

# 费米动量对中能重离子碰撞椭圆流的影响

高波<sup>1,2</sup> 王永佳<sup>2</sup> 李庆峰<sup>2,3</sup> 李保春<sup>1</sup>

1(山西大学 物理电子工程学院 太原 030006)

2(湖州师范学院 理学院 湖州 313000)

3(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

**摘要** 椭圆流( $v_2$ )是利用重离子碰撞探究核物质性质最重要的观测量之一,它的大小除了受到动力学过程的影响外,还与初态核子的费米动量有关。基于极端相对论量子分子动力学(Ultrarelativistic Quantum Molecular Dynamics, UrQMD)模型,通过反向追踪反应末态处在中心快度区( $|y_0|<0.1$ )的核子的 $v_2$ 随时间的演化过程。探究初始时无费米动量、有费米动量和有一半费米动量对 $v_2$ 演化的影响。以束流能量为0.4A GeV和0.8A GeV、碰撞参数为6 fm的金与金(Au+Au)碰撞为例,计算结果表明有费米动量时中心快度区的核子数远多于无费米动量的情况,这是由于不考虑费米动量时,核子-核子碰撞数目减少而导致。而 $v_2$ 却表现出相反的效应,不考虑费米动量时的 $v_2$ 更大,因为旁观核子有更强的阻止效应。这表明核子动量的初始化需要在运输模型中细致考虑。

**关键词** 重离子碰撞, 费米动量, 椭圆流

**中图分类号** O571.6

**DOI:** 10.11889/j.0253-3219.2023.hjs.46.070501

## Influence of Fermi momentum on elliptic flow in heavy-ion collisions at intermediate energies

GAO Bo<sup>1,2</sup> WANG Yongjia<sup>2</sup> LI Qingfeng<sup>2,3</sup> LI Baochun<sup>1</sup>

1(School of Physics and Electronics Engineering, The Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

2(School of Science, Huzhou University, Huzhou 313000, China)

3(Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

**Abstract** [Background] Elliptic flow ( $v_2$ ) is one of the most important observations for exploring the properties of nuclear matter using heavy-ion collisions.  $v_2$  is not only affected by dynamic processes but is also related to the Fermi momentum of the initial nucleus. [Purpose] This study aims to quantitatively determine the effect of the initial Fermi momentum on the time evolution of  $v_2$ . [Methods] First, based on the Ultrarelativistic Quantum Molecular Dynamics (UrQMD) model, gold-gold (Au+Au) collisions at beam energies of 0.4A GeV and 0.8A GeV with impact parameter  $b = 6$  fm were simulated. In the initial stage, three cases were considered: without Fermi momentum, with Fermi momentum, and with half-Fermi momentum. Then, by reverse tracing the nucleons that were emitted at mid-rapidity ( $|y_0|<0.1$ ) throughout the reaction process, the time evolution of  $v_2$  for these traced nucleons was investigated in detail. Finally, the influence of the initial Fermi momentum on  $v_2$  of the nucleons in the mid-rapidity region in heavy-ion

国家自然科学基金(No. U2032145, No. 11875125)、国家重点研究开发计划(No. 2020YFE0202002)、山西省自然科学基金(No. 202103021224036)资助

第一作者: 高波, 男, 1995年出生, 2019年毕业于运城学院, 现为硕士研究生, 研究领域为重离子碰撞

通信作者: 王永佳, E-mail: wangyongjia@zjhu.edu.cn; 李庆峰, E-mail: liqf@zjhu.edu.cn

收稿日期: 2023-03-06, 修回日期: 2023-04-23

Supported by National Natural Science Foundation of China (No. U2032145, No. 11875125), the National Key Research and Development Program of China (No. 2020YFE0202002), Natural Science Foundation of Shanxi Province (No. 202103021224036)

First author: GAO Bo, male, born in 1995, graduated from Yuncheng University in 2019, master student, focusing on heavy-ion collisions

Corresponding author: WANG Yongjia, E-mail: wangyongjia@zjhu.edu.cn; LI Qingfeng, E-mail: liqf@zjhu.edu.cn

Received date: 2023-03-06, revised date: 2023-04-23

collisions at intermediate energies was examined. **[Results]** The yield of free nucleons calculated by considering the Fermi momentum was much larger than that obtained without the Fermi momentum, owing to the reduction in nucleon-nucleon collisions. However,  $v_2$  shows the opposite effect; it is obtained by considering that the Fermi momentum is much smaller than that in the latter case because of the stronger blocking effect of the spectator nucleons. **[Conclusions]** Our results indicate that the initialization of the nucleon momentum must be carefully considered in the transport model.

**Key words** Heavy-ion collision, Fermi momentum, Elliptic flow

核物质状态方程描述核子能量或者压强与核物质密度、同位旋不对称度等物理量的热力学关系,它是重离子碰撞领域关注的重要内容之一<sup>[1-4]</sup>。基于加速器装置的重离子实验,是地球上产生极端高温、高密核物质的唯一途径,因而成为研究核物质状态方程的最主要的手段之一<sup>[5-9]</sup>。由于重离子碰撞是十分复杂的非平衡动力学过程,且反应时间很快,产生的高密核物质存在的时间极短,因此,目前还不能通过实验直接测量核物质的相关性质<sup>[10-13]</sup>。重离子碰撞实验结合输运模型是目前提取核物质状态方程最常用的方法<sup>[14-17]</sup>。

集体流是从中能重离子碰撞提取核物质状态方程最重要的观测量之一,它表征的是粒子在碰撞过程中挤压膨胀后集体运动的情况<sup>[18-22]</sup>。由于其能够间接反映出重离子碰撞过程中产生高密核物质的相关信息,因此在理论和实验上都得到了广泛的研究。集体流有两种常见形式:直接流(或称横向流)和椭圆流(或称挤出流),它们可以通过对反映末态粒子在动量空间方位角分布进行傅立叶展开而得到。直接流( $v_1$ )反映了粒子在反应平面(由束流方向 $z$ 轴和碰撞参数所在的方向 $x$ 轴确定)内的集体运动,定义为  $v_1 \equiv \left\langle \frac{p_x}{p_t} \right\rangle = \langle \cos(\phi) \rangle$ ; 而椭圆流( $v_2$ )则反映粒子在出平面(垂直于反应平面,由 $x$ 轴和 $y$ 轴构成)的运动情况,定义为  $v_2 \equiv \left\langle \frac{p_x^2 - p_y^2}{p_t} \right\rangle = \langle \cos(2\phi) \rangle$ 。这里尖括号 $\langle \dots \rangle$ 表示对所有粒子求平均。 $v_1$ 和 $v_2$ 都与碰撞体系、碰撞参数、碰撞能量、粒子种类等因素有关。对于对称体系(弹核与靶核相同)的碰撞, $v_1$ 和 $v_2$ 都与快度  $y_z = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}$  和横动量  $p_t = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$  有关,且它们分别是快度的奇函数和偶函数。当粒子更倾向于在平面( $xoz$ 平面)出射时, $x$ 轴方向的动量较大, $v_1$ 随快度呈现单调递增的变化趋势,且其中心快度的斜率为正;当被挤压的核物质膨胀时受到旁观者(非重叠区域)的阻止,便会出现沿着出平面挤压的趋势,导致更多粒子更倾向于出平面出射( $xoy$ 平面), $y$ 轴方向的动量较大,此时 $v_2$ 在中心快度的值

为负值。 $v_1$ 随快度变化的斜率以及 $v_2$ 在中心快度区值的变化是实验和理论重点关注的对象。

$v_2$ 能够反映重离子碰撞中形成的高密核物质的性质,因此成为多个重离子碰撞能区重点研究的观测量之一<sup>[23-28]</sup>。基于我们之前的研究发现,通过定量地分析平均场和核子-核子碰撞对 $v_2$ 的贡献,发现初始时费米动量也可能对 $v_2$ 有一定的影响,因此分析有无费米动量对 $v_2$ 的影响是十分有必要<sup>[29]</sup>。在本工作中,基于极端相对论量子分子动力学(Ultrarelativistic Quantum Molecular Dynamics, UrQMD)模型,通过反向追踪反应末态处在中心快度区( $|y_0| < 0.1$ )的自由核子随时间的演化过程,探究初态原子核有无费米动量时对 $v_2$ 形成和演化的影响。

## 1 UrQMD模型

最早的UrQMD模型始于20世纪90年代的法兰克福大学<sup>[30]</sup>。在此基础上发展了一系列的版本,如级联模式(Cascade)、平均场(Mean-field)和C版本等。通过对UrQMD模型不断改进和完善,目前在UrQMD模型中可以考虑70种重子、39种介子以及它们的反粒子。它可以用来研究从费米能区到LHC(Large Hadron Collider)能区范围内的重离子碰撞反应。UrQMD模型主要包括初始化、平均场、碰撞项、碎片构建等几部分。在弹靶核的初始化中,主要是对参与重离子碰撞反应的核子进行坐标初始化和动量初始化。在原子核内核子坐标的初始化中,每个核子都被认为是具有一定宽度的高斯波包,并且高斯波包中心的坐标应在以半径 $R=1.12A^{1/3}$  fm的圆球中抽取,其中 $A$ 为质量数。而原子核中核子的动量初始化以费米气体模型为基础,在以费米动量为半径的费米球内随机抽取。同时,初始化时核子的坐标和动量必须满足一定的约束条件(如结合能与实验值接近等)才可以更好地模拟重离子碰撞反应。在平均场中,核子的坐标和动量的动力学演化遵循哈密顿正则方程:

$$\dot{\mathbf{r}}_i = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_i}, \dot{\mathbf{p}}_i = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}_i} \quad (1)$$

式中： $H$ 为系统总的哈密顿量，可以写为以下形式：

$$H = \sum_i \sqrt{p_i^2 + m_i^2} + U \quad (2)$$

式中： $U$ 为两体相互作用势能；这里 $i$ 表示第 $i$ 个核子。

在中能重离子碰撞中，采用如下形式的密度依赖和动量依赖的相关势<sup>[31-32]</sup>：

$$U = \alpha \cdot \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right) + \beta \cdot \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma + t_{\text{md}} \ln^2 \left[ 1 + a_{\text{md}} \left( \mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j \right)^2 \frac{\rho}{\rho_0} \right] \quad (3)$$

本文中 UrQMD 模型参数分别设置为  $\alpha = -398 \text{ MeV}$ ,  $\beta = 334 \text{ MeV}$ ,  $\gamma = 1.14$ ,  $t_{\text{md}} = 1.57 \text{ MeV}$  并且  $a_{\text{md}} = 500 \text{ c}^2 \cdot \text{GeV}^{-2}$ , 其中,  $\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j$  表示在相空间中两个粒子之间的动量差, 从而得到一个核物质不可压缩系数  $K_0 = 200 \text{ MeV}$  较软的动量依赖的状态方程<sup>[33]</sup>. 对称势来源于 SV-sym34 相互作用, 则其对应的对称能斜率参数为  $81.2 \text{ MeV}$ <sup>[34]</sup>. 对于碰撞项部分, 主要包括泡利阻塞和核核碰撞截面两部分. 由于核子间的碰撞会受周围介质的影响, UrQMD 模型中引入了密度、动量以及同位旋依赖的介质修正. 又因为核子是费米子, 因此引入了泡利阻塞效应. 具体的计算细节可参考文献<sup>[35]</sup>. 最后, 对于碎片的构建方式使用同位旋依赖的最小生成树的方法 (isospin-Minimum Spanning Tree, iso-MST). 当两个核子都为质子时, 在相空间距离满足  $\Delta R_y < 2.8 \text{ fm}$ , 而两个核子都为中子或者质子-中子组合时, 需满足  $\Delta R_y < 3.8 \text{ fm}$ , 且  $\Delta p_y < 0.25 \text{ GeV} \cdot \text{c}^{-1}$ , 这两个核子就被看作在同一个碎片中<sup>[36]</sup>. 研究发现, 基于上面合适的参数选择, UrQMD 模型对发表的中能重离子碰撞中的多个实验观测量都能给出较好的描述<sup>[37-38]</sup>. 在 UrQMD 模型的框架下, 每个核子的动量可以通过平均场或核子-核子间的碰撞来改变. 作为一个微观多体输运模型, UrQMD 模型可以分别记录每个核子在平均场和核子-核子碰撞中的动量变化. 由核子-核子间的碰撞引起的  $v_2$  的变化可以计算为:

$$\Delta v_2^{\text{coll}}(t) = \langle v_2^{\text{aft, coll}}(t) - v_2^{\text{bef, coll}}(t) \rangle \quad (4)$$

由平均场引起的  $v_2$  的变化可以计算为:

$$\Delta v_2^{\text{mf}}(t) = \langle v_2^{\text{aft, mf}}(t) - v_2^{\text{bef, mf}}(t) \rangle \quad (5)$$

在本次研究中  $\Delta t$  设置为  $1 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$ . 综上, 可以得到  $v_2$  的变化如下:

$$\Delta v_2(t) = \Delta v_2^{\text{coll}}(t) + \Delta v_2^{\text{mf}}(t) \quad (6)$$

## 2 结果和讨论

本工作中模拟了无费米动量、有费米动量和有

一半费米动量时的情形, 碰撞参数  $b = 6 \text{ fm}$  且束流能量  $E_{\text{lab}} = 0.4 \text{ A GeV}$  和  $E_{\text{lab}} = 0.8 \text{ A GeV}$  的 Au+Au 碰撞. 通过在整个碰撞过程中反向追踪反应末态处在中心快度区 ( $|y_0| < 0.1$ ) 的自由核子, 研究这些追踪核子的  $v_2$  的演化. 图 1 中 (a1~d1) 和 (a3~d3) 分别给出了当束流能量为  $0.4 \text{ A GeV}$  时在不考虑费米动量和考虑费米动量情形时, 当  $t$  为  $0 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$ 、 $10 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$ 、 $16 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$ 、 $30 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$  不同时刻下的情形. 其中, 带箭头的实心圆点表示追踪的核子, 而圆圈表示其他核子. 箭头表示动量矢量 ( $p_x, p_y$ ) 的方向. 随机选取 10 个事件的结果. 可以看出, 在无费米动量的情况下, 在  $t = 0 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$  时刻, 初始时没有  $x$  和  $y$  方向上的动量, 所以弹靶核的追踪核子朝着彼此平行方向运动. 随着碰撞反应的进行, 两原子核相互靠近, 在  $t = 16 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$  时, 密度压缩程度达到最大. 由于较强的引力吸引使得核子相互聚拢, 所以, 此时的散点图明显较小. 随着反应的继续, 原子核开始膨胀, 有更多的核子开始朝着垂直反应平面的方向运动.

图 1 中 (a2~d2) 和 (a4~d4) 分别给出了当束流能量为  $0.8 \text{ A GeV}$  时, 在不考虑费米动量和考虑费米动量的情形下, 当  $t$  为  $0 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$ 、 $8 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$ 、 $10 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$ 、 $24 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$  不同时刻下追踪核子在反应平面内的位置和动量方向的情形. 在这两个能量下, 展示出的基本规律都相同, 束流能量越高则粒子的时间演化进程越快, 费米动量的影响则越小. 在  $0.4 \text{ A GeV}$  时, 有费米动量的情形下平均每个事件追踪的核子数为 14.7, 而不考虑费米动量时, 追踪的核子数为 9.6; 而当束流能量为  $0.8 \text{ A GeV}$  时, 有无费米动量平均每个事件追踪的核子数分别为 19.2 和 16.2. 这是因为有费米动量时发生的碰撞数更多, 导致更多的核子在反应末态时处在中心快度区 ( $|y_0| < 0.1$ ) 中.

如图 2 (a~f) 分别为无费米动量、有费米动量 and 有一半费米动量的情况下, 标记核子  $\langle p_x^2 \rangle$ 、 $\langle p_y^2 \rangle$ 、 $\langle p_z^2 \rangle$ 、 $\langle p_x^2 - p_y^2 \rangle$ 、 $\langle p_x^2 + p_y^2 \rangle$  以及  $\langle p_i \rangle$  动量相关量随时间演化的平均值. 可以看出, 在初始时刻, 这些量 (除  $\langle p_x^2 - p_y^2 \rangle$  之外) 在有费米动量的情况下都大于没有费米动量下的结果. 随着反应的进行, 这些量都逐渐开始变化. 在  $t$  小于  $5 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$  左右时, 这些量的变化都十分缓慢, 这是因为弹靶核开始相互靠近, 核子间的碰撞还没有发生, 在平均场的影响下, 这些量缓慢变化. 在  $5 \sim 30 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$  之间, 因为核子碰撞开始发生, 引起这些量剧烈变化. 而在  $30 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$  之后, 由于核子都远离彼此, 碰撞几乎不再发生, 所以这些量只在末态相互作用影响下缓慢变化. 对于图 2 (d) 中所示的, 有无费米动量时它的变化趋势有很大

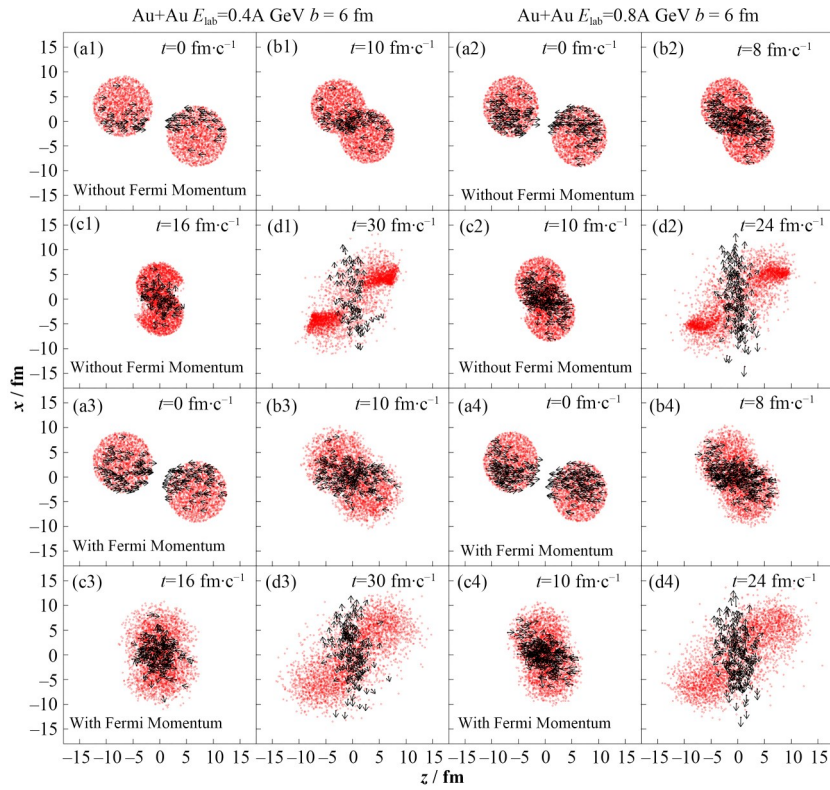


图1 在束流能量 $E_{\text{lab}}=0.4\text{A GeV}$ 和 $0.8\text{A GeV}$ ,碰撞参数 $b=6\text{ fm}$ 的Au+Au碰撞反应平面内的粒子散点图  
Fig.1 Particle scatter plot in the reaction plane for Au+Au collisions with impact parameter  $b=6\text{ fm}$  at beam energies of  $E_{\text{lab}}=0.4\text{A GeV}$  and  $0.8\text{A GeV}$

不同。从初始时刻到约 $t=15\text{ fm}\cdot\text{c}^{-1}$ ,无费米动量时给出的 $\langle p_x^2 - p_y^2 \rangle$ 都在0附近,这表明这一时期平均场和碰撞的作用几乎为各向同性。当 $15\text{ fm}\cdot\text{c}^{-1} < t < 25\text{ fm}\cdot\text{c}^{-1}$ 时,无费米动量时给出的 $\langle p_x^2 - p_y^2 \rangle$ 迅速下降,这是由于周围旁观核子的阻挡所导致,这可以从图1的(c1)看出。在有费米动量时追踪核子的 $\langle p_x^2 \rangle$ 、 $\langle p_y^2 \rangle$ 、 $\langle p_z^2 \rangle$ 、 $\langle p_x^2 - p_y^2 \rangle$ 、 $\langle p_x^2 + p_y^2 \rangle$ 和 $\langle p_t \rangle$ 随时间的变化情形和有费米动量的变化规律基本都相同,但起点却不同,这是因为初始时费米动量变为原来的一半,所以,这些量( $\langle p_x^2 \rangle$ 、 $\langle p_y^2 \rangle$ 、 $\langle p_z^2 \rangle$ 、 $\langle p_x^2 - p_y^2 \rangle$ 、 $\langle p_x^2 + p_y^2 \rangle$ )变为原来的1/4,而 $\langle p_t \rangle$ 的起点则变为有费米动量时的1/2。

当束流能量为 $0.4\text{A GeV}$ 时,追踪核子的 $v_2$ 随时间的变化显示在图3(a)中。可以看出,在反应初期,没有费米动量的情况下, $v_2$ 的值为正,且随着时间的变化显著增加,这是因为在接近饱和密度环境下,平均场的吸引导致核子沿着出平面的运动趋势被压制;随着反应的进行, $v_2$ 快速地降低,在反应末态时, $v_2$ 的值几乎是有费米动量时的两倍。这是由于旁观核子强的阻碍效应所导致,因为没有费米动量时,核子几乎都以恒定的速度沿 $z$ 轴运动,对重叠区域出

射的粒子形成了很强的阻塞。在反应的末期( $t > 30\text{ fm}\cdot\text{c}^{-1}$ ), $v_2$ 几乎都不再随时间变化,这是因为处于中心快速区的追踪核子早已远离碰撞区域,只受到很弱的末态相互作用的影响。如图3(a)所示,当在初始化时考虑有一半费米动量时,在反应初期( $t < 5\text{ fm}\cdot\text{c}^{-1}$ )核子将同时受到平均场贡献和初始时(一半)费米动量贡献的影响,但平均场在每一个时间步长对动量的改变非常小,不足以影响初始时(一半)费米动量的 $p_x$ 和 $p_y$ 。因此,初始时考虑费米动量和考虑一半费米动量的 $v_2$ 随时间的演化相接近。而在初始时不考虑费米动量的反应初期( $t < 5\text{ fm}\cdot\text{c}^{-1}$ ), $v_2$ 的缓慢变化完全是由于平均场作用造成的影响。对比图3(a)和(b)可以发现,在这两个不同的束流能量下, $v_2$ 随时间的演化规律基本相同,但在束流能量为 $0.8\text{A GeV}$ 的反应后期( $t > 20\text{ fm}\cdot\text{c}^{-1}$ )时,不考虑费米动量的情形和考虑费米动量的情形相比,两者 $v_2$ 的差异相对较小,这是因为当束流能量较高时,初态费米动量贡献的影响逐渐减弱。

图4是束流能量为 $0.4\text{A GeV}$ 和 $0.8\text{A GeV}$ 时,在考虑费米动量和不考虑费米动量的情形下,平均场和核子-核子碰撞对 $v_2$ 的贡献随时间的变化。可以看到,在束流能量为 $0.4\text{A GeV}$ 时的反应初期, $\Delta v_2^{\text{coll}}$ 为零,这是因为在此束流能量下,弹靶核的需要大约

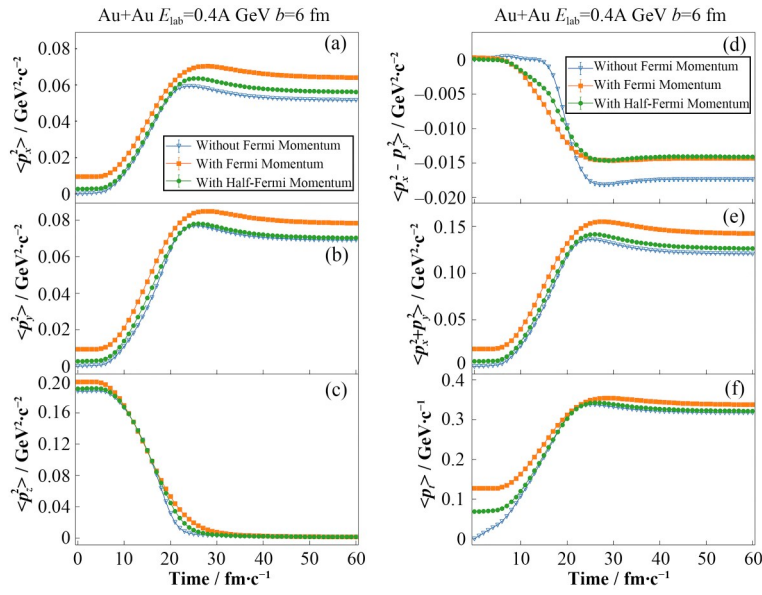


图2 当束流能量为  $E_{\text{lab}} = 0.4 \text{ A GeV}$  时,考虑无费米动量、有费米动量和有一半费米动量的情形时,追踪核子的  $\langle p_x^2 \rangle$ ,  $\langle p_y^2 \rangle$ ,  $\langle p_z^2 \rangle$ ,  $\langle p_x^2 - p_y^2 \rangle$ ,  $\langle p_x^2 + p_y^2 \rangle$  和  $\langle p_x p_y \rangle$  随时间的演化

Fig.2 Time evolution of  $\langle p_x^2 \rangle$ ,  $\langle p_y^2 \rangle$ ,  $\langle p_z^2 \rangle$ ,  $\langle p_x^2 - p_y^2 \rangle$ ,  $\langle p_x^2 + p_y^2 \rangle$ , and  $\langle p_x p_y \rangle$  of traced nucleons calculated without Fermi momentum, with Fermi momentum, and with half-Fermi momentum at a beam energy of  $E_{\text{lab}} = 0.4 \text{ A GeV}$

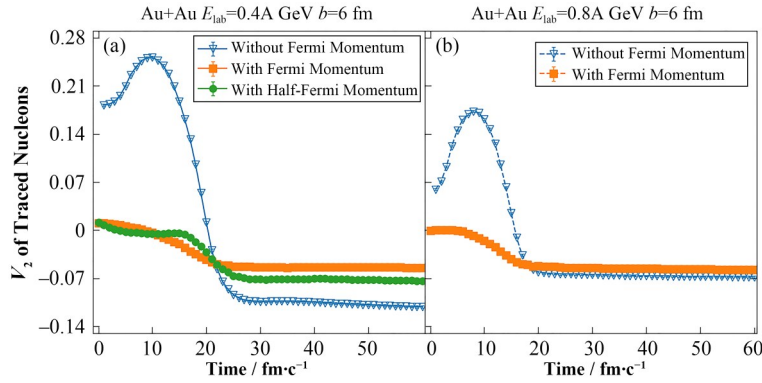


图3 (a) 在束流能量为  $E_{\text{lab}} = 0.4 \text{ A GeV}$  时,追踪核子的  $v_2$  在无费米动量、有费米动量和有一半费米动量时随时间的演化,(b) 当束流能量为  $E_{\text{lab}} = 0.8 \text{ A GeV}$  时,追踪核子的  $v_2$  在无费米动量和有费米动量时随时间的演化

Fig.3 (a) Time evolution of  $v_2$  of traced nucleons calculated without Fermi momentum, with Fermi momentum, and with half-Fermi momentum at a beam energy of  $E_{\text{lab}} = 0.4 \text{ A GeV}$ , (b) time evolution of  $v_2$  of traced nucleons without Fermi momentum and with Fermi momentum at a beam energy of  $E_{\text{lab}} = 0.8 \text{ A GeV}$

$5 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$  才能接近彼此。随着反应的进行,在两种情况下,  $\Delta v_2^{\text{coll}}$  都小于 0, 说明核核碰撞会增加椭圆流的强度, 与之前的研究相一致。而  $\Delta v_2^{\text{mf}}$  的值与有无费米动量密切相关。在不考虑费米动量时, 由于强的吸引,  $\Delta v_2^{\text{mf}}$  在碰撞达到最大压缩密度 ( $t = 16 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$ , 当束流能量为  $0.4 \text{ A GeV}$  时) 之前都为正值, 随后在高密环境中, 转为排斥,  $\Delta v_2^{\text{mf}}$  变为负值。对比有无费米动量的结果可以知道, 初态核子动量的改变会影响整个反应动力学过程, 导致  $\Delta v_2^{\text{coll}}$  和  $\Delta v_2^{\text{mf}}$  都产生巨大变化, 最后引起椭圆流的改变。束流能量为  $0.8 \text{ A GeV}$  时,  $\Delta v_2^{\text{coll}}$  和  $\Delta v_2^{\text{mf}}$  随时间的演化和束流能量为  $0.4 \text{ A GeV}$  的规律都基本相同, 但表现出更快的反

历程和更大的  $\Delta v_2^{\text{coll}}$  和  $\Delta v_2^{\text{mf}}$  值, 这是因为束流能量越大, 弹靶核接触所用的时间越短, 核子-核子碰撞越激烈, 则有更快的反应进程和更大的  $\Delta v_2^{\text{coll}}$  和  $\Delta v_2^{\text{mf}}$  值。

核子间碰撞数随时间的演化, 对理解椭圆流的形成至关重要。追踪核子在有无费米动量时平均每个事件经历的碰撞数随时间的演化如图 5 所示。可以看出在初始化时考虑费米动量, 核子有更大的概率参与碰撞 (见图 1 的讨论)。随着弹靶核的相互靠近, 核子-核子碰撞的增强, 导致碰撞数也逐渐增加。当  $t = 50 \text{ fm} \cdot \text{c}^{-1}$  时, 核子已开始相互远离, 则碰撞数也几乎不再随时间变化。

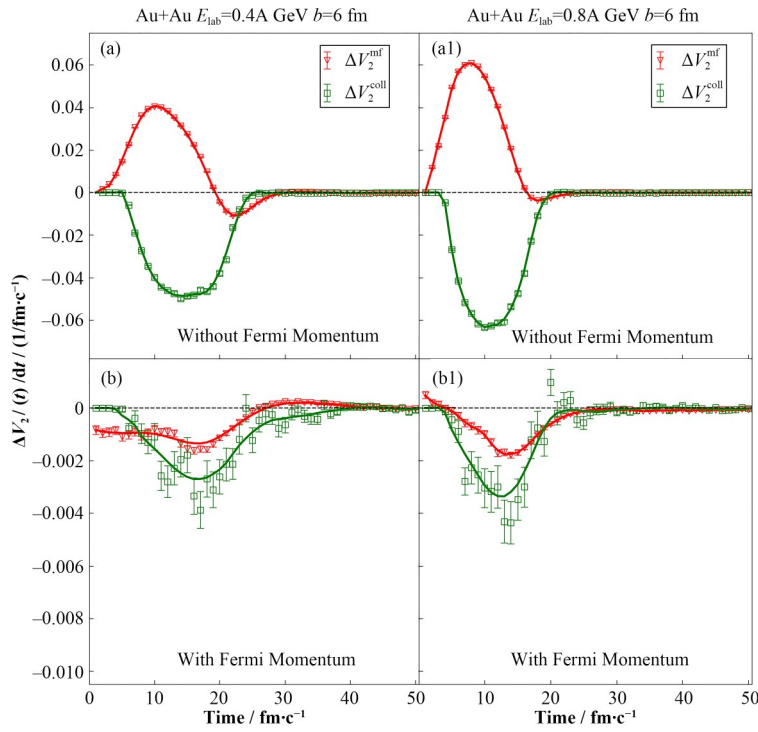


图4 束流能量为 $E_{\text{lab}}=0.4\text{A GeV}$ 时,追踪核子在无费米动量(a)和有费米动量(b)的情形下, $\Delta v_2^{\text{mf}}(t)$ 和 $\Delta v_2^{\text{coll}}(t)$ 随时间的演化,(a1, b1)束流能量为 $E_{\text{lab}}=0.8\text{A GeV}$ 时的结果,线是指通过计算点光滑得到的实线

**Fig.4** Time evolution of  $\Delta v_2^{\text{mf}}(t)$  and  $\Delta v_2^{\text{coll}}(t)$  of traced nucleons calculated (a) without Fermi momentum and (b) with Fermi momentum at a beam energy of  $E_{\text{lab}}=0.4\text{A GeV}$ . (a1, b1) The same as the left panels but at a beam energy of  $E_{\text{lab}}=0.8\text{A GeV}$ . The lines are smooth curves fitted through the calculated points.

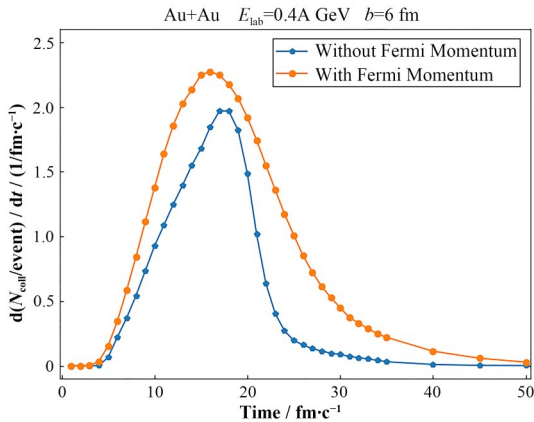


图5 束流能量为 $E_{\text{lab}}=0.4\text{A GeV}$ 时,追踪核子在无费米动量和有费米动量时平均每个事件经历的碰撞数随时间的演化

**Fig.5** Time evolution of the number of collisions per event experienced by traced nucleons with and without Fermi momentum at a beam energy of  $E_{\text{lab}}=0.4\text{A GeV}$

### 3 结语

基于极端相对论量子分子动力学(UrQMD)输运模型,以束流能量为每核子 $0.4\text{ GeV}$ 和 $0.8\text{ GeV}$ 、碰撞参数为 $6\text{ fm}$ 的Au+Au碰撞为例,通过在整个反应过程反向追踪反应末态在中心快速区( $|y_0| < 0.1$ )核子的椭圆流 $v_2$ 随时间的演化,探究了初始化时无

费米动量、有费米动量和有一半费米动量对椭圆流的影响。计算结果表明:当束流能量为 $0.4\text{ A GeV}$ 、无费米动量时中心快速区的标记核子数约为 $9.6$ ,而有费米动量时的标记核子数约为 $14.7$ ,这是因为考虑费米动量后,核子碰撞概率会显著增加,导致更多的核子停留在中心快速区。而前者的 $v_2$ 是后者 $v_2$ 的两倍,这是由于无费米动量时,旁观核子有更强的阻塞效应所导致。这一结果表明,在初始时细致考虑费米动量非常有必要。

通过反向追踪办法,可以细致计算粒子在重离子碰撞中受到平均场、核核碰撞的影响情况,从而定量分析各个因素对观测量的影响。下一步将继续探索不同的快速和横动量窗口对椭圆流演化的影响,这将为细致了解重离子碰撞的动力学过程以及利用椭圆流约束核状态方程提供帮助。

**致谢** 感谢湖州师范学院 C3S2 计算中心的大力支持。

**作者贡献声明** 高波负责文章的起草和程序的模拟及资料的收集整理;王永佳负责研究的提出及设计;李庆峰负责最终版本的修订;李保春负责版本的修改。

## 参考文献

- 1 Shi C Z, Ma Y G.  $\alpha$ -clustering effect on flows of direct photons in heavy-ion collisions[J]. Nuclear Science and Techniques, 2021, **32**(6): 66. DOI: [10.1007/s41365-021-00897-9](https://doi.org/10.1007/s41365-021-00897-9).
- 2 高泽鹏, 王永佳, 李庆峰, 等. 利用机器学习研究原子核四极形变在中能重离子碰撞中的效应[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2022, **52**(5): 96 - 106. DOI: [10.1360/SSPMA-2021-0308](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2021-0308).  
GAO Zepeng, WANG Yongjia, LI Qingfeng, *et al.* Application of machine learning to study the effects of quadrupole deformation on the nucleus in heavy-ion collisions at intermediate energies[J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2022, **52**(5): 96 - 106. DOI: [10.1360/SSPMA-2021-0308](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2021-0308).
- 3 狄宣平, 方德清, 何万兵, 等. 相互作用势对原子核 $\alpha$ 团簇结构的影响[J]. 核技术, 2021, **44**(3): 030501. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2021.hjs.44.030501](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2021.hjs.44.030501).  
DI Xuanping, FANG Deqing, HE Wanbing, *et al.* Effect of nuclear potential on formation of  $\alpha$  cluster in nuclei[J]. Nuclear Techniques, 2021, **44**(3): 030501. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2021.hjs.44.030501](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2021.hjs.44.030501).
- 4 徐骏, 夏银, 李宝安, 等. 中能重离子碰撞中的自旋轨道耦合[J]. 核技术, 2014, **37**(10): 100513. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100513](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100513).  
XU Jun, XIA Yin, LI Baoan, *et al.* Spin-orbit coupling in intermediate-energy heavy-ion collisions[J]. Nuclear Techniques, 2014, **37**(10): 100513. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100513](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100513).
- 5 Ma Y G. New type of double-slit interference experiment at Fermi scale[J]. Nuclear Science and Techniques, 2023, **34**(1): 16. DOI: [10.1007/s41365-023-01167-6](https://doi.org/10.1007/s41365-023-01167-6).
- 6 Wang X N. Vector meson spin alignment by the strong force field[J]. Nuclear Science and Techniques, 2023, **34**(1): 15. DOI: [10.1007/s41365-023-01166-7](https://doi.org/10.1007/s41365-023-01166-7).
- 7 杨佳烨, 刘玲, 李鹏程, 等. 弹靶核的形变效应对中能区U+U碰撞的影响[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2021, **51**(11): 87 - 95. DOI: [10.1360/SSPMA-2021-0029](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2021-0029).  
YANG Jiaye, LIU Ling, LI Pengcheng, *et al.* Effects of nuclear deformation in U+U collisions at the intermediate energy[J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2021, **51**(11): 87 - 95. DOI: [10.1360/SSPMA-2021-0029](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2021-0029).
- 8 李阔昂, 叶沿林. 放射性束物理实验发展现状[J]. 核技术, 2014, **37**(10): 100501. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100501](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100501).  
LI Kuoang, YE Yanlin. Recent development in experimental RIB physics[J]. Nuclear Techniques, 2014, **37**(10): 100501. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100501](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100501).
- 9 Huth S, Pang P T H, Tews I, *et al.* Constraining neutron-star matter with microscopic and macroscopic collisions [J]. Nature, 2022, **606**(7913): 276 - 280. DOI: [10.1038/s41586-022-04750-w](https://doi.org/10.1038/s41586-022-04750-w).
- 10 肖志刚. 重离子核反应与核物质状态方程[J]. 物理, 2020, **49**(3): 137 - 143. DOI: [10.7693/wl20200301](https://doi.org/10.7693/wl20200301).  
XIAO Zhigang. Heavy ion reactions and equation of state of nuclear matter[J]. Physics, 2020, **49**(3): 137 - 143. DOI: [10.7693/wl20200301](https://doi.org/10.7693/wl20200301).
- 11 周铨龙, 马余刚, 方德清, 等. 用量子分子动力学模型研究中能重离子碰撞中的核物质约化粘滞系数[J]. 核技术, 2014, **37**(10): 100516. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100516](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100516).  
ZHOU Chenglong, MA Yugang, FANG Deqing, *et al.* Studies on the specific viscosity of nuclear matter formed in intermediate energy heavy ion collisions by using the isospin dependent quantum molecular dynamics model[J]. Nuclear Techniques, 2014, **37**(10): 100516. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100516](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2014.hjs.37.100516).
- 12 Zhao J, Wang F Q. Experimental searches for the chiral magnetic effect in heavy-ion collisions[J]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2019, **107**: 200 - 236. DOI: [10.1016/j.pnpnp.2019.05.001](https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2019.05.001).
- 13 Estee J, Lynch W G, Tsang C Y, *et al.* Probing the symmetry energy with the spectral pion ratio[J]. Physical Review Letters, 2021, **126**(16): 162701. DOI: [10.1103/physrevlett.126.162701](https://doi.org/10.1103/physrevlett.126.162701).
- 14 Xu J. Transport approaches for the description of intermediate-energy heavy-ion collisions[J]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2019, **106**: 312 - 359. DOI: [10.1016/j.pnpnp.2019.02.009](https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2019.02.009).
- 15 Morfouace P, Tsang C Y, Zhang Y, *et al.* Constraining the symmetry energy with heavy-ion collisions and Bayesian analyses[J]. Physics Letters B, 2019, **799**: 135045. DOI: [10.1016/j.physletb.2019.135045](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2019.135045).
- 16 马余刚, 许怒, 刘峰. 基于HIAF集群的QCD相结构研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2020, **50**(11): 124 - 132. DOI: [10.1360/SSPMA-2020-0302](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2020-0302).  
MA Yugang, XU Nu, LIU Feng. Study of the QCD phase structure at HIAF[J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2020, **50**(11): 124 - 132. DOI: [10.1360/SSPMA-2020-0302](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2020-0302).

- SSPMA-2020-0302.
- 17 Reisdorf W, Leifels Y, Andronic A, *et al.* Systematics of azimuthal asymmetries in heavy ion collisions in the 1 AGeV[J]. Nuclear Physics A, 2012, **876**: 1 - 60. DOI: [10.1016/j.nuclphysa.2011.12.006](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2011.12.006).
  - 18 Liu Y Y, Wang Y J, Cui Y, *et al.* Insights into the pion production mechanism and the symmetry energy at high density[J]. Physical Review C, 2021, **103**(1): 014616. DOI: [10.1103/physrevc.103.014616](https://doi.org/10.1103/physrevc.103.014616).
  - 19 Wang M, Tao J Q, Zheng H, *et al.* Number-of-constituent-quark scaling of elliptic flow: a quantitative study[J]. Nuclear Science and Techniques, 2022, **33**(3): 37. DOI: [10.1007/s41365-022-01019-9](https://doi.org/10.1007/s41365-022-01019-9).
  - 20 王永佳, 郭琛琛, 李庆峰, 等. 利用椭圆流和轻带电粒子产额比探测对称能[J]. 原子核物理评论, 2015, **32**(2): 154 - 160. DOI: [10.11804/NuclPhysRev.32.02.154](https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.32.02.154).  
WANG Yongjia, GUO Chenchen, LI Qingfeng, *et al.* Constraining the symmetry energy using elliptic flow and yield ratios of light particles[J]. Nuclear Physics Review, 2015, **32**(2): 154 - 160. DOI: [10.11804/NuclPhysRev.32.02.154](https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.32.02.154).
  - 21 崔特, 刘玲, 李鹏程, 等. 中能区重离子碰撞中椭圆流的动力学产生机制分析[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2021, **51**(8): 52 - 58. DOI: [10.1360/SSPMA-2020-0491](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2020-0491).  
CUI Te, LIU Ling, LI Pengcheng, *et al.* Analysis of the dynamical mechanism for elliptic flow production in heavy-ion collisions at intermediate energies[J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2021, **51**(8): 52 - 58. DOI: [10.1360/SSPMA-2020-0491](https://doi.org/10.1360/SSPMA-2020-0491).
  - 22 刘洋阳, 王永佳, 崔莹, 等. 动量相关势对直接流和椭圆流的影响[J]. 原子核物理评论, 2022, **39**(1): 16 - 22. DOI: [10.11804/NuclPhysRev.39.2021071](https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.39.2021071).  
LIU Yangyang, WANG Yongjia, CUI Ying, *et al.* The influence of the momentum dependence potential on the directed flow and elliptic flow[J]. Nuclear Physics Review, 2022, **39**(1): 16 - 22. DOI: [10.11804/NuclPhysRev.39.2021071](https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.39.2021071).
  - 23 Le Fèvre A, Leifels Y, Hartnack C, *et al.* Origin of elliptic flow and its dependence on the equation of state in heavy ion reactions at intermediate energies[J]. Physical Review C, 2018, **98**(3): 034901. DOI: [10.1103/physrevc.98.034901](https://doi.org/10.1103/physrevc.98.034901).
  - 24 Mohs J, Ege M, Elfner H, *et al.* Collective flow at SIS energies within a hadronic transport approach: influence of light nuclei formation and equation of state[J]. Physical Review C, 2022, **105**(3): 034906. DOI: [10.1103/physrevc.105.034906](https://doi.org/10.1103/physrevc.105.034906).
  - 25 Lin Z W, Ko C M. Partonic effects on the elliptic flow at relativistic heavy ion collisions[J]. Physical Review C, 2002, **65**(3): 034904. DOI: [10.1103/physrevc.65.034904](https://doi.org/10.1103/physrevc.65.034904).
  - 26 Shi L, Danielewicz P, Lacey R. Spectator response to the participant blast[J]. Physical Review C, 2001, **64**(3): 034601. DOI: [10.1103/physrevc.64.034601](https://doi.org/10.1103/physrevc.64.034601).
  - 27 Gombeaud C, Ollitrault J Y. Covariant transport theory approach to elliptic flow in relativistic heavy ion collision [J]. Physical Review C, 2008, **77**(5): 054904. DOI: [10.1103/physrevc.77.054904](https://doi.org/10.1103/physrevc.77.054904).
  - 28 Vogel S, Torrieri G, Bleicher M. Elliptic flow fluctuations in heavy ion collisions and the perfect fluid hypothesis[J]. Physical Review C, 2010, **82**(2): 024908. DOI: [10.1103/physrevc.82.024908](https://doi.org/10.1103/physrevc.82.024908).
  - 29 Gao B, Wang Y J, Gao Z P, *et al.* Elliptic flow in heavy-ion collisions at intermediate energy: the role of impact parameter, mean field potential, and collision term[J]. Physics Letters B, 2023, **838**: 137685. DOI: [10.1016/j.physletb.2023.137685](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2023.137685).
  - 30 Bass S A, Belkacem M, Bleicher M, *et al.* Microscopic models for ultrarelativistic heavy ion collisions[J]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 1998, **41**: 255 - 369. DOI: [10.1016/S0146-6410\(98\)00058-1](https://doi.org/10.1016/S0146-6410(98)00058-1).
  - 31 Hartnack C, Puri R K, Aichelin J, *et al.* Modelling the many-body dynamics of heavy ion collisions: present status and future perspective[J]. The European Physical Journal A - Hadrons and Nuclei, 1998, **1**(2): 151 - 169. DOI: [10.1007/s100500050045](https://doi.org/10.1007/s100500050045).
  - 32 Hartnack C, Oeschler H, Leifels Y, *et al.* Strangeness production close to the threshold in proton-nucleus and heavy-ion collisions[J]. Physics Reports, 2012, **510**(4 - 5): 119 - 200. DOI: [10.1016/j.physrep.2011.08.004](https://doi.org/10.1016/j.physrep.2011.08.004).
  - 33 Wolter H, Colonna M, Cozma D, *et al.* Transport model comparison studies of intermediate-energy heavy-ion collisions[J]. Progress in Particle and Nuclear Physics, 2022, **125**: 103962. DOI: [10.1016/j.pnpnp.2022.103962](https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2022.103962).
  - 34 Wang Y J, Guo C C, Li Q F, *et al.* Collective flow of light particles in Au+Au collisions at intermediate energies[J]. Physical Review C, 2014, **89**(3): 034606. DOI: [10.1103/physrevc.89.034606](https://doi.org/10.1103/physrevc.89.034606).
  - 35 Wang Y J, Li Q F. Application of microscopic transport model in the study of nuclear equation of state from heavy ion collisions at intermediate energies[J]. Frontiers of Physics, 2020, **15**(4): 44302. DOI: [10.1007/s11467-020-07050-1](https://doi.org/10.1007/s11467-020-07050-1).



020-0964-6.

- 36 Zhang Y X, Li Z X, Zhou C S, *et al.* Effect of isospin-dependent cluster recognition on the observables in heavy ion collisions[J]. *Physical Review C*, 2012, **85**(5): 051602. DOI: [10.1103/physrevc.85.051602](https://doi.org/10.1103/physrevc.85.051602).
- 37 Wang Y J, Guo C C, Li Q F, *et al.* Determination of the nuclear incompressibility from the rapidity-dependent elliptic flow in heavy-ion collisions at beam energies 0.4A – 1.0A GeV[J]. *Physics Letters B*, 2018, **778**: 207 – 212. DOI: [10.1016/j.physletb.2018.01.035](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2018.01.035).
- 38 Li P C, Wang Y J, Li Q F, *et al.* Accessing the in-medium effects on nucleon-nucleon elastic cross section with collective flows and nuclear stopping[J]. *Physics Letters B*, 2022, **828**: 137019. DOI: [10.1016/j.physletb.2022.137019](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2022.137019).