

文章编号: 2095-4980(2021)06-1120-07

一种基于有源模拟电感的单电源蔡氏电路

段晓飞^{1,2}, 高同强^{*1,2}

(1.中国科学院 空天信息创新研究院, 北京 100190; 2.中国科学院大学 电子电气与通信工程学院, 北京 100190)

摘要: 蔡氏电路是一种结构简单、便于实现的混沌电路, 其中蔡氏二极管是蔡氏电路的核心, 目前大多采用正负电源供电的运放和电阻来实现。本文在分析蔡氏二极管原理的基础上, 通过给运放设置合适的偏置点, 采用单电源供电电路实现蔡氏二极管模型。在电路的具体实现中, 现有蔡氏电路所采用的线性电感具有价格高、精度不易控制等缺点, 为了克服这个问题, 本文采用有源模拟电感代替线性电感的设计思想, 针对两种有源模拟电感的实现方案, 进行了板级电路设计和测试验证。测试结果表明, 在+5 V 单电源供电下, 利用模拟电感代替线性电感不会影响电路的混沌性。

关键词: 蔡氏电路; 蔡氏二极管; 模拟电感; 单电源; 硬件实现

中图分类号: TN433

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2020025

A single supply Chua's circuit based on active simulated inductor

DUAN Xiaofei^{1,2}, GAO Tongqiang^{*1,2}

(1.Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2.School of Electronic, Electrical and Communication Engineering, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Chua's circuit is a kind of chaotic circuit with simple structure and easy realization. Chua's diode is the core of Chua's circuit. Most of the existing Chua's diode models are implemented by dual-supply operational amplifiers and resistors. This paper sets the appropriate bias point for the operational amplifier and realizes the model of Chua's diode with a single power supply circuit. In the circuit implementation, the linear inductors used in the existing Chua's circuit have the disadvantage of high price and difficult precision control. To tackle these problems, this paper takes the active simulated inductors to replace the linear inductors. The board-level circuit is designed and tested for two kinds of active simulated inductors. The test results indicate that using simulated inductor will not affect the chaos of the circuit under +5 V single power supply.

Keywords: Chua's circuit; Chua's diode; simulated inductor; single power supply; hardware implementation

蔡氏电路是一种结构简单、便于实现的混沌电路, 可以产生复杂的混沌动力学行为, 是研究混沌电路的典范^[1]。现有的文献表明, 研究人员在经典蔡氏电路的模型上进行了很多研究与改进。其中蔡氏二极管模型有两个线性负电阻并联^[2]、限幅电路^[3]、符号函数电路^[4]等实现方法。由于蔡氏电路中的电感元件使用线圈、磁性材料制成, 体积大, 不利于集成电路实现^[5]。此外, 线性电感的值固定, 不容易调整。而模拟电感是解决电感元件集成的途径之一, 并且模拟电感的电阻或电容可使用可调节或可变元件, 有利于电路后续的调试。因此之后提出了多种利用有源模拟电感代替线性电感的蔡氏电路^[6-8]。上述的模拟电感蔡氏电路都是基于双电源供电电路实现的, 而双电源供电具有供电电路复杂、功耗较高等实际问题^[9]。目前对于单电源供电实现模拟电感蔡氏电路的研究较少, 文献[10]进行了软件仿真, 但没有进行硬件测试和验证。

本文针对蔡氏电路在应用过程中存在的问题, 以单电源供电方式设计实现了蔡氏二极管电路, 同时利用有源模拟电感代替线性电感, 并进行了板级设计和测试验证。

收稿日期: 2020-01-17; 修回日期: 2020-05-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(6170417; 61974146)

*通信作者: 高同强 email:tqgao@mail.ie.ac.cn

1 蔡氏电路基本原理

蔡氏电路原理图如图 1 所示，其由两个线性电容 C_1 和 C_2 、一个线性电感 L 、一个线性电阻 R 和一个蔡氏二极管 R_N 组成。其中，线性电感 L 和电容 C_2 组成 LC 谐振电路，电阻 R 和电容 C_1 组成移相器，将 LC 谐振电路产生的信号移相^[11]。蔡氏二极管 R_N 是一个分段线性负阻元件。

蔡氏电路的状态方程为：

$$\begin{cases} C_1 \frac{dU_1}{dt} = \frac{U_2 - U_1}{R} - GU_1 \\ C_2 \frac{dU_2}{dt} = \frac{U_1 - U_2}{R} + I_L \\ L \frac{dI_L}{dt} = -U_2 \end{cases}$$

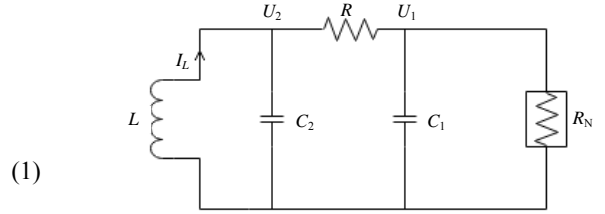


Fig.1 Schematic of Chua's circuit
图 1 蔡氏电路原理图

式中： U_1 和 U_2 分别是电容 C_1 和 C_2 两端的电压； I_L 是流过电感 L 的电流； $G=1/R_N$ 是蔡氏二极管的导纳。

1.1 蔡氏二极管设计

蔡氏二极管是一个分段线性负阻元件，其实现方法有很多，目前常用的是用两个相同的电路单元并联而成，每个电路单元由 1 个集成运放和 3 个线性电阻构成，电路原理图如图 2 所示。

1.2 单个电路单元特性

电阻 R_1, R_2, R_3 和运算放大器 OA_1 组成电路单元 1，假设 OA_1 为理想运算放大器。

当输入电压较小时，运算放大器工作在线性区，可得：

$$G_1 = \frac{I_1}{U_1} = -\frac{R_2}{R_1 R_3} \quad (2)$$

此时电路单元的特性为一个负电阻。

输入电压继续增大，当输出电压刚好等于饱和输出电压 E_{sat} 时，运算放大器从线性区进入饱和区，此时转换电压为：

$$E_1 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} E_{sat} \quad (3)$$

输入电压继续增大，运算放大器进入饱和区，此时有：

$$I_1 = \frac{1}{R_1} U_1 - \frac{E_{sat}}{R_1}, \quad G_2 = 1/R_1 \quad (4)$$

根据以上分析，可以得到单个运放单元的伏安特性曲线，如图 3 所示，在 $-E_1 \sim +E_1$ 的电压范围内，电路单元 1 具有压控负阻特性。

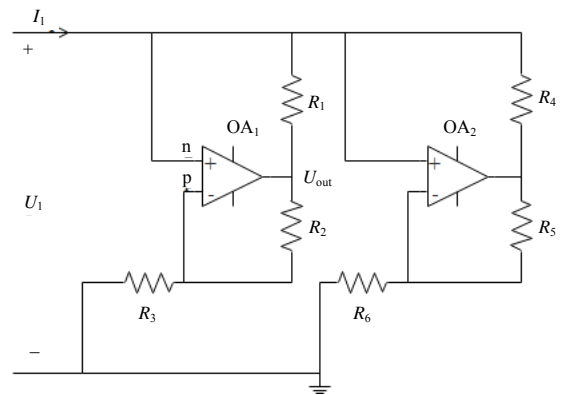


Fig.2 Schematic of Chua's diode circuit
图 2 蔡氏二极管电路

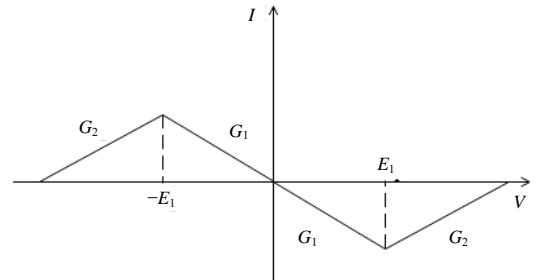


Fig.3 Current-voltage curve of unit 1 circuit
图 3 电路单元 1 的伏安曲线

1.3 蔡氏二极管的特性曲线

根据基尔霍夫定律，两个电路单元并联的伏安特性曲线等于各自伏安特性曲线的叠加。假设电路单元 1 的转换电压 E_1 大于电路单元 2 的转换电压 E_2 ，且 $R_1=R_2, R_4=R_5$ ，则可以得到其等效跨导为：

$$\begin{cases} G_a = -\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_6}, & |U| \leq E_2 \\ G_b = -\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}, & E_2 \leq |U| \leq E_1 \\ G_c = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4}, & |U| \geq E_1 \end{cases} \quad (5)$$

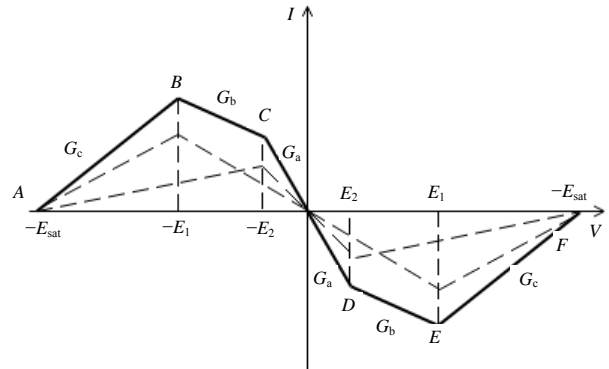


Fig.4 Current-voltage curve of Chua's diode
图 4 蔡氏二极管的伏安曲线

由式(5)可以得到蔡氏二极管的伏安特性曲线如图 4 所示,可以看出当电压在 BCDE 段时,电路呈现非线性负阻特性,蔡氏二极管就工作在该范围内。在电路设计过程中可以先根据电路需要确定 G_a, G_b, G_c 的值,然后再选择相应电阻的阻值。

1.4 单电源蔡氏二极管的设计

以上对蔡氏二极管的分析都基于正负电源供电的运算放大器的基础上,但是双电源电路复杂且功耗高,当前集成电路制造工艺多采用单电源供电方式。双电源供电时输入信号的电压范围为 $-E_{sat} < U_i < E_{sat}$,而单电源供电时输入信号的电压范围为 $0 < U_i < E_{sat}$,因此必须给运放设置合适的偏置点。实际过程中一般选取 $V_{cc}/2$ 作为偏置电压,从而获得最大的不失真输出电压范围。为保证信号有足够放大倍数,采用双端叠加偏置电压的方法^[8]。通过理论推导,可以证明叠加偏置电压后,蔡氏二极管的伏安特性未发生变化,只是临界点转换电压以偏置电压为基准发生了偏移^[9]。

2 模拟电感原理

蔡氏电路中存在线性电感,而在实际应用中,电感体积庞大且精度不易控制,因此线性电感是目前蔡氏电路单片集成化的一个瓶颈。在电路设计中电阻和电容的值比较容易改变,所以可以使用有源电路和电阻、电容元件相结合来组成有源模拟电感,从而代替电路中的线性电感。有源模拟电感实现的方法有很多,本文选择了里奥登模拟电感和新型无损模拟电感来代替线性电感。

2.1 里奥登模拟电感

图 5 所示电路为里奥登模拟电感,其由两个运算放大器、四个电阻和一个电容构成^[12]。根据电路图以及运算放大器的“虚短”和“虚断”特性,可以得到其状态方程如式(6)所示:

$$\begin{cases} I_i = \frac{U_i - U_2}{R} & (a) \\ \frac{U_i - U_2}{R} = \frac{U_1 - U_i}{R} & (b) \\ U_1 = (1 + \frac{1}{j\omega RC})U_i & (c) \end{cases} \quad (6)$$

将式(6-c)带入式(6-b)中得到:

$$U_2 = (1 - \frac{1}{j\omega RC})U_i \quad (7)$$

电路输入阻抗:

$$Z(j\omega) = \frac{U_i}{I_i} = \frac{U_i}{\frac{U_i - U_2}{R}} = j\omega R^2 C \quad (8)$$

从式(8)可以看出,里奥登模拟电感的等效电感值为 $L = R^2 C$ 。

2.2 新型无损模拟电感

图 6 所示电路是新型无损模拟电感电路,其由一个运算放大器、四个电阻和两个电容构成^[13]。根据电路图可以得到电路的状态方程如式(9)所示:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{U_i - U_2}{R} & (a) \\ I_2 = \frac{U_i}{2R} & (b) \\ I_3 = \frac{U_1}{1/j\omega 3C} + \frac{U_1 - U_2}{1/j\omega C} & (c) \end{cases} \quad (9)$$

根据运算放大器的“虚短”和“虚断”特性,可以得出:

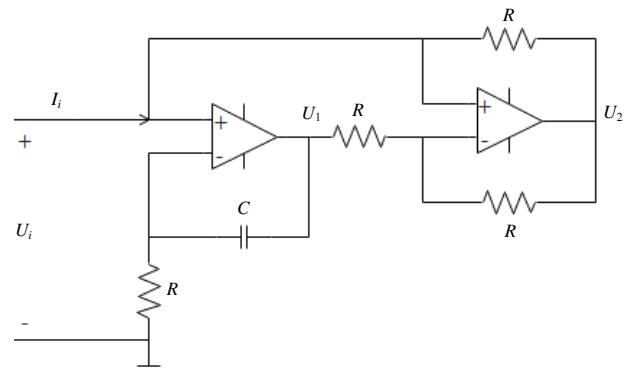


Fig.5 Riordan analog inductor circuit
图 5 里奥登模拟电感电路

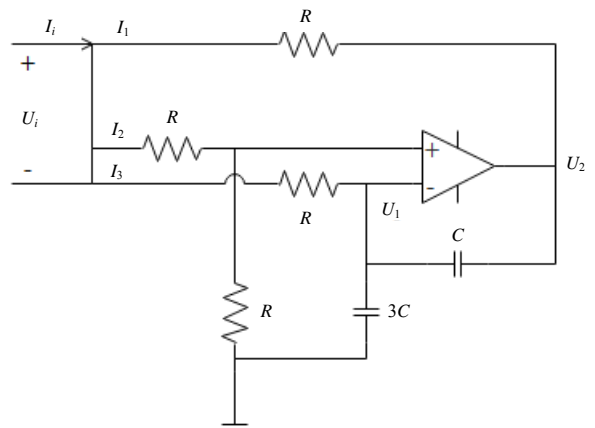


Fig.6 Novel lossless analog inductor
图 6 新型无损模拟电感

$$U_1 = \frac{1}{2}U_i \tag{10}$$

$$I_3 = \frac{U_i - U_1}{R} = \frac{U_i}{2R} \tag{11}$$

将式(10)、式(11)代入式(9-c)中可以得出：

$$U_2 = \frac{4j\omega RC - 1}{2j\omega RC}U_i \tag{12}$$

电路输入阻抗：

$$Z(j\omega) = \frac{U_i}{I_i} = \frac{U_i}{I_1 + I_2 + I_3} = \frac{U_i}{\frac{1}{2j\omega R^2 C}U_i} = 2j\omega R^2 C \tag{13}$$

从式(13)可以看出，新型无损模拟电感的等效电感值为 $L = 2R^2C$ 。

在实验过程中，可以改变电阻和电容的值来构成不同大小的模拟电感。

3 电路测试结果

通过以上分析，最终确定的单电源蔡氏电路如图 7 所示。电源电压为+5 V，电压芯片 ADP123 产生+2.5 V 的偏置电压。蔡氏电路参数为 $L=18\text{ mH}$, $C_1=100\text{ nF}$, $C_2=10\text{ nF}$, $E_1=3.236\text{ V}$, $E_2=0.464\text{ V}$ 。

里奥登模拟电感电路 PCB 照片如图 8 所示。测试过程中，首先调节电位器 POT1 的值，使电压芯片 ADP123 输出电压为+2.5 V，然后调节电位器 POT2 的值，观察示波器波形图。对于有源模拟电感电路，只用等效电感值相同的有源模拟电感代替线性电感，电路其他部分均保持不变。

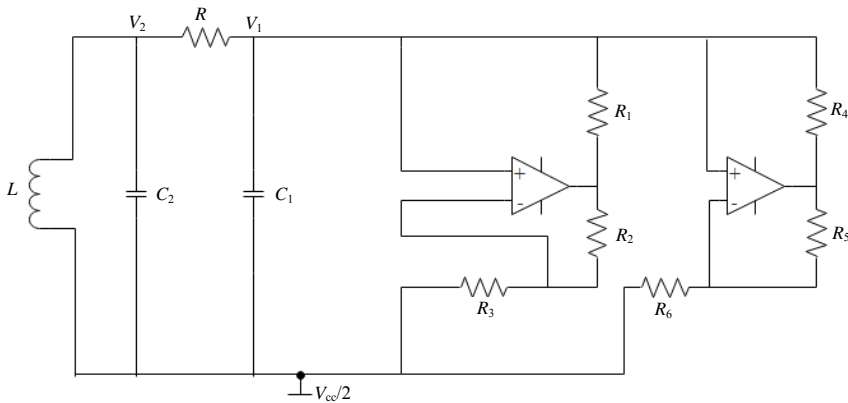


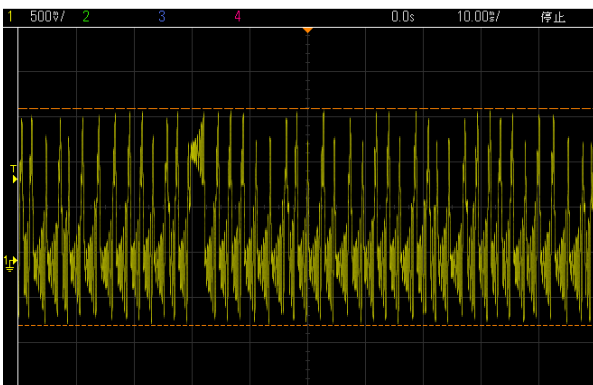
Fig.7 Schematic of Chua's circuit
图 7 蔡氏电路原理图



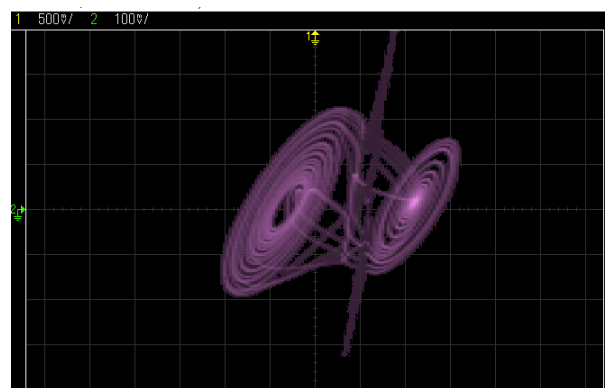
Fig.8 PCB photo of Riordan analog inductor circuit
图 8 里奥登模拟电感电路 PCB 照片

3.1 基于线性电感的实现方案

当 $0.400\text{ k}\Omega < \text{POT2} < 0.756\text{ k}\Omega$ ，即 $1.400\text{ k}\Omega < R_1 < 1.756\text{ k}\Omega$ 时， V_1 的电压波形如图 9(a)所示， V_1 和 V_2 的李萨如图形表现为双螺旋吸引子，如图 9(b)所示。



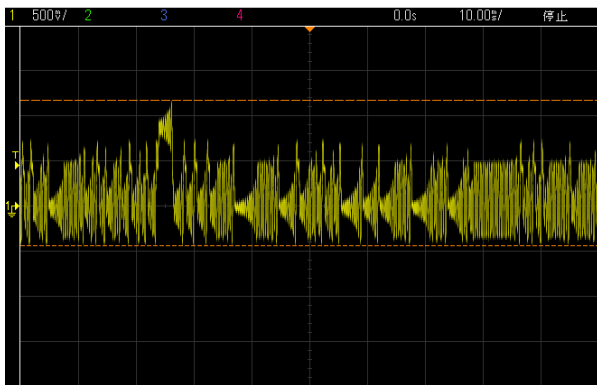
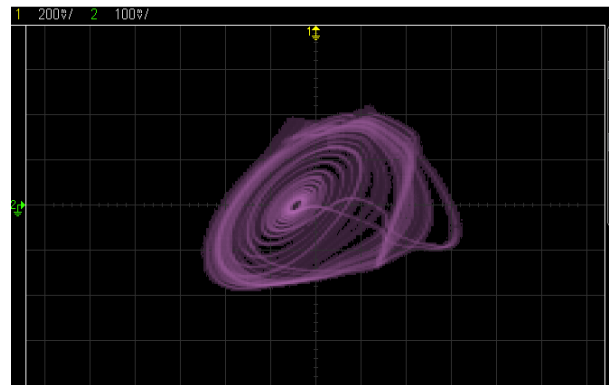
(a) time voltage waveform of V_1



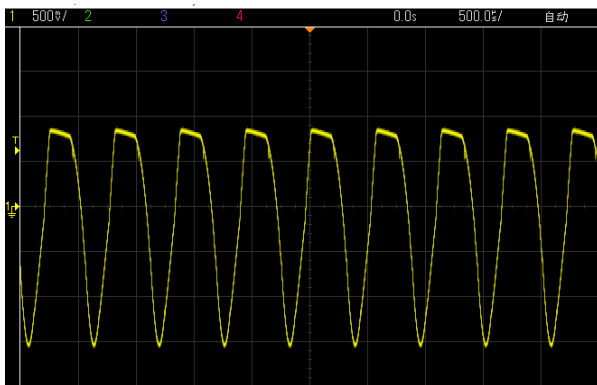
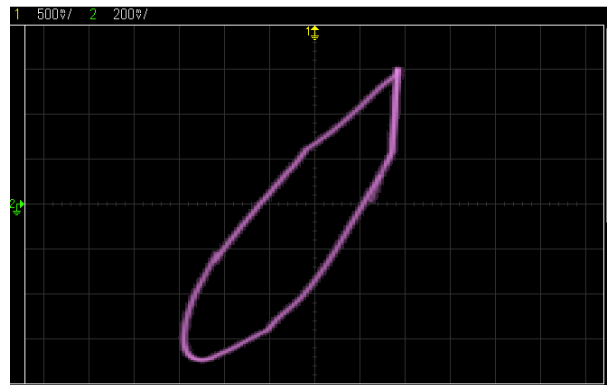
(b) Lissajous figures of V_1 and V_2

Fig.9 Waveform when $1.400\text{ k}\Omega < R_1 < 1.756\text{ k}\Omega$
图 9 当 $1.400\text{ k}\Omega < R_1 < 1.756\text{ k}\Omega$ 时的波形

当 $POT2=0.762\text{ k}\Omega$ ，即 $R_1=1.762\text{ k}\Omega$ 时， V_1 电压波形如图 10(a)所示。李萨如波形如图 10(b)所示，波形表现为单螺旋吸引子。

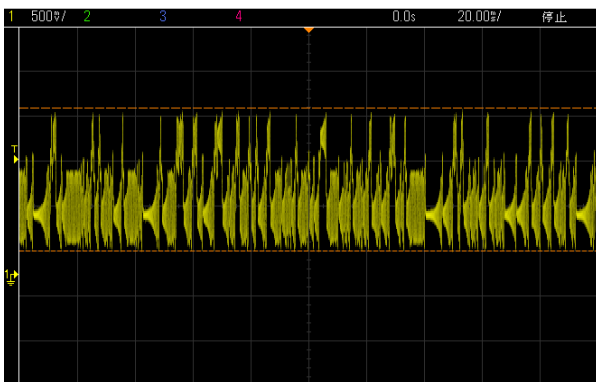
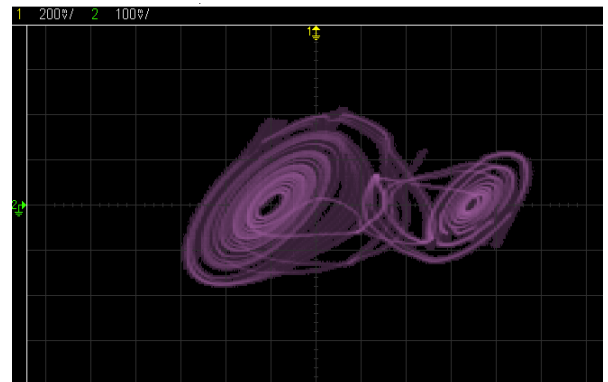
(a) time voltage waveform of V_1 (b) Lissajous figures of V_1 and V_2 Fig.10 Waveform when $R_1=1.762\text{ k}\Omega$ 图 10 当 $R_1=1.762\text{ k}\Omega$ 时的波形图

当 $POT2=0.309\text{ k}\Omega$ ，即 $R_1=1.309\text{ k}\Omega$ 时， V_1 电压波形图如图 11(a)所示， V_1 的值为等幅振荡。李萨如波形如图 11(b)所示，表现为外部极限环。

(a) time voltage waveform of V_1 (b) Lissajous figures of V_1 and V_2 Fig.11 Waveform when $R_1=1.309\text{ k}\Omega$ 图 11 当 $R_1=1.309\text{ k}\Omega$ 时的波形图

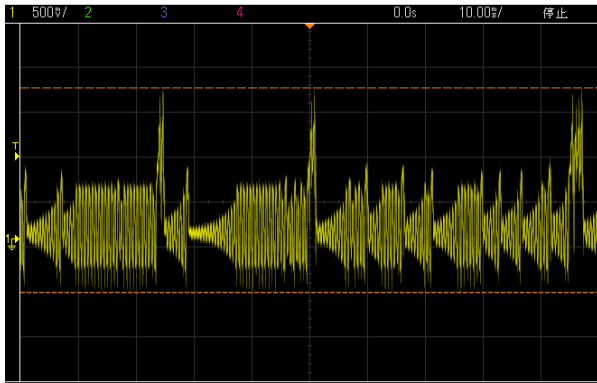
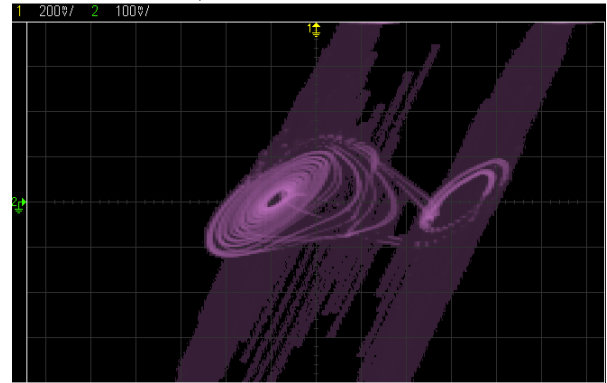
3.2 基于里奥登模拟电感的实现方案

当 $POT2=0.75\text{ k}\Omega$ ，即 $R_1=1.75\text{ k}\Omega$ 时， V_1 的时间电压波形图和 V_1 、 V_2 的李萨如波形图如图 12(a)、图 12(b)所示，李萨如波形图表现为双螺旋吸引子。

(a) time voltage waveform of V_1 (b) Lissajous figures of V_1 and V_2 Fig.12 Waveform of Riordan analog inductor when $R_1=1.75\text{ k}\Omega$ 图 12 当 $R_1=1.75\text{ k}\Omega$ 时里奥登模拟电感波形图

3.3 基于新型无损模拟电感的实现方案

当 $POT2=0.75\text{ k}\Omega$ ，即 $R_1=1.75\text{ k}\Omega$ 时， V_1 的时间电压波形图和 V_1 、 V_2 的李萨如图形如图 13(a)、图 13(b) 所示，时间电压波形图中有尖峰，李萨如图形图近似表现为双螺旋吸引子，相较于里奥登模拟电感方案，其波形较差。

(a) time voltage waveform of V_1 (b) Lissajous figures of V_1 and V_2 Fig.13 Waveform of novel lossless analog inductor when $R_1 = 1.75\text{ k}\Omega$ 图 13 当 $R_1=1.75\text{ k}\Omega$ 时新型无损模拟电感波形图

4 结论

蔡氏电路作为一种结构简单、便于实现的混沌电路，在非线性系统及混沌研究中占有重要地位。蔡氏二极管是蔡氏电路的核心，本文在分析蔡氏二极管原理的基础上，利用单电源运放设计了蔡氏二极管模型，并针对蔡氏电路中线性电感体积大、难以集成的缺点，提出利用有源模拟电感来代替线性电感并设计了两种电路。硬件测试的结果证明在单电源供电下，用有源模拟电感代替线性电感，电路仍能产生混沌行为，其中里奥登模拟电感的波形更好。

参考文献：

- [1] MOQADASI H, GHAZNAVI-GHOUSHCHI M B. A new Chua's circuit with monolithic Chua's diode and its use for efficient true random number generation in CMOS 180 nm[J]. Analog Integrated Circuits and Signal Processing, 2015, 82(3):719-731.
- [2] 覃业贤, 金革, 周永钊. 用运算放大器实现混沌信号发生器[J]. 核电子学与探测技术, 2001(5):341-343. (QIN Yexian, JIN Ge, ZHOU Yongzhao. A chaotic signal generator using op amplifier[J]. Nuclear Electronics & Detection Technology, 2001(5):341-343.)
- [3] 张新国, 许崇芳, 王金双, 等. 无电感蔡氏电路设计方法与应用[J]. 山东大学学报(工学版), 2010, 40(6):134-138. (ZHANG Xinguo, XU Chongfang, WANG Jinshuang, et al. The design method and application of the non-inductive Chua's circuit[J]. Journal of Shandong University(Engineering Science), 2010, 40(6):134-138.)
- [4] 吕恩胜, 孙彩云. 基于符号函数的蔡氏电路设计及其应用[J]. 中国科技论文, 2014, 9(1):37-39. (LYU Ensheng, SUN Caiyun. Design of Chua's circuit based on sign function and application thereof[J]. China Sciencepaper, 2014, 9(1):37-39.)
- [5] 高金峰, 徐惠芳. 模拟电感与集成化混沌信号发生器实现研究[J]. 郑州大学学报(工学版), 2005(3):102-105. (GAO Jinfeng, XU Huifang. Research on simulated inductances and integrative chaotic signal generator[J]. Journal of Zhengzhou University(Engineering Science), 2005(3):102-105.)
- [6] 姜凤怡, 陈菊芳. 利用模拟电感实现混沌及控制的实验研究[J]. 东北师大学报(自然科学版), 2009, 41(3):55-58. (JIANG Fengyi, CHEN Jufang. The experiment study of chaos and chaotic control by means of stimulated inductors[J]. Journal of Northeast Normal University(Natural Science Edition), 2009, 41(3):55-58.)
- [7] 兀旦晖, 柯熙政. 利用模拟电感改进 Chua 电路的研究[J]. 西安理工大学学报, 2004(1):74-77. (WU Danhui, KE Xizheng. The research on Chua's circuit improved by simulated inductor[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2004(1):74-77.)
- [8] 王志刚. 基于混沌的噪声源研究与设计实现[D]. 西安:西安电子科技大学, 2009. (WANG Zhigang. Research and design to implement noise source based on chaos[D]. Xi'an, China: Xidian University, 2009.)

(下转第 1133 页)