

边界元法计算束流位置探测器的灵敏度系数

李勇^{1,2} 何俊¹ 随艳峰^{1,2} 袁任贤³ 杜垚垚¹ 张婉¹ 王徐建¹ 尹頔¹
于令达¹ 刘智¹ 魏书军¹ 岳军会¹ 曹建社^{1,2}

1(中国科学院高能物理研究所 北京 100049)

2(中国科学院大学 北京 100049)

3(中国科学院上海高等研究院 上海 201204)

摘要 为满足高能同步辐射光源(High Energy Photon Source, HEPS)束流位置测量的需求,研制了各种类型的束流位置探测器(Beam Position Monitor, BPM)。位置灵敏度系数是BPM的一项重要参数,通过它可以精确计算束流的位置。使用边界元法计算束流位置探测器的灵敏度系数,适用于在无法使用天线模拟束流进行实际测量和有限元软件进行模拟的场合。以HEPS储存环BPM的参数为例,首先用边界元法分析计算了具有圆形横截面的BPM的位置灵敏度系数,在此基础上,分析了椭圆形(HEPS增强器)与八边形(BEPCII储存环)管道的系数。将该方法应用于BPM的设计与分析中,确定了高能光源增强器BPM纽扣电极的方位角和北京正负电子对撞机BPM的纽扣电极间距。此外,计算了上述BPM的位置灵敏度系数分布Mapping图。圆形管道BPM的位置灵敏度系数结果与解析值接近,相对误差在1%左右,椭圆形与八边形管道BPM的计算结果与实际测量结果的偏差都在2%左右,证明了边界元法计算束流位置探测器的位置灵敏度系数是一种可靠的方法,可用于BPM的设计与相关问题的分析。

关键词 边界元法, 束流位置探测器, 位置灵敏度系数, 高能同步辐射光源

中图分类号 TL506

DOI: 10.11889/j.0253-3219.2023.hjs.46.050404

Sensitivity estimation for beam position monitors using a boundary element method

LI Yong^{1,2} HE Jun¹ SUI Yanfeng^{1,2} YUAN Renxian³ DU Yaoyao¹ ZHANG Wan¹ WANG Xujian¹
YIN Di¹ YU Lingda¹ LIU Zhi¹ WEI Shujun¹ YUE Junhui¹ CAO Jianshe^{1,2}

1(Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

2(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

3(Shanghai Advanced Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201204, China)

Abstract [Background] To measure the beam positions of High Energy Photon Source (HEPS), different types of beam position monitors (BPMs) have been developed. The position sensitivity coefficient is an important parameter of BPMs by which the position of the beam can be calculated. [Purpose] This study aims to establish a method for calculating the position sensitivity coefficient of BPMs. [Methods] The position sensitivity coefficients of various types of BPMs, such as round, elliptical, and octagonal pipes, were determined by using the boundary element method (BEM). The azimuth button angles in the elliptical BPM of the HEPS booster and the button distances in an

中国科学院青年创新促进会基金(No.2019013, No.Y202005)、国家自然科学基金(No.11975254)资助

第一作者: 李勇, 男, 1995年出生, 2019年毕业于东北大学, 现为硕士研究生, 从事加速器束流测量研究

通信作者: 何俊, E-mail: hejun@ihep.ac.cn

收稿日期: 2022-10-16, 修回日期: 2023-01-03

Supported by Foundation of Youth Innovation Promotion Association, Chinese Academy of Sciences (No.2019013, No.Y202005) and National Natural Science Foundation of China (No.11975254)

First author: LI Yong, male, born in 1995, graduated from Northeastern University in 2019, master student, focusing on accelerator beam diagnostics

Corresponding author: HE Jun, E-mail: hejun@ihep.ac.cn

Received date: 2022-10-16, revised date: 2023-01-03

octagonal BPM on the Beijing Electron Positron Collider II (BEPCII) storage ring were derived by the application of BEM. Furthermore, the position sensitivity mappings of the BPMs was calculated. **[Results]** The difference in sensitivity results of the round BPM calculated by the BEM and the analytical value is approximately 1%. The error between the calculated and experimental measurement results of the position sensitivity coefficients of the elliptical and octagonal sections is approximately 2%. **[Conclusions]** The BEM is a reliable method for calculating the position sensitivity coefficient of BPMs, which can be used in BPM design.

Key words Boundary element method, Beam position monitor, Position sensitivity coefficient, High energy photon source

高能同步辐射光源 (High Energy Photon Source, HEPS) 是我国第一台第四代同步辐射光源, 目前正处于工程建设阶段^[1-2]。其能量为 6 GeV, 自然发射度为 34 pm·rad, 建成后将为各种基础科学研究提供能量高达 300 keV 的高性能 X 射线^[3-4]。第四代光源突出的特点是亮度高、发射度小, 光源点尺寸比三代光源要小得多, 而一般的光学实验对光源点的稳定性要求为束流尺寸的 10%, 相应的束流轨道稳定性也提到了亚微米级, 束流位置测量的分辨率与精度要求也提高了。束流位置测量由束流位置探测器 (Beam Position Monitor, BPM) 来完成, 通常由束流位置探头和电子学组成^[5-6]。BPM 的位置灵敏度系数是探头信号与束流实际位置转化过程中的关键参数。在 BPM 探头加工完成后, 可以使用标定系统对其进行标定, 对位置灵敏度系数进行精确测量^[7]。在 BPM 设计阶段, 利用电磁仿真软件如 CST 等, 也可以模拟标定过程, 得到设计的理论值^[8]。本文则主要介绍一种基于有限元思想的计算位置灵敏度系数的方法——边界元分析方法。

1 理论

1.1 位置灵敏度系数的计算

BPM 探头通常由腔体和四个拾取电极组成, 如图 1 所示。BPM 输出信号是束流位置、束流强度、束团长度以及其他因素 (如线缆长度、电子学工作频率、环境温度) 等的函数, 第 i 个拾取电极上的输出信号在时域上可表示为:

$$V_i(t) = f(x, y, I, \sigma, A_{\text{else}}) = f_1(x, y) \times I \times f_2(\sigma) \times A_{\text{else}} \quad (1)$$

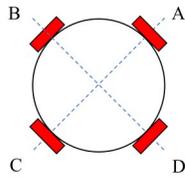


图1 BPM 探头示意图

Fig.1 Sketch map of beam position monitor

式(1)中 x, y 为束流的实际位置; I 为束流流强; σ 是束团长度; A_{else} 是其他因素综合之后的影响因子。通常用 4 个电极输出信号的差和比来计算束流位置:

$$U = \frac{V_a + V_d - V_b - V_c}{V_a + V_b + V_c + V_d}, \quad V = \frac{V_a + V_b - V_c - V_d}{V_a + V_b + V_c + V_d} \quad (2)$$

式(2)中归一化的电信号 U, V 的值分别反映束流在 X 方向和 Y 方向的位置信息。经过式(2)计算, 流强的影响被消除。对于相对论粒子 ($\beta \approx 1$), 电子学的工作频率与束团长度的影响也被消除了。束流位置与归一化的电信号的关系可表示为^[9-10]:

$$\begin{aligned} x &= \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i A_{i-j,j} U^{i-j} V^j, \\ y &= \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i B_{i-j,j} U^{i-j} V^j \end{aligned} \quad (3)$$

阶数 n 可以取不同的值, 以 $n=1$ 为例, 束流位置可表示为:

$$x = A_0 + A_1 \times U + A_2 \times V, \quad y = B_0 + B_1 \times U + B_2 \times V \quad (4)$$

式中: $A_0 (B_0)$ 为水平 (竖直) 方向的电中心的偏移, 产生的原因是电极差异、线缆和电子学通道增益差异。它可以用准直技术 (Beam Base Alignment) 来消除^[11-12]。 A_2 和 B_1 则分别是两个方向的耦合, 通常也是与束流位置相关的函数, 但是在管道中心时近似为 0, 而 A_1 和 B_2 则是 BPM 最重要的一个参数, 称之为位置灵敏度系数, 通常用 k 表示, 其中水平与竖直方向的位置与灵敏度系数满足:

$$x = k_x(x, y) U, \quad y = k_y(x, y) V \quad (5)$$

为了精确测量束流位置, BPM 在安装之前, 通常会在工作台上校准位置灵敏度系数。在标定时, 向金属丝或天线上输入射频信号来模拟束流电场, 改变天线的位置记录信号大小的差和比, 利用式(3)可以同时得到包括灵敏度系数在内的多个系数^[7]。实验上通常会对灵敏度系数的测量值和设计的理论值相比较。

1.2 边界元法理论

使用边界元法计算 BPM 的位置灵敏度系数, 先要确定电极上的感应电荷, 电极一般对称分布在束流管道上。对于相对论束流, 束流的电场收缩于横

截面上,电极上感应电荷的求解问题可以简化为管道边界上感应电荷分布的问题,即由束流管道包围

的封闭区域的静电问题^[9,13-14],其二维示意图如图2(a)所示,电荷 ρ_0 表示束流,被真空室边界 Γ 包围。

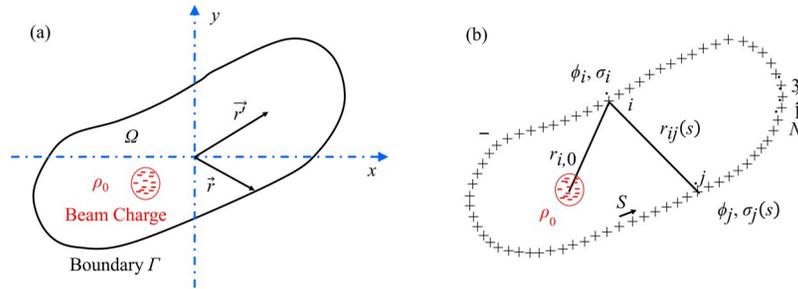


图2 二维静电问题求解(a)和管道被分成 N 小段的离散边界 Γ (b)示意图

Fig.2 Two-dimensional electrostatic problem (a) and discretization of the boundary Γ by a finite number N of small line segments (b)

描述这类问题的基本方程是泊松方程,标量势 $\phi(\vec{r})$ 和电荷密度 $\rho(\vec{r})$ 满足:

$$\nabla^2 \phi(\vec{r}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0} \quad (6)$$

为了找到标量势的解,根据两个标量场 Φ 、 Ψ 的格林方程:

$$\int_V [\Phi \nabla^2 \Psi - \Psi \nabla^2 \Phi] d^3r = \oint_S \left[\Phi \frac{\partial \Psi}{\partial n} - \Psi \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right] d^2r \quad (7)$$

其中: V 是一个被封闭曲面 S 包围的任意三维体积。选择:

$$\Phi = \phi(\vec{r}), \Psi = G(\vec{r}, \vec{r}') \quad (8)$$

其中: $\phi(\vec{r})$ 是由式(6)描述的标量势,而 $G(\vec{r})$ 是相应的格林函数,它满足:

$$\nabla^2 G(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (9)$$

将式(6)和式(9)代入到式(7)中,可以得到标量势的积分表示:

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V G(\vec{r}, \vec{r}') \rho(\vec{r}') d^3r + \oint_S \left[G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial \phi(\vec{r}')}{\partial n} - \phi(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} \right] d^2r \quad (10)$$

而 ϕ 关于表面法线 \hat{n} 的导数可以表示为:

$$\frac{\partial \phi(\vec{r})}{\partial n} = \vec{\nabla} \phi(\vec{r}) \cdot \hat{n} = -\vec{E} \cdot \hat{n} = \frac{\sigma(\vec{r})}{\epsilon_0} \quad (11)$$

此外,假设束流管道表面 S 是理想导体,标量势满足:

$$\phi(\vec{r}) = 0 \quad \text{for } \vec{r} \in S \quad (12)$$

它的积分形式为:

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V G(\vec{r}, \vec{r}') \rho(\vec{r}') d^3r + \frac{1}{\epsilon_0} \oint_S G(\vec{r}, \vec{r}') \sigma(\vec{r}') d^2r \quad (13)$$

在二维情况下,格林函数可以通过直接求解方

程(9)来确定,即:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{1}{2\pi} \ln |\vec{r} - \vec{r}'| = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (14)$$

假设包含电荷 $\rho(x, y)$ 的二维区域用 Ω 表示,束流管道用 Γ 表示,如图2所示,静电感应的标量势的积分形式可表示为^[13]:

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{\Omega} \rho(\vec{r}') \ln \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\Omega + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \oint_{\Gamma} \sigma(\vec{r}') \ln \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\Gamma \quad (15)$$

如果将束流看作点电荷,则电荷分布为:

$$\rho(\vec{r}') = \rho_0 \delta(\vec{r}_0 - \vec{r}') \quad (16)$$

在这个条件下,可以直接对面积 Ω 进行积分,有:

$$\phi(\vec{r}) = \frac{\rho_0}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \oint_{\Gamma} \sigma(\vec{r}') \ln \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\Gamma \quad (17)$$

这个等式是所有进一步计算的基础。

式(17)可以用数值法求解。将边界划分成一个个小的线段^[14],如图2(b)所示,第 i 个线段的电势 ϕ_i 可表示为:

$$\phi_i = \frac{\rho_0}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{r_{i0}} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N \int_{r_j} \sigma_j(s) \ln \frac{1}{r_{ij}(s)} ds \quad (18)$$

假设边界线段单元足够小,则电荷密度 $\sigma_j(s)$ 在该同一个线段单元内近似为常数,方程(18)可写为:

$$\phi_i = \frac{\rho_0}{2\pi\epsilon_0} G_{i0} + \frac{\sigma_j}{2\pi\epsilon_0} \sum_{j=1}^N G_{ij} \quad (19)$$

其中:

$$G_{i0} = \ln \frac{1}{r_{i0}} \quad (20)$$

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} \ln \frac{1}{r_{ij}(s)} ds \quad (21)$$

我们将管道的边界 Γ 划分成 N 个边界元素 Γ_j ,方程(19)可表示为:

$$[\phi_i] = \frac{\rho_0}{2\pi\epsilon_0} [G_{i0}] + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} [G_{ij}] [\sigma_j] \quad (22)$$

其中的矩阵 $[\phi_i]$ 、 $[G_{i0}]$ 是 N 维列向量,而矩阵 $[G_{ij}]$ 是一个 $N \times N$ 矩阵。束流管道的边界 Γ 的电势为零。通过矩阵求逆,方程(22)可以改写为:

$$[\sigma_j] = -\rho_0 [G_{ij}]^{-1} [G_{i0}] \quad (23)$$

通过求解该矩阵方程,就可以得到管道上的感应电荷密度分布 σ_j 。

2 感应电荷密度的计算

不同加速器管道的形状各不相同,图3是不同装置的BPM横截面示意图。对于圆形或椭圆形的管道,可根据方位角 θ 来划分边界,首先以图3(a)所示的管道为例,如果将管道分成 $N=3\ 600$ 段,束流位于管道中心时,管道上的感应电荷为均匀分布,每段

上的归一化电荷密度将为 $1/3\ 600=2.78 \times 10^{-4}$,每段边界元的长度为 $19\ \mu\text{m}$,远小于典型的CST网格划分的尺寸。当边界元长度与机械加工精度($\sim 10\ \mu\text{m}$)、纽扣电极定位精度($\sim 20\ \mu\text{m}$)和束流位置测量精度($\sim 10\ \mu\text{m}$)同一量级时,截断误差对结果的影响几乎可以忽略。现在假设束流位于($x_0 = y_0 = 1\ \text{mm}$),管道上的电荷将不再均匀分布,这时需要用式(23)计算其电荷分布,则 σ 随 θ 的分布如图4(b)中黑线所示,其中纽扣电极(即拾取电极)直径 $\Phi_b = 8\ \text{mm}$,4个纽扣电极分别位于 45° 、 135° 、 225° 、 315° 处,横坐标 θ 为各单元对应的角度,可以看出 $\theta = 45^\circ$ 处电荷密度最大;在相同条件下,对于图3(b)中的椭圆形管道,束流位于管道中心时,最大值出现在 $\theta = 90^\circ$ 和 $\theta = 270^\circ$ 处,当束流位于 $x_0 = y_0 = 1\ \text{mm}$ 处,则最大值出现在 $\theta = 83^\circ$ (整个管道上离束流最近)处,如图4(b)中红线所示。对于八边形、跑道型或其他不规则的管道,计算的方法与圆或椭圆类似,将管道分成 N 段,确认每一小段的坐标后,用式(23)计算。注意如果是根据方位角来划分单元,因为距管道中心距离不同,划分的线段元的长度是不同的。

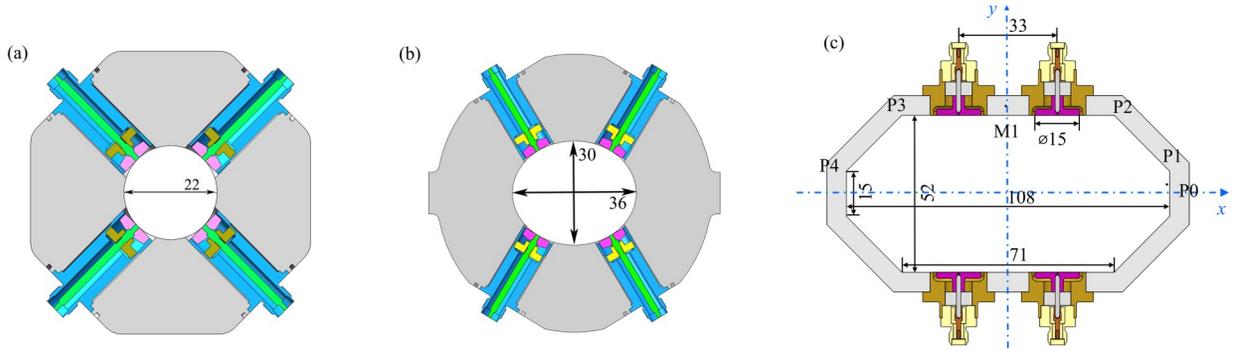


图3 高能光源储存环BPM^[15-16]圆形管道(a)、高能光源增强器BPM椭圆管道(b)和北京正负电子对撞机BPM^[17]八边形管道(c)的横截面示意图

Fig.3 Cross section diagram of the HEPS storage ring BPM^[15-16] on circular pipe (a), HEPS booster BPM on elliptical pipe (b), and BEPC II BPM^[17] on octagonal pipe (c)

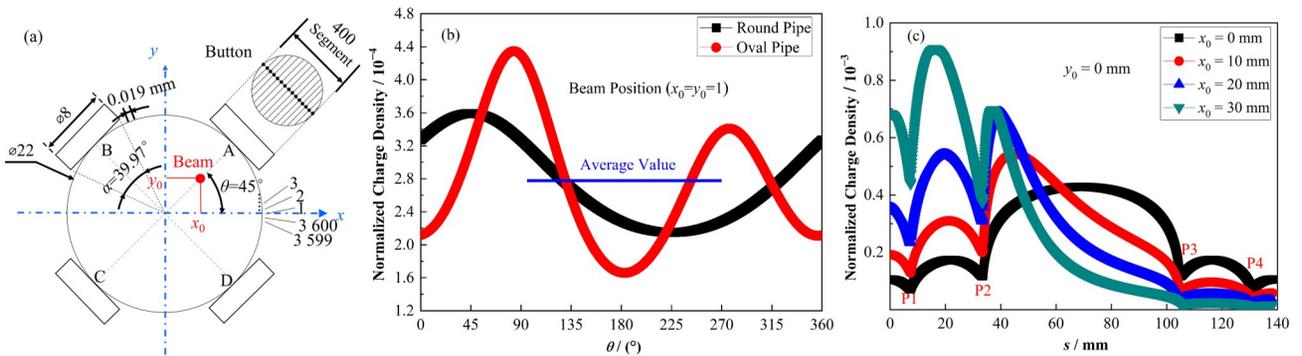


图4 HEPS储存环BPM截面图(a)、HEPS储存环和增强器BPM的感应电荷分布图(b)和北京正负电子对撞机八边形BPM感应电荷分布图(c)(彩色见网络版)

Fig.4 Cross sectional diagram of the HEPS storage ring BPM (a), induced charge distributions for the storage ring and booster BPM (b), and induced charge distributions for the BEPCII octagonal pipe BPM (c) (color online)

横截面为八边形的北京正负电子对撞机BPM的感应电荷分布如图4(c)所示(假设束流分别位于 $y_0 = 0, x_0 = 0 \text{ mm}, 10 \text{ mm}, 20 \text{ mm}, 30 \text{ mm}$ 处),其中P1~P4对应的点如图3(c)所示,与圆和椭圆不同的是,八边形管道横坐标采用的是边界上距离起始点的路程,其中起始点为P0($s=0$)点。因为图形是上下对称的,图4(c)中仅显示了管道上半部分的感应电荷分布。当束流位于管道中心时,两个纽扣电极之间的中点M1处的电荷密度最大,而当束流沿着水平轴向右移动时,最大点逐渐往P1方向移动。

3 位置灵敏度系数与UV Mapping图

通过边界元法计算得到管道上的电荷分布之后,特定位置电极上的感应电荷 $Q_i(i=a, b, c, d)$ 可以通过对该电极覆盖的边界线段元的电荷密度求和得到。电极上的信号强度正比于感应电荷的大小,用 Q_i 替代等式(2)中的 $V_i(i=a, b, c, d)$,可得到差和比 U 和 V ,画出Mapping图。相应的位置灵敏度系数可由差和比 U, V 对束流位置 x_0, y_0 的导数确定:

$$S_x = \frac{\partial U_x}{\partial x_0}, S_y = \frac{\partial V_y}{\partial y_0} \quad (24)$$

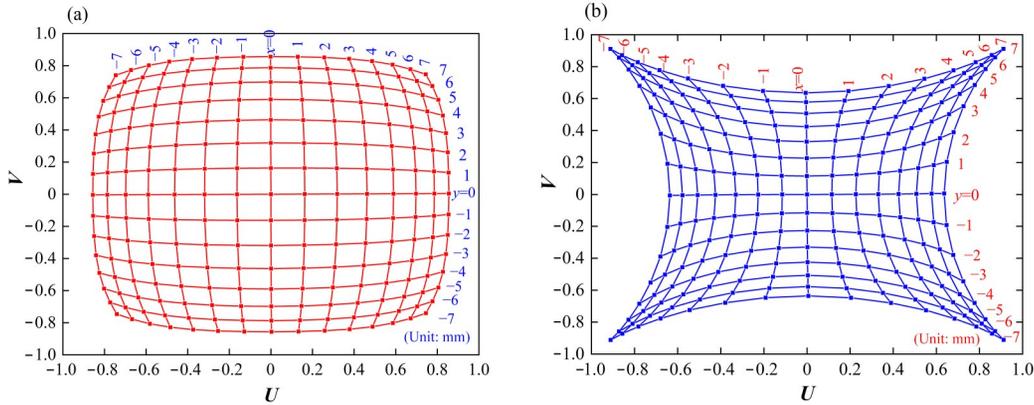


图5 两电极(a)与四电极(b)算法Mapping图

Fig.5 Mapping of a round pipe with two-electrode (a) and four-electrode (b) algorithms

对于规则的圆形管道,两电极与四电极在管道中心的灵敏度系数 $k_i(0,0)$ 还可以分别由以下解析公式进行计算^[13,18-19]:

$$k_x = k_y = \frac{R_b(\alpha/2)}{2\sin(\alpha/2)}, \text{ for } \theta = 0^\circ \quad (27)$$

$$k_x = k_y = \frac{R_b(\alpha/2)}{\sqrt{2}\sin(\alpha/2)}, \text{ for } \theta = 45^\circ \quad (28)$$

式中: R_b 是束流管道半径; α 为纽扣电极所占的张角; θ 为纽扣电极中心所处的方位角。

表1为不同方法得到的BPM位置灵敏度系数对比。边界元法的位置灵敏度系数是经过边界元法

$$k_x = 1/S_x, k_y = 1/S_y \quad (25)$$

互为倒数的位置灵敏度 $S(\% \cdot \text{mm}^{-1})$ 和灵敏度系数 $k(\text{mm})$ 是BPM最重要的特征值。在确定了位置灵敏度系数后,通过等式(5)可计算束流位置。

为了检验该方法,首先对圆形管道(HEPS储存环BPM)进行了计算,为了进行比较,也对四个电极A、B、C、D分别位于 $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 的正交型BPM进行计算,很多不受同步光影响的直线加速器上的BPM就是此种类型。对于正交型BPM的差和比 U, V 分别为:

$$U = \frac{V_a - V_c}{V_a + V_c}, V = \frac{V_b - V_d}{V_b + V_d} \quad (26)$$

此时称为两电极算法;电极A、B、C、D分别位于 $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ 时,对应四电极算法, U, V 值使用式(2)进行计算。图5是两种方法下,束流位置的横坐标 x_0 与纵坐标 y_0 与 U, V 组成Mapping图,以BPM几何中心为原点,束流位置 (x_0, y_0) 取值范围为 $\pm 7 \text{ mm} \times \pm 7 \text{ mm}$,相邻取值点间隔为 1 mm ,纽扣电极半径 $r_b = 4 \text{ mm}$,管道半径 $R_b = 11 \text{ mm}$ 。从图5中可以看出,在相同的管道尺寸之下,两电极算法的线性区域更大。

计算 U, V 值后由式(2)、(24)和(25)计算得到,解析值是根据式(28)得到的计算值。由表1可知,用边界元方法计算所得的 k 值与解析值十分接近,相对误差在1%左右。表中最后一列的实验值是通过校准天线的工作台测量所得,与边界元法计算值的相对误差在2%左右。储存环BPM的测量数据来自于加工的一套验证样机;增强器BPM的数据来自已经加工完成的50套正式BPM, k 值的波动在 $\pm 0.03 \text{ mm}$ 。50个增强器BPM的 k_x, k_y 的测量数据也证明了边界元法的精度在1%量级。

表1 不同方法得到的各BPM位置灵敏度系数(mm)
Table 1 Position sensitivity coefficients of BPMs obtained by different methods (mm)

$k_x, k_y / \text{mm}$	边界元法 Boundary element method	CST	解析值 Analytical	实验值 Experimental
HEPS SR BPM	7.681, 7.681	7.755, 7.752	7.599, 7.599	7.525, 7.526
HEPS Booster BPM	11.406, 11.597	11.475, 11.649	—	11.22±0.03, 11.31±0.03
BEPC II Octagon	23.791, 23.915	22.779, 23.809 ¹⁾	—	23.398, 23.377

注: 1) 文献[10]中发表的数据

Note: 1) Data published in the Ref.[10]

4 位置灵敏度系数匹配与分布

边界元法可用于BPM设计, 比如对于八边形管道, 调节两组扣电极之间的距离, 就可以实现 k_x 与 k_y 的匹配。对于椭圆形管道, 可以调节纽扣电极的方位角来实现 k_x 与 k_y 的匹配。图6是HEPS增强器BPM和BEPC II八边形BPM的灵敏度系数匹配情况(k 值为束流在管道中心时的位置灵敏度系数)。图6(a)是椭圆管道中水平/竖直方向灵敏度系数随纽扣电极A的方位角度 θ_A 变化情况, (另三个电极的方位角为 $\theta_B = 180^\circ - \theta_A$, $\theta_C = 180^\circ + \theta_A$, $\theta_D = 360^\circ - \theta_A$),

从中可以看出, θ_A 增大时, 水平方向的 k 值增大、竖直方向 k 值减小。当 $\theta_A = 49^\circ$ 时 k_x 与 k_y 比较接近, 分别是11.40 mm和11.59 mm。图6(b)是八边形管道中水平/竖直方向灵敏度系数随纽扣电极A与纽扣电极B之间的距离 D 变化情况, 对于八边形管道, 纽扣电极A、B关于 y 轴对称, 而C、D与A、B关于 x 轴对称, 设计时电极A和B的位置可以在图3(c)中P2与P3组成的直线上移动, 当A、B之间距离减小时, 水平方向的 k 值减小、竖直方向 k 值增大, 当两组扣电极之间距离为33 mm时, k_x 和 k_y 比较接近, 分别为23.79 mm和23.91 mm。

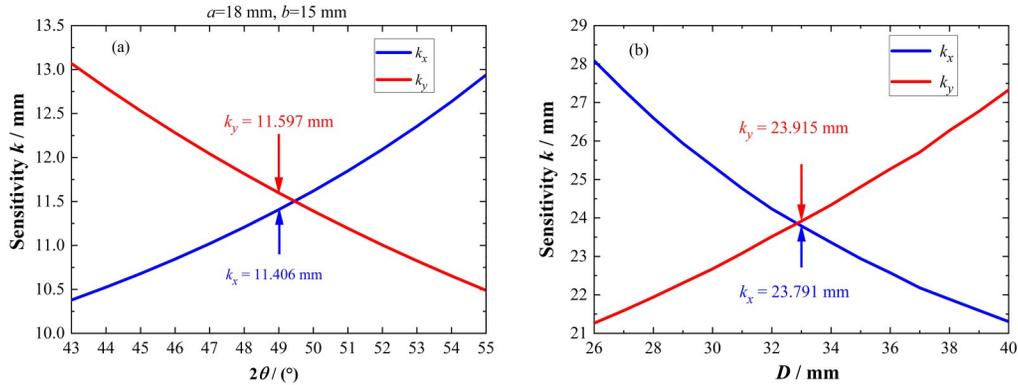


图6 边界元法用于椭圆管道(a)和八边形管道灵敏度系数匹配(b)
Fig.6 Sensitivity coefficient matching for an oval pipe (a) and octagonal pipe (b) by the boundary element method

上面的计算仅分析了管道中心区域的位置灵敏度系数。从图5的Mapping图中可以看出, 管道中心处线性度比较好, 而远离管道中心处呈现明显的非线性。从式(5)中可知, S 和 k 是与束流位置相关的函数, 管道中心处的 $S(0,0)$ 和 $k(0,0)$ 是设计时最关心的参数, 但是非线性区的 k 值也同样是BPM的重要特征参数。对于管道半径为11 mm的储存环BPM, 两电极和四电极算法所得的 k 值的等高线图如图7所示, 其中图7(a)表示4个电极分别位于 0° 、 90° 、 180° 、 270° 时, U 、 V 采用两电极算法, 利用 $k_x = dx / (U(x+dx, y) - U(x, y))$ 计算出的 k_x 分布, 其中 $dx = 0.1 \text{ mm}$; 图7(b)表示四电极分别位于 45° 、 135° 、

225° 、 315° 时, U 、 V 采用四电极算法计算出的 k_x 分布。从中可以看出, 两电极算法的 k 值等高线是椭圆形, 而四电极算法的 k 值等高线是双曲线型, 无论是两电极还是四电极算法, k_x 的最小值在 90° 和 270° 处, 同理可知 k_y 的最小值在 0° 和 180° 处。 k 值等高线图可以直观反映BPM在管道中不同位置的灵敏度差异。

椭圆形与八边形的管道的 k 值等高线图如图8与图9所示, 利用 $k_x = dx / (U(x+dx, y) - U(x, y))$ 计算 k_x , 利用 $k_y = dy / (U(x, y+dy) - U(x, y))$ 计算 k_y , 其中 $dx = dy = 0.1 \text{ mm}$ 。从图8中可知四电极算法的 k 值等高线为双曲线, 因为管道的不对称, 仅能保证在

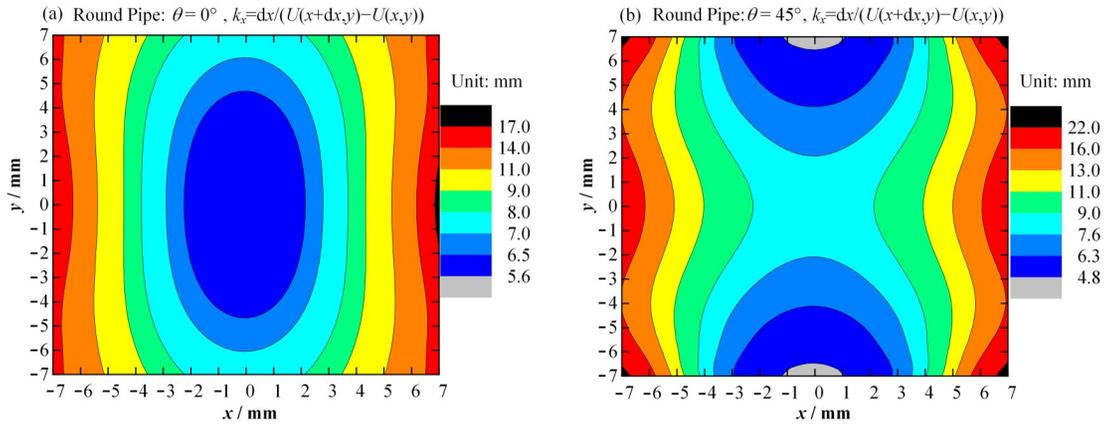


图7 圆形管道两电极(a)与四电极(b)算法的 k 值等高线
Fig.7 Contour maps of k for the two-electrode (a) and four-electrode (b) algorithms

中心区域的 k_x 与 k_y 相等,在线性区之外, k_x 与 k_y 受管道形状的影响而存在差异,为了便于比较,图8(a)与图8(b)中的标尺保持一致,束流位置在 $\pm 10 \text{ mm} \times \pm 10 \text{ mm}$ 的区域内,对应的 k_y 值均小于30 mm。

形的 k 值因边界的影响形状变得更为复杂一些,但是无论什么形状的管道,在管道中心,信号对束流位置变化最为灵敏(S 较大, k 较小)。

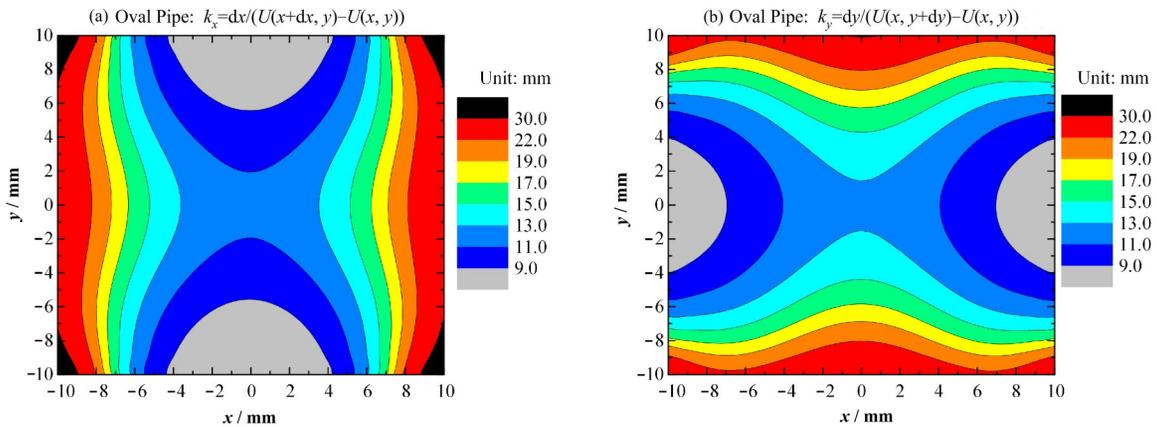


图8 椭圆形管道水平灵敏度系数 k_x (a)和垂直灵敏度系数 k_y (b)等高线图
Fig.8 Contour maps of horizontal sensitivity coefficient k_x (a) and vertical sensitivity coefficient k_y (b) for an oval pipe

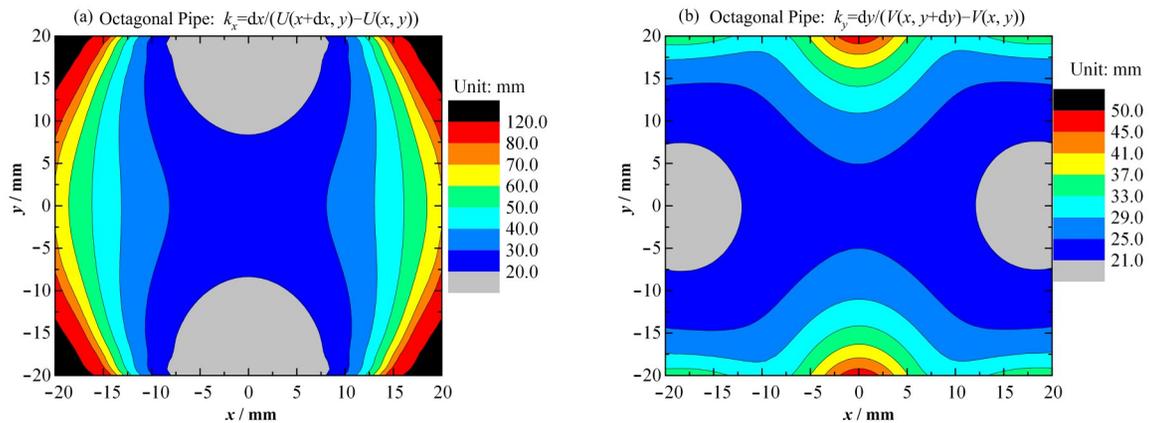


图9 八边形管道水平灵敏度系数 k_x (a)和垂直灵敏度系数 k_y (b)等高线图
Fig.9 Contour maps of horizontal sensitivity coefficient k_x (a) and vertical sensitivity coefficient k_y (b) for an octagonal pipe

5 结语

使用边界元法计算了不同横截面形状 BPM 的位置灵敏度系数,对于圆形管道,边界元法计算的灵敏度系数与解析公式一致,相对误差在 1% 左右。对于没有解析公式的椭圆形管道、八边形管道,边界元法计算的值与实验标定的值也基本一致,误差在 2% 左右。边界元方法是计算 BPM 的位置灵敏度系数的有效方法。另外还以高能光源 BPM 和北京正负电子对撞机 BPM 为例,演示了如何通过边界元法调节纽扣电极的位置来进行灵敏度系数匹配。最后计算了圆形、椭圆形、八边形管道的灵敏度系数在管道内的分布,特别是远离中心的非线性区的情况。相比于 CST 等电磁场仿真软件,边界元法不需要太多的计算资源,就有极高的精度,在 BPM 设计与相关问题分析上具有广泛的应用潜力。

作者贡献声明 李勇负责文献调研,论文撰写;何俊负责程序编写,数据分析,论文整体内容负责;随艳峰负责项目管理与基金支持;袁任贤负责研究思路建议;杜垚垚负责 BPM 电子学应用;张婉负责数据与图片处理;王徐建负责 BPM 机械;尹頔负责实验支持;于令达负责程序调试;刘智负责软件支持;魏书军负责束流位置算法;岳军会负责基金支持;曹建社负责思路建议。

参考文献

- Jiao Y, Chen F S, He P, *et al.* Modification and optimization of the storage ring lattice of the High Energy Photon Source[J]. *Radiation Detection Technology and Methods*, 2020, **4**(4): 415 - 424. DOI: [10.1007/s41605-020-00189-7](https://doi.org/10.1007/s41605-020-00189-7).
- Jiao Y, Bai Y, Cui X H, *et al.* Progress of lattice design and physics studies on the HEPS[C]// *Proceedings of IPAC2021*. Campinas, SP, Brazil, 2021: 229 - 232. DOI: [10.18429/JACoW-IPAC2021-MOPAB053](https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2021-MOPAB053).
- Qin Q, Cao J S, Chen F S, *et al.* Progress of HEPS accelerator system design[C]// *Proceedings of IPAC2019*. Melbourne, Australia, 2019: 633 - 635.
- He J, Sui Y F, Lu Y H, *et al.* Preliminary study on detection and cleaning of parasitic bunches[J]. *Nuclear Science and Techniques*, 2021, **32**(10): 114. DOI: [10.1007/s41365-021-00948-1](https://doi.org/10.1007/s41365-021-00948-1).
- Forek P, Kowina P, Liakin D. Beam position monitors[C]// *CERN Accelerator School, Beam Diagnostics Dourdan*. France, 28 May -6 June, 2008: 187 - 228.
- Manfred W. BPM systems[C]//*Proceedings of the 2018 Course on Beam Instrumentation for Particle Accelerators*. Tuusula, Finland, 2018: 373 - 411.
- 唐旭辉, 何俊, 岳军会, 等. 束流位置探测器自动标定系统研制[J]. *核技术*, 2022, **45**(2): 020102. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2022.hjs.45.020102](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2022.hjs.45.020102).
- TANG Xuhui, HE Jun, YUE Junhui, *et al.* Development of an automatic calibration system for beam position monitor[J]. *Nuclear Techniques*, 2022, **45**(2): 020102. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2022.hjs.45.020102](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2022.hjs.45.020102).
- CST Studio Suite®, Version 2017[Z]. CST AG, Darmstadt, Germany, 2017.
- 袁任贤. 束流位置测量的研究及其在 BEPCII 中的应用[D]. 北京: 中国科学院高能物理研究所, 2004.
- YUAN Renxian. Research on beam position measurement and its application in BEPC II [D]. Beijing: Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, 2004.
- 何俊, 麻惠州, 王之琢, 等. BEPCII 束流位置探测器的 CST 计算[J]. *核技术*, 2017, **40**(10): 100401. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2017.hjs.40.100401](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2017.hjs.40.100401).
- HE Jun, MA Huizhou, WANG Zhizhuo, *et al.* Simulation of BEPCII beam position monitor with CST[J]. *Nuclear Techniques*, 2017, **40**(10): 100401. DOI: [10.11889/j.0253-3219.2017.hjs.40.100401](https://doi.org/10.11889/j.0253-3219.2017.hjs.40.100401).
- Ma L, Cao J, Wang L, *et al.* A preliminary experiment for the beam based calibration of beam position monitors at BEPC[C]//*Proceedings of EPAC2000*. 2000: 1777 - 1779.
- Kumagai K, Kumagai N, Ohkuma H, *et al.* Calibration of beam position monitors using a stored beam in the SPring-8 storage ring[C]//*Proceedings of the 1999 Particle Accelerator Conference (Cat. No.99CH36366)*. March 27 - April 2, 1999, New York, NY, USA. IEEE, 2002: 2343 - 2345. DOI: [10.1109/PAC.1999.792685](https://doi.org/10.1109/PAC.1999.792685).
- Kube G. Sensitivity estimation for the PETRA-III beam position monitors based on a boundary element method [ED/OL]. https://mdi.desy.de/sites2009/site_mdi/content/e37820/e38526/infoboxContent38588/SensitivityEstimationforthePETRA-IIIBeamPositionMonitors.pdf.
- Shintake T, Tejima M, Ishii H, *et al.* Sensitivity calculation of beam position monitor using boundary element method[J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 1987, **254**(1): 146 - 150. DOI: [10.1016/0168-9002\(87\)90496-7](https://doi.org/10.1016/0168-9002(87)90496-7).
- 中国科学院高能物理研究所. HEPS-TF 束测系统初步设计报告[R]. 北京: 中国科学院高能物理研究所, 2015.

- Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences. Preliminary design report of HEPS-TF beam measurement system[R]. Beijing: Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, 2015.
- 16 Jiao Y, Cui X H, Duan Z, *et al.* Progress of lattice design and physics studies on the HEPS[C]//Proceedings of IPAC2019. Melbourne, Australia, 2019: 1203 - 1207.
- 17 张闯, 马力. 北京正负电子对撞机重大改造工程加速器的设计与研制[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2015. ZHANG Chuang, MA Li. Design and development of accelerator for major reconstruction project of Beijing electron positron collider[M]. Shanghai: Shanghai Scientific & Technical Publishers, 2015.
- 18 Shafer R E. Beam position monitoring[J]. AIP Conference Proceedings, 1990, 212(1): 26 - 58. DOI: [10.1063/1.39710](https://doi.org/10.1063/1.39710).
- 19 Smith S R. Beam position monitor engineering[C]//Proceeding Beam Instrumentation Workshop 1996. AIP Conference Proceedings 390, 1997: 50.