

# 多向振动俘能器设计及能量收集实验研究

李龙飞,罗大兵,李晋彤

(西南交通大学 机械工程学院,四川 成都 610031)

**摘要:**针对线性、单一的振动能量俘能器存在工作频带狭窄、只能采集单向振动等问题,该文提出了一种适应货运列车等多向振动应用场景的新型多向振动俘能装置,以增强对环境中振动能量的俘获。该装置结合压电和电磁俘能器,通过螺旋圆柱弹簧和顶端质量有效捕获多向振动,并通过磁力传递振动能量至压电梁。合理设计了弹簧-质量结构,使其在较低的频率范围内可实现多种振动模式,拓宽了俘能器的谐振频带。为了充分利用压电材料,采用了变宽度压电悬臂梁,使应力均匀分布。压电梁自由端的永磁体随着压电梁的振动而产生变化的磁场,在线圈中产生感应电压。通过有限元分析和实验测试,验证了复合式俘能器可以采集多向振动能量,并测试了在 $z$ 向振动激励下压电、电磁及复合式俘能器的最大输出功率。在频率9.5 Hz、 $z$ 向振幅2 mm的正弦波激励下,复合式俘能器输出最大功率为3.276 mW。该系统在理论上可为低功耗传感器提供持续电力,为机械能收集与能量转换领域提供技术支持。

**关键词:**机械振动;压电-电磁能量采集;磁力耦合;多模态振动;变宽度悬臂梁

**中图分类号:**TM619 **文献标识码:**A

## Design and Experimental Study of a Multi-Directional Vibration Harvester

LI Longfei, LUO Dabing, LI Jintong

(School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** In response to the narrow working-frequency band and single-directional vibration capture of linear and single-mode vibration-energy harvesters, this paper proposes a novel multi-directional vibration-energy harvester that aims to enhance the capture of vibration energy in the environment. This device combines piezoelectric and electromagnetic energy harvesters. It effectively captures multi-directional vibrations through a spiral cylindrical spring and top mass and transfers the vibration energy to a piezoelectric beam through magnetic force. The spring-mass structure is designed to support multiple vibration modes at a lower frequency range, broadening the resonance-frequency band of the energy harvester. To fully utilize the piezoelectric material, the device implements a variable-width piezoelectric cantilever beam, ensuring a uniform stress distribution. The permanent magnet at the free end of the piezoelectric beam generates a changing magnetic field in response to the beam vibration, inducing a voltage in the coil. Through finite-element analysis and experimental testing, the composite energy harvester was verified to capture multi-directional vibration energy. Moreover, the maximum output power of the piezoelectric, electromagnetic, and composite energy harvesters under  $z$ -directional vibration excitation was tested. The composite energy harvester yields an output power of 3.276 mW when subjected to a 9.5 Hz sine-wave excitation with a 2 mm  $z$ -axis amplitude. This system offers continuous power for low-power sensors, thus providing technological support for mechanical energy harvesting and energy conversion.

**Key words:** mechanical vibration; piezoelectric-electromagnetic energy harvesting; magnetic coupling; multi-modal vibration; variable-width cantilever beam

### 0 引言

随着微机电系统(MEMS)和电子技术不断成熟,其价格逐渐下降,各类低功耗设备迅速渗透人们的日常生活<sup>[1]</sup>。然而这些设备多数依赖化学电池

供电,不仅维护难,还可能造成环境污染。为了解决此问题,俘获和转化环境中的机械振动能转换为电能的研究成为当前的研究热点<sup>[2]</sup>。

目前,电磁式、压电式及其复合形式俘能器成

收稿日期:2023-10-13

作者简介:李龙飞(1997-),男,安徽省阜阳市人,硕士生。通信作者:罗大兵(1973-),男,教授,硕士生导师,博士。

为主要的研究焦点。电磁式俘能器利用电磁感应原理将机械能转换为电能。为了提升电磁式俘能器的俘能效率,开展了一系列相关研究。如通过减小磁体间距来增强系统非线性,利用磁力非线性扩展能量采集带宽<sup>[3]</sup>。采用偏心质量实现多方向振动能量采集等<sup>[4]</sup>。Pasquale等<sup>[5]</sup>设计了一款磁悬浮式电磁俘能器,其中悬浮磁体在环境振动的作用下振动产生磁场变化,从而在线圈中感应出电压。张坤等<sup>[6]</sup>对这一磁悬浮式电磁俘能器进行了改进,在悬浮磁体与固定磁体间增加了机械弹簧,进一步提高了该俘能器在低频、宽带振动环境中采集振动能量的能力。高鸣源等<sup>[7]</sup>开发了一种小型的惯性摆式电磁俘能器,可有效地采集多方向的振动能量。

压电式俘能器利用压电效应将机械能转换为电能。为了适应宽频振动,研究者们研究了多种措施,如阵列多个压电梁的多模态能量采集、频率调节和非线性谐振等。陈仁文等<sup>[8]</sup>设计了一种类似蒲公英的多压电梁俘能器,它由多个不同共振频率的压电梁沿不同方向排列。当环境振动频率接近其中一个压电梁的固有频率时,相应的振动模式被激发,从而压电梁振动输出电能。频率调节是通过改变悬臂梁的刚度来调节其共振频率与环境相匹配。Aboufotoh等<sup>[9]</sup>通过调整施加在悬臂梁轴向上的预应力大小,实现悬臂梁的刚度调节,从而调整悬臂梁的共振频率。非线性谐振是利用弹簧或永磁体给压电梁施加力,使系统呈现非线性的动态特性。曹军义等<sup>[10]</sup>通过调节磁体的角度改变系统的工作频带,使系统达到多稳态,提高对环境振动的适应性。还有采用碰撞的方式将环境中的低频振动转化为压电梁的高频振动,以提高能量采集效率<sup>[11]</sup>。此外,通过采用不同形状的压电梁(如三角形或梯形)可优化应变分布,进而提高能量采集效率<sup>[12]</sup>。

目前仍存在一些挑战,如单方向俘能器难以有效捕获货运列车等应用的多方向振动能量,采用偏心质量旋转采集多向振动能量的方法只适用于振幅、频率及加速度较大的多向振动<sup>[13]</sup>,共振式俘能器受频率匹配问题限制,频率调节可能需要额外供能,其消耗的能量比采集到的能量高<sup>[9]</sup>。阵列多个悬臂梁的多模态方法体积较大且结构复杂,而直接接触升频技术可能引发结构磨损和噪音等问题,因此,采用非线性磁力拓宽能量采集的频带越来越受关注。同时研究人员也在研究复合式俘能器,将多

种能量收集技术相融合,以实现高效能系统。如压电-电磁复合式俘能器具有多个谐振状态和较广的频率带宽,能够在不同频率范围内有效俘获能量<sup>[14]</sup>。此外,非线性复合式俘能器在低频能量收集表现出色,并能适应不断变化的环境条件。针对上述问题,本文提出了一种新型压电-电磁复合式俘能器,利用螺旋圆柱弹簧来捕获机械振动能,并通过磁力耦合的方式,将捕获的振动能以无接触的方式传递给压电和电磁俘能器,实现多方向振动能量的捕获与转化。经过仿真和实验研究,该复合系统有望满足低功耗传感器的能量需求,为多主频、多方向振动动能的利用提供有利的解决方案。

## 1 复合式俘能器的设计

### 1.1 基本结构及系统建模

本文所提出的俘能器采用弹簧-质量结构(见图1),能够有效地从外界环境中捕获振动动能,并通过压电俘能器和电磁俘能器将这些振动能量转化为电能。

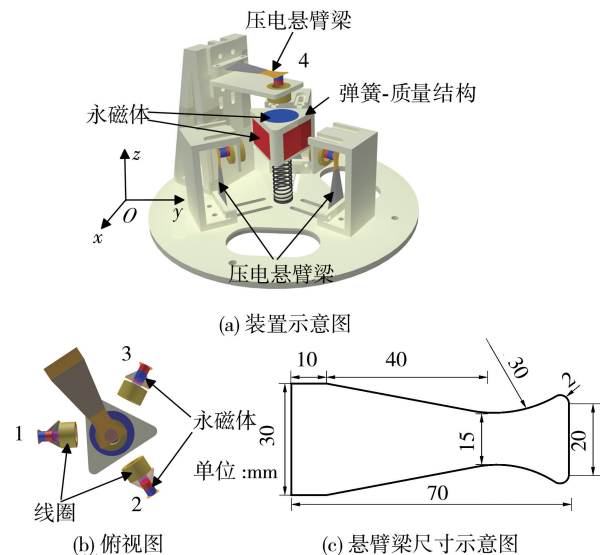


图1 压电-电磁复合式振动能量采集器示意图

压电俘能器的结构分为上、下两层。上层有一个水平布置的双晶串联变宽度压电悬臂梁,悬臂梁的自由端固定一个圆柱形永磁体作为尖端质量。该永磁体与弹簧质量结构顶部的永磁体间相互吸引。下层有3个圆周方向竖直布置的双晶串联变宽度压电悬臂梁,同样,每个悬臂梁的自由端也固定一个圆柱形永磁体作为尖端质量。这些圆柱形永磁体与弹簧-质量结构侧面的永磁体相互排斥。因此,当弹簧-质量结构发生周向摆动时,下层的压电

悬臂梁在磁斥力作用下产生振动;而当弹簧质量结构上下振动时,上、下层的压电悬臂梁在吸力或斥力的作用下产生振动。在振动过程中,附着在悬臂梁上的压电晶体材料会因弯曲变形而产生交流电压。电磁振动俘能器由悬臂梁自由端固定的永磁体和与永磁体同轴心的线圈构成,当悬臂梁振动时,固定在悬臂梁自由端的永磁体振动会产生变化的磁场,从而在线圈中感应出电压。

在该复合式俘能器中,每个梁可被视为包含质量、弹簧、阻尼器、压电结构模型及电磁结构模型的组合体。其机电控制方程<sup>[15]</sup>为

$$M_n \ddot{\zeta}_n(t) + \eta_n \dot{\zeta}_n(t) + K_n \zeta_n(t) - \Theta_n V_{pn}(t) - \Psi_n I_{en}(t) = F_a(\zeta_n, t) + F_m(\zeta_n, z, t) \quad (1)$$

$$-\Theta_n \dot{\zeta}_n(t) + C_n \dot{V}_{pn}(t) = -\frac{V_{pn}(t)}{2R_p} \quad (2)$$

$$(R_n + R_e) I_{en}(t) + L_c \dot{I}_{en}(t) - \Psi_n \dot{\zeta}_n(t) = 0 \quad (3)$$

式中: $M_n$ 为等效质量; $\eta_n$ 为等效阻尼; $K_n$ 为等效刚度; $\Theta_n$ 为压电等效力压转换因子; $\Psi_n$ 为电磁线圈等效力流转换因子; $C_n$ 为压电层的钳位电容; $F_a(\zeta_n, t)$ 为复合式俘能器受到沿 $z$ 轴的惯性力; $F_m(\zeta_n, z, t)$ 为梁 $n$ 自由端磁体与弹簧质量系统磁体之间的磁力; $\zeta_n$ 为梁 $n$ 的自由端位移; $z$ 为弹簧质量结构自由端的位移; $V_{pn}(t)$ 为压电结构的电压输出; $I_{en}(t)$ 为电磁线圈中的电流; $R_n, R_p, R_e$ 分别为线圈内阻、压电结构外接电阻和电磁结构外接内阻; $L_c$ 为电磁线圈电感。

弹簧-质量系统的动力学方程为

$$M \ddot{z}(t) + \eta \dot{z}(t) + K z(t) = F_a(z, t) + F_m(\zeta_n, z, t) \quad (4)$$

式中: $M$ 为有效质量; $\eta$ 为有效阻尼; $K$ 为有效刚度; $F_a(z, t)$ 为弹簧-质量系统受到的沿 $z$ 轴方向的惯性力。

以4号压电悬臂梁为例,采用磁偶极子法计算压电悬臂梁自由端磁体与弹簧-质量结构顶端磁体之间的磁力<sup>[15]</sup>为

$$F = \nabla(\mathbf{B}_{AB} \cdot \boldsymbol{\mu}_B) \quad (5)$$

其中:

$$\mathbf{B}_{AB} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \frac{\boldsymbol{\mu}_A \cdot \mathbf{r}_{AB}}{\|\mathbf{r}_{AB}\|^3} \quad (6)$$

$$\mathbf{r}_{AB} = r_m(1 - \cos \theta) \hat{e}_x + [H - \omega(L_1, T) - r_m \sin \theta - z] \hat{e}_z \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\mu}_A = M_A V_A \cos \theta \hat{e}_x + M_A V_A \sin \theta \hat{e}_z \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\mu}_B = M_B V_B \hat{e}_z \quad (9)$$

式中: $r_m$ 为4号压电悬臂梁自由端永磁体的半径; $H$ 为4号压电悬臂梁自由端永磁体A与弹簧-质量结构顶部永磁体B之间的初始 $z$ 向距离; $V_A, V_B$ 分别为永磁体A、B的体积; $\omega(L_1, t), \theta$ 分别为悬臂梁的最大挠度和转角,且 $\theta = \omega'(L_1, t)$ 。由于永磁体A、B的材料相同,则:

$$M_A = M_B = B_r / \mu_0 \quad (10)$$

式中: $M_A, M_B$ 分别为永磁体A、B的磁化矢量; $B_r$ 为永磁体的磁感应强度; $\mu_0$ 为自由空间磁导率。

## 1.2 弹簧-质量结构仿真分析

基于Comsol Multiphysics软件,采用有限元分析方法对弹簧-质量系统进行特征频率分析。圆柱螺旋弹簧一端与顶端质量相连,另一端被固定约束。在此分析中,前四阶振型如图2所示,振动频率分别为2.788 Hz、3.086 Hz、6.967 Hz和12.969 Hz。在该弹簧-质量系统中,4种模态展现了不同的振动特性。第一、二种模态表现为周向摆动,第三种模态表现为转动,第四种模态表现为上下振动。弹簧-质量结构前几阶模态频率间间隔较小,此特性为在较低的振动频率范围内实现多阶模态振动提供了机会,从而拓宽了俘能器的谐振频带。为了更好地利用弹簧-质量结构多阶模态的振动特性,设计了双层悬臂梁结构来提升俘能器的性能。

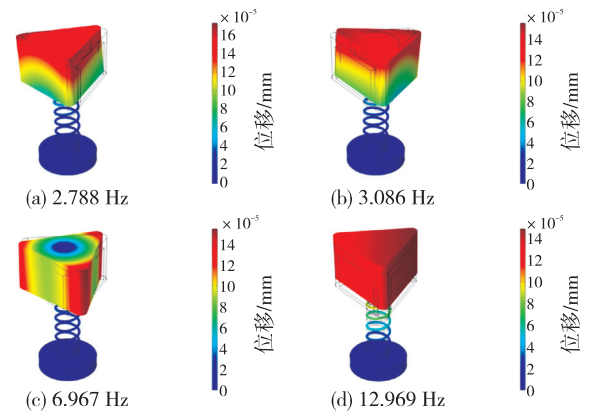


图2 弹簧-质量结构特征频率分析

## 2 实验系统及测量结果

为了验证提出的复合式俘能器俘获振动能量的可行性,制作了实验样机进行台架实验,如图3所示。该实验样机有4个双晶串联压电悬臂梁,每个压电悬臂梁都由铍铜衬底和两片压电片(PZT-5H)

贴合而成。每个悬臂梁的自由端固定一个圆柱形磁体(Nd-Fe-B)充当尖端质量。1-3号悬臂梁自由端磁体与弹簧-质量结构侧面磁体间的水平距离为30 mm,磁体插入线圈深度为5 mm;4号悬臂梁自由端磁体与弹簧-质量结构顶部磁体间的 $z$ 向距离为40 mm,磁体远离线圈3 mm。装置的具体参数如表1所示。

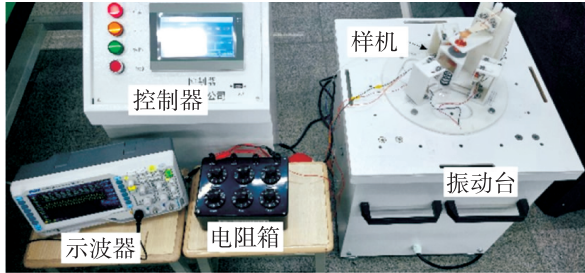


图3 实验配置

表1 样机结构参数

零部件	设计参数	数值
螺旋圆柱弹簧	中径/mm	$\varnothing 20$
	线径/mm	$\varnothing 2$
	高度/mm	63
顶部质量三棱柱树脂	高度/mm	40
	内径/mm	$\varnothing 45$
侧面长方体磁体	体积/mm	50×5×30
顶部圆柱磁体	尺寸/mm	$\varnothing 40 \times 5$
圆柱磁体 1-3	尺寸/mm	$\varnothing 10 \times 15$
圆柱磁体 4	尺寸/mm	$\varnothing 10 \times 10$
铍铜衬底	厚度/mm	0.2
压电陶瓷	厚度/mm	0.2
	外径/mm	$\varnothing 25$
线圈	内径/mm	$\varnothing 15$
	高度/mm	10
	线径/mm	$\varnothing 0.15$
	匝数/匝	2 300

图4为复合式俘能器在 $x$ 、 $y$ 和 $z$ 轴方向分别受到振幅为2 mm、频率为1~15 Hz的正弦波激励时开路均方根电压输出情况。在不同方向的激励下,开路电压的变化趋势基本相同,验证了该复合式俘能器在不同方向采集振动能量的可行性。但 $z$ 轴方向激励下电压输出效果优于 $x$ 、 $y$ 轴方向激励,后续以 $z$ 轴方向激励为例,分析复合式俘能器的最佳输出效果。

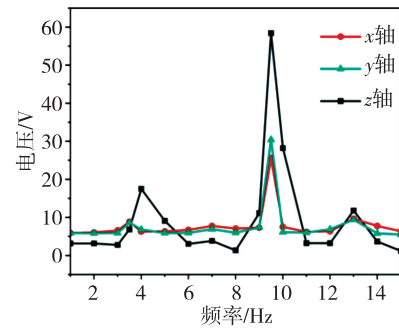
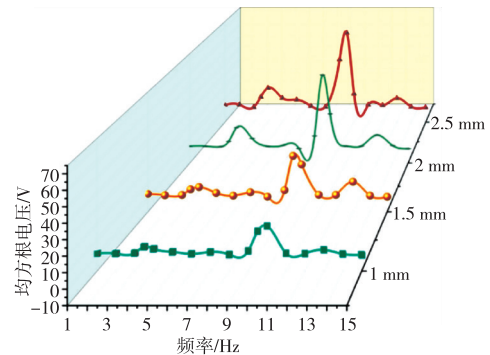
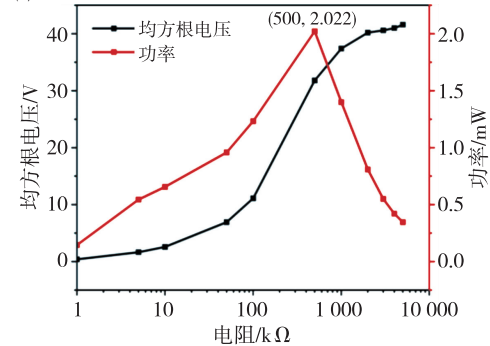


图4 不同方向激励下复合式俘能器的开路均方根电压输出

对于频率为1~15 Hz、振幅1~2.5 mm的正弦激励,串联压电悬臂梁产生的输出总电压如图5(a)所示。由图可看出,随着振幅的增加,串联压电悬臂梁的总输出电压也随之增加。在振幅为2.5 mm、频率为9.5 Hz时,串联压电悬臂梁的总输出电压可达65.5 V。图5(b)为振幅2 mm、频率为9.5 Hz时,不同负载电阻下的均方根电压和平均功率的变化。



(a) 不同振幅激励下压电俘能器的总输出均方根电压



(b) 不同外接电阻上的均方根电压和功率

图5 压电俘能器的输出效果

由图5(b)可见,随着负载电阻的增加,负载电阻两端的均方根电压呈先增加后趋于稳定的趋势。这是由于负载电阻两端的分压随着负载电阻的增大而增大,当负载电阻远大于压电俘能器的内阻时,负载电阻两端的均方根电压稳定在压电俘能器

的输出电压最大值。输出的平均功率随着外接负载电阻的增加,呈先增大后减小趋势,当负载阻值与压电俘能器的内阻相等时,输出功率最大。在外接电阻为 500 kΩ 时,压电输出功率达到最大值(为 2.022 mW),为所有情况中的最高值。

对电磁俘能器施加振幅为 2 mm、频率为 1~15 Hz 的正弦激励,并将所有线圈串联,得到开路情况下总电磁均方根电压输出结果,如图 6(a)所示。由图可看出,电磁俘能器的电压输出趋势与压电俘能器基本相似。在频率为 9.5 Hz 时,电磁俘能器的总开路均方根电压输出为 4.05 V。图 6(b)是在振幅为 2 mm、频率为 9.5 Hz 的正弦波激励下不同负载电阻均方根电压和平均功率。由图 6(b)可看出,随着负载电阻的增大,负载电阻两端的均方根电压呈先增大后趋于稳定的趋势。另外,输出的平均功率随着外接负载电阻的增大呈先增加后减小的趋势,当负载阻值与电磁俘能器的内阻相等时,输出功率最大。在外接电阻为 2 kΩ 时,电磁输出功率达到最大值(为 2.020 mW)。

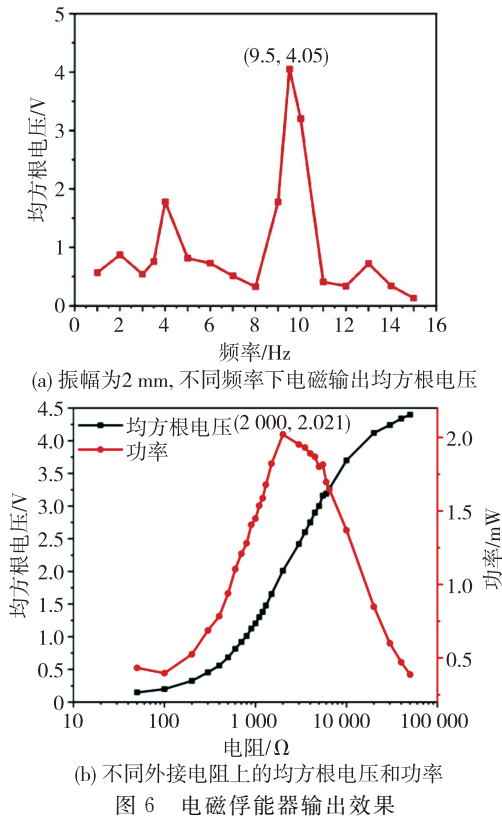


图 6 电磁俘能器输出效果

复合压电俘能器和电磁俘能器可充分利用其各自的特点。压电俘能器主要提供较大的电压输出,而电磁俘能器能提供较大的电流输出。图 7(a)

为压电俘能器、电磁俘能器和复合式俘能器在开路状态下的均方根电压输出曲线。由图可知,除在频率为 9.5 Hz、10 Hz 时,复合式俘能器的开路电压输出高于单独使用压电和电磁俘能器的情况外,在其他频率下均表现出优势。其原因是:当频率为 9.5 Hz、10 Hz 时,弹簧-质量结构会产生上下振动,并使 4 号压电悬臂梁的振幅增大。但是这种大振幅振动会导致悬臂梁上的尖端永磁体与线圈发生碰撞,从而削弱了 4 号压电悬臂梁的振幅。这进一步导致复合式俘能器的开路电压输出小于压电俘能器的开路电压输出。图 7(b)是在振幅为 2 mm、频率为 9.5 Hz 的正弦波激励下,复合式俘能器在不同负载电阻下的均方根电压和平均功率。与压电和电磁俘能器相似,复合式俘能器在不同负载电阻下的均方根电压和平均功率呈相同的趋势。随着负载阻值的增大,负载阻值两端的电压持续增加后稳定。输出功率先增大后减小,当负载阻值等于复合式俘能器的内阻时,输出功率最大。在负载阻值为 1 kΩ 时,复合式俘能器表现出最佳性能,此时两端电压为 1.81 V,输出功率达到最大值(为 3.276 mW)。

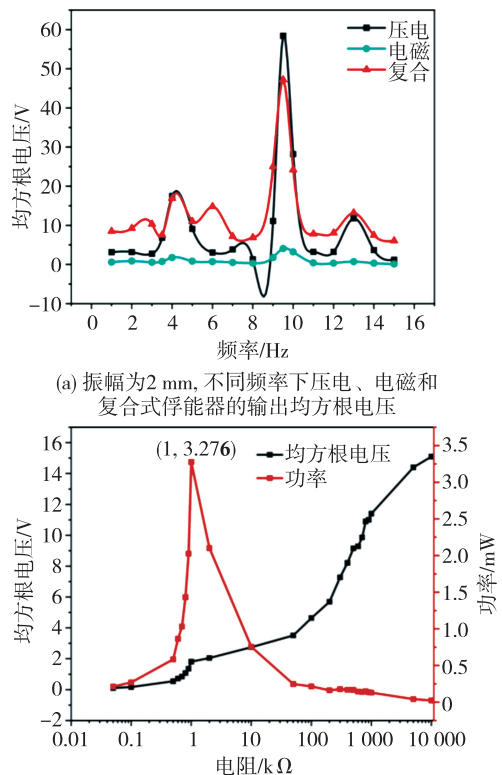


图 7 复合振动能量采集器输出效果

综上所述,仿真和实验验证了多向振动俘能

器具有采集多方向振动能量的能力,在低频下弹簧-质量结构的多模态振动可拓宽振动能量采集带宽。

表2为本文提出的俘能器与相似研究文献俘能器的性能对比。结果表明,本文提出的多向振动俘能器具有良好的输出功率。

表2 与相似研究文献俘能器的性能比较

文献	类型	频率/Hz	加速度/ $g(g=9.8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2})$	功率/ $\mu\text{W}$	单位体积功率密度/ $(\mu\text{W}\cdot\text{cm}^{-3})$
[17]	压电式	260	0.5	51	0.59
[18]	压电式	5	—	26.6~30.1	0.01
[19]	电磁式	2	0.05	57	0.83
[20]	电磁式	27	1.02	$2.1\times 10^3$	0.36
[21]	压电-电磁复合式	13.8	0.2	$1.907\times 10^3$	—
[22]	压电-电磁复合式	9.7~55	0.1~0.6	179	—
本文	压电-电磁复合式	9.5	0.3	$3.276\times 10^3$	1.65

货运列车是一个多自由度系统,因轨道质量、车辆结构及其他因素的影响,其在运行过程中涉及复杂的振动现象,包括纵向振动(浮沉振动和点头振动)、横向振动(横摆振动、侧滚振动和摇头振动)等<sup>[23]</sup>。本文提出的多方向振动俘能器,契合了货运列车的复杂振动特性,有望捕捉列车的多向振动并将其转化为电能,为监测货运列车运行状态的传感器供电。

### 3 结束语

本文设计了一种新型的压电-电磁复合式振动能量收集系统,为低功耗传感器提供了持续供电解决方案。研究表明,采用磁力耦合的非接触传动方法,结合弹簧-质量结构和压电悬臂梁的设计,可以采集环境中不同方向的振动能量,并将其转化为电能输出。通过对弹簧-质量结构的振型分析,验证了在较低频率范围内弹簧-质量结构的多模态振动特性。设计的双层悬臂梁可以充分利用不同模态振型下的振动能量,拓展了复合式俘能器的能量捕获带宽。在台架实验中,复合式俘能器在频率9.5 Hz、振幅2 mm的正弦波激励下,输出功率为3.276 mW。该复合俘能系统在多向振动环境下低功耗设备供电方面具有较好的应用前景,特别是温度传感器、加速度计等低功耗传感器可借助该系统实现无线供电,从而减少电池更换和维护的频率,降低系统维护成本。然而研究中发现了一些挑战和改进空间,由于实验条件的限制,目前复合式俘能器的结构尺寸偏大,未来可通过结构优化来提高功率输出并减小体积。综上所述,本研究为环境中振动能量采集技术的发展和應用提供了有益的探索和启示。

### 参考文献:

- [1] ZEADALLY S, SHAIKH F K, TALPUR A, et al. Design architectures for energy harvesting in the internet of things[J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2020, 128: 109901.
- [2] 张允,王战江,蒋淑兰,等. 振动能量收集技术的研究现状与展望[J]. *机械科学与技术*, 2019, 38(7): 985-1018.  
ZHANG Yun, WANG Zhanjiang, JIANG Shulan, et al. Retrospectives and perspectives of vibration energy harvest technologies[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2019, 38(7): 985-1018.
- [3] WANG Y F, LI S T, GAO M Y, et al. Analysis, design and testing of a rolling magnet harvester with diametrical magnetization for train vibration[J]. *Applied Energy*, 2021, 300: 117373.
- [4] FANG Z, TAN X, LIU G, et al. A novel vibration energy harvesting system integrated with an inertial pendulum for zero-energy sensor applications in freight trains[J]. *Applied Energy*, 2022, 318: 119197.
- [5] DE PASQUALE G, SOMÀ A, ZAMPIERI N. Design, simulation, and testing of energy harvesters with magnetic suspensions for the generation of electricity from freight train vibrations[J]. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2012, 7: 041011.
- [6] 张坤,张博,赵毫杰,等. 分段非线性电磁振动能量采集器[J]. *微纳电子技术*, 2023, 60(5): 764-769.  
ZHANG Kun, ZHANG Bo, ZHAO Haojie, et al. Piecewise nonlinear electromagnetic vibration energy harvester[J]. *Micronanoelectronic Technology*, 2023, 60(5): 764-769.

- [7] GAO M Y, CONG J L, XIAO J L, et al. Dynamic modeling and experimental investigation of self-powered sensor nodes for freight rail transport[J]. *Applied Energy*, 2020, 257:113969-113969.
- [8] CHEN R, REN L, XIA H, et al. Energy harvesting performance of a dandelion-like multi-directional piezoelectric vibration energy harvester[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2015, 230:1-8.
- [9] ABOULFOTOH N A, ARAFA M H, MEGAHED S M. A self-tuning resonator for vibration energy harvesting[J]. *Sensors & Actuators A: Physical*, 2013, 201(Complete):328-334.
- [10] ZHOU S, CAO J, DANIEL J, et al. Harmonic balance analysis of nonlinear tristable energy harvesters for performance enhancement[J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2016, 373:223-235.
- [11] ZHANG J, QIN L. A tunable frequency up-conversion wideband piezoelectric vibration energy harvester for low-frequency variable environment using a novel impact and rope-driven hybrid mechanism[J]. *Applied Energy*, 2019, 240:26-34.
- [12] 王乐生,王海峰,王世龙,等. 单晶悬臂梁式压电振子的尺寸优化与研究[J]. *青岛大学学报(工程技术版)*, 2020, 35(4):1-5.  
WANG Lesheng, WANG Haifeng, WANG Shilong, et al. Size optimization and research of unimorph cantilever of piezoelectric oscillator[J]. *Journal of Qingdao University(Engineering & Technology Edition)*, 2020, 35(4):1-5.
- [13] 张旭辉,谭厚志,杨文娟,等. 多方向压电振动能量收集技术研究及进展[J]. *压电与声光*, 2019, 41(2):301-310.  
ZHANG Xuhui, TAN Houzhi, YANG Wenjuan, et al. Research and development of multi-directional piezoelectric vibration energy harvesting technology[J]. *Piezoelectrics & Acoustooptics*, 2019, 41(2):301-310.
- [14] ZHANG G, GAO S, LIU H, et al. Design and performance of hybrid piezoelectric-electromagnetic energy harvester with trapezoidal beam and magnet sleeve[J]. *J Appl Phys*, 2019, 125(8):084101.
- [15] 蔡华通. 压电-电磁复合式俘能器性能研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2016.
- [16] 谭江平,王光庆,鞠洋,等. 多稳态压电振动能量采集器的非线性动力学特性及其实验研究[J]. *振动工程学报*, 2021, 34(4):765-774.  
TAN Jiangping, WANG Guangqing, JU Yang, et al. Nonlinear dynamic characteristics and experimental validation of a multi-stable piezoelectric vibration energy harvester [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2021, 34(4):765-774.
- [17] WEI S, HU H, HE S. Modeling and experimental investigation of an impact-driven piezoelectric energy harvester from human motion[J]. *Smart Materials & Structures*, 2013, 22(10):105020.
- [18] JASIM A, YESNER G, WANG H, et al. Laboratory testing and numerical simulation of piezoelectric energy harvester for roadway applications[J]. *Applied Energy*, 2018, 224:438-447.
- [19] GALCHEV T V, MCCULLAGH J, PETERSON R L, et al. Harvesting traffic-induced vibrations for structural health monitoring of bridges[J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2011, 21(10):104005.
- [20] KHAN F U, AHMADI. Vibration-based electromagnetic type energy harvester for bridge monitoring sensor application[C]//Islamabad, Pakistan: 2014 International Conference on Emerging Technologies (ICET), 2014:125-129.
- [21] 赵庆玲,于蓬勃,刘诗雨,等. 几种压电电磁复合俘能器的发电性能实验研究[J]. *西安交通大学学报*, 2022, 56(11):195-204.  
ZHAO Qingling, YU Pengbo, LIU Shiyu, et al. Experimental study on power generation performance of several types of piezoelectric-electromagnetic composite energy harvesters [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2022, 56(11):195-204.
- [22] IQBAL M, NAUMAN MM, KHAN F U, et al. Multimodal hybrid piezoelectric-electromagnetic insole energy harvester using PVDF generators[J]. *Electronics*, 2020, 9(4):635.
- [23] 严隽毫. 车辆工程[M]. 2版. 北京:中国铁道出版社, 1992.