

文章编号: 2095-4980(2023)02-0249-07

基于 TDC 的二级频率标准驯服算法

但 林, 王新明, 郭 平, 赵建业*

(北京大学 信息科学技术学院, 北京 100871)

摘 要: 利用全球定位系统(GPS)接收到的秒脉冲(1PPS), 对常见的二级频率源温补晶振(TCXO)和相干布局囚禁(CPT)原子钟驯服开展研究。设计了硬件锁相环的驯服方案, 利用时间数字转换器(TDC)测量本地分频 1PPS 与 GPS 接收机收到的 1PPS 时间差, 实现本地信号相对 GPS 时间信号的锁定。锁定之后, TCXO 实现了万秒稳定性为 8.5×10^{-12} , 驯服后 3.5×10^4 s 的平均频率准确度提升至 5 倍以上。此外, 深入研究了 CPT 原子钟的噪声模型, 在 Matlab 上对其进行仿真, 建立起频率白噪声和频率随机游走噪声在阿伦方差曲线上的对应关系, 对比了平均滤波和平均滤波+卡尔曼滤波 2 种滤波测频方案对 CPT 原子钟的驯服效果, 频率稳定性在 5×10^4 s 时有一个数量级的提升。

关键词: TDC 测量; 全球定位系统; 频率驯服; 卡尔曼滤波

中图分类号: TN752

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2020657

Algorithm of disciplined secondary frequency standard based on TDC

DAN Lin, WANG Xinming, GUO Ping, ZHAO Jianye*

(School of Electronics Engineering and Computer Sciences, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: By using the 1 Pulse Per Second(1PPS) received from Global Positioning System(GPS), the disciplining method is studied for common secondary frequency source Temperature Compensated Crystal Oscillator(TCXO) and Coherent Population Trapping(CPT) atomic clock. A disciplining scheme of phase-locked loop is designed. The time difference between 1PPS from local frequency division and that received by GPS receiver is measured by Time-Digital Converter(TDC) to realize the locking of local signal to GPS time signal. TCXO has achieved frequency stability of 8.5×10^{-12} at 10 ks, and the average frequency accuracy at 35 ks after disciplining has been improved by more than 4 times. In addition, the noise model of CPT atomic clock is deeply studied and simulated through Matlab. The corresponding relationship between white frequency noise and random walk frequency noise on Allan variance curve is established. The results after disciplining by average filtering and Kalman filtering on CPT atomic clock are compared, and the frequency stability increases by an order of magnitude at 50 ks.

Keywords: TDC measurement; Global Position System; frequency disciplining; Kalman filtering

时间间隔测量在时频领域意义重大, 在 GPS 驯服频率振荡器(GPS Disciplined Oscillator, GPSDO)领域, 时间间隔的测量是关键的技术难点, 因为时间间隔可以直接转化为频率变化量^[1]。

本文采用的 TDC 测量技术可以高精度、集成化地达到频率测量的目的, 从而将 2 个不同性质的频率源结合起来, 进行比较和数据融合, 产生控制信号, 反馈给本地频率源, 提高本地频率源的输出特性。其中进行频率比对的参考源一般为 GPS, 通过本地的 GPS 接收机, 可以获得其精确授时服务, GPS 接收机授时性能亦可以用阿伦方差(Allan variance)等频率源的性能标准衡量^[2]。GPS 所携带的星载原子钟, 长期来看, 准确度和稳定性均强于本地二级频率标准, 因而可以搭建闭环系统, 将本地二级频率标准锁定到 GPS 授时信号上。

二级频率标准一般包括频率源温补晶振(TCXO)、恒温晶振以及较为小型的原子钟等。该类频率标准具有成

收稿日期: 2020-11-20; 修回日期: 2021-01-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61535001; 91836301)

*通信作者: 赵建业 email:zhaojianye@pku.edu.cn;

本低、功耗低、小型化、便携性的特点。但其指标相对一级频率标准，如大型铯原子钟等，还有较大差距。本文研究对象为小型 TCXO 以及基于相干布局囚禁(CPT)原理的芯片级原子钟。CPT 原子钟是从原理上唯一可以微型化的原子钟，体积小，功耗低。美国的 Symmetricom 公司在 2010 年研制出代表目前芯片级原子频标最高水平的商业化产品——SA.45s，该 CPT 原子钟体积仅为 40.6 mm×35.5 mm×11.4 mm，功耗<120 mW，百秒频率稳定度优于 2×10^{-11} ，千秒频率稳定度优于 8×10^{-12} [3]。二级频标均为压控可调频率标准，即在外接高精度电压控制器件时，频率随电压大小变化。本文设计高精度 DA 控制芯片方案对压控频率源进行控制，主控芯片采用单片机(Micro Controller Unit, MCU)控制。

本文采用 TDC 驯服 TCXO 的电路和算法，给出了驯服结果。此外还设计了针对芯片级原子钟噪声特性的平均滤波和卡尔曼滤波方案，并在 Matlab 中进行仿真实验。相同的时间间隔测量硬件电路和驯服算法可以直接用于未来 CPT 原子钟的产品化。针对芯片级原子钟稳定度较高的特性，需要设计定制驯服软件方案，以适应其噪声特性，以及避免 GPS 抖动噪声影响芯片级原子钟的短期高稳定度，同时提高其长期稳定度和守时性能。

1 基于 TDC 的 GPSDO 驯服方案的硬件电路和算法设计

1.1 驯服原理

对频率源驯服的硬件方案设计如图 1 所示。GPS 接收机通过天线接收信号，输出 1PPS 信号；将其与单片机分频出的 1PPS 进行对比测量，通过 TDC 芯片测出时间间隔后，单片机读出结果并转化为频率变化量；通过数字-模拟转换器(Digital-to-Analog Convertor, DAC)芯片对频率标准进行控制，实现 GPS 授时信号对频标的锁相环控制。

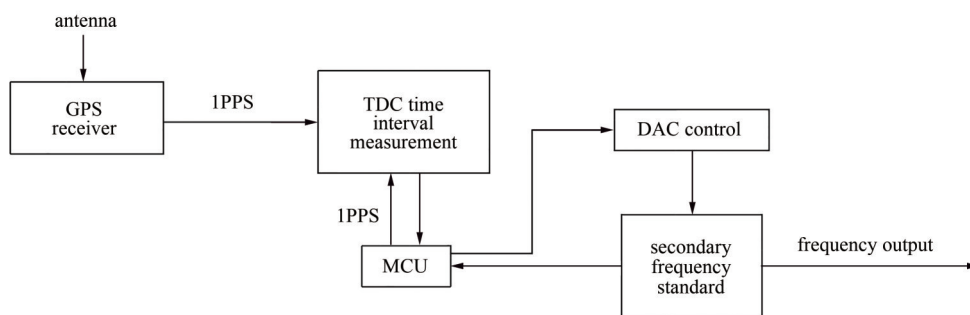


Fig.1 Diagram of frequency standard disciplining based on TDC

图 1 TDC 驯服频标示意图

1.2 时间间隔测量在 GPS 驯服频标中的应用

图 2 为时间间隔测量的时序图，单片机首先将自身分频产生的 1PPS 信号与 GPS 输入的 1PPS 授时信号同步，随着频率源相对于标准频率 10 MHz 的频差累积以及 GPS 在不同时刻的抖动误差，两者的时间间隔数值会有变化。经过 T 秒的变化，2 个 1PPS 的时间间隔分别为 τ_1 和 τ_2 ，通过公式比例转换为频率，可以计算出这段时间需要校准频率源的频率[4]。

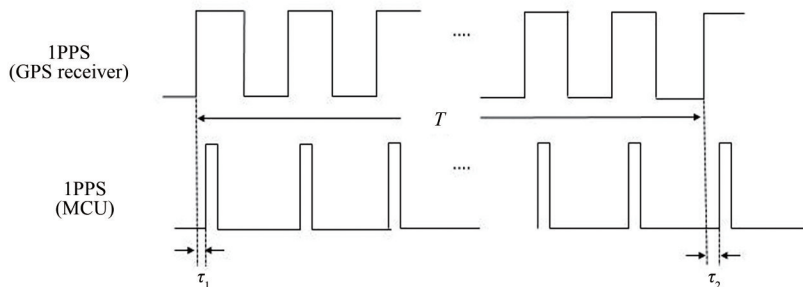


Fig.2 Sequence of time interval measurements

图 2 时间间隔测量时序图

由于 GPS 的时间标准有一定的抖动误差，故真实的时间 T 与 GPS 接收机授时时间 T_0 的关系为 $T=T_0+\delta T$ 。标准频率信号 $f_0=10$ MHz，则利用此方法测得的频率 f 可用式(1)表示：

$$\frac{f}{f_0} = \frac{T}{T_0 - (\tau_1 - \tau_2)} \tag{1}$$

设频率源的实际频率值为 f' ，存在：

$$\frac{f'}{f_0} = \frac{T}{T_0 + \delta T - (\tau_1 - \tau_2)} \tag{2}$$

式中： $\delta T \sim N(0, \sigma_1^2)$ ，为围绕理想时间序列秒脉冲中心抖动的，服从正态分布的随机变量。

综合式(1)和式(2)，由于 $\tau_1, \tau_2 \ll T$ ，得到测量频率结果的相对误差为：

$$\frac{f - f'}{f_0} = \frac{\delta T}{T} \tag{3}$$

由式(3)可以得出：此时间间隔测量方法得到的频率误差与 GPS 授时误差成正比，与测频的周期成反比，因此选用性能较好的 GPS 接收机与延长测量时间均能很好地提高驯服效果。但在频率源的驯服应用中，测频周期不能太长，否则不能及时调整频率偏差，影响驯服效果。需采用滤波算法，使得在较短的时间周期内仍可以取得较好的测频精确度，提高系统的响应速度，在较短的时间内完成驯服和校准工作。

1.3 GPS 秒脉冲误差与 TDC 测量实施方案

模型中，GPS 输出的 1PPS 信号 T_k 与理想时间序列存在如下关系：

$$T_k = k + \beta(t_k) (k=1, 2, \dots, N) \tag{4}$$

式中： k 为理想时间序列的第 k 秒； $\beta(t_k)$ 为服从正态分布的白噪声序列， $\beta(t_k) \sim N(0, \sigma_1^2)$ 。这种抖动没有累积效应，因此可利用其改善二级频标的长期稳定度。不同的接收机，方差 σ_1^2 不同，因而对驯服的影响也不同。具体的驯服过程中，GPS 的抖动方差直接影响驯服的滤波参数^[5]。

本实验方案采用 TDC 进行时间测量，TDC 的引脚如图 3 所示。单片机对 TDC 的控制信号从 4 个 SPI 控制引脚写入，并各配置寄存器以适应本实验需求。其他较为重要的引脚输入有：STOP1 连接 GPS 接收机得到的 1PPS，STOP2 连接频标分频得到的 1PPS，单片机产生开始测量的 START 脉冲信号。本实验采取双通道测量模式，可以达到 90 ps 的时间测量精确度，测量量程为 1.2 μ s，满足驯服需要的时间间隔精确度和量程要求。

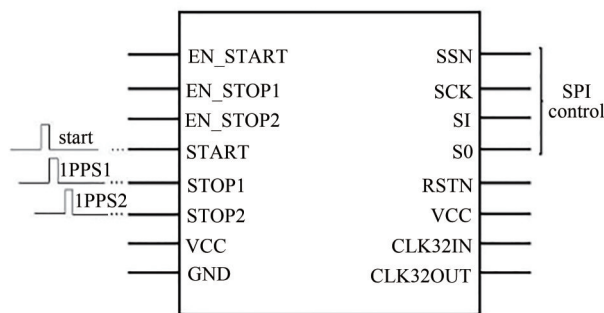


Fig.3 The mainly used pins of TDC
图 3 TDC 主要引脚使用

1.4 原子钟噪声与阿伦方差

理想模型下，原子钟输出单一频率的信号，表示为：

$$V(t) = V_0 \sin(2\pi f_0 t) \tag{5}$$

式中 V_0 为输出信号幅值。

由于实际物理世界的不完美，在多种噪声影响下，实际的频率输出模型为：

$$V(t) = [V_0 + \alpha(t)] \sin[2\pi f_0 (t + x(t))] \tag{6}$$

式中： $\alpha(t)$ 为影响输出频率信号幅度的值，其数值很小，一般可以忽略； $x(t)$ 为原子钟的时间偏差，可用确定性变化分量和随机分量来描述：

$$x(t) = x_0 + y_0 t + \frac{1}{2} D t^2 + \varepsilon_x(t) \quad (7)$$

式中: x_0 为初始时间偏差; y_0 为初始频率偏差; D 为频率漂移量; $\varepsilon_x(t)$ 为相位的随机变化量。

频率偏差 $y(t)$ 可以表示为:

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad (8)$$

可得瞬时频率偏差:

$$y(t) = y_0 + D t + \varepsilon_y(t) \quad (9)$$

式中 $\varepsilon_y(t)$ 为原子钟的物理噪声, 在模型上可以看成 5 种噪声的线性叠加^[6], 表示为:

$$\varepsilon_y(t) = y_{\text{RWFN}}(t) + y_{\text{FFN}}(t) + y_{\text{WFN}}(t) + y_{\text{FPN}}(t) + y_{\text{WPN}}(t) \quad (10)$$

式中 5 种噪声依次为频率随机游走噪声(Random Walk Frequency Noise, RWFN)、频率闪变噪声(Flicker Frequency Noise, FFN)、频率白噪声(White Frequency Noise, WFN)、相位闪变噪声(Flicker Phase Noise, FPN)和相位白噪声(White Phase Noise, WPN)。

从随机过程的角度分析, CPT 原子钟的频率随机变化过程是一个非平稳的随机过程, 但其一阶差分量为平稳随机过程。频率随机游走噪声为一个维纳过程, 即只在前一时刻频率游走基础上满足正态分布变化, 而与在之前的频率无关, 具有马尔可夫性(Markov property)^[7]。

阿伦方差为常用的时域稳定性分析方法。设一相对频率偏差序列为 $\{y_n, n = 1, 2, \dots, M\}$, M 为采样个数, $\bar{y}_i(m)$ 为第 i 个平滑时间 τ 内 m 个相对频率偏差数据的平均数, 即

$$\bar{y}_i(m) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_j \quad (11)$$

则阿伦方差可表示为:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^{M-1} [\bar{y}_{i+1}(m) - \bar{y}_i(m)]^2 \quad (12)$$

式中: $\tau = m\tau_0$ (τ_0 为采样周期) 为计算阿伦方差的平滑时间; M 为平滑的组数, 若总的频率点的数据量为 N , 则 M 的数值可表示为:

$$M = \text{fix}(N/m) + 1 \quad (13)$$

式中 fix 函数表示向下取整数。

上述公式可以在 Matlab 中对于任何给定的时间频率序列, 计算其时域阿伦方差, 并画出曲线。图 4 为一个典型阿伦方差曲线示意图, 图中 h_0, h_{-1}, h_{-2} 为原子钟的噪声系数, 分别与频率白噪声、频率闪变噪声、频率随机游走噪声成正比。本文只考虑 CPT 原子钟的主要噪声类型: 频率白噪声和频率随机游走噪声。这样可以采用数值模拟的方式模拟阿伦方差曲线, 获得相应的时间频率序列, 这个序列代表了一种典型的 CPT 原子钟产生的时间频率序列。阿伦方差 $\sigma_y(\tau)$ 和噪声之间的关系可表示如下^[8]:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{\sigma_3^2}{\tau} + \sigma_2^2 \tau + b\tau^2 \quad (14)$$

式中: σ_3 为频率白噪声; σ_2 为频率随机游走噪声; b 为原子钟的线性漂移系数。

对于长度为 N 的 CPT 原子钟, 每秒钟产生一个时间频率序列, 可用如下的方式模拟产生:

1) 首先加入频率随机游走噪声, 迭代 $N-1$ 次:

$$f_{\text{RWFN}}(i+1) = f_{\text{RWFN}}(i) + \sigma_{\text{RWFN}}(i) \quad (i=1, 2, \dots, N-1) \quad (15)$$

式中: $\sigma_{\text{RWFN}}(i) \sim N(0, \sigma_2^2)$; $f_{\text{RWFN}}(1) = 10 \text{ MHz}$ 。

2) 然后加入频率白噪声, 得

$$f_{\text{RWFN+WFN}}(i) = f_{\text{RWFN}}(i) + \sigma_{\text{WFN}}(i) \quad (i=1, 2, \dots, N-1) \quad (16)$$

式中 $\sigma_{\text{WFN}}(i) \sim N(0, \sigma_3^2)$ 。

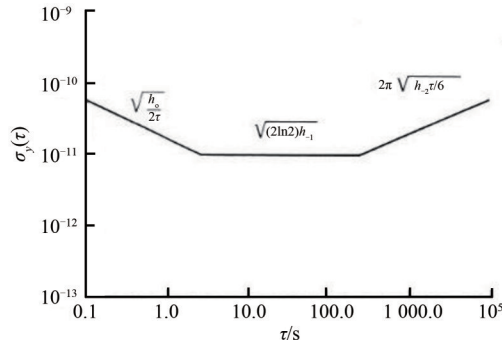


Fig.4 The relationship between Allan variance and noises of atomic clock
图4 阿伦方差与原子钟各项噪声的对应关系

令

$$f_{\text{simulate}} = \{f_{\text{RWFN}+\text{WFN}}(1), f_{\text{RWFN}+\text{WFN}}(2), \dots, f_{\text{RWFN}+\text{WFN}}(N)\} \quad (17)$$

得到的时间频率序列 f_{simulate} 可以仿真理想的原子钟曲线。选择一定的参数模拟 SA.45s 芯片级原子钟，如图 5 所示，其中 a 为实测的 SA.45s 的稳定度曲线， b 为模拟之后的稳定度曲线。

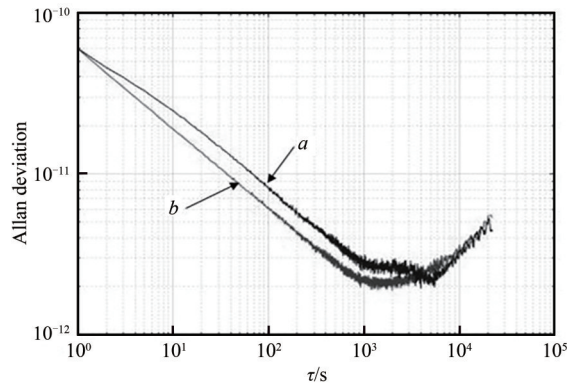


Fig.5 Measured and simulated stability curves of SA.45s
图5 SA.45s 实测和仿真模型模拟的稳定度曲线图

以上仿真较好地重现了实际的 CPT 原子钟的稳定度特性，由此证明得到的时间频率序列符合典型 CPT 原子钟产生的频率序列。在此基础上，可以采取不同的驯服算法，在产生频率序列的过程中进一步加入控制量，从而对 CPT 原子钟驯服算法进行仿真研究。

1.5 二级频率源的控制

本文采用高精度 DA 转换芯片控制频率源，要求驯服的频率源均含有压控可调节晶振。CPT 原子钟内部包含这样一个晶振，因而可以进行压控控制。采用的 DA 芯片有 4 个通道输出，每个输出位宽为 16 bit，配合外围电路，可以产生不同的粗、细调节压控电压值，符合稳定度的控制精确度要求。

1.6 卡尔曼滤波与平均滤波

卡尔曼滤波利用含噪声的线性传感器得到的数据进行计算，使线性随机系统的均方误差最小化^[9]。在 GPS 驯服二级频率源的应用中，卡尔曼滤波模型能够很好地发挥作用。卡尔曼滤波过程主要为 5 个方程不断迭代的过程，其应用的关键是确定所需阶数及相应的过程噪声矩阵 Q 和测量噪声矩阵 R ^[10]。在一维滤波条件下， Q 矩阵与频率白噪声 σ_3 、频率随机游走噪声 σ_2 的大小相关。设时间间隔测量周期为 T ，则

$$Q \sim N(0, \sigma_2^2 T + 2\sigma_3^2 / T) \quad (18)$$

采用平均滤波的方法可有效减小 GPS 秒脉冲抖动方差对实验结果的影响，在 T 周期内对 GPS 秒脉冲进行 M 次测量，并对 M 次结果进行平均，则平均后的 GPS 抖动方差下降为：

$$R \sim (0, \sigma_2^2 / M) \quad (19)$$

由此可以设计出 2 种驯服方法：

1) 在 $T'=T+M$ 的驯服周期内，选取开始的 $0\sim M$ 个数据点和 $(T'-M)\sim T'$ 个数据点，采取图 2 所示方法测量 M 组频率进行平均，再利用此平均结果对频率源进行控制。

2) 采取 1) 方法平均之后，再加入卡尔曼滤波的迭代循环，相应的迭代噪声由式(18)~(19)确定。

2 驯服结果

2.1 TCXO 实际电路驯服结果

如图 6 所示，曲线 a 为 TCXO 自由运行时的稳定度结果；曲线 b 为采用 TCXO 测量时间，用图 1 所示方案制作 PCB 电路板，采用卡尔曼滤波方法将晶振数据和 GPS 数据融合后的驯服结果。可以看出，万秒稳定度达到 8.5×10^{-12} 。

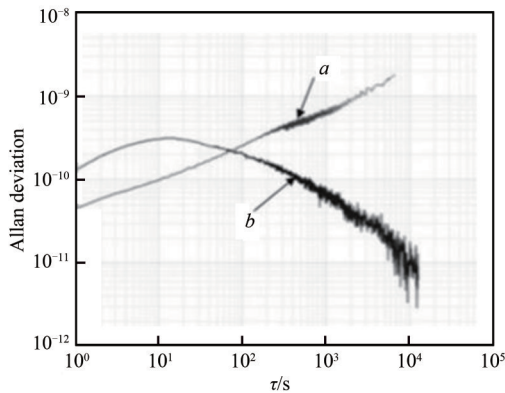


Fig.6 Stability changing before and after disciplining
图 6 TCXO 驯服前后的稳定度变化

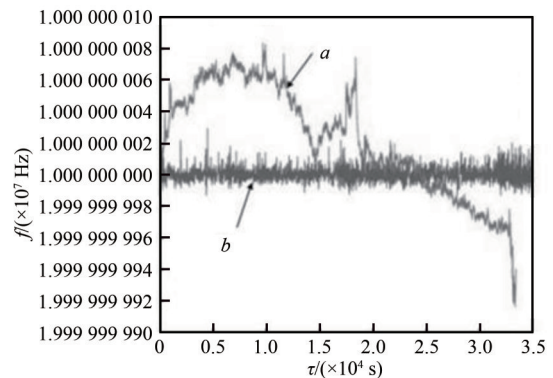


Fig.7 Frequency changing before and after disciplining
图 7 TCXO 驯服前后的频率变化

图 7 为驯服前后频率序列的变化图，曲线 a 为驯服前晶振自由漂移时频率变化；曲线 b 为驯服后的频率波动。可以看到，驯服后围绕中心频率 10 MHz 的波动大幅减小， 3.5×10^4 s 时平均准确度由 7.5×10^{-9} 提高至 1.4×10^{-9} 。

2.2 CPT 原子钟驯服模拟仿真结果

采用 1.6 节叙述的 2 种驯服方法分别进行 Matlab 仿真。采用式(15)~(17)产生频率序列，产生序列的同时加入驯服控制量，控制量为时间测量结果通过平均滤波方法以及平均滤波+卡尔曼滤波的方法产生。驯服结果如图 8 所示。其中曲线 a 为未加任何驯服时模拟出的实验室 CPT 原子钟稳定度曲线；曲线 b 为采用平均滤波方法，驯服周期 $T=160$ s，平均测量次数 $M=30$ 得到的稳定度曲线；曲线 c 为采用平均滤波方法+卡尔曼滤波，驯服周期 $T=80$ s，平均测量次数 $M=20$ 得到的稳定度曲线。可以看出，在 5×10^4 s 时，相对于未驯服的频率稳定度，2 种方法驯服后频率稳定度提升了一个数量级。平均滤波方法所需测频时间较长，且 GPS 越接近理想的白噪声条件，滤波效果越好。平均滤波与卡尔曼滤波组合的方法可以缩短驯服的时间周期，使系统对频率偏差响应速度更快。

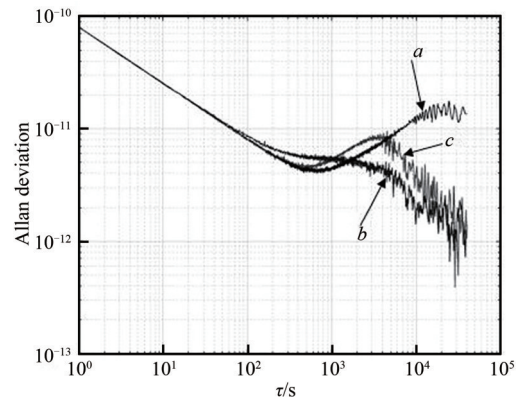


Fig.8 Stability changing of CPT atom clock before disciplining and after disciplining by 2 methods
图 8 CPT 原子钟未驯服时及通过 2 种方法驯服后的稳定度变化

3 结论

本文研究了基于 TDC 芯片的 GPS 驯服二级频标，在国内 GPSDO 领域做到了较为先进的水平。基于 TCXO 频率源进行了电路板设计和算法检验，实现了 TCXO 万秒稳定度为 8.5×10^{-12} ，驯服后 3.5×10^4 s 平均准确度由 7.5×10^{-9} 提高到 1.4×10^{-9} 。由于 TCXO 价格低，功耗低，体积小，本实验构建了一种 GPS 驯服 TCXO 的低成本方案。同时，创造性地采取了模拟噪声仿真的方法，充分研究了 CPT 原子钟的噪声特性，对比和综合了平均值滤波方法和卡尔曼滤波方法在驯服中的应用，使仿真算法得到了较好的驯服结果，频率稳定度在 5×10^4 s 时提升一个数

量级，为驯服算法在GPSDO产品中的普遍应用打下基础。

参考文献：

- [1] 施展. 基于TDC-GPI的驯服晶振系统的研究与设计[D]. 西安:西安科技大学, 2011. (SHI Zhan. The design and implement of controlling crystal oscillator based on TDC-GPI[D]. Xi'an,China:Xi'an University of Science and Technology, 2011.)
- [2] RUDYK A V, SEMENOV A O, KRYVINSKA N, et al. Strapdown inertial navigation systems for positioning mobile robots—MEMS gyroscopes random errors analysis using Allan variance method[J]. *Sensors*, 2020,20(17):4841.
- [3] LUTWAK R, RASHED A, VARGHESE M, et al. The miniature atomic clock—pre-production results[C]// Frequency Control Symposium Jointly with the 21st European Frequency and Time Forum. Geneva, Switzerland:IEEE, 2007:1327–1333.
- [4] 李铎, 吴红卫, 顾思洪. GPS驯服CPT原子钟方法研究[J]. *电子学报*, 2018,46(5):1194–1199. (LI Duo, WU Hongwei, GU Sihong. Study on GPS-disciplined CPT atomic clock[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018,46(5):1194–1199.)
- [5] ANANTHASUBRAMANIAM B. Analysis of circadian cellular bioluminescence recordings using a Kalman smoother[J]. *IFAC PapersOnLine*, 2016,49(26):190–193.
- [6] 郭海荣. 导航卫星原子钟时频特性分析理论与方法研究[D]. 郑州:信息工程大学, 2006. (GUO Hairong. Study on the analysis theories and algorithms of the time and frequency characterization for atomic clocks of navigation satellites[D]. Zhengzhou, China:Information Engineering University, 2006.)
- [7] JASINSKI K. Some concept of Markov property of discrete order statistics arising from independent and non-identically distributed variables[J]. *Statistics & Probability Letters*, 2020(160):108718.
- [8] MACIUK K, KUDRYS J, BAGHERBANDI M, et al. A new method for quantitative and qualitative representation of the noises type in Allan (and related) variances[J]. *Earth, Planets and Space*, 2020,72(1):1–4.
- [9] 袁鸣, 鲍泳林, 武雨霞. 基于MEMS的火箭制导平台INS与GPS组合导航算法[J]. *太赫兹科学与电子信息学报*, 2018,16(5):807–812. (YUAN Ming, BAO Yonglin, WU Yuxia. INS-GPS integrated navigation algorithm based on MEMS for rocket guidance platform[J]. *Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology*, 2018,16(5):807–812.)
- [10] 刘勇军, 曹远洪, 杨林. 三状态时钟模型Kalman滤波器在GPS驯服铷原子钟中的应用[C]// 2009全国时间频率学术会议论文集. 成都:中国天文学会, 2009:500–506. (LIU Yongjun, CAO Yuanhong, YANG Lin. Kalman filter with three-state clock model applied in GPS disciplining rubidium clock[C]// Proceedings of the 2009 China Time and Frequency Symposium. Chengdu, China:Chinese Astronomical Society, 2009:500–506.)

作者简介：

但林(1983–)，男，博士，工程师，主要研究方向为原子时间与频率标准 .email:L_d@pik.ed.cn.

郭平(1994–)，男，博士，工程师，主要研究方向为电路与系统、芯片原子钟。

王新明(1993–)，男，硕士，工程师，主要研究方向为二级频率源的驯服和守时。

赵建业(1972–)，男，博士，教授，主要研究方向为量子精密测量、时间频率标准。