

文章编号: 2095-4980(2022)04-0332-08

## 位置和艏向角约束的非对角欠驱动 USV 轨迹跟踪

胡芳芳, 曾超, 祝刚, 李世玲

(中国工程物理研究院 电子工程研究所, 四川 绵阳 621999)

**摘要:** 仅配备有纵向推进力和转船力矩装置的无人水面艇是典型的欠驱动系统, 不能通过定常光滑反馈控制律镇定到平衡状态。本文针对一类惯性矩阵和阻尼矩阵非对角的欠驱动无人水面艇, 设计了基于附加控制器和反步法的光滑时变跟踪控制律, 在保证跟踪误差暂态性能的前提下, 实现了曲线和直线情形下的轨迹跟踪。首先, 通过状态变换将非对角模型转化为对角形式, 并运用反馈线性化理论简化控制输入。其次, 通过设计虚拟控制函数来镇定误差运动学方程, 并通过引入障碍 Lyapunov 函数(BLF)来保证跟踪误差满足规定的性能。然后, 通过在误差镇定函数中引入虚拟控制量解决了系统的欠驱动问题, 稳定性分析表明本文控制策略能够保证闭环系统中的所有状态是一致最终有界的。最后, Matlab/Simulink 仿真结果表明了该控制器的有效性。

**关键词:** 无人水面艇; 欠驱动系统; 附加控制器; 反步法; 轨迹跟踪; Barrier-Lyapunov 函数

中图分类号: TN929

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2020208

## Trajectory tracking of non-diagonal unmanned underactuated surface vessel with position and yaw angle constraints

HU Fangfang, ZENG Chao, ZHU Gang, LI Shiling

(Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang Sichuan 621999, China)

**Abstract:** Unmanned Surface Vessels(USV) with only surge force and yaw moment available are typical under actuated system which cannot be stabilized by any time-invariant continuous state feedback control law. For the realistic underactuated USV, where the mass and damping matrices are not diagonal, based on additional controller and backstepping method, a smooth time-varying tracking controller is developed to track any straight and curved reference trajectories, and also confines the transient response performance within the allowable range. Firstly, the system is converted into a diagonal form by using state transformations and control input is simplified through feedback linearization theory. Secondly, the virtual controller is designed to stabilize tracking error, meanwhile, Barrier-Lyapunov Function(BLF) is introduced to ensure that the tracking error does not exceed the prescribed value. Thirdly, the additional control is designed to deal with the problem of underactuation. Stability analysis shows that the proposed control strategies can guarantee all the states in the closed-loop system are uniform ultimate bound. Matlab/Simulink results illustrate the effectiveness of the proposed control design.

**Keywords:** Unmanned Surface Vessels; underactuated system; additional controller; backstepping method; trajectory tracking; Barrier-Lyapunov Function

欠驱动无人艇能够自主智能地执行多种任务<sup>[1]</sup>, 例如铺设和维护管线, 追踪目标, 布雷等。与全驱动系统相比, 欠驱动系统具有节省成本、减小质量、占用体积小等优点。当全驱动系统遭遇执行机构故障时, 欠驱动控制理论能够为其提供安全有效的控制策略<sup>[2]</sup>。文献[3]指出, 欠驱动 USV 控制最大的难点是系统自由度的个数大于系统独立控制输入的个数, 导致适用于全驱动或过驱动的运动控制方法无法直接适用于欠驱动系统。因此对欠驱动 USV 的轨迹跟踪问题进行研究具有重要的理论价值和实用价值。欠驱动系统的轨迹跟踪方法根据控制律的特点大致可以分为: 不连续定常控制律, 时变控制律和混合稳定控制律。文献[4]假设存在持续的艏向角速度

激励, 提出了齐次状态反馈控制律, 实现了曲线轨迹跟踪, 并保证了跟踪误差能够以指数形式收敛。文献[5-6]将假设条件弱化为存在不为零的参考艏向角, 提出了基于Lyapunov直接法的状态反馈和输出反馈控制律, 实现了曲线和直线跟踪控制。Chwa D<sup>[7]</sup>提出了动态面控制方法。文献[8-9]提出了滑模变结构控制方法。Khooban M H<sup>[10]</sup>将基于模型的多项式模糊控制策略用于欠驱动水面船舶的跟踪控制。但以上文献都假设研究的船舶对象是对称结构的, 即系统的惯性参数矩阵和阻尼参数矩阵均为标准的对角线。文献[11-14]将船舶跟踪控制的研究扩展到了不对称船舶上, 于瑞亭<sup>[11]</sup>通过全局微分同胚变换和输入变换将船舶运动模型转化为适合运用反步法的级联形式, 设计了指数的控制律, 实现了欠驱动不对称船舶的全局K指数镇定。张中才<sup>[13]</sup>将文献[12]的控制律进行改进, 并应用于跟踪控制。Serrano M E<sup>[14]</sup>运用线性代数的方法来解决船舶的跟踪控制问题, 并且证明了跟踪误差能够趋近于零。文献[6]借助非完整约束和过渡路径将6个状态的跟踪问题转化为4个状态的误差镇定问题, 然后通过滑模变结构控制实现了动态跟踪误差的镇定。文献[15-17]提出了一种基于附加控制器的输出反馈方法, 通过附加控制器来解决欠驱动问题, 但是该方法需要复杂的模型预处理得到动态误差方程组, 并且依靠试凑法构造3个基于附加变量的3个有界函数。

可以看出, 以上方法没有考虑系统响应的暂态性能, 在实际应用中, 如果跟踪误差的超调过大, 可能会导致船舶运动系统失控。为保证船舶安全, 使跟踪误差在一个规定的有界集合当中有着重要意义, 本文针对非对角欠驱动的无人水面艇, 通过附加控制器和反步法, 设计了光滑时变状态反馈控制器, 在跟踪误差具有暂态性能约束的前提下, 保证闭环控制系统最终一致有界。与已有的成果相比, 本文的附加控制器仅与具有二阶非完整约束的侧向速度误差有直接关联, 不显式地出现在位置和航向动态误差方程中, 且不需要繁琐的模型预处理, 同时能够保证跟踪误差在规定的集合中。仿真结果表明, 该方法能够实现欠驱动USV的直线和曲线轨迹跟踪。

## 1 问题描述

参考文献[3], 具有三自由度的非对角欠驱动水面船舶的数学模型可表示为:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = J(\eta)v \\ M\dot{v} = -C(v)v - D(v)v + \tau + \tau_w \end{cases} \quad (1)$$

模型(1)中各变量含义如文献[18]中表1所示。因为非对角项  $m_{23}, m_{32}$  的存在, 使横荡速度与艏摇角速度的控制输入严重耦合, 需要设计恰当转艏力矩同时稳定横荡速度和艏向角速度, 这给控制系统设计及其稳定性分析带来了极大的困难。通过引入如下变换, 将非对角欠驱动控制系统转换为对角形式。

$$\begin{cases} \bar{x} = x + \varepsilon \cos \psi \\ \bar{y} = y + \varepsilon \sin \psi \\ \bar{v} = v + \varepsilon r \end{cases} \quad (2)$$

无人USV的数学模型(1)可以写为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = u \cos \psi - \bar{v} \sin \psi \\ \dot{\bar{y}} = u \sin \psi + \bar{v} \cos \psi \\ \dot{\psi} = r \\ \dot{u} = \bar{\tau}_u + \tau_{wu} \\ \dot{\bar{v}} = -\frac{m_{11}}{m_{22}}ur - \frac{d_{22}}{m_{22}}\bar{v} + \left( \frac{d_{22}m_{23}}{m_{22}^2} - \frac{d_{23}}{m_{22}} \right)r + \tau_{wv} \\ \dot{r} = \bar{\tau}_r + \tau_{wr} \\ \varepsilon = m_{23}/m_{22}, \bar{\tau}_u = \frac{m_{22}vr + 0.5(m_{23} + m_{32})r^2 - d_{11}u + \tau_u}{m_{11}} \end{cases} \quad (3)$$

式中  $\bar{\tau}_r = \frac{1}{m_{22}m_{33} - m_{23}m_{32}} \left( m_{22}\tau_r + (m_{11}m_{32} - 0.5m_{22}(m_{23} + m_{32}))ur + (m_{22}m_{11} - m_{22}^2)uv + (m_{32}d_{22} - m_{22}d_{32})v + (m_{32}d_{23} - m_{22}d_{33})r \right)$ 。

$\bar{\tau}_u$  和  $\bar{\tau}_r$  的引入能够使控制输入线性化, 简化控制器设计和系统稳定性分析。本文的跟踪问题可描述为使欠驱动无人水面艇跟踪由虚拟船舶产生的如下轨迹:

$$\begin{cases} \dot{x}_d = u_d \cos \psi_d - v_d \sin \psi_d \\ \dot{y}_d = u_d \sin \psi_d + v_d \cos \psi_d \\ \dot{\psi}_d = r_d \end{cases} \quad (4)$$

式中： $x_d, y_d, \psi_d$  为目标船舶在地理坐标系下的位置和航向角； $u_d, v_d, r_d$  为目标船舶在船体坐标系下的纵向速度、横荡速度和艏摇角速度。 $\psi_d, v_d$  是有界的， $\dot{\psi}_d, \dot{v}_d$  存在且有界。

这里将目标船舶的状态做与式(2)相似的坐标变换：

$$\bar{x}_d = x_d + \varepsilon \cos \psi_d, \bar{y}_d = y_d + \varepsilon \sin \psi_d, \bar{v}_d = v_d + \varepsilon r_d \tag{5}$$

本文定义位置跟踪误差为  $x_e, y_e$ ：

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} - \bar{x}_d \\ \bar{y} - \bar{y}_d \end{bmatrix} \tag{6}$$

坐标变换矩阵  $\begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix}$  的行列式等于 1，对任意  $\psi$  都是非奇异的。显然，当  $x_e \rightarrow 0, y_e \rightarrow 0$  时， $\bar{x} \rightarrow \bar{x}_d, \bar{y} \rightarrow \bar{y}_d$ 。同时定义航向误差和速度误差为  $\psi_e = \psi - \psi_d, u_e = u - u_d, \bar{v}_e = \bar{v} - \bar{v}_d, r_e = r - r_d$ ，可以得到误差动力学方程为：

$$\begin{cases} \dot{x}_e = u_e - u_d(\cos \psi_e - 1) - \bar{v}_d \sin \psi_e + r_e y_e + r_d y_e \\ \dot{y}_e = \bar{v}_e - \bar{v}_d(\cos \psi_e - 1) + u_d \sin \psi_e - r_e x_e - r_d x_e \\ \dot{\psi}_e = r_e \\ \dot{u}_e = \bar{\tau}_u - \dot{u}_d + \tau_{vu} \\ \dot{\bar{v}}_e = -\frac{m_{11}}{m_{22}} u_e (r_e + r_d) - \frac{m_{11}}{m_{22}} \mu_d r_e - \frac{d_{22}}{m_{22}} \bar{v}_e + \left( \frac{d_{22} m_{23}}{m_{22}^2} - \frac{d_{23}}{m_{22}} \right) r_e + \tau_{wv} \\ \dot{r}_e = \bar{\tau}_r - \dot{r}_d + \tau_{wr} \end{cases} \tag{7}$$

## 2 基于 BLF 和动态面的附加控制器设计

定义集合：

$$\Omega_{x_e} = \{x_e \in \mathbb{R} | x_e < k_{b1}\}, \Omega_{y_e} = \{y_e \in \mathbb{R} | y_e < k_{b2}\}, \Omega_{\psi_e} = \{\psi_e \in \mathbb{R} | \psi_e < k_{b3}\} \tag{8}$$

式中  $k_{bi}$  为正常数。本文控制目标为：对任意给定的初始状态  $x_e(0) \in \Omega_{x_e}, y_e(0) \in \Omega_{y_e}, \psi_e(0) \in \Omega_{\psi_e}$ ，设计状态反馈控制律确保系统(7)动态响应中状态约束始终满足  $x_e(t) \in \Omega_{x_e}, y_e(t) \in \Omega_{y_e}, \psi_e(t) \in \Omega_{\psi_e}, \forall t \geq 0$  且闭环系统所有信号有界。

本文控制器的结构图如图 1 所示。

本文控制器设计可以分为两步，第一步：运动学回路虚拟控制律设计，通过角速度提供虚拟控制量  $\alpha_u, \alpha_v, \alpha_r$ ，实现误差运动学回路的镇定控制；第二步：动力学回路纵向推力和转向力矩设计，使系统的镇定误差渐近收敛到零，从而实现闭环系统的稳定控制，且能够保证系统跟踪误差满足式(8)的约束。

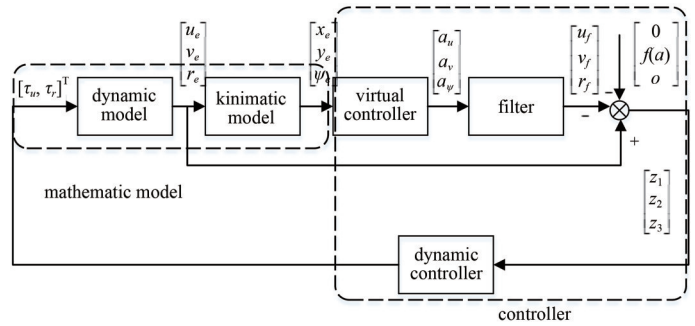


Fig.1 Architecture of the proposed controller  
图 1 本文控制器结构图

### 2.1 运动学回路虚拟控制律设计

本文定义如下 BLF：

$$V_1 = \frac{1}{2} \left( \log \frac{k_{b1}^2}{k_{b1}^2 - x_e^2} + \log \frac{k_{b2}^2}{k_{b2}^2 - y_e^2} + \log \frac{k_{b3}^2}{k_{b3}^2 - \psi_e^2} \right) \tag{9}$$

对  $V_1$  求导数可以得到：

$$\dot{V}_1 = \frac{x_e \dot{x}_e}{k_{b1}^2 - x_e^2} + \frac{y_e \dot{y}_e}{k_{b2}^2 - y_e^2} + \frac{\psi_e \dot{\psi}_e}{k_{b3}^2 - \psi_e^2} \tag{10}$$

为保证运动学状态误差在集合(8)中，设计虚拟控制量  $\alpha_u, \alpha_v, \alpha_r$  如下：

$$\begin{cases} \alpha_u = -k_1 x_e (k_{b1}^2 - x_e^2) + u_d (\cos \psi_e - 1) + \bar{v}_d \sin \psi_e - r_e y_e - r_d y_e \\ \alpha_v = -k_2 y_e (k_{b2}^2 - y_e^2) + \bar{v}_d (\cos \psi_e - 1) - u_d \sin \psi_e + r_e x_e + r_d x_e \\ \alpha_r = -k_3 \psi_e (k_{b3}^2 - \psi_e^2) \end{cases} \quad (11)$$

式中  $k_i > 0$ ;  $i=1,2,3$  为待设计的虚拟控制器参数。在虚拟控制律的作用下, 运动学方程可以表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_e = -k_1 x_e (k_{b1}^2 - x_e^2) + u_e - \alpha_u \\ \dot{y}_e = -k_2 y_e (k_{b2}^2 - y_e^2) + v_e - \alpha_v \\ \dot{\psi}_e = -k_3 \psi_e (k_{b3}^2 - \psi_e^2) + \psi_e - \alpha_\psi \end{cases} \quad (12)$$

## 2.2 动力学回路控制器设计

本小节通过反步法设计反馈控制律使运动学方程(12)中的  $u_e - \alpha_u, v_e - \alpha_v, \psi_e - \alpha_\psi$  等于零, 从而实现闭环系统的问题。由于反步法本身需要对虚拟控制量微分, 导致项数和次数指数增长。本文通过动态面控制方法, 引入一阶低通滤波器来消除传统反步法存在的“微分爆炸”现象。虚拟控制量  $\alpha_u, \alpha_v, \alpha_r$  的一阶滤波器为:

$$\begin{cases} \zeta_1 \dot{u}_f = -u_f + \alpha_u \\ \zeta_2 \dot{v}_f = -v_f + \alpha_v \\ \zeta_3 \dot{r}_f = -r_f + \alpha_r \end{cases} \quad (13)$$

式中  $\zeta_1 > 0, \zeta_2 > 0$  和  $\zeta_3 > 0$  为待设计滤波器参数。定义各自的滤波器误差为:

$$y_1 = \alpha_u - u_f, y_2 = \alpha_v - v_f, y_3 = \alpha_r - r_f \quad (14)$$

为了克服欠驱动特性带来的控制难题, 定义如下镇定误差函数, 并在横轴引入附加控制量  $a$ 。

$$\begin{cases} z_1 = u_e - u_f \\ z_2 = \bar{v}_e - v_f - f(a) \\ z_3 = r_e - r_f \end{cases} \quad (15)$$

对于任意  $a \in \mathbb{R}$ ,  $f(a)$  满足如下条件: 1) 在  $a$  上处处可导; 2)  $|f(a)| \leq \varepsilon, \varepsilon \in \mathbb{R}^+, \forall a \in \mathbb{R}$ 。从式(15)中  $z_2$  的表达式可以看出:

$$|z_2| = |\bar{v}_e - \alpha_v| + |f(p)| \leq |\bar{v}_e - \alpha_v| + \varepsilon \quad (16)$$

因为对任意  $a$ ,  $f(a)$  是有界的, 故需要合理利用控制输入和附加控制  $a$  使  $\bar{v}_e - \alpha_v \rightarrow 0$ , 从而使系统横向位置收敛到零, 横荡速度误差有界。本文选择  $f(a)$  为:

$$f(a) = \gamma \tanh a \quad (17)$$

$\gamma$  为待确定附加控制器参数。由式(7)和式(15)可以得到镇定误差函数的动力学方程为:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \dot{u}_e - \zeta_1^{-1} (-u_f + \alpha_u) \\ \dot{z}_2 = \dot{\bar{v}}_e - \zeta_2^{-1} (-v_f + \alpha_v) - \gamma f'(a) \dot{a} \\ \dot{z}_3 = \dot{r}_e - \zeta_3^{-1} (-r_f + \alpha_r) \end{cases} \quad (18)$$

式中  $f' = \partial f / \partial a = 1 / \cosh^2(a)$ 。

本文选取附加控制器  $a$  的自适应律和控制输入如下所示:

$$\dot{a} = \frac{1}{\gamma f'} \left[ -la + l_{21} z_1 + l_{22} z_2 + l_{23} z_3 - \frac{m_{11}}{m_{22}} u_d r_e - \frac{m_{11}}{m_{22}} u_e (r_e + r_d) - \tau_{wv} + \left( \frac{d_{22} m_{23}}{m_{22}^2} - \frac{d_{23}}{m_{22}} \right) r_e - \frac{d_{22}}{m_{22}} \bar{v}_e + \dot{v}_f - \frac{y_e}{k_{b2}^2 - y_e^2} \right] \quad (19)$$

$$\begin{cases} \bar{\tau}_u = \dot{u}_d + \dot{u}_f - \tau_{wu} - \frac{x_e}{k_{b1}^2 - x_e^2} + l_{11} z_1 + l_{12} z_2 \\ \bar{\tau}_r = \dot{r}_d + \dot{r}_f - \tau_{wr} - \frac{\psi_e}{k_{b3}^2 - \psi_e^2} + l_{32} z_2 + l_{33} z_3 \end{cases} \quad (20)$$

将式(19)和式(20)带入到镇定误差方程式(18)中可以得到:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -l_{11}z_1 - l_{12}z_2 - \frac{x_e}{k_{b1}^2 - x_e^2} \\ \dot{z}_2 = l_{21}z_1 - l_{22}z_2 + l_{23}z_3 - \frac{y_e}{k_{b2}^2 - y_e^2} \\ \dot{z}_3 = -l_{32}z_2 - l_{33}z_3 - \frac{\psi_e}{k_{b3}^2 - \psi_e^2} \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $l_{ij} > 0$ ;  $i=1,2,3$ ;  $j=1,2,3$  为待确定的控制器参数, 且满足  $l_{ij} = l_{ji}$ ,  $i \neq j$ 。

### 3 稳定性分析

**定理 1** 考虑系统(7)的初始状态满足  $x_e(0) \in \Omega_{x_e}$ ,  $y_e(0) \in \Omega_{y_e}$ ,  $\psi_e(0) \in \Omega_{\psi_e}$ , 在虚拟控制律(11)、附加控制律(19)和转向力矩和纵向推力(20)用下, 系统(7)的状态始终满足  $x_e(t) \in \Omega_{x_e}$ ,  $y_e(t) \in \Omega_{y_e}$ ,  $\psi_e(t) \in \Omega_{\psi_e}$ ,  $\forall t \geq 0$  约束, 且闭环系统所有信号有界, 所有信号是一致最终有界的。

**证明** 因为跟踪控制律是在  $x_e(t) \in \Omega_{x_e}$ ,  $y_e(t) \in \Omega_{y_e}$ ,  $\psi_e(t) \in \Omega_{\psi_e}$ ,  $\forall t \geq 0$  前提下设计的, 所以运动学状态误差始终在集合  $\Omega$  中。考虑到轨迹跟踪、虚拟控制和滤波误差, 这里选取 Lyapunov 函数为:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + y_1^2 + y_2^2 + y_3^2) \quad (22)$$

对  $V_2$  求导可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 x_e^2 - k_2 y_e^2 - k_3 \psi_e^2 + z_1(l_{11}z_1 + l_{12}z_2) + z_2(l_{21}z_1 + l_{22}z_2 + l_{23}z_3) + \\ & z_3(l_{32}z_2 + l_{33}z_3) + y_e \frac{f(p)}{k_{b2}^2 - y_e^2} - \zeta_1^{-1} y_1^2 + y_1 \dot{\alpha}_u - \zeta_2^{-1} y_2^2 + y_2 \dot{\alpha}_v - \zeta_3^{-1} y_3^2 + y_3 \dot{\alpha}_r \end{aligned} \quad (23)$$

为了分析  $V_2$  的收敛性, 需要对虚拟控制量的导数的有界性进行分析。首先, 分析  $\alpha_u$  的导数  $\dot{\alpha}_u$  的有界性。因为  $\dot{\alpha}_u = \frac{\partial \alpha_u}{\partial x_e} \dot{x}_e + \frac{\partial \alpha_u}{\partial u_d} \dot{u}_d + \frac{\partial \alpha_u}{\partial \psi_e} \dot{\psi}_e + \frac{\partial \alpha_u}{\partial \bar{v}_d} \dot{\bar{v}}_d - \frac{\partial \alpha_u}{\partial r_e} \dot{r}_e - \frac{\partial \alpha_u}{\partial r_d} \dot{r}_d - \frac{\partial \alpha_u}{\partial y_e} \dot{y}_e$ , 因为  $\alpha_u$  有界且连续可微, 又知  $x_e, y_e, \psi_e$  在紧集合  $\Omega_{x_e}, \Omega_{y_e}, \Omega_{\psi_e}$  中,  $u_d, \bar{v}_d, r_d$  有界, 所以偏导数  $\frac{\partial \alpha_u}{\partial x_e}, \frac{\partial \alpha_u}{\partial u_d}, \frac{\partial \alpha_u}{\partial \psi_e}, \frac{\partial \alpha_u}{\partial \bar{v}_d}, \frac{\partial \alpha_u}{\partial r_d}, \frac{\partial \alpha_u}{\partial y_e}$  是有界的。根据文献[18]中引理 2 的结论, 可知  $u_e, v_e, r_e$  是有界的, 由此可以得出  $\dot{\alpha}_u$  是有界的。同理可以得到  $\dot{\alpha}_v, \dot{\alpha}_r$  是有界的。不妨假设  $|\dot{\alpha}_u| \leq M_1, |\dot{\alpha}_v| \leq M_2, |\dot{\alpha}_r| \leq M_3$ 。因为  $|f(a)| \leq \varepsilon, \varepsilon \in \mathbb{R}^+, \forall a \in \mathbb{R}$  和  $y_e \in \Omega_{y_e}$ , 所以  $y_e \frac{f(p)}{k_{b2}^2 - y_e^2}$  是有界的, 不妨假设  $\left| \frac{y_e f(p)}{k_{b2}^2 - y_e^2} \right| \leq M_4 \varepsilon$ ,  $M_i$  为大于零的常数。

由文献[19]中引理 3 的不等式可以得到:

$$x_e^2 = (k_{b1}^2 - x_e^2) \left( \frac{x_e^2}{k_{b1}^2 - x_e^2} \right) \geq (k_{b1}^2 - x_e^2) \log \frac{k_{b1}^2}{k_{b1}^2 - x_e^2} \quad (24)$$

同理可以得到  $y_e^2 \geq (k_{b2}^2 - y_e^2) \log \frac{k_{b2}^2}{k_{b2}^2 - y_e^2}$ ,  $-\psi_e^2 \geq -(k_{b3}^2 - \psi_e^2) \log \frac{k_{b3}^2}{k_{b3}^2 - \psi_e^2}$ , 进一步可得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -k_1 x_e^2 - k_2 y_e^2 - k_3 \psi_e^2 + Z^T LZ + M_4 \varepsilon - \zeta_1^{-1} y_1^2 + |y_1| M_1 - \zeta_2^{-1} y_2^2 + |y_2| M_2 - \zeta_3^{-1} y_3^2 + |y_3| M_3 \leq \\ & -k_1 (k_{b1}^2 - x_e^2) \log \frac{k_{b1}^2}{k_{b1}^2 - x_e^2} - k_2 (k_{b2}^2 - y_e^2) \log \frac{k_{b2}^2}{k_{b2}^2 - y_e^2} - k_3 (k_{b3}^2 - \psi_e^2) \log \frac{k_{b3}^2}{k_{b3}^2 - \psi_e^2} - \\ & l_{11} z_1^2 - l_{22} z_2^2 - l_{33} z_3^2 - \zeta_1^{-1} y_1^2 - \zeta_2^{-1} y_2^2 - \zeta_3^{-1} y_3^2 + M_1 k_{b1} + M_2 k_{b2} + M_3 k_{b3} + M_4 \varepsilon \leq -2\mu V_2 + c \end{aligned} \quad (25)$$

式中:  $\mu = \min \{k_1(k_{b1}^2 - x_e^2), k_2(k_{b2}^2 - y_e^2), k_3(k_{b3}^2 - \psi_e^2), l_{11}, l_{22}, l_{33}, \zeta_1^{-1}, \zeta_2^{-1}, \zeta_3^{-1}\}$ ;  $c = M_1 k_{b1} + M_2 k_{b2} + M_3 k_{b3} + M_4 \varepsilon$ 。因为  $\mu > 0$ ,  $c$  是有界的, 可得  $V_2$  是有界的且渐近收敛, 通过调整控制器参数, 跟踪误差可以变得无限小或等于零。

4 仿真验证

该部分通过 Matlab/Simulink 仿真来证明本文所提方法的有效性，即通过仿真来验证本文所提的控制方法能够实现欠驱动无人艇直线路径和虚线路径的跟踪控制。本文考虑文献[12]中的船舶模型，该无人艇长 1.2 m，质量 17.5 kg，系统的惯性矩阵和阻尼矩阵分别为  $m_{11}=25.8, m_{22}=33.8, m_{23}=6.2, m_{32}=6.2, m_{33}=2.76, m_{11}=12, d_{22}=17, d_{23}=0.2, d_{32}=0.5, d_{33}=0.5$ 。假设系统受到的扰动为  $\tau_w = J [2\sin(0.1t) \quad \sin(0.2t) \quad 2\cos(0.3t)]^T$ 。规定  $k_{b1}=6.8, k_{b2}=6.8, k_{b3}=0.55\pi$ 。选取系统的初始状态为  $\eta = [-5, -5, 0]^T, v = [0, 0, 0]^T$ ，目标船只的初始状态为  $\eta_d = [0, 0, \pi/4]^T, v_d = [0, 0, 0]^T$ ，此时  $x_c(t_0) = -5, y_c(t_0) = 6, \psi_c(t_0) = \pi/4$  显然初始误差在  $x_c(t_0) \in \Omega_{x_c}, y_c(t_0) \in \Omega_{y_c}, \psi_c(t_0) \in \Omega_{\psi_c}$ 。本文对如下两种路径进行跟踪，当  $t \in [0, 160)$  时， $u_d = 0.1 \text{ m/s}, v_d = 0, r_d = 0$ ，即跟踪直线路径。当  $t \in [160, +\infty)$  时， $u_d = 0.2 \text{ m/s}, v_d = 0, r_d = -0.01/\text{s}$ ，即跟踪圆路径。控制器参数选取为  $\gamma = 0.1, k_1 = 0.5, k_2 = 0.5, k_3 = 0.5, l_{11} = l_{22} = l_{33} = 0.5$ 。仿真结果如图 2~5 所示。

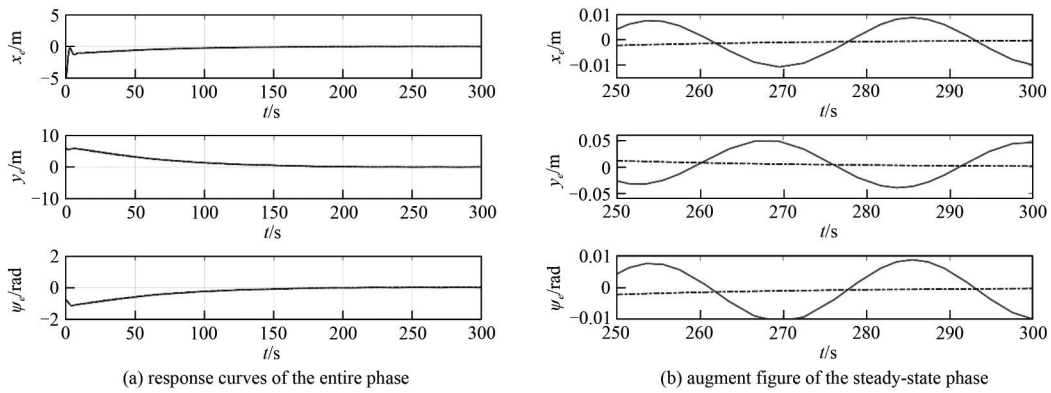


Fig.2 Trajectory errors of position and yaw angle

图2 位置和艏向角跟踪误差

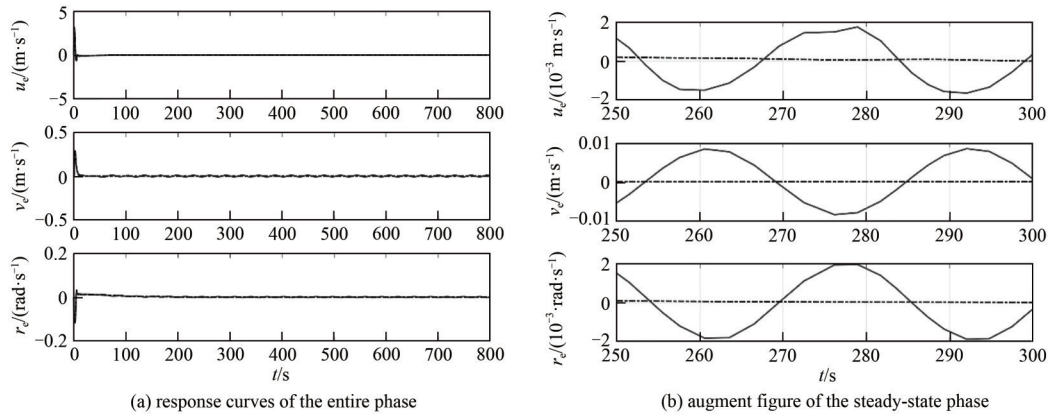


Fig.3 Trajectory errors of surge velocity, sway velocity and yaw angle velocity

图3 纵荡角速度、横荡角速度和艏向角速度跟踪误差

图 2~4 实线是无外界扰动时的仿真结果，虚线是在外界扰动情况下的仿真结果。从图 2~5 可以看出，本文所提出的基于附加控制的控制策略能够使欠驱动 USV 实现曲线和直线轨迹跟踪。从上述仿真图形中可以得到受扰动影响和未受扰动影响时稳态误差如表 1 所示。当无扰动影响时，欠驱动轴和驱动轴的运动学状态误差量级为  $10^{-5}$ ，动力学状态误差量级为  $10^{-6}$ 。而受扰动影响后，驱动轴的稳态精确度明显比欠驱动轴的稳态精确度要低，横荡位置误差为 0.05 m，而纵荡位置误差是 0.01 m，相差了 5 倍，而横荡速度误差也比纵荡速度误差高了 5 倍。可见，欠驱动特性对系统的影响是非常严重的，特别是没有配置横向推力装置的横轴，因为不能直接对外界扰动补偿，对扰动的影响更加敏感。

本文所提出的基于附加控制器的跟踪误差为扰动具有一定的鲁棒性，在不需修改控制器参数的情况下，能够在 200 s 内实现了误差系统的镇定。前 160 s 跟踪的是直线轨迹，160 s 后跟踪的是圆轨迹，在参考输入切换的情况下，系统不存在抖动，且跟踪误差没有变化。另外可以看出误差均在规定的集合  $\Omega_{x_c}, \Omega_{y_c}, \Omega_{\psi_c}$  中。

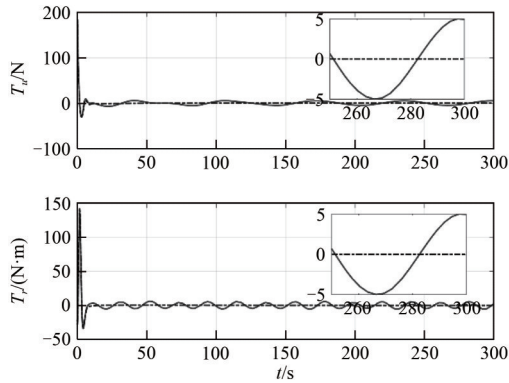


Fig.4 Control inputs  
图4 控制输入

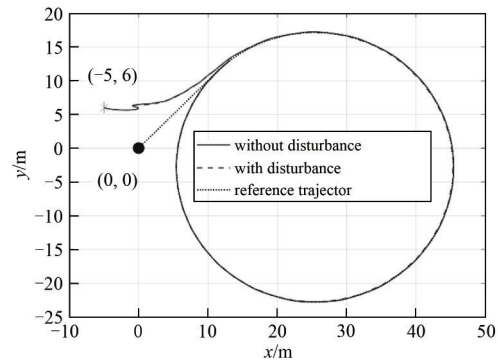


Fig.5 Trajectory tracking result  
图5 跟踪效果

表1 稳态误差比较

Table 1 Comparison of steady-state errors

variables	steady state error without disturbance	steady state error with disturbance
$x_e$	$2 \times 10^{-5}/m$	0.01/m
$y_e$	$2 \times 10^{-5}/m$	0.05/m
$\psi_e$	$2 \times 10^{-5}/rad$	0.01/rad
$u_e$	$10^{-6}/(m \cdot s^{-1})$	$2 \times 10^{-3}/(m \cdot s^{-1})$
$v_e$	$10^{-6}/(m \cdot s^{-1})$	$0.01/(m \cdot s^{-1})$
$r_e$	$10^{-6}/(rad \cdot s^{-1})$	$2 \times 10^{-3}/(rad \cdot s^{-1})$

## 5 结论

本文针对一类具有位置和艏向角约束的欠驱动无人艇的轨迹跟踪问题,考虑非对角模型的情况,提出了一种基于 Barrier-Lyapunov 函数和附加控制器的状态反馈控制方法,同时实现了对直线和曲线轨迹的跟踪,即使存在外界干扰的情形下,依然能够在保证状态约束的前提下保证跟踪控制。稳定性分析表明闭环系统是最终一致有界的,通过合理调整控制参数,系统能够收敛到原点。仿真结果说明了本文控制策略的有效性。

### 参考文献:

- [1] BIBULI M, BRUZZONE G, CACCIA M, et al. Path-following algorithms and experiments for an unmanned surface vehicle[J]. Journal of Field Robotics, 2009, 26(8):669-688.
- [2] SONNENBURG C R, WOOLSEY C A. Modeling, identification, and control of an unmanned surface vehicle[J]. Journal of Field Robotics, 2013, 30(3):371-398.
- [3] 郭晨, 汪洋, 孙富春, 等. 欠驱动水面船舶运动控制研究综述[J]. 控制与决策, 2009, 24(3):321-329. (GUO Chen, WANG Yang, SUN Fuchun, et al. Survey for motion control of underactuated surface vessels[J]. Control and Decision, 2009, 24(3):321-329.)
- [4] JIANG Zhongping. Global tracking control of underactuated ships by Lyapunov's direct method[J]. Automatica, 2002, 38(2):301-309.
- [5] DO K D, JIANG Z P, PAN J, et al. A global output-feedback controller for stabilization and tracking of underactuated ODIN: a spherical underwater vehicle[J]. Automatica, 2004, 40(1):117-124.
- [6] DO K D, PAN J. Control of ships and underwater vehicles: design for underactuated and nonlinear marine systems[M]. USA: Springer Science and Business Media, 2009.
- [7] CHWA D. Global tracking control of underactuated ships with input and velocity constraints using dynamic surface control method[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010, 19(6):1357-1370.
- [8] YU R, ZHU Q, XIA G, et al. Sliding mode tracking control of an underactuated surface vessel[J]. IET Control Theory and Applications, 2012, 6(3):461-466.
- [9] XU J, WANG M, QIAO L. Dynamical sliding mode control for the trajectory tracking of underactuated unmanned underwater vehicles[J]. Ocean Engineering, 2015(105): 54-63.
- [10] KHOOBAN M H, VAFAMAND N, DRAGI E T, et al. Polynomial fuzzy model-based approach for underactuated surface vessels[J]. IET Control Theory and Applications, 2018, 12(7):914-921.
- [11] 于瑞亭, 朱齐丹, 刘志林, 等. 欠驱动不对称船舶全局 K 指数镇定的解耦实现[J]. 控制与决策, 2012, 27(5):781-786. (YU

- Ruiling, ZHU Qidan, LIU Zhilin, et al. Decoupling implementation of global K-exponential stabilization of underactuated non-symmetric surface vessel[J]. Control and Decision, 2009,24(3):321–329.)
- [12] XIAO B, YANG X, HUO X. A novel disturbance estimation scheme for formation control of ocean surface vessels[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016,64(6):4994–5003.
- [13] 张中才. 非完整与欠驱动系统的镇定与跟踪控制研究[D]. 南京:东南大学, 2016. (ZHANG Zhongcai. Stabilization and tracking control for nonholonomic and underactuated systems[D]. Nanjing:Southeast University, 2016.)
- [14] SERRANO M E, SCAGLIA G J E, GODOY S A, et al. Trajectory tracking of underactuated surface vessels: a linear algebra approach[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013,22(3):1103–1111.
- [15] DO K D. Practical control of underactuated ships[J]. Ocean Engineering, 2010,37(13):1111–1119.
- [16] ZHANG Qiang, ZHU Guibing, HU Xin, et al. Adaptive neural network auto-berthing control of marine ships[J]. Ocean Engineering, 2019(177):40–48.
- [17] REN B, GE S S, TEE K P, et al. Adaptive neural control for output feedback nonlinear systems using a barrier Lyapunov function[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010,21(8):1339–1345.
- [18] CHEN L, CUI R, YANG C, et al. Adaptive neural network control of Underactuated Surface Vessels with guaranteed transient performance: theory and experimental results[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010,67(5):4024–4035.
- [19] ZHAO Z, HE W, GE S S. Adaptive neural network control of a fully actuated marine surface vessel with multiple output constraints[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013,22(4):1536–1543.

#### 作者简介:

胡芳芳(1987-), 女, 在读博士研究生, 主要研究方向为鲁棒控制、非线性控制, email: ffanghu@163.com.

祝刚(1977-), 男, 硕士, 研究员, 主要研究方向为导航与制导控制.

曾超(1968-), 男, 博士, 研究员, 主要研究方向为复杂电子系统分析、综合与仿真.

李世玲(1972-), 女, 博士, 研究员, 主要研究方向为计算机控制与仿真、模式识别.