2021年12月 Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology

## 文章编号: 2095-4980(2021)06-1047-06

# 基于抛物方程的无线电环境地图快速构建方法

林小飞,张东民,冯 菊\*,廖 成

(西南交通大学 电磁场与微波技术研究所,四川 成都 610031)

摘 要:研究一种基于三维抛物方程的无线电环境地图快速构建方法,并探讨几种空间插值 方法的精确度和适用性,为网络优化和管理提供一种有效工具。利用抛物方程快速计算大区域复 杂环境电场分布,参考地理学中最佳统计单元选取四种典型研究区域,分别采用Kriging、反距离 加权法(IDW)、双调和样条插值和基于三角剖分的几种插值法对研究区域进行分析。结果表明:a)几 种三角剖分插值和双调和样条插值在各区域RMSE最小且时间最短,但空间拟合程度最低;b) Kriging在各区域中空间拟合程度最高,RMSE和时间随半方差模型有所差异;c) IDW在各区域中 RMSE和空间拟合程度较好,但需要时间最长。几种空间插值方法中,指数模型Kriging能以最高精 确度和适用性构建基于三维抛物方程的无线电环境地图。

关键词:三维抛物方程;无线电环境地图;Kriging模型;反距离加权法(IDW)
 中图分类号:TN011
 文献标志码:A
 doi:10.11805/TKYDA2020162

## Rapid construction of radio environment map based on parabolic equation

LIN Xiaofei, ZHANG Dongmin, FENG Ju\*, LIAO Cheng

(Institute of Electromagnetic and Microwave, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 610031, China)

**Abstract:** A method of rapidly building radio environment map based on three-dimensional parabolic equation is studied, and the accuracy and applicability of several spatial interpolation methods are discussed, which provides an effective tool for network optimization and management. Firstly, the electric field distribution in large area and complex environment is calculated by using parabolic equation. Then, four typical research areas are selected with reference to the best statistical unit in geography, and Kriging, Inverse Distance Weighting(IDW), biharmonic spline interpolation and several interpolation methods based on triangulation are adopted to analyze the research area. It shows that several kinds of triangulation interpolation and biharmonic spline interpolation have the smallest RMSE and the shortest time in each region, but the degree of spatial fitting is the lowest; Kriging has the highest spatial fitting degree in each RMSE in each region, but it takes the longest time. Among several spatial interpolation methods, the Kriging of the exponential model can construct the radio environment map based on the three-dimensional parabolic equation with the highest accuracy and applicability.

**Keywords:** three-dimensional parabolic equation; radio environment map; Kriging; Inverse Distance Weighting(IDW)

随着信息产业和无线电通信业务的迅速发展,许多频谱管理、频谱干扰、基站布置等网络设计和优化的相关 问题需要依赖于无线电环境地图<sup>[1-6]</sup>。无线电环境地图(Radio Environment Map, REM)构建主要分为2类:传播 模型法<sup>[6]</sup>和逐点采集法<sup>[2]</sup>。传播模型法是通过采集目标区域内部分采样点位置、场强大小、方向等信息,利用算 法构建采样点与地理位置间的映射关系模型,构建目标区域内的电子地图;逐点采集法通过将目标区域划分,确 定参考点后进行原始信息采集来构建电子地图<sup>[7]</sup>。在满足一定精确度条件下,前者能很大地缩短构建 REM 的时 间,缩短工程周期并降低成本。三维抛物方程(Parabolic Equation, PE)模型<sup>[8-10]</sup>是由麦克斯韦推导而来,通过添

\*通信作者: 冯 菊 email:fengju-fj@swjtu.edu.cn

收稿日期: 2020-04-21; 修回日期: 2020-05-18

基金项目:国家自然科学基金青年基金项目资助(61801405);国家自然科学基金项目资助(61771407)

(1)

加适当的边界条件,可以使用步径迭代法来求解。抛物方程模型一方面由于本身考虑了电波传播的折射和绕射效 应,可以充分考虑不规则地形对电波传播的影响<sup>[11]</sup>;另一方面在求解时通过分步傅里叶算法(Split-Step Fourier Transform, SSFT)<sup>[12]</sup>,可以使抛物方程计算时传播方向上的迭代步长几乎不受限制,这一优势使得其能够快速而 准确地对大区域下的电波传播进行分析求解。因此,本文提出一种基于三维抛物方程的 REM 构建方法,利用抛 物方程快速准确计算不规则地形下的采样点的电波特性,采用空间插值方法可以有效得知空间信息的连续分布。 常用的空间插值方法有普通克里金插值法(Ordinary Kriging, OK)<sup>[4,13]</sup>、反距离加权法(IDW)<sup>[5,14]</sup>、最近邻域(Nearest Neighborhood)<sup>[3,7]</sup>等。为了快速准确获得无线电环境地图,本文探讨了 OK,IDW 等其他几种插值方法在 PE 中应 用的精确度和适用性。

## 1 REM 原始数据来源

## 1.1 三维抛物方程模型

在直角坐标系下,假设电磁场的传播沿 x 方向,时谐因子为 e<sup>-iwt</sup>,三维标量抛物方程的求解形式为<sup>[3]</sup>:  $u(x+\Delta x,y,z) = \exp[ik_0\Delta x(n-2)]F_2^{-1}[\exp(ik_x\Delta x)]F_2[u(x,y,z)]$ 

式中:  $F_2 和 F_2^{-1} 分别表示二维傅里叶变换及其逆变换, k_x 为 k_0 在 x 传播方向上的分量。在已知初始场,设定边界 条件之后,即可通过迭代递推出整个计算域内的场强分布。$ 

## 1.2 REM 数据提取步骤

三维抛物方程在研究大区域复杂环境的电波传播问题时,首 先,通过导入数字高程模型(Digital Elevation Model, DEM)到三 维抛物方程获得大区域复杂环境计算域的场;其次,根据 DEM 的比例尺或分辨率,参考地理学中研究地形起伏度时的最佳统计 单元概念,确定构建电子环境地图最佳分析单元及其最小采样点 个数;最后,分析不同空间插值方法在基于三维抛物方程的电子 环境地图构建性能,确定最优空间插值方法。流程见图 1。



图 1 基于抛物方程无线电环境地图构建流程图

## 2 空间插值方法

## 2.1 IDW

IDW 由于简单、高效被应用于许多的空间插值问题<sup>[5,14]</sup>。通过计算周围设计点对缺失点的反距离比例权重去估计待求数据。其计算模型如下:

$$z^{*}(x_{0}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{d_{i}}\right)^{p} z(x_{i})}{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{d_{i}}\right)^{p}}$$
(2)

式中: x<sub>0</sub>为待求点; n为设计点数; d<sub>i</sub>为待求点与设计 点之间的距离; x<sub>i</sub>为已知设计点; p 为权指数,根据文 献[15-16],本文选择权指数 p 的范围为 1~5 进行分析。

## 2.2 普通 Kriging 法

Kriging 插值法基于地统计学, 普通 Kriging 方法假 设不存在偏移,利用半方差(Semi-Variance)模型衡量所 选已知点之间的空间相关程度。普通 Kriging 方法目前 应用广泛<sup>[17]</sup>,公式如下:

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_{i} z(x_{i}) = z^{*}(x_{0})$$
(3)

式中*礼*为待估计权值。

表 1 Kriging 半方差模型核函数		
Table1 Kernel function of Kriging semi-variance model		
Kernel function	expression (d is distance)	Kernel function factor
Spherical	$\gamma(d) = C_0 + C\left(1.5\frac{d}{a} - 0.5\frac{d^3}{a^2}\right)$	$C_0$ is the nugget
Gauss	$\gamma(d) = C_0 + C(1 - e^{-\frac{d^2}{a^2}})$	C <sub>0</sub> is the arch height
Lin	$\gamma(d) = C_0 + Cd$	a is the range
Exp	$\gamma(d) = C_0 + C(1 - e^{-\frac{d}{a}})$	
Cubic	$\gamma(d) = C_0 + 3(Ca)^2 + 2(Ca)^3$	
Spline	$\begin{cases} \gamma(d) = 1 - 15\left(\frac{d}{a}\right)^2 + 30\left(\frac{d}{a}\right)^3, 0 \le a \le 0.2\\ \gamma(d) = 1.25\left(1 - \frac{d}{a}\right)^3, 0.2 < a < 1\\ \gamma(d) = 0, \text{ others} \end{cases}$	

width/(10<sup>4</sup>km)

本文分别对 6 种模型的 Kriging 半方差模型 进行研究,其核函数格式见表 1。

#### 2.3 其他方法

除以上2种外,本文也引入Linear,Cubic, Nearest Neighborhood,Natural Neighborhood 和双调和样 条插值法(V4)这几类常用的插值方法来做比较。

## 3 设计点数据预处理

## 3.1 原始数据的获取

本文选择区域为东南沿海某地,长宽分别为 115.744 km 和 76.346 km,选择 VHF 频段短距离 通信频率 30 MHz 作为本文研究频率,传播方向 步长 dx 为 100 m,传播距离为 50 km,抛物方程 贴地场计算结果见图 2。

#### 3.2 最佳统计单元的选择

地形起伏度是定量描述地貌形态、划分地貌 类型的重要指标<sup>[18]</sup>。参考文献[18]和文献[19], 本文中选择最佳统计单元长宽比为 1.99:0.99, 面积为 1.881 km<sup>2</sup>。本文选择的 4 种情形下最佳 统计单元, Region1 和 Region2 分别能够分析山 脉前和山脉后的电磁波传播时的空间插值构建 效果, Region3 能够分析山坡的空间构建效果, 而 Region4 能够分析有山阻挡时的丘陵构建效 果。见图 3。

#### 3.3 最小采样点数的确定

本文通过随机提取方法,对最佳统计单元内 采样点个数进行评估,结果见图 4。当采样点为 10~120,计算所得误差快速下降至 3 dB;采样 点大于 120 时,所计算误差值降低幅度为 1 dB 左右;在整个范围内,统计误差呈指数趋势不断 降低,先快后慢。时间变化与之相反,呈指数趋 势不断上升。综合两者变化,选择采样点为 120 来构建无线电环境地图。

## 4 插值方法性能分析

## 4.1 插值方法的误差分析





本文选取交叉验证方法分析各空间插值方

Fig.4 Error and time change graph of randomly drawn design points 图 4 随机提取设计点的误差与时间变化图

法的性能,通过多次随机提取,对4种地形的不同空间插值函数结果进行平均,RMSE,MAE 和时间见图 5~图 8。 IDW 在权指数 p<3时误差较大,且4个区域的误差均在减小; p>3时误差的变化比较缓慢,除 Region4 之外的 区域均在缓慢下降。结合2个阶段误差情况,权指数 p=3 时在 IDW 对比中使基于抛物方程数据的空间插值效果 最优。

Kriging 插值法对于抛物方程原始数据的空间插值性能都比较良好,这是因为该方法同时考虑空间待估值与 距离的关系和空间待估值的相互关系,降低了单独考虑距离带来的影响。从图 7 中可以发现,半方差模型为指数 模型时, RMSE 和 MAE 在 4 个区域内的误差最小。

1049



图 7 其他方法误差图

其他几种方法中,自然邻近法误差最小,这是由于自然邻近法相较于普通的基于泰森多边形插值法而言,当 每引入一个点后,空间场值的权重就会多加一个,带来的误差就会变得更小。

不同空间插值法时间变化均在 0.1 s 以内, IDW 除了 *p*=2 和 *p*=1 时间在 0.02 s 左右外, 其他时间均在 0.075 s 左右。Kriging 在 0.02~0.05 s 之内, 其中指数模型(Exp)最高,达到 0.0495 s。其他方法中基于三角形剖分的方法 均在 0.005 s 以内, 双调和样条插值(V4)的时间为 0.014 83 s。整体而言, IDW 方法用时最久, Kriging 方法次之, V4 和基于三角剖分的插值方法用时最少。

#### 4.2 插值方法的趋势分析

本节选出误差性能比较出色的指数模型的 Kriging、权指数为 p=3 的 IDW 和自然邻近法(Natural)进行趋势分析,与抛物方程做对比,见图 9。

第6期

对比 PE,在4种统计单元下,平原特征 Region2存在明显干射条纹,指数模型(Exp)的 Kriging 体现出较好拟合度;丘陵特征 Region1和 Region4,指数模型(Exp)的 Kriging 体现出更好的拟合度;低山山脉背侧的 Region3 三个空间场效果中,指数模型的 Kriging 同样体现出突出的性能。总体而言,基于指数模型的 Kriging 插值 法能够在不同环境都取得很好的性能,其次是 IDW,最后是自然邻 近法。

## 5 结论

本文提出了基于抛物方程多径环境的无线电环境地图建立方法,该方法可以作为一种频谱监测和管理的有效工具。抛物方程因为本身的特点,能够快速准确地预测在大区域复杂环境下的电波传播问题。研究了采用 Kriging、IDW、双调和样条插值以及基于三角 剖分的几种插值法在抛物方程中的精确度和适用性,参考测绘地理中最佳统计单元,确定抛物方程构建无线电环境地图的最佳统计单元和最小设计点数。结果表明:几种三角剖分插值和双调和样条插 值在各区域 RMSE 和时间最优,但空间拟合程度最低;Kriging 在 各区域中空间拟合程度最高,RMSE 和时间随半方差模型有所差异;IDW 在各区域中 RMSE 和空间拟合程度较好,但需要时间最长。几种空间插值方法中,指数模型 Kriging 在误差、时间、空间拟合程度方面均表现最突出效果,能够以高精确度和适用性构建基于三维 抛物方程的无线电环境地图。





#### 参考文献:

- [1] REDONDI A E C. Radio map interpolation using graph signal processing[J]. IEEE Communications Letters, 2018,22(1):153–156.
- [2] GAJEWSKI P. Propagation models in radio environment map design[C]// 2018 Baltic URSI Symposium(URSI). Poznan, Poland:[s.n.], 2018:234-237.
- [3] PATINO M,VEGA F. Model for measurement of radio environment maps and location of white spaces for cognitive radio deployment[C]// 2018 IEEE-APS Topical Conference on Antennas and Propagation in Wireless Communications(APWC). Cartagena des Indias,Colombia:IEEE, 2018:913-915.
- [4] MAO D,SHAO W,QIAN Z,et al. Constructing accurate radio environment maps with Kriging interpolation in cognitive radio networks[C]// 2018 Cross Strait Quad-Regional Radio Science and Wireless Technology Conference(CSQRWC). Xuzhou, China:IEEE, 2018:1-3.
- [5] DEBROY S, BHATTACHARJEE S, CHATTERJEE M. Spectrum map and its application in resource management in cognitive radio networks[J]. IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, 2015,1(4):406-419.
- [6] NUALLAIN E O,ANDERSON C. Real-time radio environment mapping for cognitive radio[C]// 2014 National Wireless Research Collaboration Symposium. Idaho Falls, ID:IEEE, 2014:64-68.
- [7] 彭浪. 室内 Radio-map 建立方法与性能分析[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2010. (PENG Lang. Method and performance analysis of indoor radio map[D]. Harbin, China: Harbin University of Technology, 2010.)
- [8] 张东民,廖成,张青洪. 基于分形的粗糙海面三维抛物方程模型及其应用[J]. 电波科学学报, 2016,31(5):870-876.
   (ZHANG Dongmin,LIAO Cheng,ZHANG Qinghong. 3D parabolic equation model of rough sea surface based on fractal and its application[J]. Journal of Radio Science, 2016,31(5):870-876.)
- [9] DUMONT N, WATSON R J, PENNOCK S R. Use of the parabolic equation propagation model to predict TV white space availability[C]// Antenna and Propagation Conference. Loughborough:IEEE, 2010:353-356.)
- [10] 胡绘斌. 预测复杂环境下电波传播特性的算法研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2006. (HU Huibin. Study on the algorithm for predicting the propagation characteristics of radio waves in complex environment[D]. Changsha, China: National University of Defense Technology, 2006.)
- [11] DOCKERY G D,KONSTANZER G C. Recent advances in prediction of tropospheric propagation using the parabolic equation[J]. Johns Hopkins Apl Technical Digest, 1987,8(4):404-412.
- [12] HARDIN R H,TAPPERT F D. Application of the split-step Fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations[J]. SIAM Review, 1973(15):423
- [13] 张锦明,游雄,万刚. DEM 插值参数优选的试验研究[J]. 测绘学报, 2014,43(2):178-185,192. (ZHANG Jinming,YOU Xiong,WAN Gang. Experimental study on DEM interpolation parameter optimization[J]. Journal of Surveying and Mapping, 2014,43(2):178-185,192.
- [14] 茅丹磊,钱祖平,邵尉,等. 基于 Shepard 插值技术的电磁环境地图构建[J]. 强激光与粒子束, 2018,30(11):67-73.
   (MAO Danlei,QIAN Zuping,SHAO Wei,et al. Map construction of electromagnetic environment based on Shepard interpolation technology[J]. High Power Laser and Particle beams, 2018,30(11):67-73.)
- [15] CHEN F W,LIU C W. Estimation of the spatial rainfall distribution using inverse distance weighting(IDW) in the middle of Taiwan[J]. Paddy Water Environ, 2012,10(3):209-222.
- [16] NINA Siu-Ngan Lam. Spatial interpolation methods: a review[J]. American Cartographer, 1983,10(2):129-150.
- [17] ABDULRASHEED Y,FARUK N,SURAJUDEEN-BAKINDE N T,et al. Kriging based model for path loss prediction in the VHF band[C]// 2017 IEEE 3rd International Conference on Electro-Technology for National Development(NIGERCON). Owerri:IEEE, 2017:173-176.
- [18] 涂汉明,刘振东. 中国地势起伏度研究[J]. 测绘学报, 1991(4):311-319. (TU Hanming,LIU Zhendong. Study on relief in China [J]. Journal of Surveying and Mapping, 1991(4):311-319.)
- [19] 冯玉祥,邓青春,向卫,等. 基于地形起伏度的元谋干热河谷区地貌划分研究[J]. 四川林勘设计, 2016(3):27-32.
   (FENG Yuxiang, DENG Qingchun, XIANG Wei, et al. Geomorphic division of Yuanmou dry hot valley based on topographic relief[J]. Sichuan Forest Exploration Design, 2016(3):27-32.)

#### 作者简介:

**林小**飞(1994-),男,甘肃省定西市人,在读硕士研究 生,主要研究方向为电波传播.email:2039979960@qq.com.

**冯**菊(1979-),女,四川省泸定市人,副教授,主要 研究方向为电波传播.email:fengju-fj@swjtu.edu.cn. **张东民**(1990-),男,湖南省株洲市人,在读博士 研究生,主要研究方向为电波传播.

**廖** 成(1964-),男,重庆市人,教授,博士生导师,主要研究方向为计算电磁学、电磁散射与逆散射等.