

文章编号: 2095-4980(2021)03-0419-07

基于 STF 和 7thCQKF 的状态突变系统跟踪算法

施丽红¹, 孙海燕²

(1.江苏商贸职业学院 电商与物流学院, 江苏 南通 226011; 2.南通大学 江苏省专用集成电路设计重点实验室, 江苏 南通 226019)

摘要: 针对传统非线性滤波算法对状态突变的鲁棒性较差, 存在跟踪缓慢甚至失效的问题, 提出了强跟踪七阶正交容积卡尔曼滤波(ST-7thCQKF)算法。算法将对非线性系统滤波效果良好的七阶正交容积卡尔曼滤波(7thCQKF)与强跟踪滤波(STF)融合, 通过在 7thCQKF 的预测协方差中引入渐消因子调节增益矩阵, 提高算法对状态突变系统的跟踪效果。仿真和实验结果表明, ST-7thCQKF 能够较好地处理状态突变系统的跟踪问题。

关键词: 状态突变; 七阶正交容积卡尔曼滤波; 强跟踪滤波; 强跟踪容积卡尔曼滤波

中图分类号: TN820.4; TP953

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2020242

Tracking algorithm for system with abrupt state change based on STF and 7thCQKF

SHI Lihong¹, SUN Haiyan²

(1.Electronic Commerce and Logistics Department, Jiangsu Vocational College of Business, Nantong Jiangsu 226011, China;
2.Jiangsu Key Laboratory of ASIC Design, Nantong University, Nantong Jiangsu 226019, China)

Abstract: Aiming to the problem that traditional nonlinear filters have bad robustness for abrupt state change system, the tracking is slow and even becomes invalid, Strong Tracking seventh-degree Cubature Quadrature Kalman Filter(ST-7thCQKF) is proposed. The algorithm fuses seventh-degree Cubature Quadrature Kalman Filter(7thCQKF), which shows good filtering effect for nonlinear system, with Strong Tracking Filter(STF), the tracking precision of abrupt state change system is improved through introducing fading factor into the prediction error covariance of 7thCQKF to adjust the gain matrix in filter process. The simulation and experiment results show that, ST-7thCQKF can well deal with the problem of state tracking for system with abrupt state.

Keywords: abrupt state change; seventh-degree Cubature Quadrature Kalman Filter; Strong Tracking Filter; Strong Tracking Cubature Kalman Filter

卡尔曼滤波(Kalman Filter, KF)开创了现代滤波理论, 由于其迭代方式简单, 成为处理线性系统状态估计的强大工具。随着系统复杂度的提高, 学者们对非线性滤波算法开展了大量研究。目前研究较多的非线性滤波算法包括扩展卡尔曼(Extended Kalman Filter, EKF)^[1-3]、不敏卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)^[4-6]、容积卡尔曼滤波(Cubature Kalman Filter, CKF)^[7-9]等, 其中, CKF 因对非线性系统具有良好跟踪性能而得到广泛研究。文献[10]基于五阶球面-径向准则提出五阶容积卡尔曼滤波(fifth-degree CKF, 5thCKF), 在增多采样点的基础上, 提高对非线性系统跟踪精确度。文献[11]基于七阶规则, 提出七阶正交容积卡尔曼滤波(7thCQKF), 在采样个数增多的情况下, 获取比三阶、五阶算法更高的跟踪精确度。传统非线性滤波算法在系统达到平稳状态时, 增益矩阵趋于极小值, 状态出现突变情况下, 残差会增大, 但此时增益矩阵仍保持极小值, 难以及时调整增益矩阵, 导致跟踪缓慢甚至会出现跟踪失效现象。强跟踪滤波(STF)理论通过在预测协方差中引入渐消因子, 对滤波的增益矩阵及时调整, 增强算法对状态突变的鲁棒性。文献[12]将 EKF 与 STF 结合, 在预测协方差中引入渐消因子, 提高 EKF 的鲁棒性。文献[13]在 UKF 的预测协方差中引入渐消因子, 在提高算法鲁棒性的同时, 获取比 EKF 框架下算法更高的跟踪精确度。文献[14-15]在容积卡尔曼滤波(Square-root CKF, SCKF)框架下融入强跟踪思想, 进一步提高对状态突变非线性系统跟踪效果。基于相同思想, 将 7thCQKF 与 STF 结合,

收稿日期: 2020-05-27; 修回日期: 2020-06-16

基金项目: 江苏省第五期“333 工程”科研资助计划资助项目(BRA2018220)

作者简介: 施丽红(1976-), 女, 硕士, 副教授, 主要研究方向为智能算法及应用、图像处理。email:sgmki02@163.com

可提高状态突变非线性系统的跟踪精确度和鲁棒性。本文针对此问题,提出基于 STF 和 7thCQKF 的状态突变系统跟踪算法——强跟踪七阶正交容积卡尔曼滤波(ST-7thCQKF)算法。

1 七阶正交球-半径准则

考虑离散非线性系统为:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k,k-1} \\ \mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}_k \in R^n$ 为系统状态; $f(*)$ 和 $h(*)$ 为已知的状态函数和量测函数; $\mathbf{z}_k \in R^m$ 为系统状态 \mathbf{x}_k 的量测向量; $\mathbf{w}_{k,k-1}$ 和 \mathbf{v}_k 为相互独立的状态噪声和量测噪声, 都为零均值的高斯白噪声。且有:

$$\begin{cases} E(\mathbf{w}_{k,k-1}\mathbf{w}_{k,k-1}^T) = \mathbf{Q}_{k,k-1} \\ E(\mathbf{v}_k\mathbf{v}_k^T) = \mathbf{R}_k \end{cases} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{Q}_{k,k-1}$ 和 \mathbf{R}_k 分别为过程噪声协方差和量测噪声协方差。

7thCQKF 在传统高阶球面-径向准则的基础上, 扩展了采样准则, 确定了 7thCQKF 的采样方法, 提升对非线性系统的滤波精确度。对任意函数的多维权重积分:

$$I(f) = \int_{R^n} f(\mathbf{x}) \exp(-\mathbf{x}^T \mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3)$$

可将上式分解为两类积分, 即线性积分和球面积分两类。对于线性积分部分, 7thCQKF 采用高斯-拉盖尔正交准则(Guideline of Gauss-Laguerre Quadrature, GGLQ), 以正交点近似:

$$\int_{\lambda=0}^{\infty} g(\lambda) \lambda^a e^{-\lambda} d\lambda \approx \sum_{i'=1}^{n'} \zeta_{i'} f(\lambda_{i'}) \quad (4)$$

式中: $\lambda_{i'}$ 为正交采样点; n' 为近似阶数; $\zeta_{i'}$ 为对应正交采样点的权重。有:

$$L_{n'}^a = (-1)^{n'} \lambda^{-a} e^{\lambda} \frac{d^{n'}}{d\lambda^{n'}} \lambda^{a+n'} e^{-\lambda} = 0 \quad (5)$$

参数 $a = n/2 - 1$, n 为系统的维数。当系统维数确定条件下, 通过式(5)可以计算出 n' 个正交采样点 $\lambda_{i'} (i' = 1, 2, \dots, n')$ 。正交采样点的权重为:

$$\zeta_{i'} = \frac{(n')\Gamma(a+n'+1)}{\lambda_{i'} [L_{n'}^a |_{\lambda=\lambda_{i'}}]^2} \quad (6)$$

式中 $\Gamma(*)$ 表示 Gamma 函数。当 $n'=7$ 时, 计算系统维数 n 下的正交采样点, 完成对线性积分部分的七阶近似。

对于球面积分部分, 7thCQKF 基于拉格朗日插值定理, 构成对积分的七阶近似:

$$\int_{U_n} f(rz) d\sigma(z) = \sigma_{h1} f(h1) + \sigma_{h2} f(h2) + \sigma_{h3} f(h3) \quad (7)$$

式中: $f(h1)$ 表示对函数 $f(*)$ 进行一次 $h1$ 采样; $f(h2)$ 表示对函数 $f(*)$ 进行一次 $h2$ 采样; $f(h3)$ 表示对函数 $f(*)$ 进行一次 $h3$ 采样。

$h1$ 采样包括点集 $\{e_j\}$ 和 $\{-e_j\}$, e_j 表示单位矩阵的第 j 列, 有 $2n$ 个采样点。

$h2$ 采样包括点集 $\{m1\}, \{m2\}, \{m3\}$ 和 $\{m4\}$, 分别表示为:

$$\{m1\} = \left\{ \sqrt{\frac{2}{3}} e_j + \sqrt{\frac{1}{3}} e_l, j < l, j, l = 1, 2, \dots, n \right\} \quad (8)$$

$$\{m2\} = \left\{ \sqrt{\frac{2}{3}} e_j - \sqrt{\frac{1}{3}} e_l, j < l, j, l = 1, 2, \dots, n \right\} \quad (9)$$

$$\{m3\} = \left\{ \sqrt{\frac{1}{3}} e_j + \sqrt{\frac{2}{3}} e_l, j < l, j, l = 1, 2, \dots, n \right\} \quad (10)$$

$$\{m4\} = \left\{ \sqrt{\frac{1}{3}} e_j - \sqrt{\frac{2}{3}} e_l, j < l, j, l = 1, 2, \dots, n \right\} \quad (11)$$

$h3$ 采样包括点集 $\{m5\}, \{m6\}, \{m7\}$ 和 $\{m8\}$, 分别表示为:

$$\{m5\} = \{e_i + e_j + e_k, \quad i < j < k, \quad i, j, k = 1, 2, \dots, n\} \tag{12}$$

$$\{m6\} = \{e_i + e_j - e_k, \quad i < j < k, \quad i, j, k = 1, 2, \dots, n\} \tag{13}$$

$$\{m7\} = \{e_i - e_j + e_k, \quad i < j < k, \quad i, j, k = 1, 2, \dots, n\} \tag{14}$$

$$\{m8\} = \{e_i - e_j - e_k, \quad i < j < k, \quad i, j, k = 1, 2, \dots, n\} \tag{15}$$

通过以上 3 种采样的组合，7thCQKF 完成球面积分的七阶近似。

在七阶线性积分和七阶球面积分基础上，7thCQKF 将多维权重积分表达为：

$$I(f) = \sum_{i=1}^7 \{A_i f(\sqrt{2\lambda_i}h1) + B_i f(\sqrt{2\lambda_i}h2) + C_i f(\sqrt{2\lambda_i}h3)\} \tag{16}$$

$$A_i = \frac{315(2n^2 - 15n + 43)(n+12)(n+10)(n+8)(n+6)}{2^6 \lambda_i [\dot{L}_7^\alpha |_{\lambda=\lambda_i}]^2} \tag{17}$$

$$B_i = \frac{2835(5-n)(n+12)(n+10)(n+8)(n+6)}{2^8 \lambda_i [\dot{L}_7^\alpha |_{\lambda=\lambda_i}]^2} \tag{18}$$

$$C_i = \frac{8505(n+12)(n+10)(n+8)(n+6)}{2^9 \lambda_i [\dot{L}_7^\alpha |_{\lambda=\lambda_i}]^2} \tag{19}$$

可归纳为：

$$I(f) = \sum_{i''=1}^{14n(2n^2+1)/3} \zeta_{i''} f(\varepsilon_{i''}) \tag{20}$$

$$\varepsilon_{i''} = \begin{cases} \sqrt{2\lambda_i} \{h1\}_{i''-2n(i-1)}, & i'' = 1, \dots, 14n \\ \sqrt{2\lambda_i} \{h2\}_{i''-4n(n-1)(i-1)}, & i'' = 14n+1, \dots, 28n^2-14n \\ \sqrt{2\lambda_i} \{h3\}_{i''-(4/3)n(n-1)(n-2)(i-1)}, & i'' = 28n^2-14n+1, \dots, (28/3)n(n-1)(n-2)+28n^2-14n \end{cases} \tag{21}$$

$$\zeta_{i''} = \begin{cases} A_i, & i'' = 1, \dots, 14n \\ B_i, & i'' = 14n+1, \dots, 28n^2-14n \\ C_i, & i'' = 28n^2-14n+1, \dots, (28/3)n(n-1)(n-2)+28n^2-14n \end{cases} \tag{22}$$

式中 $i=1,2,\dots,7$ 。7thCQKF 具有与 CKF 相同的滤波框架，时间更新和量测更新过程与 CKF 相似，主要区别在于采样点确定方式和权重不同，在此不做赘述，详见文献[7-9]。

2 ST-7thCQKF 算法

2.1 STF 理论

传统非线性滤波算法，如 EKF,UKF 和 CKF 等，在跟踪趋于稳定后，增益矩阵趋于最小值，导致其对状态突变的鲁棒性较差。而 STF 则通过在预测协方差中引入渐消因子，实现对增益矩阵的调整，从而提高对突变的鲁棒性。STF 有：

$$E[(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k})(\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k|k})^T] = \min \tag{23}$$

$$E[\xi_{j+l} \xi_j^T] = 0 \quad j=0,1,\dots \quad l=1,2,\dots \tag{24}$$

式中 ξ 表示残差向量：

$$\xi_j = \zeta_j - \hat{\zeta}_{j|j-1} \tag{25}$$

强跟踪滤波保证状态变量的残差序列处于正交状态，当系统状态发生突变时，残差序列的正交性就会被打破，STF 通过调整预测协方差，使得该正交性仍然成立，实现状态突变情况下系统的状态跟踪。

文献[14]推导了 SCKF 框架下 STF 渐消因子计算公式，为：

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda_0, & \lambda_0 > 1 \\ 1, & \lambda_0 \leq 1 \end{cases}, \quad \lambda_0 = \frac{\text{tr}[N_k]}{\text{tr}[M_k]} \tag{26}$$

式中 $\text{tr}(\ast)$ 操作表示计算矩阵迹，有：

$$N_k = V_k - (P'_{xz,k|k-1})^T (P'_{k|k-1})^{-1} Q_{k-1} (P'_{k|k-1})^{-1} P'_{xz,k|k-1} - R_k \tag{27}$$

式中： $P'_{xz,k|k-1}$ 为引入渐消因子之前的交叉协方差矩阵； $P'_{k|k-1}$ 为引入渐消因子之前的预测协方差矩阵。

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{P}'_{zz,k|k-1} - \mathbf{V}_k + \mathbf{N}_k \quad (28)$$

式中 $\mathbf{P}'_{zz,k|k-1}$ 为引入渐消因子前的输出预测协方差。另有：

$$\mathbf{V}_k = \begin{cases} \boldsymbol{\xi}_1 \boldsymbol{\xi}_1^T, & k=1 \\ \frac{\rho \mathbf{V}_{k-1} + \boldsymbol{\xi}_k \boldsymbol{\xi}_k^T}{1+\rho}, & k \geq 2 \end{cases} \quad (29)$$

式中 ρ 为遗忘因子，有 $0 < \rho \leq 1$ ，一般选取值为 $0.95^{[15]}$ 。

2.2 ST-7thCQKF

将渐消因子的计算引入 7thCQKF 的预测协方差中，实时调整增益矩阵，提出 ST-7thCQKF 算法，提高对状态突变非线性系统跟踪的鲁棒性。算法可概括如下：

- 1) 假设状态估计初始值为 $\hat{\mathbf{x}}_{0|0}$ ，初始协方差为 $\mathbf{P}_{0|0}$ 。
- 2) 在估计时刻内，依据 7thCQKF 进行时间更新。获取未引入渐消因子前的预测协方差 $\mathbf{P}'_{k|k-1}$ 。首先进行容积点的计算：

$$\mathbf{P}_{k-1|k-1} = \mathbf{S}_{k-1|k-1} (\mathbf{S}_{k-1|k-1})^T \quad (30)$$

$$\mathbf{x}'_{k-1|k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k-1|k-1} + \mathbf{S}_{k-1|k-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{i'} \quad (31)$$

式中 $\boldsymbol{\varepsilon}_{i'}$ 为 7thCQKF 的采样规则。

时间更新：

$$\mathbf{x}'_{k|k-1} = f(\mathbf{x}'_{k-1|k-1}) \quad (32)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} = \sum_{i'=1}^{14n(2n^2+1)/3} \zeta_{i'} \mathbf{x}'_{k|k-1} \quad (33)$$

$$\mathbf{P}'_{k|k-1} = \sum_{i'=1}^{14n(2n^2+1)/3} \zeta_{i'} \mathbf{x}'_{k|k-1} (\mathbf{x}'_{k|k-1})^T - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} (\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (34)$$

式中 $\zeta_{i'}$ 为 7thCQKF 对应采样点的权重。

- 3) 计算渐消因子。进行未引入渐消因子前的容积点计算：

$$\mathbf{P}'_{k|k-1} = \mathbf{S}'_{k|k-1} (\mathbf{S}'_{k|k-1})^T \quad (35)$$

$$\mathbf{x}'_{k|k-1} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{S}'_{k|k-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{i'} \quad (36)$$

传播未引入渐消因子前的容积点：

$$\mathbf{z}'_{k|k-1} = h(\mathbf{x}'_{k|k-1}) \quad (37)$$

计算未引入渐消因子前的量测预测值：

$$\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} = \sum_{i'=1}^{14n(2n^2+1)/3} \mathbf{z}'_{k|k-1} \quad (38)$$

计算未引入渐消因子前的交叉协方差和输出预测协方差：

$$\mathbf{P}'_{xz,k|k-1} = \sum_{i'=1}^{14n(2n^2+1)/3} \zeta_{i'} \mathbf{x}'_{k|k-1} (\mathbf{z}'_{k|k-1})^T - \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} (\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})^T \quad (39)$$

$$\mathbf{P}'_{zz,k|k-1} = \sum_{i'=1}^{14n(2n^2+1)/3} \zeta_{i'} \mathbf{z}'_{k|k-1} (\mathbf{z}'_{k|k-1})^T - \hat{\mathbf{z}}_{k|k-1} (\hat{\mathbf{z}}_{k|k-1})^T + \mathbf{R}_k \quad (40)$$

计算：

$$\mathbf{V}_k = \begin{cases} \boldsymbol{\xi}_1 \boldsymbol{\xi}_1^T & k=1 \\ \frac{\rho \mathbf{V}_{k-1} + \boldsymbol{\xi}_k \boldsymbol{\xi}_k^T}{1+\rho} & k \geq 2 \end{cases} \quad (41)$$

$$\mathbf{N}_k = \mathbf{V}_k - (\mathbf{P}'_{xz,k|k-1})^T (\mathbf{P}'_{k|k-1})^{-1} \mathbf{Q}_{k-1} (\mathbf{P}'_{k|k-1})^{-1} \mathbf{P}'_{xz,k|k-1} - \mathbf{R}_k \quad (42)$$

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{P}'_{zz,k|k-1} - \mathbf{V}_k + \mathbf{N}_k \quad (43)$$

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda_0, \lambda_0 > 1 \\ 1, \lambda_0 \leq 1 \end{cases}, \lambda_0 = \frac{\text{tr}[\mathbf{N}_k]}{\text{tr}[\mathbf{M}_k]} \quad (44)$$

4) 将渐消因子引入预测协方差矩阵。有：

$$P_{k|k-1} = \lambda_k P'_{k|k-1} \tag{45}$$

5) 以状态预测值 $\hat{x}_{k|k-1}$ 以及引入渐消因子的预测协方差 $P_{k|k-1}$ ，依据 7thCQKF 进行量测更新。引入渐消因子后的容积点计算：

$$P_{k|k-1} = S_{k|k-1} (S_{k|k-1})^T \tag{46}$$

$$x_{k|k-1}^{i' \times \times} = \hat{x}_{k|k-1} + S_{k|k-1} \varepsilon_{i'} \tag{47}$$

传播引入渐消因子后的容积点：

$$z_{k|k-1}^{i' \times \times} = h(x_{k|k-1}^{i' \times \times}) \tag{48}$$

计算引入渐消因子后的量测预测值：

$$\hat{z}'_{k|k-1} = \sum_{i'=1}^{14n(2n^2+1)/3} z_{k|k-1}^{i' \times \times} \tag{49}$$

计算引入渐消因子后的交叉协方差和输出预测协方差：

$$P_{xz,k|k-1} = \sum_{i'=1}^{14n(2n^2+1)/3} \zeta_{i'} x_{k|k-1}^{i' \times \times} (z_{k|k-1}^{i' \times \times})^T - \hat{x}_{k|k-1} (\hat{z}'_{k|k-1})^T \tag{50}$$

$$P_{zz,k|k-1} = \sum_{i'=1}^{14n(2n^2+1)/3} \zeta_{i'} z_{k|k-1}^{i' \times \times} (z_{k|k-1}^{i' \times \times})^T - \hat{z}'_{k|k-1} (\hat{z}'_{k|k-1})^T + R_k \tag{51}$$

计算增益矩阵：

$$K_k = P_{xz,k|k-1} (P_{zz,k|k-1})^{-1} \tag{52}$$

更新状态和协方差：

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (z_k - \hat{z}'_{k|k-1}) \tag{53}$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k P_{zz,k|k-1} K_k^T \tag{54}$$

3 实验验证

3.1 仿真分析

采用二维平面中纯方位系统的跟踪问题对所提算法的有效性进行验证。纯方位跟踪系统采用两个传感器跟踪移动目标状态，且都只能获取状态的方位角量测。北方向为坐标轴 Y 轴，东方向为坐标轴 X 轴，第一个传感器 A 置于坐标轴原点位置，第二个传感器 B 位于 A 的东方向 d 距离处。

系统状态定义为 $[x_{1,k}, x_{2,k}, y_{1,k}, y_{2,k}]^T$ ，其中， $x_{1,k}, y_{1,k}$ 分别为 X, Y 轴上的位置分量， $x_{2,k}, y_{2,k}$ 为对应的速度分量。目标匀速运动，其状态函数为：

$$x_k = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_{k-1} + w_{k,k-1} \tag{55}$$

其中，采样间隔 $T=1$ 。量测函数为：

$$z_k = h(x_k) = \begin{bmatrix} \arccos(x_{1,k} / \sqrt{x_{1,k}^2 + y_{1,k}^2}) \\ \arccos[(x_{1,k} - d) / \sqrt{(x_{1,k} - d)^2 + y_{1,k}^2}] \end{bmatrix} + v_k \tag{56}$$

过程噪声和量测噪声均为零均值高斯白噪声，且：

$$Q_{k,k-1} = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_1 \end{bmatrix}, \quad Q_1 = \begin{bmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{bmatrix} \tag{57}$$

$$R_k = \text{diag}\{0.002, 0.002\} * \pi / 180 \tag{58}$$

目标初始状态：

$$x_0 = [100, 5, 150, 10]^T \tag{59}$$

$$P_0 = \text{diag}\{8, 0.01, 8, 0.01\}$$

仿真蒙特卡洛次数均为 100 次，仿真时间为 50 s。对比算法分别为 7thCQKF 和 ST-CKF 算法。

在系统状态发生突变的条件下，对 3 种算法进行对比，目标状态在第 20 s 时，设置 X 轴位置分量向负方向移动 100。X 轴位置、Y 轴位置的均方根误差对比如图 1 和图 2 所示。

对图 1 和图 2 中跟踪结果进行统计，并对三种算法的仿真时间进行统计，结果如表 1 所示。

通过图 1、图 2 和表 1 结果可以看出，在跟踪时刻 20 s 之前，系统状态不发生突变的情况下，ST-7thCQKF 的精确度与 7thCQKF 的跟踪精确度相当，且都优于 ST-CKF。这是因为在系统状态不发生突变情况下，算法的预测协方差会趋于最小值，不用做出实时调整，ST-7thCQKF 等同于 7thCQKF，ST-CKF 等同于 CKF，7thCQKF 采用更多采样点对系统的非线性进行拟合，可获取更高的跟踪精确度。

在时刻 20 s 时，系统状态发生突变，7thCQKF 的跟踪误差变大，而对于 ST-7thCQKF 与 ST-CKF，ST-7thCQKF 的跟踪精确度最优。这是由于在系统状态发生突变情况下，7thCQKF 的预测协方差没能做出及时有效的调整，进而影响增益矩阵与残差的乘积。ST-CKF 和 ST-7thCQKF 引入渐消因子，能够及时调整预测协方差，能够获取对状态突变的良好鲁棒性，且 ST-7thCQKF 采用对非线性系统具有良好滤波精确度的 7thCQKF 作为框架，对突变的跟踪精确度最高。

在时刻 30 s 以后，各算法的预测协方差都趋于稳定，跟踪精确度与前 20 s 效果相近似，其原理也相同。从仿真结果看，ST-7thCQKF 能够获取比 7thCQKF,ST-CKF 都好的跟踪精确度，但采用大量容积点计算且引入渐消因子，其计算耗时也是最大的。

3.2 实验分析

本节以双 E 型弹性体六维力传感器为实验对象，验证本文算法的有效性。六维力传感器标定实验台如图 3 所示。从标定数据库中抽取三组值进行分析，第一组为恒载输出电压(理想值 25 mV)，第二组为卸载输出电压(理想值 10 mV)，第三组为加载电压(理想值为 50 mV)。设置两种情况：一是从 0~25 s 为恒载，26 s 进行卸载，26~50 s 为卸载状态；二是从 0~25 s 为恒载，26 s 进行加载，26~50 s 为加载状态。分别采用 ST-CKF、ST-7thCQKF 对电压进行滤波，过程噪声和量测噪声分别为 $Q_k=3, R_k=20$ ，对两种情况的滤波结果如图 4 和图 5 所示。对卸载和加载电压两种情况下量测、ST-CKF 和 ST-7thCQKF 的误差绝对值进行统计，如表 2 所示。从图 4、图 5 和表 2 的结果可以看出，对于卸载和加载电压引起的状态突变，ST-CKF 和 ST-7thCQKF 都能较好跟踪，且 ST-7thCQKF 的整体滤波精确度优于 ST-CKF。



Fig.3 Calibration experiment platform of six-dimensional force sensor
图 3 六维力传感器标定实验台

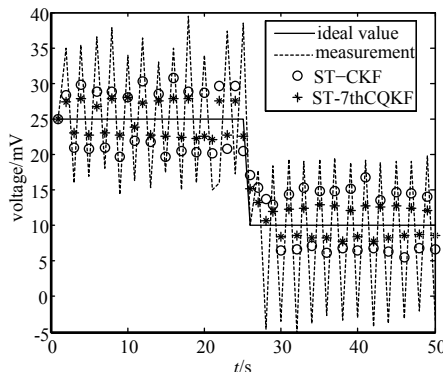


Fig.4 Filtering results of unloading voltage
图 4 卸载电压滤波结果

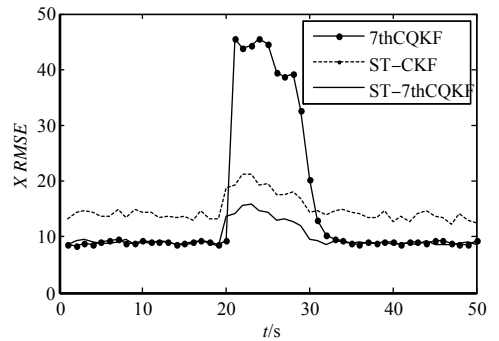


Fig.1 Comparison of RMSE for position on X axis
图 1 X 轴位置 RMSE 对比

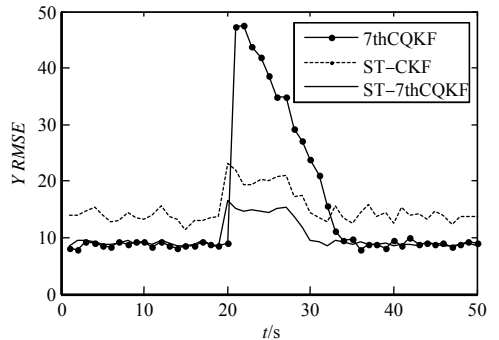


Fig.2 Comparison of RMSE for position on Y axis
图 2 Y 轴位置 RMSE 对比

表 1 三种算法性能对比

Table1 Comparison of algorithm performance			
method	X axis RMSE	Y axis RMSE	consumed time/s
7thCQKF	15.2	15.4	6.7
ST-CKF	14.5	15.1	0.2
ST-7thCQKF	9.4	9.9	6.9

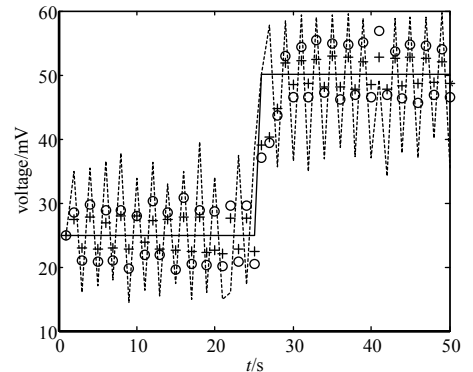


Fig.5 Filtering results of loading voltage
图 5 加载电压滤波结果

通过仿真和实验可以看出，提出的 ST-7thCQKF 不仅具备 7thCQKF 对非线性系统的良好滤波效果，同时对状态突变的鲁棒性得到有效改进。

表2 加载卸载跟踪性能对比

Table2 Performance comparison for loading and unloading voltage		
	absolute value of loading error/V	absolute value of unloading error/V
measurement	10.8	10.2
ST-CKF	4.5	4.3
ST-7thCQKF	2.6	2.5

4 结论

本文提出了强跟踪七阶正交容积卡尔曼滤波(ST-7thCQKF)算法。该算法将对非线性系统滤波效果良好的 7thCQKF 与 STF 融合，通过在 7thCQKF 的预测协方差中引入渐消因子调节增益矩阵，提高算法对状态突变系统的跟踪效果。仿真和实验结果表明，ST-7thCQKF 能够较好处理状态突变系统跟踪问题。

参考文献：

- [1] TERTEI D T, PIAT J, DEVY M. FPGA design of EKF block accelerator for 3D visual SLAM[J]. Computer and Electrical Engineering, 2016(55):123-137.
- [2] HAJIYEW C, CILDEN D, SOMOV Y. Gyro-free attitude and rate estimation for a small satellite using SVD and EKF[J]. Aerospace Science and Technology, 2016(55):324-331.
- [3] 宁倩慧, 张艳兵, 刘莉, 等. 扩展卡尔曼滤波的目标跟踪优化算法[J]. 探测与控制学报, 2016, 38(1):90-94. (NING Qianhui, ZHANG Yanbing, LIU Li, et al. Optimization algorithm for target tracking based on extended Kalman filtering[J]. Journal of Detection and Control, 2016, 38(1): 90-94.)
- [4] ZHOU N N, HE H W, LIU Z T, et al. UKF-based sensor fault diagnosis of PMSM drives in electric vehicles[J]. Energy Procedia, 2017(42):2276-2283.
- [5] GAN X S, GAO W M, DAI Z, et al. Research on WNN soft fault diagnosis for analog circuit based on adaptive UKF algorithm[J]. Applied Soft Computing, 2017(50):252-259.
- [6] 胡傲, 冯新喜, 李鸿艳, 等. 基于 UKF 的曲线模型自适应跟踪算法[J]. 探测与控制学报, 2010, 32(2):73-77, 82. (HU Ao, FENG Xinxin, LI Hongyan, et al. Adaptive tracking algorithm of curvilinear based on unscented Kalman filter[J]. Journal of Detection and Control, 2010, 32(2):73-77, 82.)
- [7] ZHAO Y W. Performance evaluation of cubature Kalman filter in a GPS/IMU tightly-coupled navigation system[J]. Signal Processing, 2016(119):67-79.
- [8] NOSRATI K, VOLOS C, AZEMI A. Cubature Kalman filter-based chaotic synchronization and image encryption[J]. Signal Processing: Image Communication, 2017(58):35-48.
- [9] 刘振亚, 高敏, 徐路铁. 基于容积卡尔曼滤波的全捷联制导信息估计算法[J]. 探测与控制学报, 2017, 39(6):93-98, 106. (LIU Zhenya, GAO Min, XU Lutie. Strapdown guidance information estimation algorithm based on cubature Kalman filter[J]. Journal of Detection and Control, 2017, 39(6):93-98, 106.)
- [10] 李兆铭, 杨文革, 丁丹, 等. 基于五阶球面单纯形-径向容积准则的多终端一致分布式滤波定轨方法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(3):703-708. (LI Zhaoming, YANG Wenge, DING Dan, et al. Five order consensus-based distributed spherical simplex radial cubature information filter for orbit determination by multiple handheld terminals[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2017, 39(3):703-708.)
- [11] 孟东, 缪玲娟, 邵海俊, 等. 七阶正交容积卡尔曼滤波算法[J]. 航空学报, 2017, 38(1):1-12. (MENG Dong, MIAO Lingjuan, SHAO Haijun, et al. A seventh-degree cubature quadrature Kalman filter[J]. Acta Aeronautica and Astronautica Sinica, 2017, 38(1):1-12.)
- [12] ZHOU Z J, HU C H, FAN H D, et al. Fault prediction of the nonlinear systems with uncertainty[J]. Simulation Modelling Practice and Theory, 2008, 16(6):690-703.
- [13] WANG J L, FENG X Y, ZHAO L Q, et al. Unscented transformation based robust Kalman filter and its applications in fermentation process[J]. Chinese Journal of Chemical Engineering, 2010, 18(3):412-418.
- [14] 杜占龙, 李小民. 多重渐消因子强跟踪 SCKF 及其在故障参数估计中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(4):643-649. (DU Zhanlong, LI Xiaomin. Multiple fading factors strong tracking SCKF and its application in fault parameter estimation[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(4):643-649.)
- [15] GE Q B, LI W B, WEN C L. SCKF-STF-CN: a universal nonlinear filter for maneuver target tracking[J]. Journal of Zhejiang University Science C (Computer and Electronics), 2011, 12(8):678-686.