

文章编号: 2095-4980(2021)06-1014-07

基于 HMM 和平衡二叉树递归搜索的宽带频谱感知

荆淑霞, 申同强

(北华航天工业学院 计算机学院, 河北 廊坊 065000)

摘要: 为了使得二级或无许可证用户在给定宽带获取空闲的子带以供使用, 针对认知无线电中的宽带频谱感知技术进行研究, 提出一种有效的宽带频谱感知算法。算法采用隐马尔可夫模型(HMM)对初级用户的动态行为进行建模, 以克服目前宽带感知技术的局限性; 其次, 利用现有窄带感知技术, 将感知频带划分为较小的频道, 将其建模为一棵平衡二叉树, 并对频谱孔洞进行递归搜索。如果检测到有孔洞在频率上相邻, 则将它们合并成一个单一的频谱孔洞, 使得认知二级用户的容量在整个频带上最大化。仿真实验结果表明, 与现有宽带频谱感知方法相比, 提出的宽带频谱感知算法具有更好的感知性能增益和更强的鲁棒性。

关键词: 射频频谱; 动态接入; 认知无线电; 宽带频谱感知; 隐马尔可夫模型; 二叉树; 信噪比

中图分类号: TN925

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2020470

Broadband spectrum sensing based on HMM and balanced binary tree recursive search

JING Shuxia, SHEN Tongqiang

(School of Computer Science and Engineering, North China Institute of Aerospace Engineering, Langfang Hebei 065000, China)

Abstract: In order to enable secondary or unlicensed users to obtain idle subbands on a given broadband for use, the broadband spectrum sensing technology in cognitive radio is discussed and an effective broadband spectrum sensing algorithm is proposed. The algorithm first uses Hidden Markov Model(HMM) to model the dynamic behavior of primary users to overcome the limitations of current broadband sensing technologies. Secondly, the proposed algorithm uses the existing narrowband sensing technology to divide the sensing spectrum band into smaller channels and model it as a balanced binary tree; then the spectrum holes are recursively searched. If any holes are detected to be adjacent in frequency, they are merged into a single spectrum hole for maximizing the capacity of cognitive secondary users over the entire frequency band. The simulation results show that compared with the existing broadband spectrum sensing methods, the proposed broadband spectrum sensing algorithm has better sensing performance gain and stronger robustness.

Keywords: radio frequency spectrum; dynamic access; cognitive radio; broadband spectrum sensing; Hidden Markov Model; binary tree; Signal to Noise Ratio

随着无线网络容量需求的快速增长, 射频(Radio Frequency, RF)频谱接入越来越受到人们的重视。但事实表明, 固定频率分配使得大部分 RF 频谱得不到充分利用^[1-2]。认知无线电(Cognitive Radio, CR)旨在提高这些频段的利用率, 而又不干扰获得许可证的初级用户(Primary User, PU)^[3]。为了最大化 PU 的容量和最小化其服务中断, 认知二级用户(Secondary User, SU)要获取频谱孔洞(即空闲的子带)必须采用复杂的频谱感知技术。频谱感知技术通常可分为 3 个基本类别^[4]:

a) 窄带: 明确定义单个频道, 且 SU 只会感知到这个频道;

b) 多波段: 定义了多个假设为独立的窄带频道, 且 SU 必须感知每个频道。多波段技术对于电视“空白”等应用是有用的, 在这些应用中, 许多频道是明确定义的;

c) 宽带：SU 必须在宽带宽上感知，宽带宽可能包含多个未知边界的窄带频道。

在这 3 个类别中，窄带技术得到了最为广泛的研究。众所周知的窄带感知检测算法包括能量检测、循环平稳特征检测和匹配滤波检测^[5]。文献[6]对窄带感知提出采用 HMM 和相关模型来表征 PU 的动态行为，并预测未来的频谱孔洞；文献[7]针对只有单一用户的频谱探测场景，依据历史统计信息动态调整感知信道，提出以窄带感知实现高效宽带频谱预测的机制；也有研究将 PU 活动建模为马尔可夫过程并扩展到多波段情形，如文献[8]得出了多波段情形下的最优每频道感知持续时间。

在宽带频谱感知中，SU 必须感知整个频带并确定频道边界。如果一个 SU 不能利用有关频道分配的任何外部信息，则要求 SU 只需要在初始化期间执行宽带感知，然后在正常工作期间恢复到多波段或窄带感知。目前最先进的宽带感知技术包括宽带能量检测^[9]和频域边缘检测^[10]。在信噪比(SNR)阈值方面，频域边缘检测器可以提供比宽带能量检测更大的改进，但在其频带边缘的信号逐渐滚降时的性能相对较差；但这 2 种技术都不考虑 PU 信号的时间动态性，因此当 PU 信号具有较低的占空比(Duty Cycle, DC)时，其性能会相当差；宽带能量检测器^[9,11]是一种广泛采用的宽带感知技术。在这种技术中，SU 估计整个频段上的功率谱密度(Power Spectral Density, PSD)，并应用一个能量阈值来确定 PU 的活动性。为了检测动态 PU 信号，文献[12]提出了一种执行最大保持操作而不是对 PSD 帧求平均的方法。然而，在低信噪比，最大保持能量检测器的性能要优于平均检测器。此外，随着观测长度的增加，最大保持能量检测器的性能实际上会下降，这是因为在感知持续时间内，异常高的噪声功率的可能性增加。这 2 个缺陷使得最大保持能量检测器不适用于 CR 应用，并激发了对宽带感知算法的需求，以充分检测动态 PU 的活动。

另一种宽带频谱感知技术是利用频域边缘检测来确定频道边界。一种常用的边缘检测技术是采用连续小波变换将边缘检测器分解为多个分辨率，再将多个分辨率相乘，这对降低噪声有很好的效果^[10]。尽管频域边缘检测器在信噪比阈值方面比宽带能量检测器有改进，但也存在局限性。最重要的是，频域边缘检测器要求 PU 信号在频域有剧烈的跃迁，这使得它们能够在低过剩带宽的正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)和正交调幅(Quadrature Amplitude Modulation, QAM)的矩形谱下很好地工作，但往往在其频带边缘逐渐滚降的信号上失效，例如具有较大剩余带宽的高斯最小移位键控(Gaussian Minimum Shift Keying, GMSK)信号；此外，宽带边缘检测器的性能也受 PU 的动态行为影响而降低。由于空闲周期和活跃周期的能量被平均到 PU 检测器中，因此检测器的性能随着 PU 的占空比下降而下降。

针对现有宽带频谱感知算法存在的不足，本文提出了一种新的宽带频谱感知算法，它优于目前先进的宽带能量检测和频域边缘检测技术，特别是在动态 PU 信号存在的情况下。

1 提出的宽带频谱感知算法原理及其实现

在本文提出的宽带频谱感知算法中，把频带组织成一棵平衡二叉树，树中每个节点有 2 个子节点，代表频带的上半部分和下半部分。随着深度的增加，频带被递归地分成更小的部分。平衡二叉树最大深度的选取基于宽带感知算法的期望分辨率。树的深度由 $d_{tree} = \lceil \log_2(W_0 / W_r) \rceil$ 定义， $\lceil \cdot \rceil$ 表示取不超过计算表达式值的整数(即向下取整)，其中 W_0 是带宽， W_r 是最大频率分辨率。采用一棵平衡二叉树将一个频带划分成子带的过程如图 1 所示。

算法递归地将给定的频带分成 2 半，直至达到所需的分辨率。在用来建模频道的平衡二叉树上执行中序遍历。在最高分辨率，采用接收到的信号强度测量值来感知频道。

以 (Y, X) 表示的 HMM 由一个观测得到的接收信号强度序列 $Y = \{Y_k\}_{k=1}^{\infty}$ 和一个隐藏状态序列 $X = \{X_k\}$ 构成。在时刻 k ， Y_k 表示平均接收信号功率(dBm)， X_k 表示 PU 的状态，即当 PU 空闲时 $X_k=1$ ，PU 活跃时 $X_k=2$ 。给定 $X_k=a$ ， Y_k 是一个均值为 μ_a 和方差为 σ_a^2 的高斯随机变量($a=1,2$)。假设 X 为一个马尔可夫链，令 $G=[g_{ab}: a, b \in \{1,2\}]$ 表示 X 的过渡矩阵，其中 g_{ab} 表示从状态 a 到状态 b 的过渡概率，HMM 的参数用 $\phi=(G, \mu, R)$ 表示，其中 $\mu=[\mu_1, \mu_2]$ ， $R=[\sigma_1^2, \sigma_2^2]$ 。通过求解方程 $\pi=\pi G$ 和 $\pi_1+\pi_2=1$ ，可以从 G 得到平稳状态概率向量 $\pi=[\pi_1, \pi_2]$ 。

利用 Baum-Welch 算法^[13]得到给定频道的 HMM 参数的最大似然估计值，然后用 HMM 参数估计值来计算信噪比估计值。令 $\mu_{lin,a}=10^{\mu_a/10}$ 表示平均接收信号强度(mW)，则对于 $a=1,2$ ，信噪比估计值为：

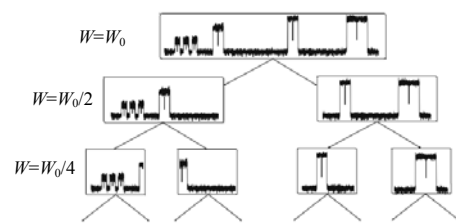


Fig.1 A spectrum band with center frequency f_{c0} and bandwidth W_0 organized into a balanced binary tree

图 1 将中心频率为 f_{c0} 和带宽为 W_0 的频谱带组织成一棵平衡二叉树

$$\frac{S}{N} = \frac{\mu_{\text{in},1} - \mu_{\text{in},2}}{\mu_{\text{in},1}} \quad (1)$$

然后利用感知到的带宽、估计得到的信噪比和 HMM 的平稳分布来估计频道的容量。系统中具有可用性 π_1 的单个用户频道得到容量为^[14]:

$$C = \pi_1 \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \quad (2)$$

然后对感知结果执行启发式测试,以确定频道是否可以被 SU 使用,启发式算法确定 PU 空闲的概率 π_1 是否超过给定的阈值 $\pi_{\text{min},1}$ 。如果感知到的频道被确定为可用,则频道的中心频率、带宽和估计容量将传递给树中的父节点。当算法向上递归时,父节点组合 2 个频道列表:一个来自频带的下半部分;另一个来自频带的上半部分。如果来自下半频段的最高频率频道和来自上半频段的最低频率频道相邻,则对这 2 个频道的组合执行感知,并估计组合频道的容量。如果下列条件满足,则将 2 个频道合并为一个单一的频道:

$$C_{a+b} \geq \beta(C_a + C_b) \quad (3)$$

式中 β 为 0 到 1 之间的一个数,代表了由于保护频段和其他开销而将一个频道分割成 2 个频道的效率。这个测试将确定是独立使用这 2 个频道还是将它们组合成一个频道而使得 SU 的系统吞吐量最大化。算法 1 和算法 2 为提出的宽带感知算法的详细实现过程。

算法 1 和算法 2 中的主要函数说明。函数 $BPF(f_1, f_2)$ 设计了 f_1 和 f_2 之间的有限脉冲响应(Finite Impulse Response, FIR)带通滤波器。函数 $FilterAndDecimate(x(n), h(n), dec)$ 采用具有 FIR 抽头 $h(n)$ 和抽取率 dec 的多相信道器对接收到的宽带信号 $x(n)$ 进行带通滤波和抽取,以选择感兴趣的频道。函数 $EnergyTh(y(n))$ 在选定的窄带频道 $y(n)$ 上执行硬决策能量检测。函数 $BaumEst(y(n), \hat{y}(n))$ 采用具有初始能量检测判决 $\hat{y}(n)$ 的 Baum-Welch 算法来估计选定的窄带频道 $y(n)$ 中 PU 的参数。函数 $Capacity(\pi, \mu, W)$ 通过式(2)估计频道容量。函数 $HighestCh(L)$ 和 $LowestCh(L)$ 分别从估计频道参数 L 的列表中选择最高频率窄带频道和最低频率窄带频道。函数 $CombineList(L_1, L_2)$ 将 2 个估计的频道参数列表合并到一个列表中,并按中心频率的降序对该列表进行排序。

算法 1 宽带频谱感知算法

- 1) Function $Rsense(f_c, W, W_r, x(n))$;
- 2) If $W > W_r$ Then;
- 3) $L_h = Rsense(f_c + W/2, W/2, W_r, X(n))$;
- 4) $L_l = Rsense(f_c - W/2, W/2, W_r, X(n))$;
- 5) $L = AggregateCh(L_h, L_l, X(n))$;
- 6) Else
- 7) $h(n) = BPF(f_c - W/2, f_c + W/2)$;
- 8) $dec = Floor(W_0/W)$;
- 9) $y(n) = FilterAndDecimate(x(n), h(n), drate)$;
- 10) $\hat{y}(n) = EnergyTh(y(n))$;
- 11) $(G, \mu, R) = BaumEst(y(n), \hat{y}(n))$;
- 12) If $\pi_1 > \pi_{\text{min},1}$ Then;
- 13) $C = Capacity(\pi, \mu, W)$;
- 14) Return list with single entry (f_c, W, C)

算法 2 聚合频道

- 1) Function $AggregateCh(L_h, L_l, x(n))$;
- 2) $(f_{c,h}, W_h, C_h) = LowestCh(L_h)$;
- 3) $(f_{c,l}, W_l, C_l) = HighestCh(L_l)$;
- 4) $L = CombineLists(L_h, L_l)$;
- 5) If $f_{c,h} - W_h/2 = f_{c,l} + W_l/2$ Then;
- 6) $h(n) = BPF(f_{c,l} - W_l/2, f_{c,h} + W_h/2)$;
- 7) $dec = Floor(W_0/(W_l + W_h))$;
- 8) $y(n) = FilterAndDecimate(x(n), h(n), dec)$;
- 9) $\hat{y}(n) = EnergyTh(y(n))$;
- 10) $(G, \mu, R) = BaumEst(y(n), \hat{y}(n))$;
- 11) If $\pi_1 > \pi_{\text{min},1}$ Then;
- 12) $C = Capacity(\pi, \mu, W_l + W_h)$;
- 13) If $C > \beta(C_h + C_l)$ Then;
- 14) Remove $(f_{c,h}, W_h, C_h)$ and $(f_{c,l}, W_l, C_l)$ from L ;
- 15) Add $(f_{c,h} + f_{c,l})/2, W_l + W_h, C$ to L ;

16) Return L

算法总的计算复杂度为：

$$O((N_c \log_2 N_c) \times (N_t N_s + N_i K^2 N_s)) \quad (4)$$

式(4)中的各个参数含义如表 1 所示。其中 $N_c \log_2 N_c$ 是二叉树中的节点数，因此也是可以感知的最大窄带频道数； $N_t N_s$ 是用于选择窄带频道进行感知的滤波操作的复杂度。采用基于多相抽取器的信道器可以有效地执行频道选择，这将有效地执行滤波操作，并减少在 Baum-Welch 算法中测试的样本数量； $N_i K^2 N_s$ 表示 Baum-Welch 算法的复杂度，其中 N_i 可以通过选择表示 PU 动态性的训练初始参数来减少。

表 1 算法复杂度参数及其含义

Table 1 Algorithm complexity parameters and their meanings

parameter	meanings
N_c	number of channels at the finest sensing resolution
N_t	number of filter taps for the channel selecting BPF
N_s	number of samples in the sensing duration
N_i	number of Baum-Welch iterations
K	number of HMM states($K=2$)

2 仿真实验结果

仿真实验基于 GNU Radio 软件无线电平台^[15]，GNU Radio 是一种运行于普通 PC 上的开放软件无线电平台，其软件代码和硬件设计完全公开，用户能够以软件编程的方式灵活地构建各种无线应用。在 Ettus N210 USRP 板上^[16]运行宽带频谱感知算法。对于占空比为 100%,50%,25%和 12.5%的 OFDM 和 GMSK 信号分别对频域宽带能量检测器^[9]、宽带频域边缘检测器^[10]和本文提出的宽带频谱检测器进行测试。假设每个频道的开销 $\beta=0.3$ ，对于测试的 OFDM 和 GMSK 2 种调制方案和占空比，采用随机中心频率和波特率的信号产生宽带捕获。信号上的调制数据由均匀随机数发生器产生，所有信号的信噪比为 10 dB。

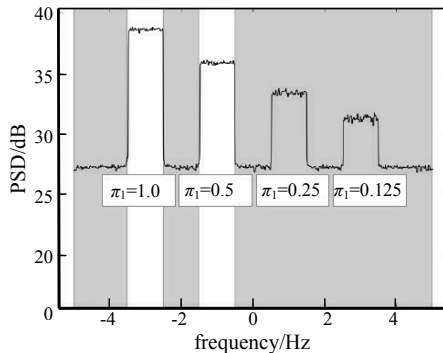


Fig.2 Results of a wideband energy detector for OFDM signals with 10 dB SNR and 100%,50%,25%,and 12.5% duty cycles
图 2 10 dB 信噪比和 100%,50%,25%和 12.5%占空比的 OFDM 信号的宽带能量检测器的结果

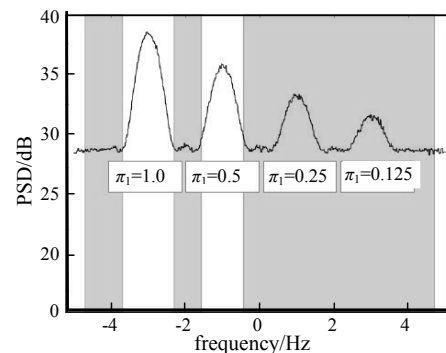


Fig.3 Results of a wideband energy detector for GMSK signals with 10 dB SNR and 100%,50%,25%,and 12.5% duty cycles
图 3 10 dB 信噪比和 100%,50%,25%和 12.5%占空比的 GMSK 信号的宽带能量检测器的结果

对于 OFDM 和 GMSK 2 种调制方案的频域宽带能量检测器^[9]的仿真结果如图 2 和图 3 所示。对于动态信号，PSD 估计的信噪比随占空比的减小而减小，表明减小信噪比降低了 2 种调制方案下的宽带能量检测器的性能。对于 OFDM 和 GMSK 2 种调制方案的宽带频域边缘检测器的仿真结果分别如图 4 和图 5 所示。

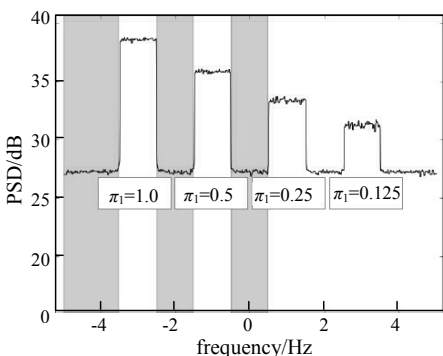


Fig.4 Results of a wideband edge detector for OFDM signals with 10 dB SNR and 100%,50%,25%,and 12.5% duty cycles
图 4 10 dB 信噪比和 100%,50%,25%和 12.5%占空比的 OFDM 信号的宽带边缘检测器的结果

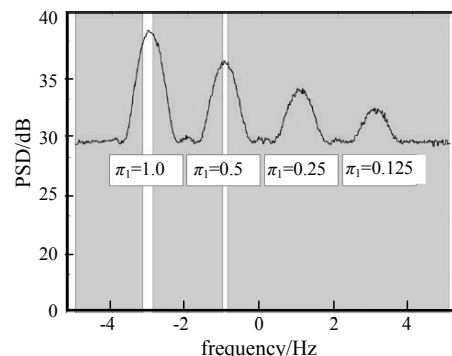


Fig.5 Results of a wideband edge detector for GMSK signals with 10 dB SNR and 100%,50%,25%,and 12.5% duty cycles
图 5 10 dB 信噪比和 100%,50%,25%和 12.5%占空比的 GMSK 信号的宽带边缘检测器的结果

由于频域边缘检测器要求 PU 信号在频域有剧烈的跃迁，所以它们能够在低过剩带宽的正交 OFDM 和 QAM

的矩形谱下很好地工作。但宽带频域边缘检测器往往在其频带边缘的信号逐渐滚降时失效，例如对于具有较大剩余带宽的 GMSK。

对于 OFDM 和 GMSK 2 种调制方案，本文所提出的宽带频谱检测器的仿真结果分别如图 6 和图 7 所示。比较图 6 和图 2、图 4 的结果可以看到，对于 OFDM，减小占空比不会像宽带能量检测器和宽带频域边缘检测器那样降低本文检测器的性能。同样，比较图 7 和图 3、图 5 的结果可以看到，对于 GMSK，减小占空比也没有降低本文检测器的性能；此外，对比图 7 和图 5 结果可以看出，GMSK 的光滑频带边缘并没有像宽带能量检测器那样降低本文所提出检测器的性能。

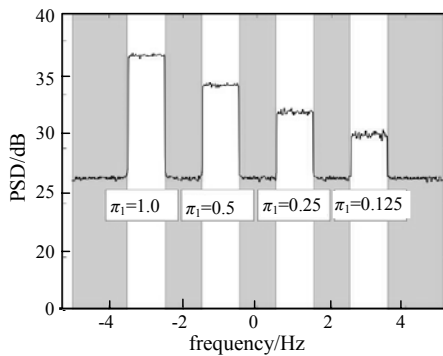


Fig.6 Results of joint time-frequency detector for OFDM signals with 10 dB SNR and 100%,50%,25%, and 12.5% duty cycles
图 6 10 dB 信噪比和 100%,50%,25%和 12.5%占空比的 OFDM 信号的联合时-频检测器的结果

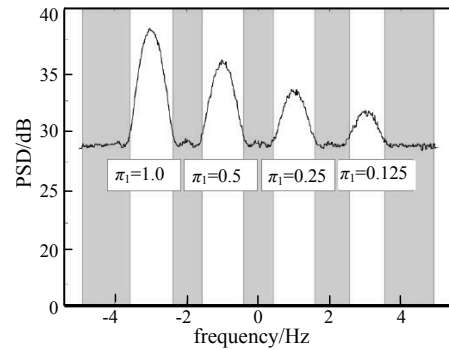


Fig.7 Results of joint time-frequency detector for GMSK signals with 10 dB SNR and 100%,50%,25%, and 12.5% duty cycles
图 7 10 dB 信噪比和 100%,50%,25%和 12.5%占空比的 GMSK 信号的联合时-频检测器的结果

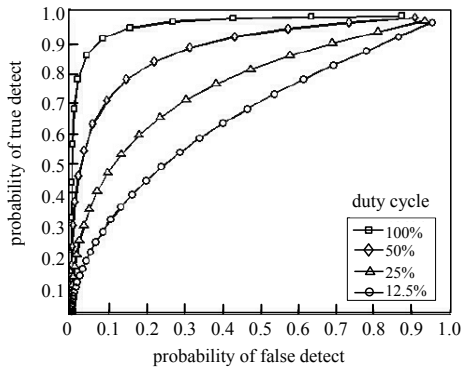


Fig.8 ROC curves for wideband energy detector for OFDM signals with 10 dB SNR and 100%,50%,25%,and 12.5% duty cycles
图 8 10 dB 信噪比和 100%,50%,25%和 12.5%占空比的 OFDM 信号的宽带能量检测器的 ROC 曲线

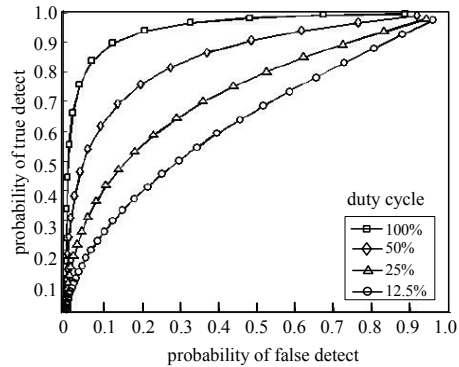


Fig.9 ROC curves for wideband energy detector for GMSK signals with 10 dB SNR and 100%,50%,25%, and 12.5% duty cycles
图 9 10 dB 信噪比和 100%,50%,25%和 12.5%占空比的 GMSK 信号的宽带能量检测器的 ROC 曲线

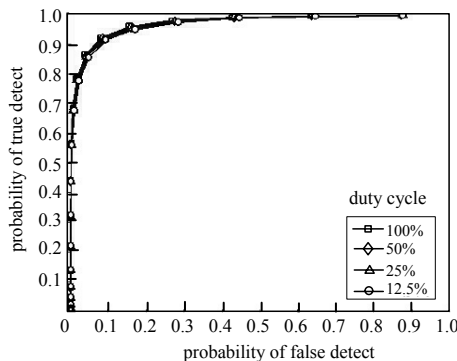


Fig.10 ROC curves for joint time/frequency detector for OFDM signals with 10 dB SNR and 100%,50%,25%,and 12.5% duty cycles
图 10 10 dB 信噪比和 100%,50%,25%和 12.5%占空比 OFDM 信号的联合时-频检测器的 ROC 曲线

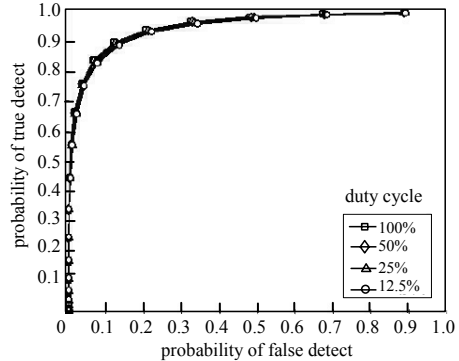


Fig.11 ROC curves for joint time/frequency detector for GMSK signals with 10 dB SNR and 100%,50%,25%,and 12.5% duty cycles
图 11 10 dB 信噪比和 100%,50%,25%和 12.5%占空比 GMSK 信号的联合时-频检测器的 ROC 曲线

最后，通过仿真生成的接收机工作特性(Receiver Operating Characteristic, ROC)曲线来描述感知结果。对于 OFDM 和 GMSK，得到的宽带能量检测器^[9]的性能分别如图 8 和图 9 所示，结果是采用相同的调制、占空比和信

噪比在多个随机宽带捕获上对 ROC 曲线进行平均得到。可以清楚地观察到，随着 PU 占空比的减小，检测器的性能是下降的；而对于 OFDM 和 GMSK，得到的本文检测器的性能分别如图 10 和图 11 所示。从这些结果可以清楚地看出，本文所提出的检测器的性能没有因占空比的减小而显著下降。

3 结论

本文提出了一种新颖的宽带频谱感知算法。算法在时域对 PU 的动态行为采用 HMMs 进行建模，并将 HMM 应用于窄带频道，以克服目前宽带频谱感知的局限性；在频域利用现有的窄带感知技术，将频带划分为较小的频道，并对频谱孔洞进行递归搜索。仿真实验结果表明，算法对不同占空比的大量突发信号比目前先进的宽带频谱感知算法具有更好的性能增益和更强的鲁棒性。对于未来研究，将采用一个简单的能量检测器作为递归感知算法的前端，通过应用状态估计/预测递归，可以在低信噪比下获得更好的性能；当然，新的窄带技术如环平稳检测器，也可以结合本文所提出的感知算法一同进行研究。

参考文献：

- [1] 郭建立,周滇苏,刘刚,等. 一种面向系统公平性的频谱资源分配方法[J]. 无线电通信技术, 2017,43(5):35-37,85. (GUO Jianli,ZHOU Diansu,LIU Gang,et al. A spectrum resource allocation method for system fairness[J]. Radio Communications Technology, 2017,43(5):35-37,85.)
- [2] 曹凯,陆佩忠,邹艳,等. 一种基于多通道欠采样宽带频谱感知设计[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2017,15(6):940-945. (CAO Kai,LU Peizhong,ZOU Yan,et al. Design based on multi-channel sub-sampling for wideband spectrum sensing[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2017,15(6):940-945.) doi:10.11805/TKYDA201706.0940.
- [3] 李笑男. 基于博弈论的认知无线网络动态频谱接入算法研究[D]. 北京:北京邮电大学, 2019. (LI Xiaonan. Research on dynamic spectrum access algorithm based on game theory in cognitive radio networks[D]. Beijing:Beijing University of Posts and Telecommunications, 2019.)
- [4] GUPTA M S,KUMAR K. Progression on spectrum sensing for cognitive radio networks:a survey,classification, challenges and future research issues[J]. Journal of Network and Computer Applications, 2019,143(1):47-76.
- [5] 鲁华超,赵知劲. 基于功率谱与噪声估计的频谱感知算法及实现[J]. 杭州电子科技大学学报, 2019,39(5):1-7. (LU Huachao,ZHAO Zhijin. Spectrum sensing algorithm and implementation based on power spectrum and noise estimation[J]. Journal of Hangzhou Dianzi University, 2019,39(5):1-7.)
- [6] KOLEY S,BEPARI D,MITRA D. Predictive multi-user dynamic spectrum allocation using hidden semi-Markov model[J]. Journal of Communications Technology & Electronics, 2018(63):1393-1405.
- [7] 罗明鉴,吴媛媛,韩寒,等. 一种窄带感知实现高效宽带频谱预测的机制[J]. 航天电子对抗, 2017,33(5):51-54. (LUO Mingjian,WU Yuanyuan,HAN Han,et al. A wideband spectrum prediction scheme using narrowband spectrum sensing[J]. Aerospace Electronic Warfare, 2017,33(5):51-54.)
- [8] HABACHI O,HAYEL Y,El-Azouzi R. Optimal energy-delay tradeoff for opportunistic spectrum access in cognitive radio networks[J]. Telecommunications Systems, 2018,67(4):763-780.
- [9] WANG H,WU B,YAO Y C,et al. Wideband spectrum sensing method based on channels clustering and hidden Markov model prediction[J]. Information, 2019,10(11):331-345.
- [10] KUMAR A,SAHA S,BHATTACHARYA R. Wavelet transform based novel edge detection algorithms for wideband spectrum sensing in CRNs[J]. AEU-International Journal of Electronics and Communications, 2018(84):100-110.
- [11] 任诗雨. 基于多路采样的宽带频谱感知技术研究[D]. 北京:北京邮电大学, 2017. (REN Shiyu. Research on wideband spectrum sensing algorithm based on multichannel sub-Nyquist sampling[D]. Beijing:Beijing University of Posts and Telecommunications, 2017.)
- [12] CAPTAIN K M,JOSHI M V. SNR wall for cooperative spectrum sensing using generalized energy detector[C]// 2018 10th International Conference on Communication Systems & Networks. Bangalore,India:[s.n.], 2018:1-9.
- [13] SASSI I,ANTER S,BEKKHOUCHA A. A new improved Baum-Welch algorithm for unsupervised learning for continuous-time HMM using spark[J]. International Journal of Intelligent Engineering and Systems, 2020,13(1):214-226.
- [14] TEKE O,VAIDYANATHAN P P. Extending classical multirate signal processing theory to graphs-part II:M-channel filter banks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017,65(2):423-437.