

文章编号: 2095-4980(2020)05-0889-07

## 基于改进爬山算法的微小零件亚像素级定位

邵明省

(鹤壁职业技术学院 电子信息工程学院, 河南 鹤壁 458030)

**摘要:** 为提高微小零件亚像素级定位效果, 采用改进爬山算法。将目标区域向外扩展获得调焦窗口跟踪漂移图像, 边界由像距和视角决定; 然后优化爬山搜索算法得到最优收敛解, 二维图像信息熵构成调焦图像评价函数; 改进Zernike矩算法, 通过高阶矩的模代替边缘参数, 减少了计算量, 卷积窗口矩阵构成Zernike矩的差值, 提高定位精确度; 最后给出了算法流程。实验结果显示, 改进Zernike矩偶模板比奇模板边缘亚像素定位误差小, 相比空间矩算法、多项式拟合算法、Zernike矩算法、区域生长算法和模板匹配算法, 对规则形状定位误差均值分别减少了43.24%, 21.62%, 32.43%, 27.03%和56.76%; 对不规则形状定位误差均值分别减少了39.02%, 20.15%, 26.83%, 24.39%和51.22%。本文算法定位精确度较高。

**关键词:** 改进爬山算法; Zernike矩; 亚像素级; 边缘定位

**中图分类号:** TN919.82

**文献标志码:** A

**doi:** 10.11805/TKYDA2019208

## Subpixel localization of micro-parts based on improved hill-climbing algorithm

SHAO Mingsheng

(Department of Electronic Information Engineering, Hebi Polytechnic, Hebi Henan 458030, China)

**Abstract:** Improved hill climbing algorithm is adopted in order to improve the subpixel positioning effect of micro-parts. Firstly, the focusing window is obtained by expanding the target area outward, which tracks the drift image, the boundary is determined by image distance and view angle. Secondly, the optimal convergence solution is obtained by using the optimized hill-climbing search algorithm, two-dimensional image information entropy is constituted by the focusing image evaluation function. Thirdly, modulus of higher moment of improved Zernike moment algorithm replace the edge parameters, which cut the computation amount. The convolution window matrix of difference of Zernike moment is constructed to improve the positioning accuracy. Finally, the flow of the algorithm is given. The experimental results show that the Zernike moment-even template has smaller subpixel positioning error than odd template edge method does, the improved hill-climbing algorithm is decreased by 43.24%, 21.62%, 32.43%, 27.03% and 56.76% respectively compared with spatial moment algorithm, polynomial fitting algorithm, Zernike moment algorithm, region growing algorithm and template matching algorithm about the mean of positioning error of regular shape; the improved hill-climbing algorithm is decreased by 39.02%, 21.95%, 26.83%, 24.39% and 51.22% respectively compared with spatial moment algorithm, polynomial fitting algorithm, Zernike moment algorithm, region growing algorithm and template matching algorithm about the mean of positioning error of irregular shape. The positioning accuracy of the improved hill-climbing algorithm is higher.

**Keywords:** improved hill-climbing algorithm; Zernike moment; subpixel; edge position

在工业生产线中存在大量的微小零件, 它们轻、薄且易于损坏, 通常的边缘检测方法在零件边缘位置发生偏移时无法定位, 定位精确度差, 但亚像素级边缘定位精确度优于 1 个像素级别, 因此亚像素级精确定位是零件

收稿日期: 2019-06-12; 修回日期: 2019-07-24

基金项目: 河南省高等职业学校青年骨干教师培养计划项目(2019GZGG026); 鹤壁职业技术学院青年骨干教师项目(2019HYQNJS-001)

作者简介: 邵明省(1980-), 男, 硕士, 副教授, 主要从事图像、信息处理以及应用方面的研究。email:wapinetcn@126.com

图像检测中非常重要的一个环节<sup>[1]</sup>。手工定位不仅影响工作效率,而且带来不可靠因素,直接影响产品质量和成本。在某些危险情况下,手动定位是不可能完成的,传统的定位方法不能满足其发展需要。

随着计算机识别技术的发展,零件定位精确度得到提高<sup>[2]</sup>:空间矩算法利用 6 个空间矩计算 4 个参数<sup>[3]</sup>,定位可以达到 0.1 个像素,但计算量较大;多项式拟合算法,定位精确度受拟合点数和外界噪声影响<sup>[4]</sup>;Zernike 矩利用 3 个算子提取亚像素边缘,定位精确度高,且运算效率高,但算法容易受噪声干扰<sup>[5]</sup>;区域生长法思路简单,可以分割出相同特征的连通区域,但这种方法导致分割过度和边缘检测精确度差<sup>[6]</sup>;模板匹配方法在建模过程中需要的处理时间、存储空间较多,同时算法通用性和灵活性差,有些零件并不适合该方法<sup>[7]</sup>。本文把改进爬山算法和改进 Zernike 矩算法结合,提高了亚像素级定位精确度,调焦窗口动态向外扩展,获得新的调焦窗口可以跟踪漂移图像,参数优化爬山搜索算法得到最优收敛解,卷积窗口矩阵构成 Zernike 矩的差值,实验结果显示本文算法定位精确度较高。

## 1 定位过程

### 1.1 动态选择调焦窗口

动态调焦窗口可使调焦精确度提高<sup>[8-9]</sup>。首先以目标区域  $(m,k)$  为中心,向外扩展  $p$  个像素,从而获得新的调焦窗口,从新的镜头位置获得新的图像距离,计算新的图像距离和初始聚焦窗口各边界点的视场,得到新聚焦窗口边界点的图像高度,这些边界点连接起来形成一个新的聚焦窗口,从而可以跟踪漂移图像。新调焦窗口左边界为  $L$ ,  $L = m_{\min} - p$ ,  $m_{\min}$  为目标区域左侧最小值;右边界为  $R$ ,  $R = m_{\max} + p$ ,  $m_{\max}$  为目标区域右侧最大值;上边界为  $T$ ,  $T = k_{\min} - p$ ,  $k_{\min}$  为目标区域上侧最小值;下边界为  $B$ ,  $B = k_{\max} + p$ ,  $k_{\max}$  为目标区域下侧最大值,则边界点和视角关系为:

$$\theta = \arctan\left(\frac{h_1}{d_1}\right) \quad (1)$$

式中:  $h_1$  为边界点的像高;  $d_1$  为图像边界点的像距。

若新聚焦窗口的边界超过图像接收面边界,超出部分被图像边界替换,新的对焦窗口随边界一起移动和放大,实现景物跟随。边界由像距和视角决定,则新窗口的像素总数  $P$  为:

$$P = (R - L)(B - T) = (m_{\max} - m_{\min} + 2p)(k_{\max} - k_{\min} + 2p) \quad (2)$$

### 1.2 $\beta$ -爬山搜索算法

为使得爬山搜索算法迅速收敛到局部最优解<sup>[10-11]</sup>,本文通过邻域函数、参数  $\beta$  优化爬山搜索算法,假设调焦过程评价函数  $n$  个解为  $K = (K_1, K_2, \dots, K_n)$ ,迭代后生成新的随机解为  $K' = (K'_1, K'_2, \dots, K'_n)$ ,邻域函数为  $K' = \text{improce}N(K)$ 。在每次迭代中,采用随机游走规则,则  $K$  的邻域解为:

$$\begin{cases} K'_k = K_k \pm U(0,1) \times bw \\ K'_k = LB + (UB - LB) \times U(0,1) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $k \in [1, n]$ ;  $bw$  是  $K'_k$  和  $K_k$  之间的长度;  $UB$  和  $LB$  为  $K$  的最大值和最小值。

使用参数  $\beta$  后,  $K$  分配的新值  $K'$  如下:

$$K'_k = \begin{cases} K_r, & \text{rand} \leq \beta \\ K_k, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $\beta \in [0, 1]$  为在  $K'_k$  的可能范围内随机选择  $K_r$  的概率;  $\text{rand} \in [0, 1]$  是随机数。在爬山过程中,  $\beta$  进行探索,邻域函数则进行开发,可以得到最优收敛解。

定位过程中,若调焦图像灰度分布区域广,则图像信息熵大;若离焦,则图像灰度分布区域单一,信息熵较小。整个调焦图像评价函数为:

$$E = \sum_{j=0}^{255} \sum_{i=0}^{255} (-P_{ij} \log_a P_{ij}) \quad (5)$$

式中:  $E$  为二维图像信息熵;  $P_{ij}$  为目标图像的像素灰度值  $i$  及其邻域灰度均值  $j$  的联合概率密度。

### 1.3 基于改进 Zernike 矩的零件亚像素边缘定位

调焦过程中获得的图像像素边缘存在较粗现象,定位精确度不高,误差最大为 0.5 像素,这会使得 2 个特征

点之间的像素数可能有 1 个像素的错误，像素级定位不能满足工业实际的检测要求，因此通过改进 Zernike 矩进行微小零件亚像素边缘检测，提高视觉检测中对精确度的需求<sup>[12-14]</sup>。Zernike 矩由一组单位圆内的正交基函数构成<sup>[15]</sup>，设图像  $f(x,y)$  的  $n$  阶  $m$  次 Zernike 矩为：

$$A_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \iint_{x^2+y^2=1} f(x,y)V_{nm}(\rho,\theta)dx dy \tag{6}$$

Zernike 矩离散化：

$$A_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \sum_x \sum_y f(x,y)V_{nm}(\rho,\theta) \tag{7}$$

式中： $n \geq 0$ ， $n-|m| > 0$ ，且为偶数； $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$ ， $x > -1$ ， $y < 1$ ； $V_{nm}(\rho,\theta)$  为单位圆的正交复函数多项式， $V_{nm}(\rho,\theta) = R_{nm}(\rho)e^{im\theta}$ ， $R_{nm}(\rho)$  为径向多项式。

根据 Zernike 矩的性质，图像旋转  $\theta$  角度前后的 Zernike 矩  $A_{nm}$  和  $A_{nm}'$  之间关系为：

$$A_{nm}' = A_{nm}e^{im\theta} \tag{8}$$

这样图像旋转前后 Zernike 矩的模不变，只是相角改变。

建立理想阶跃边缘模型参数： $k$  为阶跃高度， $h$  为背景灰度， $l$  为圆心到边缘的垂直距离， $\theta$  为  $l$  和  $x$  轴的夹角。如果将边缘旋转  $-\theta$ ，则边缘与  $y$  轴平行：

$$\iint_{x^2+y^2=1} f'(x,y)y dx dy = 0 \tag{9}$$

式中  $f'(x,y)$  是图像旋转后的边缘函数。

Zernike 矩的低阶矩注重图像的整体形状，高阶矩注重图像的细节信息<sup>[5]</sup>，Zernike 矩有 3 个不同阶次的矩： $A_{00}$  为低阶矩， $A_{11}$  和  $A_{20}$  为高阶矩，分别为：

$$\begin{cases} A_{00}=1 \\ A_{11}=x+iy \\ A_{20}=2x^2+2y^2+1 \end{cases} \tag{10}$$

原始图像与旋转后图像的 Zernike 矩为：

$$\begin{cases} A'_{00} = A_{00} \\ A'_{11} = A_{11}e^{i\theta} \\ A'_{20} = A_{20} \end{cases} \tag{11}$$

得到理想阶跃边缘模型的 4 个边缘参数为：

$$\begin{cases} k = \frac{3A'_{00}}{2(1-l^2)^2} \\ h = \frac{A_{20} - \frac{k\pi}{2} + k \arcsin l + kl(1+\sqrt{1+l^2})}{\pi} \\ l = \frac{A_{20}}{A'_{11}} \\ \theta = \arctan\left(\frac{\text{Im}[A_{11}]}{\text{Re}[A_{11}]}\right) \end{cases} \tag{12}$$

由于  $k$  计算量大，用  $A_{11}$  矩的模  $|A_{11}|$  代替  $k$ ： $|A_{11}| = \sqrt{\text{Re}(A_{11})^2 + \text{Im}(A_{11})^2}$ 。

设阶跃灰度阈值为  $\tau$ ，距离阈值为  $\xi$ ，单位圆模板中心周围有  $M^2$  个像素，当  $|A_{11}| \geq \tau$ ， $l \leq \xi = 1/\sqrt{2}$  时，判断被检测的像素为边缘点，亚像素边缘检测公式为：

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \frac{M}{2}l \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \tag{13}$$

在像素点  $(x_s, y_s)$  左、右各取一个最近的像素点  $(x_{s1}, y_{s1})$  和  $(x_{s2}, y_{s2})$  进行卷积， $P_1, P_2$  是以点  $(x_{s1}, y_{s1})$  和  $(x_{s2}, y_{s2})$  为中心的卷积窗口矩阵，获取点  $(x_{s1}, y_{s1})$  和  $(x_{s2}, y_{s2})$  的  $n$  阶  $m$  次 Zernike 矩的差值：

$$D_{nm} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [P_1(i,j) - P_2(i,j)] M_{nm}(i,j) \tag{14}$$

式中： $N$  为  $M_{nm}$  模板的大小； $M_{nm}$  为 Zernike 矩的模板； $(i,j)$  为模板数。本文要求  $D_{nm} < 0.0005$  即可满足定位。

算法过程：a) 动态调焦窗口获得图像；b) 改进经典爬山算法获得较优调焦图像；c) 取图像上的任一像素点，根据公式计算  $|A_{11}|, l$ ；d) 满足  $|A_{11}| \geq \tau, l \leq \xi = 1/\sqrt{2}$ ，确定该边缘点的坐标；e) 若  $D_{nm} < 0.0005$  执行步骤 f)，否则返回第 c) 步；f) 输出定位结果。

## 2 实验分析

实验装置主要由图像获取、运动控制、运动执行、控制反馈和真空吸附构成。其中图像获取由双目视觉装置构成，实现零件的位置识别；运动控制、运动反馈、运动执行对零件起输送作用；真空吸附对零件进行固定、释放；计算机内存 4 GB，CPU 为 Intel i5-8500 处理器，主频 2.8 GHz；程序运用 OpenCV 和 C++ 编写。

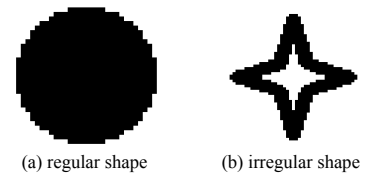


Fig.1 Parts graphics  
图 1 零件图形

### 2.1 Zernike 矩奇、偶模板对比实验

零件见图 1，利用 Zernike 矩算法、改进 Zernike 矩算法的奇、偶模板进行边缘亚像素定位，分析对比见图 2、图 3 和图 4，奇模板为  $7 \times 7$ 、 $5 \times 5$ ，偶模板为  $6 \times 6$ ， $n$  为数量。从图 2~图 4 可以看出， $5 \times 5$  奇模板比  $6 \times 6$  偶模板边缘亚像素定位误差大， $6 \times 6$  偶模板比  $7 \times 7$  奇模板边缘亚像素定位误差大，模板数越小，则定位误差越大。因为模板数越大，Zernike 矩的差值则越小，检测精确度越高。对于同样的模板，规则形状比不规则形状的误差要小，因为规则形状实际边缘比不规则形状更易于检测。

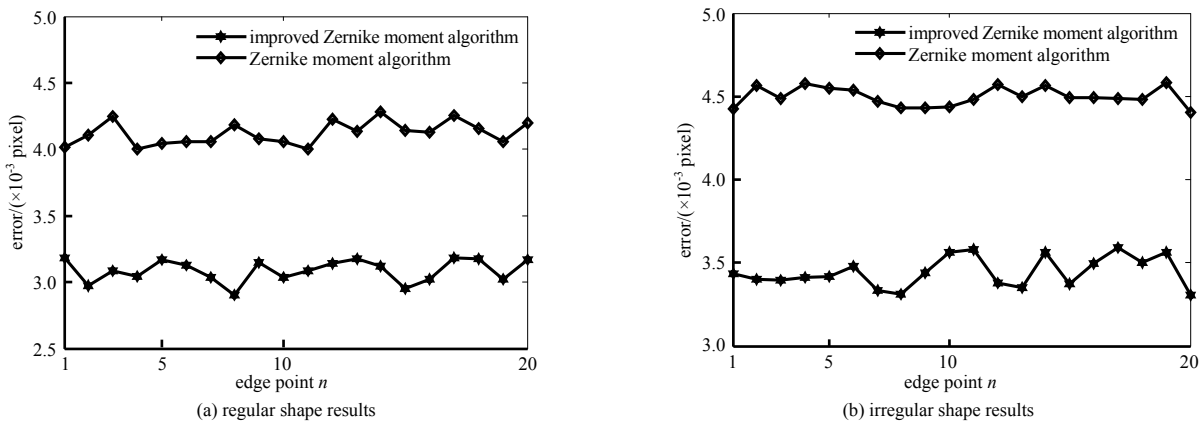


Fig.2 Results of  $5 \times 5$  template comparison  
图 2  $5 \times 5$  模板对比分析结果

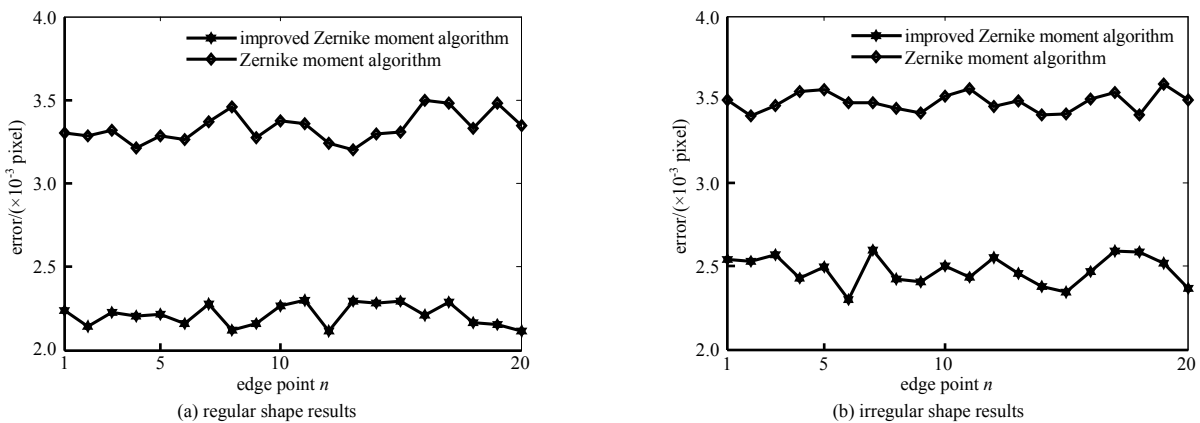


Fig.3 Results of  $6 \times 6$  template comparison  
图 3  $6 \times 6$  模板对比分析结果

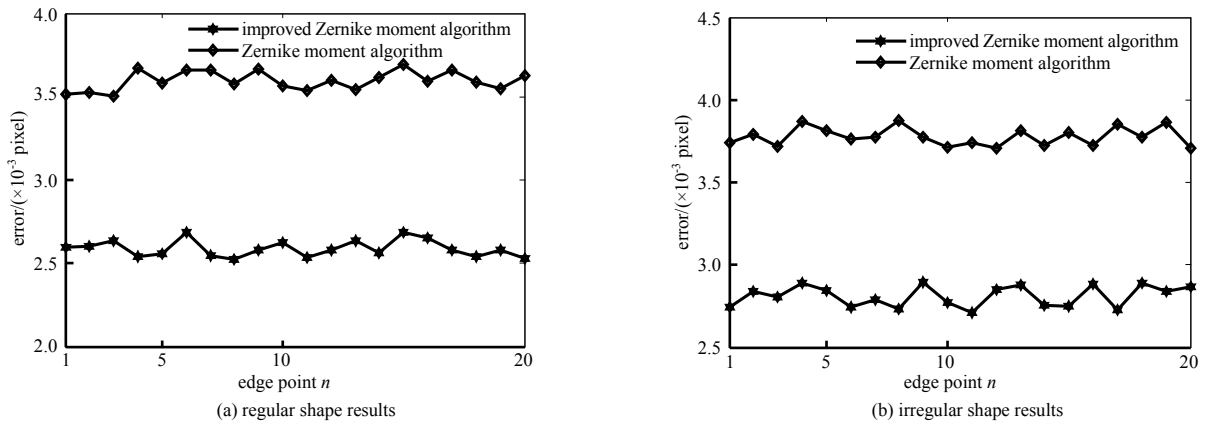


Fig.4 Results of 7×7 template comparison  
图 4 7×7 模板对比分析结果

### 2.2 定位误差分析

采用空间矩算法、多项式拟合算法、Zernike 矩算法、区域生长算法、模板匹配算法和本文算法，对图 1 的规则形状和不规则形状进行定位误差对比分析，结果见图 5。

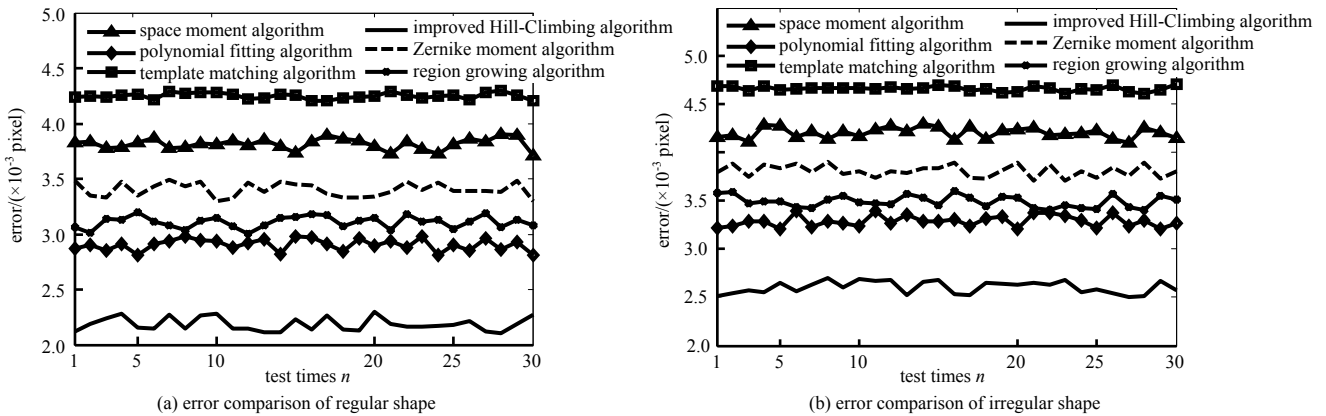


Fig.5 Comparison of positioning errors  
图 5 定位误差对比结果

从图 5 的定位误差对比结果可以看出，空间矩算法对规则形状定位误差均值为 0.003 7，不规则形状定位误差均值为 0.004 1；多项式拟合算法对规则形状定位误差均值为 0.002 9，不规则形状定位误差均值为 0.003 4；Zernike 矩算法对规则形状定位误差均值为 0.003 3，不规则形状定位误差均值为 0.003 6；区域生长算法对规则形状定位误差均值为 0.003 1，不规则形状定位误差均值为 0.003 5；模板匹配算法对规则形状定位误差均值为 0.004 2，不规则形状定位误差均值为 0.004 6；本文算法对规则形状定位误差均值为 0.002 1，不规则形状定位误差均值为 0.002 5；任何算法都是规则形状比不规则形状的定位误差要小，但本文算法定位误差要小于其他算法。相比空间矩算法、多项式拟合算法、Zernike 矩算法、区域生长算法和模板匹配算法，本文算法对规则形状的定位误差均值分别减少了 43.24%、21.62%、32.43%、27.03% 和 56.76%；对不规则形状的定位误差均值分别减少了 39.02%、21.95%、26.83%、24.39% 和 51.22%，说明本文算法定位精确度较高。

### 2.3 定位效率对比

采用空间矩算法、多项式拟合算法、Zernike 矩算法、区域生长算法、模板匹配算法和本文算法，对图 1 的规则形状和不规则形状进行定位效率对比分析，结果见图 6。从图 6 可以看出，相比空间矩算法、多项式拟合算法、Zernike 矩算法、区域生长算法和模板匹配算法，本文算法对规则形状完成定位消耗时间均值分别减少了 44.74%、25.05%、50.12%、34.38% 和 41.67%，对不规则形状完成定位消耗时间分别减少了 42.86%、20.16%、47.83%、29.41% 和 36.84%，说明本文算法定位效率相比其他算法较高。

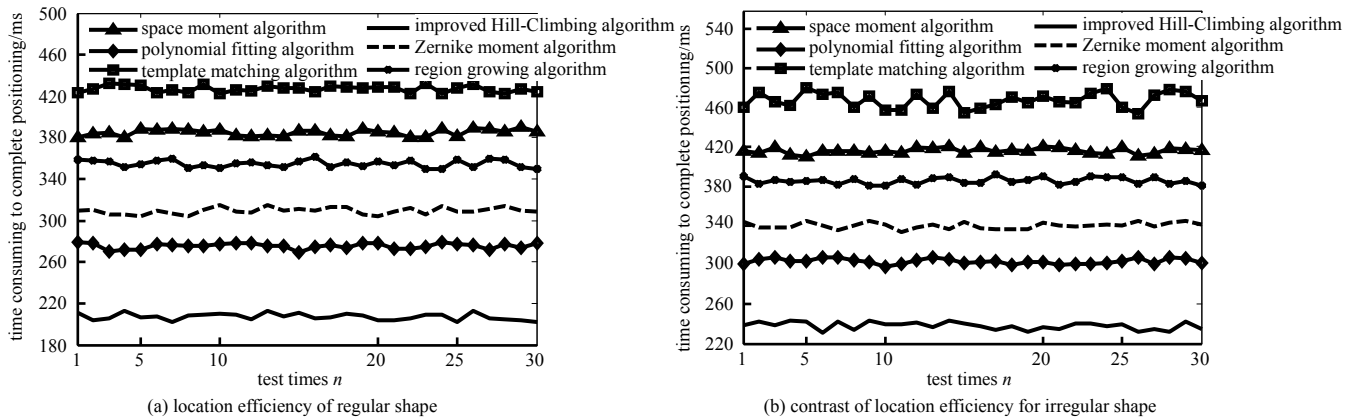


Fig.6 Comparison of location efficiency  
图 6 定位效率对比结果

### 3 结论

本文将改进爬山算法和改进 Zernike 矩算法结合, 减少了计算量, 提高了亚像素级定位精确度。实验结果显示改进 Zernike 矩偶模板比奇模板具有更好的检测效果, 对于同样的模板, 规则形状比不规则形状的误差要小。相比空间矩算法、多项式拟合算法、Zernike 矩算法、区域生长算法和模板匹配算法, 本文算法对规则形状、不规则形状定位误差均值都较小, 定位精确度较高, 可为微小零件精确定位提供一种新的参考方法。

#### 参考文献:

- [1] 徐平,薛凌云,常英杰. 汽车发动机进气歧管高精度亚像素边缘检测[J]. 计量学报, 2018,39(3):321-325. (XU Ping, XUE Lingyun, CHANG Yingjie. Subpixel edge detection with high precision for vehicle engine intake manifolds[J]. Acta Metrologica Sinica, 2018,39(3):321-325.)
- [2] 段振云,王宁,赵文辉,等. 基于高斯积分曲线拟合的亚像素边缘提取算法[J]. 计量学报, 2016,37(4):371-374. (DUAN Zhenyun, WANG Ning, ZHAO Wenhui, et al. Algorithm of sub-pixel edge detection based on Gaussian integral curve fitting[J]. Acta Metrologica Sinica, 2016,37(4):371-374.)
- [3] WANG Haiying, QIN Fen, ZHANG Xinchang. A spatial exploring model for urban land ecological security based on a modified artificial bee colony algorithm[J]. Ecological Informatics, 2019,50(3):51-61.
- [4] VO Quangsang, ZHANG Xiaodong, FANG Fengzhou. Extended the linear measurement range of four-quadrant detector by using modified polynomial fitting algorithm in micro-displacement measuring system[J]. Optics & Laser Technology, 2019,112(4):332-338.
- [5] DENG Anwen, GWO Chih Ying. Efficient computations for generalized Zernike moment and image recovery[J]. Applied Mathematics and Computation, 2018,339(15):308-322.
- [6] 侯向宁,刘华春. 基于 MSER 和 SVM 以及强种子区域生长的车牌定位[J]. 西安工程大学学报, 2019,33(2):180-185. (HOU Xiangning, LIU Huachun. License plate location based on MSER and SVM and strong seed region growing[J]. Journal of Xi'an Polytechnic University, 2019,33(2):180-185.)
- [7] 李蕊,赵娅琳,陈金涛,等. 基于模板匹配和 SVM 模型的快速目标检测算法[J]. 电视技术, 2019,43(3):5-11. (LI Rui, ZHAO Yalin, CHEN Jintao, et al. Fast target detection algorithm based on template matching and SVM model[J]. Television Technology, 2019,43(3):5-11.)
- [8] 陈洪涛. 基于动态因子自适应搜索算法的自动调焦研究[J]. 工具技术, 2016,50(9):105-108. (CHEN Hongtao. Auto focusing research based on dynamic factor adaptive search algorithm[J]. Tool Technology, 2016,50(9):105-108.)
- [9] MORI Haruna, YAMANISHI Ryosuke, NISHIHARA Yoko. Detection of words accepted to dynamic abstracts focusing on Local Variation of Word Frequency[J]. Procedia Computer Science, 2018(126):1442-1449.
- [10] BILAL H Abed-alguni, FAISAL Alkhateeb. Intelligent hybrid cuckoo search and  $\beta$ -hill climbing algorithm[J]. Journal of King Saud University Computer and Information Sciences, 2018(12):1-15.
- [11] AL-BETAR M A.  $\beta$ -Hill climbing: an exploratory local search[J]. Neural Computing and Applications, 2016(28):4-16.

- [12] 吴叶兰,秦艳红,张之敬. 基于显微视觉的微型零件边缘检测技术研究[J]. 计算机工程与应用, 2016,52(17):266–270. (WU Yelan,QIN Yanhong,ZHANG Zhijing. Edge detection technology of micro and small parts based on micro vision[J]. Computer Engineering and Applications, 2016,52(17):266–270.)
- [13] 文涛,左东广,李站良,等. 基于改进小波变换和 Zernike 矩的亚像素边缘检测算法[J]. 电光与控制, 2015,22(9):50–54. (WEN Tao,ZUO Dongguang,LI Zhanliang,et al. Sub-pixel edge detection algorithm based on improved wavelet transform and Zernike moment[J]. Electronics Optics & Control, 2015,22(9):50–54.)
- [14] 朱维斌,刘明佩,叶树亮. 基于邻域特性分析的小模数齿轮亚像素图像边缘检测[J]. 仪器仪表学报, 2018,39(8):259–267. (ZHU Weibin,LIU Mingpei,YE Shuliang. Sub-pixel edge detection based on improved Zernike moment in the small modulus gear image[J]. Journal of Instruments and Instruments, 2018,39(8):259–267.)
- [15] 尹智龙,王可东,高意峰. 基于 InSAR 的三维地形匹配导航技术的研究与实现[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2016,14(5):717–722. (YIN Zhilong,WANG Kedong,GAO Yifeng. Implementation of 3D terrain matching navigation technology based on InSAR data[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2016,14(5):717–722.)

-----  
(上接第 888 页)

- [5] 陈强. 基于聚类技术的多阈值图像分割技术[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2018,16(4):715–718. (CHEN Qiang. Multi-threshold image segmentation based on clustering method[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2018,16(4):715–718.)
- [6] 吴一全,陶飞翔,曹照清. 利用双树复小波变换和 SURF 的图像配准算法[J]. 系统工程与电子技术, 2014,36(5):997–1003. (WU Yiquan,TAO Feixiang,CAO Zhaoqing. Image registration algorithm based on dual tree complex wavelet transform and SURF[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014,36(5):997–1003.)
- [7] 祝继华,周颀,王晓春,等. 基于图像配准的栅格地图拼接方法[J]. 自动化学报, 2015,41(2):285–294. (ZHU Jihua,ZHOU Yi,WANG Xiaochun,et al. Grid map merging approach based on image registration[J]. Acta Automatica Sinica, 2015,41(2):285–294.)
- [8] LEARNED-MILLER E G . Data driven image models through continuous joint alignment[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2005,28(2):236–250.
- [9] PENG Y,GANESH A,WRIGHT J,et al. RASL:robust alignment by sparse and low-rank decomposition for linearly correlated images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2012,34(11):2233–2246.
- [10] LI Y,CHEN C,YANG N F,et al. Deep sparse representation for robust image registration[C]// 2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition(CVPR). Boston,MA,United States:IEEE Computer Society, 2015:4894–4901.
- [11] HE J,ZHANG D,BALZANO L,et al. Iterative Grassmannian optimization for robust image alignment[J]. Image & Vision Computing, 2014,32(10):800–813.
- [12] GAO Z,CHEONG L F,WANG Y X. Block-sparse RPCA for salient motion detection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2014,36(10):1975–1987.
- [13] WU Y,SHEN B,LING H. Online robust image alignment via iterative convex optimization[C]// IEEE Conference on Computer Vision & Pattern Recognition. Providence,RI,United States:IEEE Computer Society, 2012:1808–1814.
- [14] FANG X,TENG S,LAI Z,et al. Robust latent subspace learning for image classification[J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2017,29(6):2502–2515.
- [15] SONG W,ZHU J,LI Y,et al. Image alignment by online robust PCA via stochastic gradient descent[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2016,26(7):1241–1250.
- [16] HEIDE F,DIAMOND S,NIEßNER M,et al. Proximal: efficient image optimization using proximal algorithms[J]. ACM Transactions on Graphics(TOG), 2016,35(4):84–96.
- [17] HUANG G B,RAMESH M,BERG T,et al. Labeled faces in the wild:a database for studying face recognition in unconstrained environments[R]. University of Massachusetts,Amherst. 2007:7–49.