

SARAX程序在复杂非结构几何堆芯计算中的应用研究

肖博文¹ 郑友琦¹ 王永平¹ 乔梁² 陶昱姗² 刘啸岳¹

1(西安交通大学 西安 710049)

2(中国核动力研究设计院 成都 610041)

摘要 随着反应堆堆芯设计的复杂化,给堆芯物理的建模计算带来了一定的挑战。针对复杂几何堆芯的精细建模计算,采用基于任意三棱柱网格的离散纵标节块法,通过构造实体几何的方式,实现了复杂非结构几何堆芯的准确建模以及非结构网格的生成,同时由于非结构网格计算量大,采用了块雅各比的并行算法以减少堆芯输运计算时间。将SARAX程序用于空间反应堆和热管堆的计算中,特征值和堆芯径向功率分布结果与多群蒙特卡罗的计算结果吻合良好,特征值的计算偏差小于 3.00×10^{-3} ,径向功率分布的相对偏差小于1.5%,表明SARAX程序在复杂非结构几何堆芯计算中具有较高的精度。

关键词 非结构堆芯, 离散纵标节块法, 网格生成, 并行算法, 程序验证

中图分类号 TL32

DOI: 10.11889/j.0253-3219.2023.hjs.46.060603

Application of SARAX code system on the calculation of complex unstructured geometry core

XIAO Bowen¹ ZHENG Youqi¹ WANG Yongping¹ QIAO Liang²

TAO Yushan² LIU Xiaoyue¹

1(Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

2(Nuclear Power Institute of China, Chengdu 610041, China)

Abstract [Background] With the increase of complexity of reactor core design, the core modeling and calculation have brought challenges. [Purpose] This study aims to implement the accurate modeling and calculation of unstructured geometry core. [Methods] Based on discrete ordinate nodal method for arbitrary triangular-z geometry, the precise modeling and mesh generation of unstructured core were established by constructive solid geometry (CSG), and Block-Jacobi parallel algorithm was employed to reduce calculation time of reactor core. Finally, based on the developed SARAX program, core physics calculations for new complex geometries of a space reactor and a heat pipe reactor were performed for accuracy verification by using Block-Jacobi parallel algorithm combining with established precise model and mesh. [Results] The verification results show that the effective multiplication factor and radial power distribution agree with that of multi-group Monte-Carlo calculation. The calculation deviation of

国家自然科学基金(No.U2167205)、国家重点研发计划项目(No.2019YFB1901102)资助

第一作者: 肖博文, 男, 1997年出生, 2014年毕业于华北电力大学, 现为博士研究生, 研究领域为核反应堆物理

通信作者: 郑友琦, E-mail: yqzheng@mail.xjtu.edu.cn

收稿日期: 2022-10-09, 修回日期: 2022-11-28

Supported by National Natural Science Foundation of China (No. U2167205), National Key Research and Development Program of China (No. 2019YFB1901102)

First author: XIAO Bowen, male, born in 1997, graduated from North China Electric Power University in 2014, doctoral student, focusing on nuclear reactor physics

Corresponding author: ZHENG Youqi, E-mail: yqzheng@mail.xjtu.edu.cn

Received date: 2022-10-09, revised date: 2022-11-28

eigenvalues is less than 3.00×10^{-3} , and the relative deviation of radial power distribution is less than 1.5%.

[Conclusions] Results of this study show that SARAX code has the ability of modeling and higher accuracy in the calculation of unstructured geometry core.

Key words Unstructured core, SN nodal method, Mesh generation, Parallel algorithm, Code verification

随着核能的发展,核反应堆的应用领域也逐渐多元化。为了使得核反应堆能够满足在特定场合的应用需求,堆芯设计也趋于复杂化,不再仅仅局限于传统的规则几何排布。对于此类复杂几何堆芯的物理计算,必须开展相应的新方法研究。目前,针对复杂几何堆芯计算的方法主要分为两类,即蒙特卡罗方法和非结构几何确定论方法,其中蒙特卡罗方法基于统计学原理,理论上不受几何限制,但是由于在进行堆芯物理计算时花费时间过长,此类方法目前仍难以用于工程设计计算,因此国内外针对反应堆设计计算,大多聚焦于非结构几何的确定论方法。

美国阿贡国家实验室在美国能源部 NEAMS^[1] 项目的支持下,开发了堆芯物理计算程序 PROTEUS^[2],其中 PROTEUS-PN 和 PROTEUS-SN^[3-4]都是三维非结构几何计算程序,二者在空间上都使用连续有限元离散,几何适应性强。但是由于基于二阶形式的输运方程,其难以处理内真空以及稀薄介质的问题。

美国阿拉莫斯国家实验室开发了基于任意四面体或六面体的一阶间断有限元 SN 程序 ATTILA^[5-6],在百核并行时拥有良好的并行性能。但是,其目前只用于聚变堆包层的计算,在反应堆中应用尚面临困难。

此外,美国爱达荷国家实验室开发了非结构几何辐射输运程序 Rattlesnake^[7];法国原子能委员会开发了一个任意六面体的间断 SN 有限元程序 SNATCH^[8]和 MINARET^[9],可分别用于二维任意三角形或三维任意三棱柱几何的计算。但由于公开发表资料有限,上述方法和程序的性能与几何处理能力尚不明确。

近年来,国内多家单位也在开展复杂几何的输运算法研究。北京应用物理与计算数学研究所傅连祥等开发了二维 SN 间断有限元程序 NXY2D^[10],并对并行算法进行了相应的研究^[11-13],在百核时具有较好的并行效率。中国科学院计算机体系结构国家重点实验室闫洁等开发了非结构网格的二维 SN 程序^[14],国防科技大学迟利华等^[15]实现了对非结构网格的 SN 输运算法的多角度多能群同时并行的计算。中国核动力院基于二维三角形几何开发了通过扫描求解的 SN 连续有限元程序 FEGT^[16]。但上述方法大多面向辐射场模拟,尚未在反应堆设计计算

中有所应用。

面向新型核反应堆设计需求,本文采用了基于任意三棱柱网格的 SN 节块法^[17],这种方法能够适用于毫米至分米级分辨率的网格离散,可以针对反应堆几何特点大幅度降低计算的网格数,并极大地节省计算内存,理论上可以兼顾堆芯物理计算对精度和效率的要求。

本文在现有的 SARAX 程序^[18-19]系统的基础上,提出了针对非结构几何堆芯特点的灵活建模和空间离散模型,实现了并行化的任意三棱柱网格 SN 节块方法,并将其应用于空间堆、热管堆等新型复杂几何的堆芯物理计算中,表现出了高的计算精度和计算效率。

1 计算方法

1.1 任意三棱柱网格的离散纵标节块法

针对复杂几何堆芯,考虑其在径向上的结构较为复杂,轴向上不存在弯曲的结构特点,同时保证计算的精度以及效率,采用了基于任意三棱柱几何的离散纵标节块法^[17]。

多群中子输运方程的形式如下所示^[20]:

$$\Omega \cdot \nabla \phi_g(\mathbf{r}, \Omega) + \Sigma_{t,g}(\mathbf{r}) \phi_g(\mathbf{r}, \Omega) = Q_g(\mathbf{r}, \Omega) \quad (1)$$

其中:

$$Q_g(\mathbf{r}, \Omega) = \frac{\chi_g}{k_{\text{eff}}} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{f,g'}(\mathbf{r}) \phi_{g'}(\mathbf{r}) + \sum_{g'=1}^G \sum_{n=0}^{\infty} \Sigma_{s,n}^{g' \rightarrow g}(\mathbf{r}) \phi_{g'}^n(\mathbf{r})$$

对于式(1)考虑各向同性散射,角度使用 S_N 离散,在一三棱柱内的多群中子输运方程形式可写为:

$$\mu^m \frac{\partial \Psi_g^m(x,y,z)}{\partial x} + \eta^m \frac{\partial \Psi_g^m(x,y,z)}{\partial y} + \frac{\zeta^m}{h_z} \frac{\partial \Psi_g^m(x,y,z)}{\partial z} + \Sigma_t^g \Psi_g^m(x,y,z) = \hat{Q}_g(x,y,z) \quad (2)$$

式中: m 表示 S_N 离散后的某一角度方向; μ^m 、 η^m 、 ζ^m 表示角度方向 m 在 x 、 y 、 z 坐标轴上的分量; g 表示能量分群后的某一能群; $\Psi_g^m(x,y,z)$ 表示 m 方向上第 g 群的中子角通量密度, $\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$; h_z 为三棱柱高度, cm 。

中子源项 $\hat{Q}_g(x,y,z)$ 包括裂变源和散射源, $\text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$,具体表达式可写为:

$$\hat{Q}_g(x,y,z) = \sum_{g'=1}^G \left\{ \Sigma_s^{g'-g} + \frac{\chi_{g'}}{k_{\text{eff}}} \nu \Sigma_f^{g'} \right\} \Phi_{g'}(x,y,z) \quad (3)$$

令：

$$\psi_g^m(x',y',z) = \Psi_g^m(x(x',y'),y(x',y'),z),$$

$$Q_g^m(x',y',z) = \hat{Q}_g^m(x(x',y'),y(x',y'),z)$$

为了使得上述三棱柱几何的中子输运方程能够进行任意形状的堆芯计算,将图1所示的任意三角形的坐标 (x,y) 经过有限元的坐标变换后,可得如图2所示计算坐标系 (x',y') 下的中子输运方程:

$$\begin{aligned} \mu_x^m \frac{\partial \psi_g^m(x',y',z)}{\partial x'} + \eta_x^m \frac{\partial \psi_g^m(x',y',z)}{\partial y'} + \frac{\xi^m}{h_z} \frac{\partial \psi_g^m(x',y',z)}{\partial z} + \\ \Sigma_t^g \psi_g^m(x',y',z) = Q_g^m(x',y',z) \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $-2/3 \leq x' \leq 1/3$, $-y_s(x') \leq y' \leq y_s(x')$, $y_s(x') = (x' + 2/3)/\sqrt{3}$, $-1/2 \leq z \leq 1/2$ 。

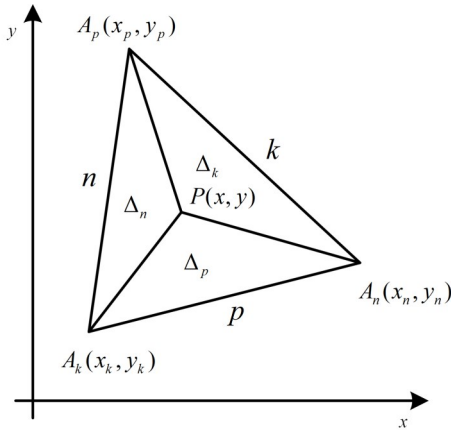


图1 直角坐标系下任意三角形 (x,y)
Fig.1 Arbitrary triangular prism in (x,y)

对于式(4),略去 x' 和 y' 的上标,可写为:

$$\begin{aligned} \mu_x^m \frac{\partial \psi^m(x,y,z)}{\partial x} + \eta_x^m \frac{\partial \psi^m(x,y,z)}{\partial y} + \frac{\xi^m}{h_z} \frac{\partial \psi^m(x,y,z)}{\partial z} + \\ \Sigma_t^g \psi^m(x,y,z) = Q(x,y,z) \end{aligned} \quad (5)$$

对于式(5),在区间 $-1/2 \leq z \leq 1/2$ 和 $-y_s(x) \leq y \leq y_s(x)$ 上积分,可得 x 方向的一维横向积分方程:

$$\begin{aligned} \mu_x^m \frac{d \{ y_s(x) \bar{\psi}_x^m(x) \}}{dx} + \Sigma_t y_s(x) \bar{\psi}_x^m(x) = y_s(x) \left(\bar{Q}_x(x) - \right. \\ \left. \bar{L}_x^m(x) \right) - \bar{R}_x^m(x) \end{aligned} \quad (6)$$

然后对式(6)在 $-2/3 \leq x \leq 1/3$ 和 $-y_s(x) \leq y \leq y_s(x)$ 区间上积分,可得 z 方向的一维横向积分方程:

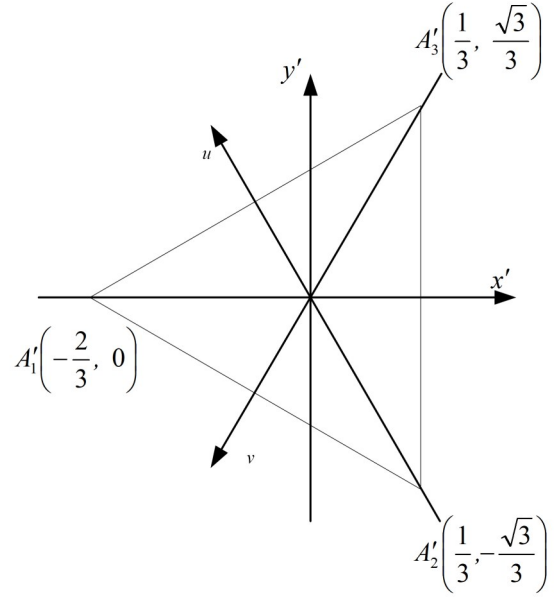


图2 直角坐标系下等边三角形 (x',y')
Fig.2 Equilateral triangular prism in (x',y')

$$\frac{\xi^m}{h_z} \frac{d \bar{\psi}_z^m(z)}{dz} + \Sigma_t \bar{\psi}_z^m(z) = \bar{Q}_z(z) - \bar{L}_{xy}^m(z) \quad (7)$$

式中:

$$\bar{L}_{xy}^m(z) = 2[\mu_x^m \bar{\psi}_x^m(z) + \mu_u^m \bar{\psi}_u^m(z) + \mu_v^m \bar{\psi}_v^m(z)]$$

对于式(6)和式(7)进行微分方程求解即可得到相应方向的中子通量密度。

对式(6)在区间 $-2/3 \leq x \leq 1/3$ 上积分,可得三角形节块的中子平衡方程:

$$\begin{aligned} 2\mu_x^m \bar{\psi}_x^m + 2\mu_u^m \bar{\psi}_u^m + 2\mu_v^m \bar{\psi}_v^m + \frac{\xi^m}{h_z} (\bar{\psi}_{z+}^m - \bar{\psi}_{z-}^m) + \Sigma_t \bar{\psi}^m \\ = \bar{Q} \end{aligned} \quad (8)$$

联立求解上述方程,即可得到每个三棱柱节块的中子通量密度。

1.2 几何建模

根据上述所采用的堆芯中子输运方法可知,对于非结构堆芯的计算,需要将堆芯划分为三棱柱网格才能够进行输运计算,因此,对于堆芯的几何模型只需要将其在径向上划分为三角形网格。采用类似构造实体几何(Constructive Solid Geometry, CSG)的建模方式,通过线线组合直接对非结构几何的堆芯进行真实建模,然后通过三角形网格剖分程序Triangle^[21]生成三角形网格,从而进行全堆的输运计算。

图3展示了一些非结构堆芯的径向建模及网格剖分示意图。

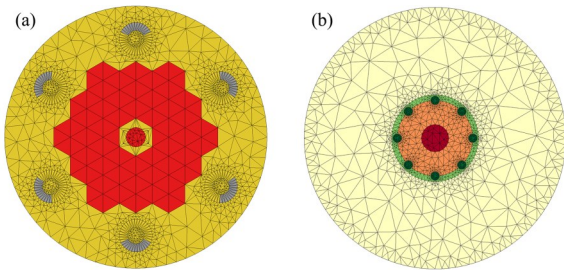


图3 非结构几何堆芯建模网格剖分示意图
(a) 热管堆, (b) 空间堆

Fig.3 Mesh generation of unstructured geometry
(a) Heat pipe reactor, (b) Space reactor

1.3 并行算法

由于堆芯计算采用的是中子输运方程,并且采用的是非结构网格的精细建模,从而导致堆芯计算量较大,因此,需要采用并行计算以减少计算时间。输运方程的并行可以从能量、角度和空间三个维度进行分析,首先,能群的并行由于能群数较少,导致计算迭代退化严重,并且CPU的数量受到能群数的限制;其次,角度上由于数目的限制以及需要在迭代过程中进行全局的通信操作,因此,能群和角度不适合进行并行操作;最后,空间上由于网格数量较多,能够适用于分布式并行,分布式并行可以有效地减少内存需求,因此本文主要讨论在空间上的并行。

空间并行首先需要对于空间的网格进行区域分解,区域分解方式采用开源的图形分割程序METIS^[22],该程序能够对非结构网格进行快速而高效地分解,以获取通信比最小的划分方式,这样可以最大程度地降低通信的数据量。对于空间的并行算法,非结构网格具有复杂的上下游依赖关系,严重制约了并行算法的效率,根据扫描算法,可知在不同CPU上进行计算的网格,下游CPU的网格需要等到上游CPU边界网格计算完成才能够开始进行扫描,随着CPU数量的增加,CPU的等待时间也会随之增长。为了解决这一问题,本文采用了块雅各比的并行算法^[23],其主要依赖于分块矩阵迭代格式的退化。串行的扫描算法类似于高斯赛德尔迭代法,每一个网格在计算时都采用上游网格的最新迭代计算结果,该算法将每一个分块矩阵交接处的迭代通量改为上一次迭代的通量,从而实现各个分块矩阵的并行计算。该算法在分块区域边界上将迭代格式退化为雅可比迭代,而内部仍然保持串行计算的格式,因此该方法被称为块雅可比算法。该方法的优点在于实现简单,且仅需要在每一次迭代完成后进行所有区域边界通量的交换,因此通信次数较少。

2 数值验证与应用

2.1 转鼓反应堆计算验证

转鼓控制反应堆选择一体化斯特林空间堆(Autonomous Circulation Miniature Integrated nuclear Reactor, ACMIR)^[24]进行计算。ACMIR为高温气冷堆,采用氦气冷却,UN装料。所有燃料棒被安置在圆柱形压力容器中,堆芯外环绕BeO反射层和6个控制转鼓。堆芯横截面如图4所示。

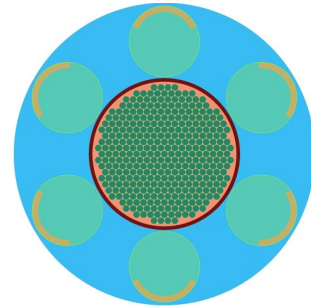


图4 ACMIR堆芯径向示意图
Fig.4 Diagram of the radial core layout of ACMIR

对于ACMIR的建模方式,燃料组件采用六角形阵列模式,其余部分采用CSG进行真实建模,SARAX的径向建模及网格剖分如图5所示。

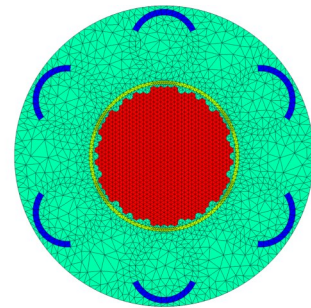


图5 堆芯径向网格剖分示意图
Fig.5 Diagram of mesh generation of radial core

使用截面产生程序TULIP^[25]制作截面,然后将截面提供给堆芯计算程序进行计算,同时将截面转化为宏观截面,能群数为33群,采用P1近似,使用蒙特卡罗程序NECP-MCX^[10]进行多群计算作为参考值,其中蒙特卡罗计算使用的粒子总数为1 000 000,计算总代数数为600代,其中非活跃代数数为200代。SARAX计算采用 S_4 离散角度数,真空边界条件,特征值结果如表1所示。

由表1可知,SARAX的特征值计算结果与多群蒙特卡罗的偏差为 2.97×10^{-3} 。三角形网格的空间离散造成了计算偏差,而蒙特卡罗计算采用的是精确几何模型,没有引入网格的近似。之后统计了燃料

表 1 空间堆特征值计算结果
Table 1 The k_{eff} results of ACRIM

	NECP-MCX	SARAX	偏差 Deviation / 10^{-3}
k_{eff}	1.022 88($\pm 0.000 04$)	1.025 85	2.97

组件的功率分布如图 6 所示，第一行为多群蒙特卡罗 NECP-MCX 的计算结果，第二行为 SARAX 的结果，第三行为两者之间的相对偏差。由图 6 可以看出，统计的组件功率的偏差在 $-0.33\% \sim -0.17\%$ ，两者之间的相对偏差较小。

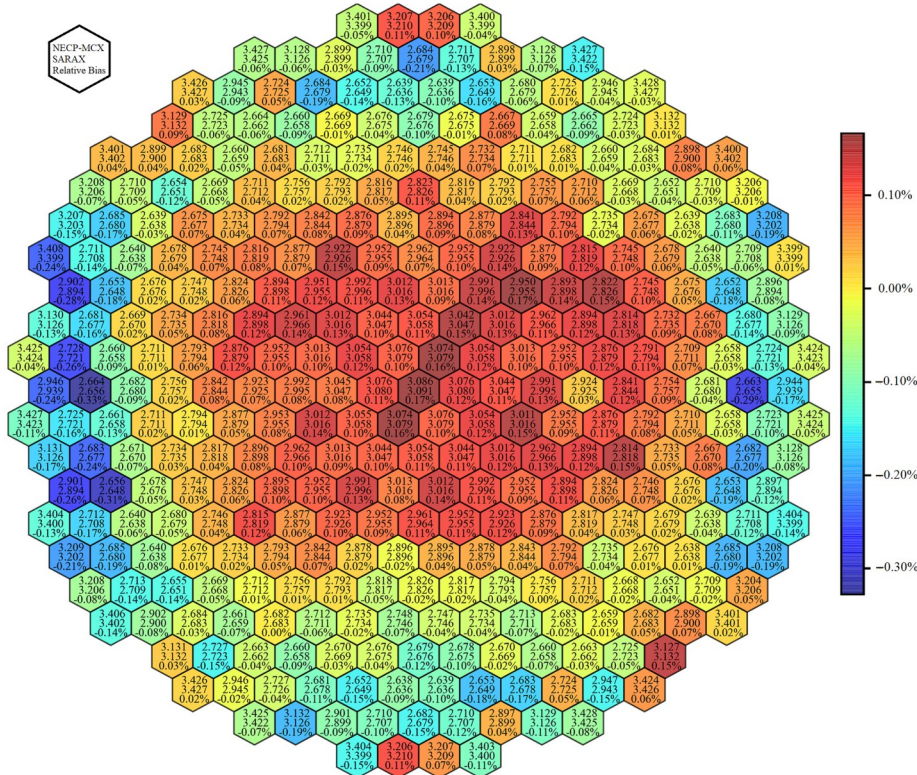


图 6 堆芯燃料组件径向功率分布
Fig.6 Radial power distribution of fuel assembly

2.2 热管堆计算验证

静默式铀基可移动反应堆^[11]是一种兆瓦级热管核反应堆。堆芯设计布局如图 7 所示，堆芯由燃料区、保温层、固定式反射层、滑动反射层、安全棒、应急余排通道以及碳化硼部分组成。燃料区外设计有保温层，保温层外布置有大量的铍反射层，并用碳化硼部分包围堆芯以减少堆芯与外部环境之间的相互影响。

堆芯中方形布置的燃料组件以及热管，使用等效均匀化方法建模，堆芯外围的控制棒及反射层进行真实建模，径向分布如图 8 所示。

与转鼓反应堆计算类似，采用截面产生程序 TULIP 制作截面，然后将截面提供给堆芯输运计算程序进行计算，同时将截面转化为宏观截面，能群数为 33 群，采用 P1 近似，使用蒙特卡罗程序 NECP-MCX 进行多群计算作为参考值，NECP-MCX 计算粒子数为 1 000 000，计算总代数数为 600 代，其中非活

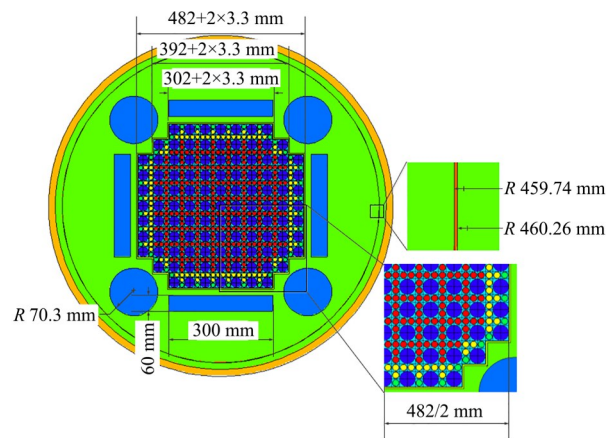


图 7 热管堆布置图
Fig.7 Radial layout of heat pipe core

跃代数为 200 代。SARAX 计算采用 S_4 离散角度数，真空边界条件。特征值结果如表 2 所示。

由表 2 可知，SARAX 的特征值计算结果与多群

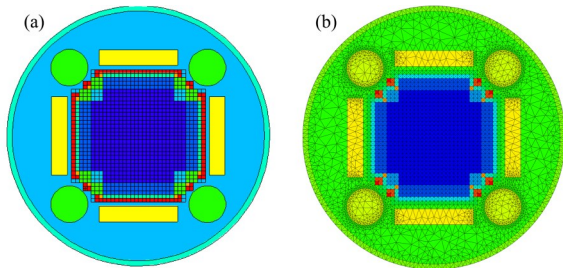


图8 热管堆堆芯径向建模(a)及网格剖分(b)
Fig.8 Radial modeling (a) and mesh generation (b) of heat pipe core

蒙特卡罗的偏差为 1.29×10^{-3} 。然后分别统计了 SARAX 和 NECP-MCX 计算的燃料组件径向功率分布如图9所示。由图9可以看出,统计的组件功率的

表3 模型A和模型B的并行性能
Table 3 Parallel performance of model A and model B

核数 Nuclear number	模型A Model A		模型B Model B	
	计算时间 Computation time / s	计算效率 Computational efficiency / %	计算时间 Computation time / s	计算效率 Computational efficiency / %
1	1 203.94	100.00	1 621.2	100.00
24	65.36	76.75	99.93	67.60
48	36.48	68.76	50.79	66.50
96	21.48	58.38	28.46	59.34
144	16.32	51.23	20.81	54.10
192	14.72	42.60	17.35	48.67
240	13.05	38.44	16.24	41.59
312	11.90	32.43	14.24	36.49

从表3可看出,模型A和模型B的并行效率在96核时并行效率约为60%,在核数较多时并行效率开始降低。表明基于块雅克比并行的三维任意三棱柱节离散纵标节块法在百核时具有较高的并行效率。其在核数较多(百核以上)时并行效率降低,是由于块雅克比的迭代退化从而导致并行效率下降。

3 结语

本文针对复杂非结构几何堆芯的特点,开发了非结构网格的堆芯物理计算程序 SARAX,实现了复杂非结构几何堆芯的精确建模与网格剖分功能,实现了区域分解的块雅各比并行算法,减少了程序在堆芯设计计算中的计算时间,并对程序在复杂堆芯的计算精度进行了验证应用。在空间堆以及热管堆的应用中,实现了堆芯的精细建模,对特征值与功率分布进行了计算,与蒙特卡罗程序 NECP-MCX 的多群计算结果相比,特征值的计算偏差小于 3.00×10^{-3} ,径向功率分布的相对偏差小于 1.5%,验证了 SARAX 在非结构几何堆芯中计算中具有较高

表2 热管堆特征值计算结果
Table 2 The k_{eff} results

	NECP-MCX	SARAX	偏差 Deviation / 10^{-3}
k_{eff}	1.043 66($\pm 0.000 04$)	1.044 95	1.29

偏差在 $-0.73\% \sim 1.35\%$,两者之间的相对偏差较小。

2.3 并行效率测试

在天河二号服务器上对 SARAX 的并行算法的强并行效率进行了测试,即问题规模不变,不断增加并行核数。对于测试的问题,选择了网格数为 $5\ 617 \times 14$ 的模型A和网格数为 $7\ 132 \times 9$ 的模型B进行测试。计算能群数均为33群,S4P1。模型A和模型B的并行计算结果如表3所示。

度。并对 SARAX 程序的计算效率进行了测试,在百核时的计算效率能够达到60%左右。

作者贡献声明 肖博文负责论文编写,程序设计开发;郑友琦负责论文整体设计,指导写作;王永平负责论文审阅;乔梁负责并行算法设计开发;陶昱姗、刘啸岳负责提供计算数据。

参考文献

- Bradley K. NEAMS: The Nuclear Energy Advanced Modeling and Simulation Program[R]. Office of Scientific & Technical Information Technical Reports, 2013.
- Shemon E R, Lee C H, Smith M. Verification and Validation Plan for PROTEUS[R]. ANL/NE-14/8, Argonne National Laboratory, 2014.
- Shemon E R, Smith M A. PROTEUS-SN Methodology Manual[R]. ANL/NE-14/5, Argonne National Laboratory, 2014.
- Smith M A, Mahadevan V S, Wolters E R. Continued

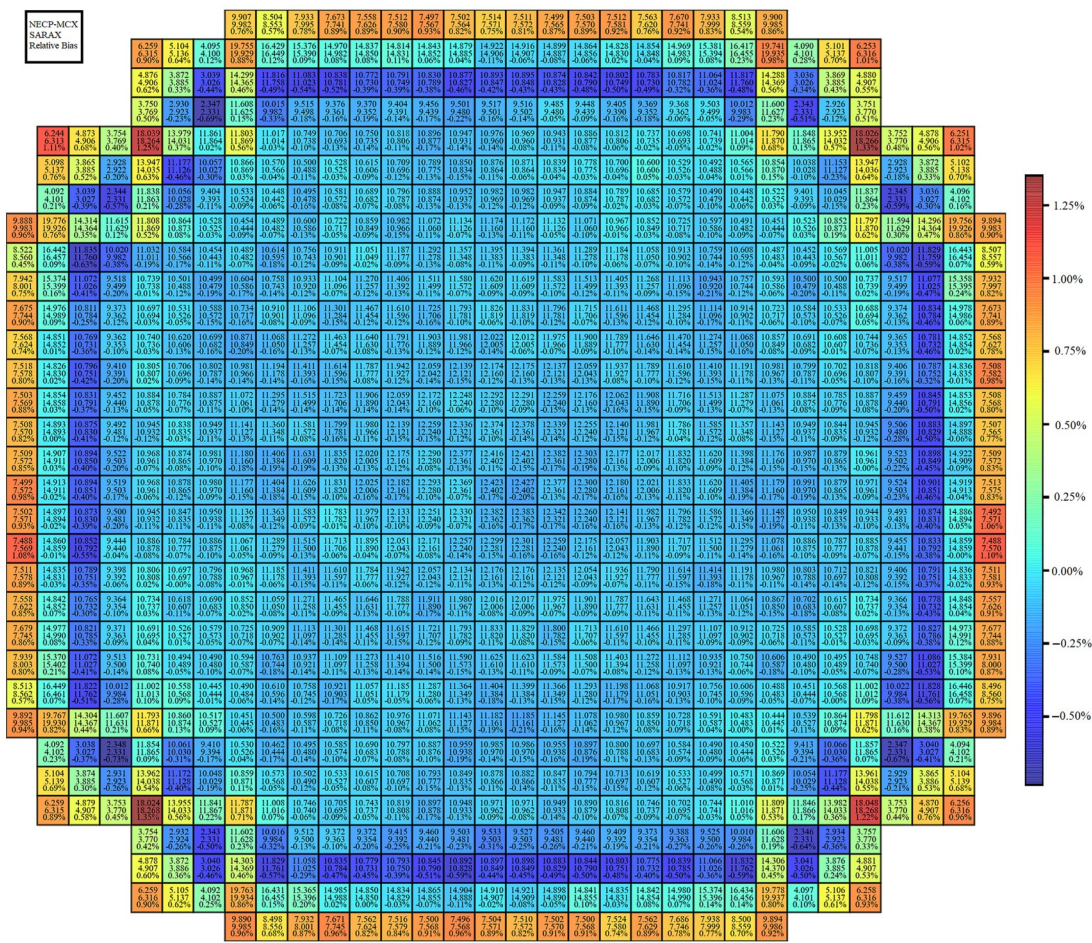


图9 燃料组件径向功率分布
Fig.9 Radial power distribution of fuel assembly

Research for Improvement of PTOTEX-SN[R]. ANL/NE-13/2, Argonne National Laboratory, 2013.

- 5 Waring T A, Mcghee J M, Morel J E. ATTILA: a three-dimensional, unstructured tetrahedral mesh discrete ordinates transport code[J]. Transactions of the American Nuclear Society, 1996, 75: 146-147.
- 6 Waring T A, Mcghee J M, Morel J E, et al. Discontinuous finite element SN methods on three-dimensional unstructured grids[J]. Nuclear Science & Engineering the Journal of the American Nuclear Society, 2001, 138(3): 256-268.
- 7 Wang Y, Dehart M D, Gleicher F N, et al. Year end progress report on rattleSnake improvements[R]. Idaho National Laboratory, INL/EXT-15-36639, 2015.
- 8 Fournier D, Tellier R L, Suteau C, et al. High-order discrete ordinate transport in hexagonal geometry: a new capability in ERANOS[J]. In Nuovo Cimento, 2010, 33: 121-128
- 9 Moller J Y, Lautard J J. MINARET, a deterministic

- neutron transport solver for nuclear core calculations[C]. International Conference on Mathematics and Computational Methods Applied to Nuclear Science and Engineering, Salt Lake City, Utah, September 2011.
- 10 傅连祥, 阳述林. 二维中子输运程序的研制[R]. 技术报告 IAPCM-99-102. 北京: 北京应用物理与计算数学研究所, 1999.
- 11 莫则尧, 傅连祥, 阳述林. 非结构网格上求解中子输运方程的并行流水线Sn扫描算法[J]. 计算机学报, 2004, 27(5): 587-595.
- MO Zeyao, FU Lianxiang, YANG Shulin. Programming report for numerical solution of two dimensional neutron transport equation[R]. Technical Report IAPCM-99-102. Beijing: Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, 1999.
- 11 莫则尧, 傅连祥, 阳述林. 非结构网格上求解中子输运方程的并行流水线Sn扫描算法[J]. 计算机学报, 2004, 27(5): 587-595.
- MO Zeyao, FU Lianxiang, YANG Shulin. Parallel algorithm for neutron transport on unstructured grid[J]. Chinese Journal Of Computers, 2004, 27(5): 587-595.

- 12 Mo Z, Fu L. Parallel flux sweep algorithm for neutron transport on unstructured grid[J]. The Journal of Supercomputing, 2004, **30**: 5-17.
- 13 Mo Z, Zhang A, Zhang Y. A new parallel algorithm for vertex priorities of data flow acyclic digraphs[J]. Journal of Supercomputing, 2014, **68**(1): 49-64.
- 14 Yan J, Tan G M, Sun N H. Optimizing parallel sweeps on unstructured grids for multi-core clusters[J]. Journal of Computer Science and Technology, 2013, **28**: 657-670.
- 15 迟利华, 刘杰, 田平. 非结构网格粒子输运Sn并行算法[J]. 计算机工程与科学, 2010, **32**(10): 85-89.
CHI Lihua, LIU Jie, TIAN Ping. The Sn parallel algorithm for particle transport on unstructured grids[J]. Computer Engineering & Science, 2010, **32**(10): 85-89.
- 16 肖锋. 一阶中子输运方程的离散纵标有限元方法研究[J]. 原子能科学技术, 2017, **51**(3): 444-449.
XIAO Feng. Research on finite element method discrete ordinates solution of the first order neutron transport equation[J]. Atomic Energy Science and Technology, 2017, **51**(3): 444-449.
- 17 卢皓亮. 基于三角形网格的中子扩散和输运节块方法研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2007.
LU Haoliang. Nodal methods for the neutron diffusion and transport equations in triangular meshes[D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2007.
- 18 Zheng Y Q, Du X N, Xu Z T, *et al.* SARAX: a new code for fast reactor analysis Part I: methods[J]. Nuclear Engineering and Design, 2018, **340**: 421-430. DOI: [10.1016/j.nucengdes.2018.10.008](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2018.10.008).
- 19 Zheng Y Q, Qiao L, Zhai Z A, *et al.* SARAX: a new code for fast reactor analysis Part II: verification, validation and uncertainty quantification[J]. Nuclear Engineering and Design, 2018, **331**: 41 - 53. DOI: [10.1016/j.nucengdes.2018.02.033](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2018.02.033).
- 20 谢仲生, 邓力. 中子输运理论数值计算方法[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2005.
XIE Zhongsheng, DENG Li. Numerical calculation method of neutron transport theory[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2005.
- 21 Shewchuk J R. Triangle: Engineering a 2D quality mesh generator and Delaunay triangulator[M]. Applied Computational Geometry Towards Geometric Engineering. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1996: 203 - 222. DOI: [10.1007/bfb0014497](https://doi.org/10.1007/bfb0014497).
- 22 Karypis G, Kumar V. A fast and high quality multilevel scheme for partitioning irregular graphs[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1998, **20**(1): 359 - 392. DOI: [10.1137/s1064827595287997](https://doi.org/10.1137/s1064827595287997).
- 23 乔梁. 钠冷快堆中子输运并行算法及堆芯物理参数的不确定性分析与核数据调整研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2021.
QIAO Liang. Neutron transport parallel calculation method in sodium-cooled fast reactor applied with uncertainty analysis and nuclear data adjustment research [D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2021.
- 24 Li J, Zhou Q, Xia Y, *et al.* Study on reactivity control strategies for the thermoelectric integrated space nuclear reactor[J]. Annals of Nuclear Energy, 2020, **145**: 107607. DOI: [10.1016/j.anucene.2020.107607](https://doi.org/10.1016/j.anucene.2020.107607).
- 25 Wei L F, Zheng Y Q, Wu H C. Improvement of few-group cross-section generation in fast reactor analysis system SARAX[J]. Annals of Nuclear Energy, 2019, **132**: 149 - 160. DOI: [10.1016/j.anucene.2019.04.026](https://doi.org/10.1016/j.anucene.2019.04.026).
- 26 He Q M, Zheng Q, Li J, *et al.* NECP-MCX: a hybrid Monte-Carlo-Deterministic particle-transport code for the simulation of deep-penetration problems[J]. Annals of Nuclear Energy, 2021, **151**: 107978. DOI: [10.1016/j.anucene.2020.107978](https://doi.org/10.1016/j.anucene.2020.107978).
- 27 Du X N, Tao Y S, Zheng Y Q, *et al.* Reactor core design of UPR-s: a nuclear reactor for silence thermoelectric system NUSTER[J]. Nuclear Engineering and Design, 2021, **383**: 111404. DOI: [10.1016/j.nucengdes.2021.111404](https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2021.111404).