

文章编号: 2095-4980(2021)03-0490-07

## 基于振铃约束的全变差正则化图像去模糊算法

杨竹青<sup>1</sup>, 谢 宏<sup>\*2</sup>

(1.江苏信息职业技术学院 物联网工程学院, 江苏 无锡 214153; 2.上海海事大学 信息工程学院, 上海 200135)

**摘要:** 当前去模糊方法只利用图像单一的稀疏特性作为先验信息, 忽略了伪边缘(如振铃瑕疵)对模糊核估计的影响, 导致其去模糊性能不佳。本文充分利用复杂结构图像的先验信息, 设计了振铃约束下的全变差正则化图像去模糊算法。首先, 利用多分辨率图像金字塔策略建立多层图像模型, 通过对比模糊图像和潜在清晰图像来获得振铃先验信息。其次, 将振铃正则约束项融入全变差方法, 构建多正则项去模糊模型, 然后利用变量分离法将去模糊模型转化为多函数优化问题。最后, 利用一阶原始对偶算法, 根据低分辨率到高分辨率的顺序, 对模糊核和原始图像完成计算, 获取重构目标。实验结果表明: 较当前图像去模糊技术而言, 所提算法具备更为理性的去模糊效果, 所复原的图像呈现出更高的峰值信噪比和结构相似度, 可以更好地保持图像边缘与纹理信息。

**关键词:** 图像去模糊; 全变差正则化; 振铃先验; 图像金字塔策略; 一阶原始对偶算法

**中图分类号:** TP391

**文献标志码:** A

**doi:** 10.11805/TKYDA2020117

## Image deblurring based on ringing constraint with total variation regularization

YANG Zhuqing<sup>1</sup>, XIE Hong<sup>\*2</sup>

(1.College of Internet of Things Engineering, Jiangsu Vocational College of Information Technology, Wuxi Jiangsu 214153, China;

2.School of Information Engineering, Shanghai Maritime University, Shanghai 200135, China)

**Abstract:** The current defuzzy method which only uses the sparse feature of the image as the prior information has poor defuzzy performance induced by ignoring the effect of false edges (such as ring defects) on the point spread function estimation. A regularized image deblurring algorithm with total variation under the constraint of ringing is designed based on the prior information of the complex structure image. Firstly, the multi-resolution image pyramid strategy is adopted to build a multi-layer image model, and the prior information of ringing is obtained by comparing the blurred image with the potentially clear image. Secondly, the ringing regularization constraint term is integrated into the total variation method to build a multi-regularization deblurring model, and then the variable separation method is utilized to transform the deblurring model into a multi-function optimization problem. Finally, the first-order original-dual algorithm is employed to solve the Point Spread Function(PSF) and clear image in the order from low resolution to high resolution. Experimental results show that compared with the current image deblurring technology, the proposed algorithm has a more rational deblurring effect, and the recovered image shows higher peak signal-to-noise ratio and structure similarity, which can better preserve the image edge and texture information.

**Keywords:** image deblurring; total variation regularization; ringing prior; image pyramid strategy; first-order original-dual algorithm

图像复原技术已经在诸多领域起着非常重要的作用<sup>[1]</sup>, 如科学研究、国家安全、医疗影像、天文气象等。

收稿日期: 2020-03-18; 修回日期: 2020-05-05

基金项目: 国家自然科学基金面上项目资助项目(41971335; 51978144); 上海市科学技术委员会资助项目(14441900300); 江苏省自然科学基金资助项目(BK20131097); 江苏省高水平骨干专业建设项目资助项目(苏教高[2017]17号)

作者简介: 杨竹青(1979-), 男, 硕士, 副教授, 主要研究方向为图像处理、计算机应用技术。email:YangZq1979wx@yeah.net

\*通信作者: 谢 宏 email:XieHong1962hsd@yeah.net

图像去模糊技术是图像处理技术中的重要研究内容<sup>[2]</sup>。图像去模糊的复原过程其实是一个解决“病态问题”的过程<sup>[3]</sup>，如何将病态问题转化为良性的逆问题，是研究的关键所在。全变差模型(Total Variation, TV)<sup>[4]</sup>是一种比较常用的图像复原方法，该方法通过引入正则项来约束解空间，能够较好地恢复图像的边缘结构等信息，但该模型与图像形态学准则不符，容易引起阶梯效应<sup>[5-6]</sup>。为了克服这种问题，Lysaker 等人<sup>[7]</sup>提出利用四阶偏微分方程进行图像复原，可以有效地抑制阶梯效应。但该方法会产生过平滑现象，使得图像的边缘呈现模糊。张素琦等<sup>[8]</sup>提出了一种混合高阶的 TV 函数，通过利用低阶 TV 来保持图像边缘，再借助高阶 TV 来抑制平滑区的振铃现象。但该方法没有考虑原始图像的先验信息，导致复原效果不佳。杨常星等<sup>[9]</sup>提出了 Tikhonov 正则增强的广义规范化稀疏模型，将中间清晰图像和运动模糊核作为共同先验约束来实现去模糊处理。虽然文献[9]的技术能够保护细小边缘，实现对模糊核的准确估计，但同时也平滑掉了图像的强边缘，导致复原图像的边缘出现模糊。当前图像去模糊算法往往会出现先验信息表达能力不够，容易出现过平滑和伪边缘等缺点。本文提出一种基于振铃约束的全变差正则化图像去模糊算法。在不同分辨率下建立模糊图像的多尺度振铃度量线性函数，并将该振铃先验融入全变差正则化模型来抑制振铃效应对模糊核估计的影响，消除振铃效应。

## 1 原始对偶算法

原始对偶算法<sup>[10-11]</sup>是一种最优化算法，被广泛用于图像的逆成像问题。它具有高效的迭代效率，可较好地完成图像重构过程的求解计算。通常而言，一般性的优化模型<sup>[10]</sup>：

$$\hat{\mathbf{x}} = \min_{\mathbf{x}} G(\mathbf{x}) + F(\mathbf{H}\mathbf{x}) \quad (1)$$

式中： $\mathbf{x}$  为信号矢量； $F(\cdot), G(\cdot)$  为凸下半连续函数； $\mathbf{H}$  为线性矩阵算子。

令  $X, Y$  分别为原始空间和对偶空间的有限维实空间，那么，式(1)可以定义如下： $\mathbf{H}$  为一个由  $X$  到  $Y$  的线性矩阵算子， $F(\cdot), G(\cdot)$  分别为  $Y \rightarrow [0, \infty], X \rightarrow [0, \infty]$  的凸函数。则式(1)可演变为：

$$\hat{\mathbf{y}} = \max_{\mathbf{y}} -(G^*(-\mathbf{H}^T \mathbf{y}) + F^*(\mathbf{y})) \quad (2)$$

式中： $\mathbf{y}$  为信号矢量； $*$  表示函数的凸共轭或者线性矩阵算子的复共轭； $\mathbf{H}^T$  为  $\mathbf{H}$  的转置矩阵。

由于函数  $F(\cdot)$  和  $G(\cdot)$  均为凸函数，有闭合形式的解，那么，函数  $G(\cdot)$  的邻近算子可以定义为：

$$\text{prox}_{\tau G}(\hat{\mathbf{x}}) := (\mathbf{I} + \gamma \partial G)^{-1}(\hat{\mathbf{x}}) = \arg \min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2\tau} \|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2^2 + G(\mathbf{x}) \quad (3)$$

同样， $F(\cdot)$  的邻近算子可以定义为：

$$\text{prox}_{\gamma F^*}(\hat{\mathbf{x}}) := (\mathbf{I} + \gamma \partial F^*)^{-1}(\hat{\mathbf{x}}) = \arg \min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2\gamma} \|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2^2 + F^*(\mathbf{x}) \quad (4)$$

式中： $\gamma$  和  $\tau$  为标量； $\partial F^*$  和  $\partial G$  分别表示函数  $F^*$  和  $G$  的梯度。根据 Moreau 分解<sup>[11]</sup>，可将式(4)转化为：

$$\text{prox}_{\gamma F^*}(\hat{\mathbf{x}}) = \hat{\mathbf{x}} - \gamma \text{prox}_{\frac{1}{\gamma} F}(\hat{\mathbf{x}} / \gamma) \quad (5)$$

对于上述的一般优化问题，它的原始对偶算法可描述如下：

- 1) 初始化：令  $\gamma\tau\mathbf{H}_2^2 < 1, \theta \in [0, 1], \mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{y}^{(0)}, \hat{\mathbf{x}}^{(0)} = \mathbf{x}^{(0)}$ ；
- 2)  $\mathbf{y}^{(i+1)} = \text{prox}_{\lambda F^*}(\mathbf{y}^{(i)} + \gamma \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}^{(i)})$ ；
- 3)  $\mathbf{x}^{(i+1)} = \text{prox}_{\tau G}(\mathbf{x}^{(i)} - \tau \mathbf{H}^T \mathbf{y}^{(i+1)})$ ；
- 4)  $\hat{\mathbf{x}}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i+1)} + \theta(\mathbf{x}^{(i+1)} - \mathbf{x}^{(i)})$ ；
- 5)  $i = i + 1$ ；
- 6) end while；
- 7) return  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(i)}$ 。

接下来，本文考虑多正则化项的优化问题：

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min G(\mathbf{x}) + F_1(\mathbf{H}_1 \mathbf{x}) + F_2(\mathbf{H}_2 \mathbf{x}) + \cdots + F_n(\mathbf{H}_n \mathbf{x}) \quad (6)$$

令  $F(\mathbf{H}\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n \mathbf{H}_j \mathbf{x}$ ， $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1; \mathbf{H}_2; \cdots; \mathbf{H}_n]$ ， $\mathbf{H}$  表示算子的垂直叠加，则  $F(\cdot)$  的邻近算子可定义为：

$$\text{prox}_{\nu F}(\hat{\mathbf{x}}) = [\text{prox}_{\nu F_1}(\hat{\mathbf{x}}); \text{prox}_{\nu F_2}(\hat{\mathbf{x}}); \cdots; \text{prox}_{\nu F_n}(\hat{\mathbf{x}})] \quad (7)$$

同样，本文可以利用上述的原始对偶算法对式(7)进行求解。

## 2 全变差正则化图像去模糊模型

由于模糊退化函数具有奇异特性,使得图像盲去模糊转变为求解严重病态问题的逆过程。通常将正则化约束项融入到正则化方法来建立图像复原模型,然后对模型进行求解,最终实现去模糊处理。基于正则化的图像去模糊模型的目标函数为:

$$\hat{\mathbf{x}} = \min \frac{1}{2} \|\mathbf{k}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda_x R(\mathbf{x}) \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{b}$  分别为复原图像、模糊图像,二者均以矢量形式来表达;  $\mathbf{k}$  为模糊核;  $\|\mathbf{k}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2$  为数据保真项;  $R(\mathbf{x})$  为复原图像的正则化惩罚项,对复原结果起着较大的影响;  $\|\cdot\|_2$  为  $L_2$  范数;  $\lambda_x$  为惩罚项系数,用于控制数据保真项和惩罚项间的权重比例。Tikhonov 正则化<sup>[9]</sup>是一种代表性的正则化方法,它的  $R(\mathbf{x})$  ( $R(\mathbf{x}) = \|\mathbf{L}(\mathbf{x})\|_2^2$ ) 是二次方惩罚项,该正则化方法主要建立在清晰图像是平滑特性条件下的。因此,该方法虽然结构简单,计算方便,但容易将图像的边缘信息平滑掉,导致复原图像出现边缘模糊和振铃瑕疵。为了解决这种边缘模糊问题,提出了一种全变差正则化方法,其数学表达式为:

$$\hat{\mathbf{x}} = \min (\|\mathbf{k}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda_{\text{TV}} \|\mathbf{x}\|_{\text{TV}}) \quad (9)$$

式中:  $\|\mathbf{x}\|_{\text{TV}} = \sum_{(i,j)=(1,1)}^{(M,N)} \sqrt{(\nabla_h(\mathbf{x})_{(i,j)}^2 + \nabla_v(\mathbf{x})_{(i,j)}^2)}$ ,  $\nabla(\cdot)$  是一阶梯度算子;  $\lambda_{\text{TV}}$  为全变差正则系数。全变差正则化方法仅沿着垂直于梯度方向进行平滑,保留了垂直方向梯度的信息,因此能够较好地保护图像的边缘信息。

## 3 振铃先验

振铃效应<sup>[12]</sup>是一种典型的吉布斯现象,它一般以中频信号与同频段的图像信号混合出现在图像中,通常为平行于锐利边缘的波状图形,且可以跨越较大的图像区域。大多数的图像盲去模糊技术都严重依赖于图像中的边缘、纹理等突出结构信息来估计模糊退化函数。由于振铃瑕疵的显著结构特征,严重误导了模糊退化函数的估计过程,本文提出了一种多分辨率的图像金字塔策略来测量振铃瑕疵,将其作为惩罚项直接运用到去模糊目标函数中,引导图像盲复原过程中能够准确地估计出模糊退化函数,从而获得精确的复原图像。令模糊图像尺寸为  $M \times N$ , 在  $l$  ( $l=1,2,\dots,L$ ) 级的分辨率条件下,其复原目标  $\hat{\mathbf{x}}$  的振铃尺寸  $r_l$  为:

$$r_l = \max(\mathbf{H}_h^l \mathbf{s}_l \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{c}_h^l, 0) + \max(\mathbf{H}_v^l \mathbf{s}_l \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{c}_v^l, 0) \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{s}_l \in \mathbb{R}^{2^{MN \times MN/2^{(l-1)} \times 2^{(l-1)}}$  是分别沿着水平和垂直方向进行  $2^{l-1}$  次下采样得到的矩阵;  $\mathbf{H}_h^l \in \mathbb{R}^{2^{MN \times MN/2^{(l-1)} \times 2^{(l-1)}}$  和  $\mathbf{H}_v^l \in \mathbb{R}^{2^{MN \times MN/2^{(l-1)} \times 2^{(l-1)}}$  分别表示不同分辨率级别下沿水平和垂直方向进行微分运算的卷积矩阵;  $\mathbf{c}_v^l = \mathbf{H}_v^l \mathbf{s}_l \mathbf{b}$ ;  $\mathbf{c}_h^l = \mathbf{H}_h^l \mathbf{s}_l \mathbf{b}$ 。引入无参考多尺度振铃度量线性函数  $E(\mathbf{x})$ , 表示如下:

$$\begin{cases} \lambda_e E(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^L F_l(\mathbf{H}_h^l \mathbf{s}_l \mathbf{x}) + F_{l+L}(\mathbf{H}_v^l \mathbf{s}_l \mathbf{x}) \\ F_l(\mathbf{H}_h^l \mathbf{s}_l \mathbf{x}) = \lambda_e \|\max(\mathbf{H}_h^l \mathbf{s}_l \mathbf{x} - \mathbf{c}_h^l, 0)\| \\ F_{l+L}(\mathbf{H}_v^l \mathbf{s}_l \mathbf{x}) = \lambda_e \|\max(\mathbf{H}_v^l \mathbf{s}_l \mathbf{x} - \mathbf{c}_v^l, 0)\| \end{cases} \quad (11)$$

式中:  $\lambda_e$  是振铃正则化权重参数;  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{c}$  为大小相同的矢量; 且  $\mathbf{c}$  中的元素均是非负的。

式(11)是一个线性的优化正则化问题,由前述可知,可以利用原始对偶算法对它的邻近算子进行求解。

令  $F(\mathbf{x}) = \mu \|\max(|\mathbf{x}| - \mathbf{c}, 0)\|$ , 则  $\text{prox}_{\frac{1}{\gamma} F}(\frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma})$  的邻近算子可表示为:

$$\text{prox}_{\frac{1}{\gamma} F}(\frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma}) = \arg \min_{\mathbf{x}} \frac{\gamma}{2} \left\| \frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma} - \mathbf{x} \right\|_2^2 + \mu \|\max(|\mathbf{x}| - \mathbf{c}, 0)\| \quad (12)$$

为了求解式(12),本文引入约束条件来实现:

$$\hat{\mathbf{x}}_i \in \left\{ \frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma} - \mu, \text{ if } \frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma} > \mu + \mathbf{c}_i; \frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma} + \mu, \text{ if } \frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma} < -\mu - \mathbf{c}_i; \frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma}, \text{ if } -\mathbf{c}_i < \frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma} < \mathbf{c}_i; \mathbf{c}_i, \text{ if } \mathbf{c}_i \leq \frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma} \leq \mathbf{c}_i + \mu; -\mathbf{c}_i - \mu, \text{ if } -\mathbf{c}_i - \mu \leq \frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma} \leq -\mathbf{c}_i \right\} \quad (13)$$

式中  $\hat{\mathbf{x}}_i$  对应于  $\text{prox}_{\frac{1}{\gamma}F}(\frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma})$  中的元素。因此，通过上述约束条件， $\text{prox}_{\frac{1}{\gamma}F}(\frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma})$  和  $\text{prox}_{\frac{1}{\gamma}F_{i+L}}(\frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma})$  可以更容易实现求解。

#### 4 本文图像盲去模糊算法

图像去模糊模型通常是利用优化联合问题来估计清晰图像和点扩散函数(PSF)或模糊核(blur kernel)，从而解决图像盲去模糊问题。本文将去振铃约束项引入到全变差正则化模型中，提出一种图像去模糊正则化约束优化模型。通过全变差正则化方法来保留图像的边缘、纹理等细节信息，同时利用振铃约束项达到去除振铃瑕疵的效果。假设模糊图像  $\mathbf{b}$  的大小为  $M \times N$ ，本文的去模糊模型为：

$$\min_{\mathbf{k}, \mathbf{x}} \frac{1}{2} \|\mathbf{k}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda_{\text{TV}} \text{TV}(\mathbf{x}) + \lambda_e E(\mathbf{x}) + \frac{\lambda_k}{2} \|\mathbf{k}\|_2^2, \text{ s.t. } \mathbf{k}_i \geq 0, \|\mathbf{k}\|_1 = 1 \quad (14)$$

式中： $E(\mathbf{x})$  为多尺度振铃度量约束项； $\lambda_e$  为非负加权系数；TV 为全变差正则化，且  $\text{TV}(\mathbf{x}) = \|\mathbf{D}_h \mathbf{x}\|_1 + \|\mathbf{D}_v \mathbf{x}\|_1$ ， $\lambda_{\text{TV}}$  是加权因子； $\mathbf{d}_h, \mathbf{d}_v$  代表一阶微分函数，且  $\mathbf{d}_v = [-1 \quad 1]^T, \mathbf{d}_h = [-1 \quad 1]$ ； $\mathbf{D}_h (\mathbf{D}_h \in \mathbb{R}^{MN \times MN}), \mathbf{D}_v (\mathbf{D}_v \in \mathbb{R}^{MN \times MN})$  分别为  $\mathbf{d}_h, \mathbf{d}_v$  的卷积矩阵； $\frac{\lambda_k}{2} \|\mathbf{k}\|_2^2$  为模糊核惩罚项； $\lambda_k$  为惩罚系数。利用变量分离法，将优化问题(14)分解成两个子问题，第一个子问题是在给定  $\mathbf{k}$  的情况下求解  $\mathbf{x}$ ；第二个子问题是在给定  $\mathbf{x}$  的情况下求解  $\mathbf{k}$ 。具体方法如下：

a) 求解  $\mathbf{x}$ 。固定  $\mathbf{k}$ ，求解  $\mathbf{x}$  的代价函数为：

$$\min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2} \|\mathbf{k}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + \lambda_{\text{TV}} \|\mathbf{x}\|_1 + \lambda_e E(\mathbf{x}) \quad (15)$$

令  $G(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{k}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2, F_0(\mathbf{x}) = \lambda_{\text{TV}} \|\mathbf{x}\|_1$ ，则  $G(\cdot)$  的邻近算子可表示为：

$$\text{prox}_{\tau G}(\tilde{\mathbf{x}}) = \arg \min_{\mathbf{x}} \frac{1}{2\tau} \|\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2^2 + \frac{1}{2} \|\mathbf{k}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 \quad (16)$$

式(16)是求关于复原图像  $x$  的二次优化问题，可以利用傅里叶变换进行求解，得到：

$$\text{prox}_{\tau G}(\tilde{\mathbf{x}}) = (\mathbf{I} + \tau \mathbf{k}^T \mathbf{k})^{-1} (\tau \mathbf{k}^T \mathbf{b} + \tilde{\mathbf{x}}) \quad (17)$$

式中： $\mathbf{I}$  为单位矩阵； $\mathbf{k}^{-1}$  为  $\mathbf{k}$  的转置。同理， $F_0(\cdot)$  的邻近算子可表示为：

$$\text{prox}_{\frac{1}{\lambda} F_0}(\frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma}) = \arg \min_{\mathbf{x}} \frac{\gamma}{2} \left\| \frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma} - \mathbf{x} \right\|_2^2 + \lambda_{\text{TV}} \|\mathbf{x}\|_1 \quad (18)$$

式(17)是一个收缩问题，可以利用软阈值<sup>[13]</sup>进行求解，得到：

$$\text{prox}_{\frac{1}{\lambda} F_0}(\frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\gamma}) = S_{\frac{\lambda_{\text{TV}}}{\gamma}}(\frac{\tilde{\mathbf{x}}}{\lambda}) \quad (19)$$

式中： $S_{\frac{\lambda_{\text{TV}}}{\gamma}}$  为一维软阈值函数； $\frac{\lambda_{\text{TV}}}{\gamma}$  为阈值。对于  $F_l(\cdot)$  和  $F_{l+L}(\cdot)$  的求解问题，可参考式(13)。

b) 求解  $\mathbf{k}$ 。固定  $\mathbf{x}$ ，则计算  $\mathbf{k}$  的代价方程为：

$$\min_{\mathbf{k}} \frac{1}{2} \|\mathbf{k}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2 + \frac{\lambda_k}{2} \|\mathbf{k}\|_2^2, \text{ s.t. } \mathbf{k}_i \geq 0, \|\mathbf{k}\|_1 = 1 \quad (20)$$

为了解决式(20)的优化问题，可借助傅里叶变换来完成计算：

$$\mathbf{k} = F_r^{-1} \left( \frac{F_r(\mathbf{x})^* \cdot F_r(\mathbf{b})}{F_r(\mathbf{x})^* \cdot F_r(\mathbf{x}) + \lambda_k} \right) \quad (21)$$

式中： $F_r$  为傅里叶变换； $F_r^{-1}$  为傅里叶逆变换；\*代表复共轭。

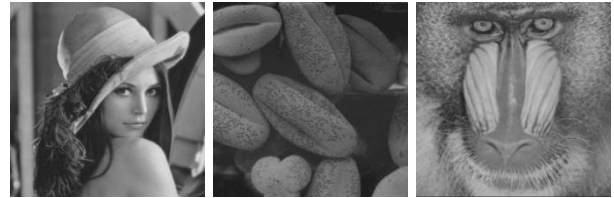
本文采用一阶原始对偶算法对模糊核和复原图像进行求解。利用了分层迭代的思想，即由低分辨率到高分辨率的顺序进行求解，由低分辨率得到的估计值可用作下一高分辨率的初始值。

算法可总结如下：

初始输入：输入模糊图像  $\mathbf{b}$ ，设置参数  $\lambda_{\text{TV}}, \lambda_e, L, \lambda_k$ 。

- 1) 初始化：令  $\theta \in [0, 1]$ ，设定  $\mathbf{x}^{(0)}, \mathbf{y}_1^{(0)}, \mathbf{y}_2^{(0)}, \dots, \mathbf{y}_{2L+2}^{(0)}, \tilde{\mathbf{x}}^{(0)} = \mathbf{x}^{(0)}$ ， $\gamma \tau [\mathbf{D}_h; \mathbf{D}_v; \mathbf{H}_h^1 \mathbf{s}_1; \dots; \mathbf{H}_h^L \mathbf{s}_1; \mathbf{H}_v^1 \mathbf{s}_1; \dots; \mathbf{H}_v^L \mathbf{s}_L]_2^2 < 1$ ；
- 2)  $\mathbf{y}_1^{(i+1)} = \text{prox}_{\gamma F_0^*}(\mathbf{y}_1^i + \gamma \mathbf{D}_h \tilde{\mathbf{x}}^{(i)})$ ；

- 3)  $\mathbf{y}_2^{(i+1)} = \text{prox}_{\gamma F_0^*}(\mathbf{y}_2^i + \gamma \mathbf{D}_v \tilde{\mathbf{x}}^{(i)});$
  - 4) for  $l=1$  to  $L$  do;
  - 5)  $\mathbf{y}_{l+2}^{(i+2)} = \text{prox}_{\gamma F_1^*}(\mathbf{y}_{l+2}^i + \gamma \mathbf{H}_h^l \mathbf{s}_l \tilde{\mathbf{x}}^{(i)});$
  - 6)  $\mathbf{y}_{l+L+2}^{(i+2)} = \text{prox}_{\gamma F_{l+L}^*}(\mathbf{y}_{l+L+2}^i + \gamma \mathbf{H}_v^l \mathbf{s}_l \tilde{\mathbf{x}}^{(i)});$
  - 7) end for;
  - 8)  $\mathbf{x}^{(i+1)} = \text{prox}_{\tau G}(\mathbf{x}^{(i)} - \tau(\mathbf{D}_h^T \mathbf{y}_1^{(i+1)} + \mathbf{D}_v^T \mathbf{y}_2^{(i+1)} + \sum_{l=1}^L \mathbf{s}_l^T \mathbf{H}_h^{lT} \mathbf{y}_{l+2}^{(i+1)} + \mathbf{s}_l^T \mathbf{H}_v^{lT} \mathbf{y}_{l+L+2}^{(i+1)}));$
  - 9)  $\tilde{\mathbf{x}}^{(i+1)} = \mathbf{x}^{(i+1)} + \theta(\mathbf{x}^{(i+1)} - \mathbf{x}^{(i)});$
  - 10)  $\mathbf{k} = F_r^{-1}\left(\frac{F_r(\mathbf{x})^* \cdot F_r(\mathbf{b})}{F_r(\mathbf{x})^* \cdot F_r(\mathbf{x}) + \lambda_k}\right);$
  - 11)  $\mathbf{k}^{i+1} = \max(\mathbf{k}^{i+1}, 0);$
  - 12)  $\mathbf{k}^{i+1} = \frac{\mathbf{k}^{i+1}}{\mathbf{k}_1^{i+1}};$
  - 13)  $i = i + 1;$
  - 14) end while;
  - 15) return  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(i)}, \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}^i;$
- 最终输出：复原图像  $\mathbf{x}$  和模糊核  $\mathbf{k}$ 。



(a) Lena image (b) Fruit image (c) Baboon image

Fig.1 Original test images  
图 1 原始测试图像

### 5 实验与结果分析

测试图像如图 1 所示。为了突出所提去模糊技术的优势，借助 Windows 7 系统和 Matlab 2012a 工具来完成测试，选用的处理器 CPU 主频为 3.20 GHz，内存为 RAM 4 GB。通过定量测试，设定如下一组较优的参数  $\gamma=0.01, \theta=1, \tau=9.9, \lambda_{TV}=0.02, \lambda_e=0.05, L=40$ ，初始值  $\mathbf{x}^{(0)}=0$ 。实验过程中，选取了文献[4,12,14-15]作为对照组。在本次实验中，选取了 3 种典型的模糊核，分别为运动模糊：角度为  $135^\circ$ ，长度为 25；圆盘模糊：尺寸为 8；高斯模糊：尺寸为  $5 \times 5$ ，标准差为 3。

#### 5.1 客观测试效果

为了客观地验证本文算法的复原效果，采用峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR)和结构相似度(Structure Similarity, SSIM)来检验去模糊的实际效果<sup>[16-18]</sup>，通过对比算法验证来评估本文算法在客观数据方面的优越性。对比验证方法为分别利用 3 种模糊核对 3 副图像进行去模糊实验，各复原图像的 PSNR 值和 SSIM 值如表 1 所示。由表 1 得出的数据可知，本文算法能够获得较好的 PSNR 值和 SSIM 值。通过对比数据可以发现，本算法在基于全变差模型下，由于加入了正则化约束条件，使得复原出来的图像效果更好。而且，相比于其他四种算法，本文算法加入了振铃约束，进一步提高了去噪能力，具有更为有效的图像复原能力。

表 1 去模糊效果对比

Table1 Contrast of the deblurring results

image	blur	indicator	reference[4]	reference[14]	reference[12]	reference[15]	this algorithm
Lena image	motion blur	PSNR	26.75	27.35	27.39	27.42	27.56
		SSIM	0.87	0.91	0.90	0.93	0.97
	Gauss blur	PSNR	24.27	23.72	24.46	24.75	24.95
		SSIM	0.78	0.81	0.82	0.85	0.89
	disk blur	PSNR	26.12	25.30	26.51	26.63	26.94
		SSIM	0.84	0.88	0.87	0.90	0.93
Fruit image	motion blur	PSNR	23.74	25.09	25.18	25.49	25.64
		SSIM	0.79	0.92	0.92	0.93	0.96
	Gauss blur	PSNR	20.90	22.53	22.61	22.77	22.80
		SSIM	0.67	0.72	0.79	0.81	0.85
	disk blur	PSNR	20.63	21.92	22.15	22.65	22.88
		SSIM	0.76	0.83	0.84	0.85	0.89
Baboon image	motion blur	PSNR	30.38	30.52	30.62	30.65	30.70
		SSIM	0.87	0.95	0.96	0.96	0.98
	Gauss blur	PSNR	26.16	26.16	26.37	26.44	26.68
		SSIM	0.78	0.87	0.85	0.87	0.90
	disk blur	PSNR	28.77	28.51	28.58	28.63	29.72
		SSIM	0.85	0.90	0.91	0.93	0.95

5.2 主观效果对比

通过直观的视觉感官来对比复原效果，现给出实验得到的复原图像情况，如图 2~图 4 所示。图 2、图 3、图 4 分别为不同模糊核处理下，通过三种不同的去模糊方法得到的复原效果。可以看出，文献[4]算法虽然能恢复出一定的图像信息，但是容易产生平滑现象；文献[14]相比于文献[4]，能够恢复出更多的图像边缘和纹理细节信息，但是还存在一定的局限性，恢复出来的图像效果不是特别清晰。文献[12]使用了去除振铃的方法，相比于上述两种算法，图像复原效果相对更好；文献[15]采用了混合的去模糊方法，从复原效果来看，复原图像比文献[4]、文献[14]以及文献[12]的更清晰，尤其是纹理细节方面。而相比于上述四种算法，本文算法得到的边缘轮廓更为清晰，恢复出了更多的图像边缘信息和纹理细节信息，显著改善模糊图像的复原效果，使得复原图像更接近于原始图像。综上所述，本文算法更优于传统的去模糊方法，也可以充分说明本文算法具有更加优越的去模糊性能。

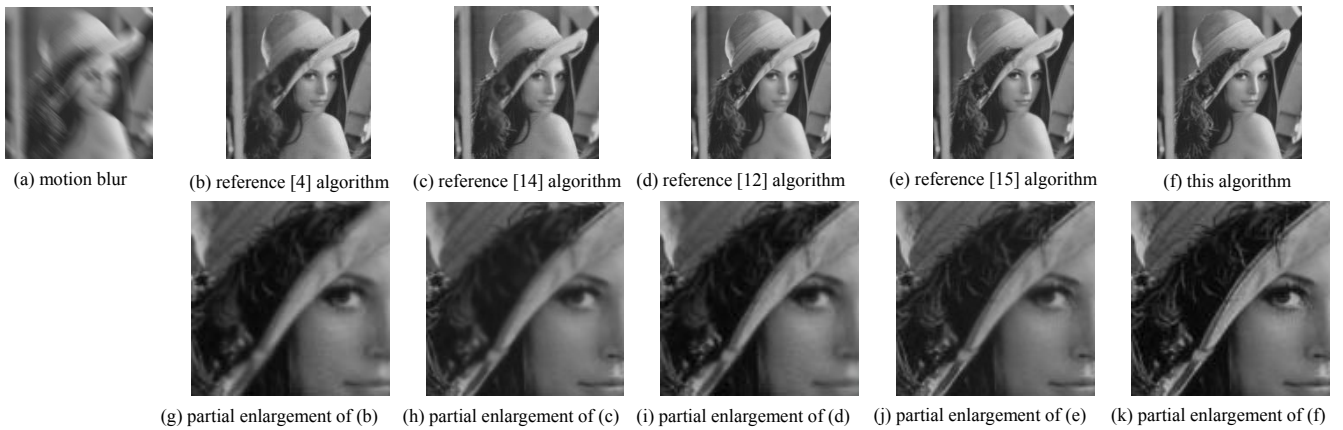


Fig.2 Effect of removing motion blur for different algorithms

图 2 不同算法的去运动模糊效果

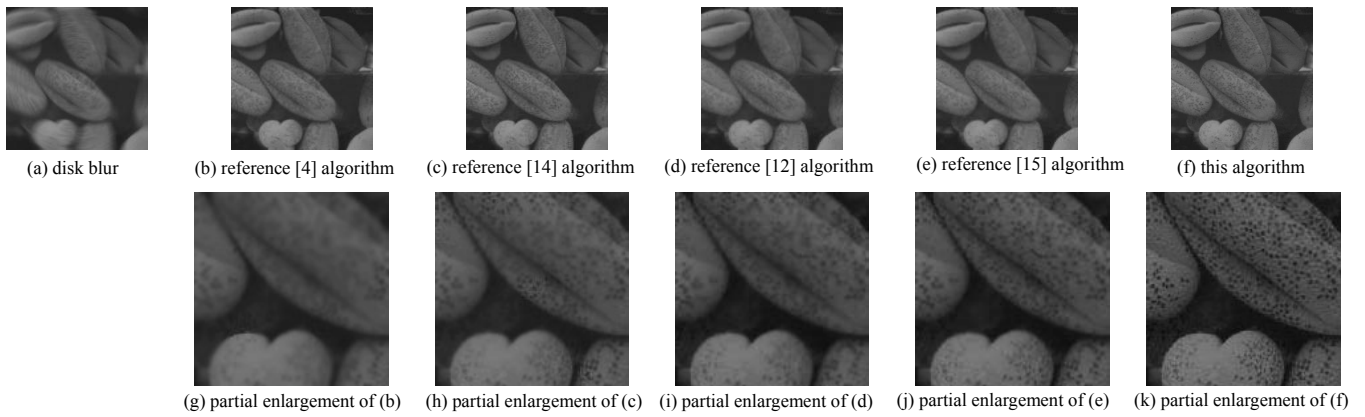


Fig.3 Effect of removing disk blur for different algorithms

图 3 不同算法的去圆盘模糊效果

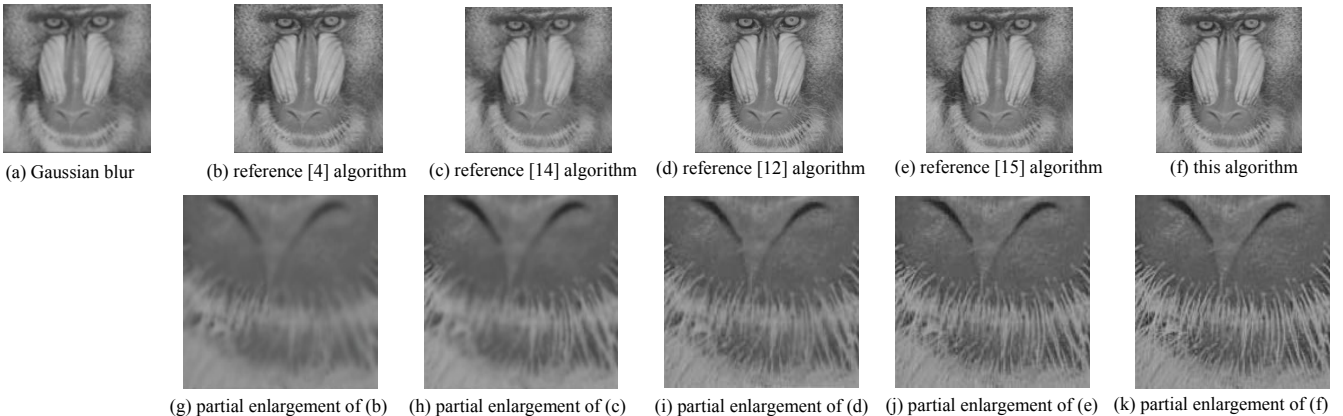


Fig.4 Effect of removing Gaussian blur for different algorithms

图 4 不同算法的去高斯模糊效果

## 6 结论

本文采用多分辨率图像金字塔策略,将正则化振铃项融入到全变差正则化模型,提出一种基于振铃约束的全变差正则化图像去模糊模型。结合一阶原始对偶算法来实现算法优化,实现对模糊退化函数的估计和原始清晰图像的复原。对比数据显示,所提算法具备更为理想的去模糊性能,所复原的图像呈现出更高的峰值信噪比和结构相似度,可以更好地保持图像边缘与纹理信息。

### 参考文献:

- [1] 杜振龙,施颖,李晓丽. 基于环境光差异的图像去雾算法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2019,17(6):1078–1085. (DU Zhenglong,SHI Ying,LI Xiaoli. An image dehazing algorithm based on atmospheric difference[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2019,17(6):1078–1085.)
- [2] ZHENG Hongbo,REN Liuyan,KE Lingling. Single image fast deblurring algorithm based on hyper-Laplacian model[J]. IET Image Processing, 2019,13(3):483–490.
- [3] HUANG Jiayi,FENG Huajun,XU Zhihai. A robust deblurring algorithm for noisy images with just noticeable blur[J]. Optik, 2018,168(10):577–589.
- [4] 向雨晴,杨晓梅. 基于分数阶和非局部全变差模型的图像去模糊[J]. 计算机工程与设计, 2018,39(7):2002–2007. (XIANG Yuqing,YANG Xiaomei. Image deblurring based on fractional order and nonlocal total variation model[J]. Computer Engineering and Design, 2018,39(7):2002–2007.)
- [5] 杨晓梅,向雨晴,刘亚男. 基于分数阶全变差和自适应正则化参数的图像去模糊[J]. 工程科学与技术, 2018,50(6):205–215. (YANG Xiaomei,XIANG Yuqing,LIU Yanan. Image deblurring based on fractional total variation and adaptive regularization parameters[J]. Engineering Science and Technology, 2018,50(6):205–215.)
- [6] 李俭兵,马忍,李丹阳. 基于 Tikhonov 和全变分正则化混合约束盲去模糊方法[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2017,36(3):68–73. (LI Jianbing,MA Ren,LI Danyang. Blind fuzzy elimination method based on Tikhonov and total variation regularization[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications(Natural Science Edition), 2017,36(3):68–73.)
- [7] LYSAKER M,LUNDERVOLD A,TAI X C. Noise removal using fourth-order partial differential equation with applications to medical magnetic resonance images in space and time[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003,12(12):1579–1590.
- [8] 张素琦,刘巧红,李斌. 混合高阶全变差正则化的运动模糊图像盲复原[J]. 计算机应用研究, 2016,33(8):2530–2533. (ZHANG Suqi,LIU Qiaohong,LI Bin. Blind restoration of motion blur image based on mixed high order total variation regularization[J]. Computer Application Research, 2016,33(8):2530–2533.)
- [9] 杨常星,邵文泽,葛琦. 基于广义规范化稀疏模型的图像盲去模糊算法[J]. 计算机应用研究, 2017,34(8):2533–2537. (YANG Changxing,SHAO Wenzhe,GE Qi. Blind image deblurring algorithm based on generalized normalized sparse model[J]. Computer Application Research, 2017,34(8):2533–2537.)
- [10] MALITSKY Y,POCK T. A first order primal dual algorithm with linesearch[J]. Siam Journal on Optimization, 2018, 28(1):411–432.
- [11] LIU Xinwu. Primal-dual method for hybrid regularizers-based image restoration with impulse noise[J]. Circuits System and Signal Processing, 2019,38(3):1318–1332.
- [12] MOSLEH Ali,SOLA Yasser-elmi,ZARGARI Farzad. Explicit ringing removal in image deblurring[J]. Image Process, 2018, 27(2):580–593.
- [13] OM Prakash,ASHISH Khare. Medical image denoising based on soft thresholding using biorthogonal multiscale wavelet transform[J]. International Journal of Image and Graphics, 2014,14(1):1011–1019.
- [14] 张凯,李敏. 基于非凸  $L_p$  范数和  $G$ -范数的图像去模糊模型[J]. 现代电子技术, 2017,39(5):85–88. (ZHANG Kai,LI Min. Image deblurring model based on nonconvex  $L_p$  norm and  $G$ -norm[J]. Modern Electronic Technology, 2017,39(5):85–88.)
- [15] 王司雨,李良荣,顾平等. 一种混合的单图像去运动模糊方法[J]. 电子技术应用, 2019,45(9):81–84. (WANG Siyu,LI Liangrong,GU Ping,et al. A hybrid single image de-motion blur method[J]. Application of Electronic Technology, 2019,45(9):81–84.)
- [16] SINGH K,VISHWAKARMA D K,WALIA G S. Blind image deblurring via gradient orientation-based clustered coupled sparse dictionaries[J]. Pattern Analysis and Applications, 2019,22(2):549–558.
- [17] 张婉如. 结合 SVD 的非下采样 Shearlet 变换域下的数字水印研究[D]. 西安:西北大学, 2017:32–43. (ZHANG Wanru. Research on digital watermarking in SVD non-subsampled Shearlet transform domain[D]. Xi'an,China:Northwest University, 2017:32–43.)
- [18] ZHENG Hongbo,REN Liuyan,KE Lingling. Single image fast deblurring algorithm based on hyper-Laplacian model[J]. IET Image Processing, 2019,13(3):483–490.