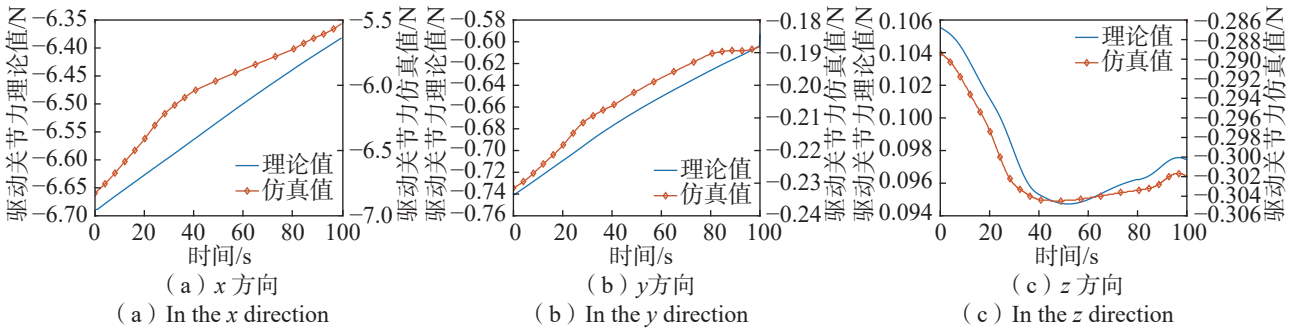


图 8 连杆 3 驱动关节力理论值与仿真值对比

Fig.8 Comparison between the theoretical value and the simulated value of the driving joint force of the connecting rod 3

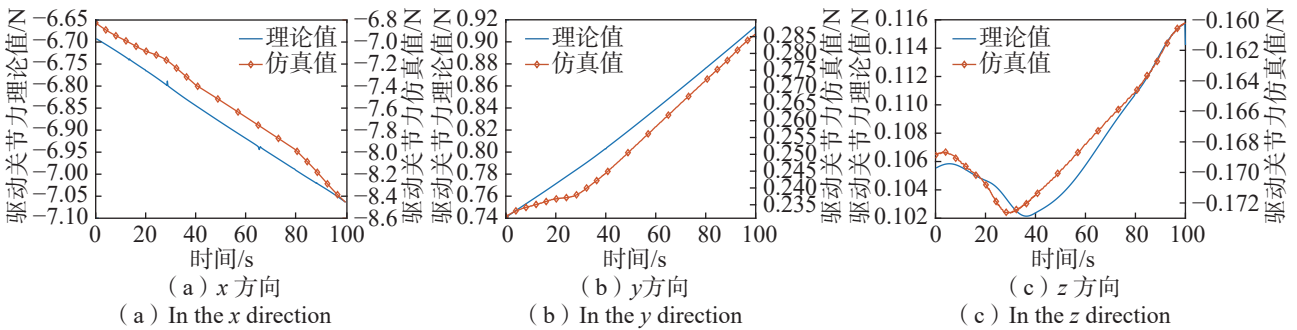


图 9 连杆 5 驱动关节力理论值与仿真值对比

Fig.9 Comparison between the theoretical value and the simulated value of the driving joint force of the connecting rod 5

## 5 结束语

本文设计了一种悬臂式四足可行走着陆器构型，在着陆器运动学模型基础上，采用牛顿-欧拉递推方法进行着陆器行走过程的动力学分析与建模。通过虚拟样机仿真结果与理论计算结果的对比，验证了动力学模型的有效性。所建立的动力学模型，可获得着陆器每个关节的受力情况。在此基础上，可以继续

深入研究,结合关节摩擦力模型,建立指定关节的能耗模型和整机行走的能耗模型。而在着陆器的行走能耗中,运动步态是影响能耗的重要因素之一<sup>[19]</sup>,后续可以选择优化算法,进行着陆器行走轨迹的优化,得到着陆器行走的能耗最优轨迹<sup>[20]</sup>。

#### 参考文献 (References)

- [1] 叶培建,彭兢.深空探测与我国深空探测展望[J].中国工程科学,2006,8(10):13-18.  
YE Peijian, PENG Jing. Deep Space Exploration and the Prospect of Deep Space Exploration in China[J]. Engineering Science, 2006, 8(10): 13-18. (in Chinese)
- [2] 崔平远,张成宇,朱圣英,等.小天体柔性附着技术[J].宇航学报,2023,44(6):805-816.  
CUI Pingyuan, ZHANG Chengyu, ZHU Shengying, et al. Flexible Attachment Technology of Small Celestial Bodies[J]. Journal of Astronautics, 2023, 44(6): 805-816. (in Chinese)
- [3] 杨艳静,樊世超,张俊刚,等.未来月球及深空探测中的动力学环境问题[J].航天器环境工程,2019,36(6):622-628.  
YANG Yanjing, FAN Shichao, ZHANG Jungang, et al. Dynamic Environmental Problems in Future Lunar and Deep Space Exploration[J]. Spacecraft Environmental Engineering, 2019, 36(6): 622-628. (in Chinese)
- [4] 约翰·克雷格.机器人学导论[M].负超,王伟,译.北京:机械工业出版社,2018.  
CRAIG J J. Introduction to Robotics[M]. YUN Chao, WANG Wei, Translated. Beijing: China Machine Press, 2018. (in Chinese)
- [5] 富立,胡鸿奎,富腾.多体系统接触碰撞问题的牛顿-欧拉线性互补方法[J].力学学报,2017,49(5):1115-1125.  
FU Li, HU Hongkui, FU Teng. Newton-Euler Linear Complementarity Method for Contact Collision Problem of Multibody System[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, 49(5): 1115-1125. (in Chinese)
- [6] 毛嘉炜.空间柔性机械臂动力学特性研究[D].长春:中国科学院大学(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所),2022.  
MAO Jiawei. Research on Dynamic Characteristics of Space Flexible Manipulator[D]. Changchun: University of Chinese Academy of Sciences (Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences), 2022.
- [7] NOSOVA N Y, MISYURIN S Y. Dynamics of a Parallel Mechanism of the Orthoglide Type with Three Degrees of Freedom: Frequency Analysis[J]. *Procedia Computer Science*, 2022, 213: 703-712.
- [8] 黄俊杰,王鹏霏,张博文,等.执行器故障下的3-PRS并联机器人动力学分析[J].机械设计,2022,39(11):7-16.  
HUANG Junjie, WANG Pengfei, ZHANG Bowen, et al. Dynamics Analysis of 3-PRS Parallel Robot under Actuator Fault[J]. Mechanical Design, 2022, 39(11): 7-16. (in Chinese)
- [9] 吴璞,王宗彦,何晓,等.基于螺旋理论的高速并联机器人动力学分析[J].机械传动,2021,45(5):101-106.  
WU Pu, WANG Zongyan, HE Xiao, et al. Dynamic Analysis of High-speed Parallel Robot Based on Spiral Theory[J]. Mechanical Transmission, 2021, 45(5): 101-106. (in Chinese)
- [10] 柴馨雪,杨泳,徐灵敏,等.2-UPR-RPU并联机器人的动力学建模与性能分析[J].机械工程学报,2020,56(13):110-119.  
CHAI Xinxue, YANG Yong, XU Lingmin, et al. Dynamic Modeling and Performance Analysis of 2-UPR-RPU Parallel Robot[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(13): 110-119. (in Chinese)
- [11] 梁国星,梁宇航,李志利,等.基于牛顿-欧拉动力学方程的人体下肢动力学分析[J].航天医学与医学工程,2017,30(6):411-417.  
LIANG Guoxing, LIANG Yuhang, LI Zhili, et al. Dynamics Analysis of Human Lower Limbs Based on Newton-Euler Kinetic Equation[J]. Aerospace Medicine and Medical Engineering, 2017, 30(6): 411-417. (in Chinese)
- [12] 田波,王尧尧,朱康武,等.绳驱动机械臂动力学建模及ADAMS仿真研究[J].机电工程,2019,36(8):803-808.  
TIAN Bo, WANG Yaoyao, ZHU Kangwu, et al. Dynamic Modeling and ADAMS Simulation Research of Rope-driven Manipulator[J]. Mechanical and Electrical Engineering, 2019, 36(8): 803-808. (in Chinese)
- [13] SCAGLIONI B, BASCETTA L, BAUR M, et al. Closed-form Control Oriented Model of Highly Flexible Manipulators[J]. Applied Mathematical Modelling, 2017, 52(12): 174-185.
- [14] HOU Y L, DENG Y J, ZENG D X. Dynamic Modeling and Properties Analysis of 3RSR Parallel Mechanism Considering Spherical Joint Clearance and Wear[J]. Journal of Central South University, 2021, 28(3): 712-727.
- [15] 贾山,周向华,陈金宝,等.缓冲/行走一体化着陆器运动学研究及步态规划[J].宇航学报,2021,42(4):467-476.

- JIA Shan, ZHOU Xianghua, CHEN Jinbao, et al. Kinematics and Gait Planning of Buffered/Walking Integrated Lander[J]. *Journal of Astronautics*, 2021, 42(4): 467-476. (in Chinese)
- [16] XIN G, DENG H, ZHONG G, et al. Hierarchical Kinematic Modelling and Optimal Design of a Novel Hexapod Robot with Integrated Limb Mechanism[J]. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2015, 12(9): 123-123.
- [17] 孔令富, 张世辉, 肖文辉, 等. 基于牛顿—欧拉方法的6-PUS并联机构刚体动力学模型[J]. *机器人*, 2004(5): 395-399.  
KONG Lingfu, ZHANG Shihui, XIAO Wenhui, et al. Rigid Body Dynamic Model of 6-PUS Parallel Mechanism Based on Newton-Euler Method[J]. *Robot*, 2004(5): 395-399. (in Chinese)
- [18] 王洪波, 王晓芸, 李珊珊, 等. 空间三自由度串并混联腿机构动力学建模[J]. *中国科技论文*, 2018, 13(10): 1148-1152.  
WANG Hongbo, WANG Xiaoyun, LI Shanshan, et al. Dynamic Modeling of Space-three-degree-of-freedom Series-parallel Hybrid Leg Mechanism[J]. *China Science & Technology Papers*, 2018, 13(10): 1148-1152. (in Chinese)
- [19] 佟振鸣. 移动式着陆探测机器人构型设计与行走规划研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2016.  
TONG Zhenming. Research on Configuration Design and Walking Planning of Mobile Landing Detection Robot[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2016. (in Chinese)
- [20] 雷静桃, 王峰, 俞焯颖. 四足机器人轨迹规划及移动能耗分析[J]. *机械设计与研究*, 2014, 30(1): 29-34.  
LEI Jingtao, WANG Feng, YU Huangying. Trajectory Planning and Mobile Energy Consumption Analysis of Quadruped Robot[J]. *Mechanical Design and Research*, 2014, 30(1): 29-34. (in Chinese)

#### 作者简介

冯盖亚, 女, 2000年生, 南京航空航天大学航天学院在读硕士研究生。主要研究方向是航天器结构与机构动力学。  
E-mail: [gaiafeng@nuaa.edu.cn](mailto:gaiafeng@nuaa.edu.cn)。

贾山, 男, 1983年生, 2016年获东南大学机械电子工程专业博士学位, 副教授。主要研究方向是深空星表探测机构技术、航天进入减速与着陆技术。E-mail: [jiashanazz@nuaa.edu.cn](mailto:jiashanazz@nuaa.edu.cn)。

(编辑: 夏淑密)