

文章编号: 2095-4980(2020)05-0820-06

基于 IAA 的协方差矩阵重构稳健波束形成方法

鲁欢¹, 南亨¹, 谭伟杰²

(1.陕西工业职业技术学院 航空工程学院, 陕西 咸阳 712000; 2.贵州大学 公共大数据国家重点实验室, 贵州 贵阳 550025)

摘要: 针对小样本背景下, 存在相干信号、相位及阵元位置误差, 传统波束形成方法性能不佳的问题, 提出了基于迭代自适应法(IAA)的协方差矩阵重构稳健波束形成方法。该方法利用 IAA 估计出精确的功率谱, 并进一步利用 IAA 估计的功率重构干扰协方差矩阵。重构过程中, 将积分区域缩小到三维立体环域, 减少无用信息的影响, 提高了干扰协方差矩阵的重构精确度。最后通过波束形成抑制干扰信号。由于 IAA 不依赖于信号的非相干假设, 解决了相干信号存在下的方位估计和功率估计。仿真表明, 所提出的方法在相干信号、少快拍、相位及阵元位置误差同时存在的情况下, 相对于其他波束形成方法, 具有最优的信干噪比(SINR)输出, 表明该方法具有优良的抑制干扰性能。

关键词: 波束形成; 相干干扰; 迭代自适应法; 协方差矩阵重构

中图分类号: TN911.72

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2019524

Robust beamforming using IAA-based interference-plus-noise covariance matrix reconstruction

LU Huan¹, NAN Heng¹, TAN Weijie²

(1.School of Aeronautics, Shaanxi Polytechnic Institute, Xianyang Shaanxi 712000, China;

2.State Key Laboratory of Public Big Data, Guizhou University, Guiyang Guizhou 550025, China)

Abstract: In order to address the performance degradation when coherent sources, array perturbations and finite-sampling exist, a robust adaptive beamforming using Iterative Adaptive Approach(IAA)-based interference-plus-noise covariance matrix reconstruction is proposed. Firstly, the method uses the IAA to estimate the accurate power spectrum, and further reconstructs the interference-plus-noise covariance matrix with the power estimated. The method reduces the integral region to the three-dimensional domain to reduce the influence of noise, which improves the reconstruction precision of the interference-plus-noise covariance matrix. Finally, the proposed method suppresses the interference signal by beamforming. Since IAA does not rely on the non-coherent assumptions of the signal, it could estimate the high accuracy of DOA and power when the coherent interference exists. Computer simulations show that, compared with other beamforming methods, the output Signal to Interference plus Noise Ratio(SINR) can achieve the optimal output under coherent interference, array perturbations and finite-sampling situation.

Keywords: beamforming; coherent interference; Iterative Adaptive Approach; covariance matrix reconstruction

20 世纪 60 年代, 自适应波束形成与波达方位估计共同构建了阵列信号处理的重要内容。经过多年的发展, 自适应波束形成技术已广泛用于无线通信、雷达、医学成像、射电天文等领域。传统波束形成能够使期望信号来波方向上形成良好的主波束, 具有很优秀的空间分辨能力以及减弱干扰的功能。但其先决条件是建立在基阵对感兴趣信号响应准确已知的基础上。但实际应用环境存在诸如阵列通道不一致性(幅相误差)、阵列位置的扰动、小快拍、干扰信号与期望信号相干等非理想因素, 使得波束形成方法输出性能受到严重影响。相对于传统波束

收稿日期: 2019-12-05; 修回日期: 2020-03-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61801132); 陕西省高校自然科学基金资助项目(2020YKYB-045)

作者简介: 鲁欢(1991-), 女, 硕士, 助教, 主要研究方向为阵列信号处理。email:764788281@qq.com

形成, Capon 波束形成方法利用采样协方差矩阵取代干扰加噪声协方差矩阵, 性能有一定提升, 但在高信噪比情况下和小快拍数下, 并不能最大发挥波束形成的功能。在现代空中作战中, 非协同接收条件下, 得到的数据信息量很少, 即小快拍, 如战斗机高速运动的情况下。由于时间短, 只能得到较少的稳态数据, 对数据协方差矩阵的估计产生较大的偏差。波束形成中, 一旦快拍数小于某一值时, 输出信干噪比会急剧下降, 尤其是采样协方差矩阵中包含较强期望信号分量的情况。另外, 在很多常规的波束形成方法中, 通常假设干扰与干扰之间以及与期望信号之间是不相关的、相互独立的, 才能得到令人满意的性能输出。实际应用中, 干扰环境却是复杂多变的, 模拟和目标信号常常是相干的, 如存在干扰器、声诱饵、模拟器等, 以诱导战斗机。为提高波束形成方法的鲁棒性, 研究者设计了大量的鲁棒自适应波束形成器。文献[1]提出一种基于协方差矩阵重建的稳健波束形成方法, 具有良好的抗强期望信号背景的能力。但在低信噪比情况下, 在干扰信号方向不再置零, 甚至变成非自适应的方法, 效果如同对角加载方法中加载因子过大一样。文献[2-4]也提出一些基于协方差矩阵重构的波束形成方法。但这些算法首先必须通过低分辨率 DOA 估计出感兴趣信号的波达角, 然后采用 Capon 空间谱重建干扰加噪声协方差矩阵, 这相当于使用了 2 种算法。且 Capon 空间谱的准确性在相干干扰存在时, 对功率的预估会有严重的偏差, 不再适用相干干扰存在的情况。对此, 文献[5]提出一种基于迭代自适应方法的干扰加噪声协方差矩阵重建方法。该方法可以处理相干信号, 同时对于阵列扰动和有限采样效应具有稳健性。但构建出的协方差矩阵并不精确。文献[6]在嵌套阵列背景下提出稀疏表示方法估计信号功率, 重构干扰加噪声功率提升波束形成的性能, 但采用凸优化方法使计算量大大增加, 不利于实时实现。

本文提出了基于迭代自适应法(IAA)的协方差矩阵重构稳健波束形成方法。该方法利用 IAA 估计出精确的方位角和功率谱^[7-8], IAA 不依赖于信号的非相干假设, 解决了相干信号存在下的方位估计和功率估计; 进一步利用估计的功率重构干扰协方差矩阵, 在重构中, 将积分区域缩小到三维立体环境, 减少无用信息的影响, 提高了干扰协方差矩阵的重构精确度, 最终通过波束形成来抑制干扰信号。

1 问题描述

假设有 $Q+1$ 个相互独立窄带信号入射到 M 元均匀线列阵, 其中 $M>Q+1$, 入射信号 $s(t)$ 与噪声 $v(t)$ 相互独立, 则阵列接收信号可表示为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}s(t) + \mathbf{v}(t) \quad (1)$$

式中 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_0) \ \mathbf{a}(\theta_1) \ \cdots \ \mathbf{a}(\theta_Q)]$ 为阵列流型矢量, $\mathbf{a}(\theta_0)$ 为期望信号的导向矢量, $\mathbf{a}(\theta_j) (j=1, 2, \dots, Q)$ 为干扰信号的导向矢量。经典 Capon 波束形成基于以下最优问题:

$$\begin{cases} \min \ \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{R}_{i+n} \boldsymbol{\omega} \\ \text{s.t} \ \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{a}(\theta_0) = 1 \end{cases} \quad (2)$$

其最优解为:

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{opt}} = \frac{\mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0) \mathbf{R}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)} \quad (3)$$

式中 \mathbf{R}_{i+n} 为干扰加噪声协方差矩阵。实际中由于快拍数的采样数目有限, 协方差矩阵 \mathbf{R}_{i+n} 不能直接得到, 常用采样协方差矩阵 \mathbf{R}_{xx} 代替 \mathbf{R}_{i+n} 。此时, Capon 波束形成的权矢量可表示为:

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{capon}} = \frac{\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx}}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta_0)}{\bar{\mathbf{a}}^H(\theta_0) \hat{\mathbf{R}}_{\text{xx}}^{-1} \bar{\mathbf{a}}(\theta_0)} \quad (4)$$

式中 $\bar{\mathbf{a}}(\theta_0)$ 为估计的期望信号导向矢量。由式(4)可知, 若期望信号的功率很强, 波束形成器会抑制期望信号, 即高信噪比性能会下降。除此之外, Capon 波束形成只能用于干扰和信号互不相关的情况。为提升波束形成方法在这些不利条件下的干扰抑制性能, 本文提出基于 IAA 的协方差矩阵重构稳健波束形成方法。此方法以迭代自适应思想高分辨估计信号与干扰的功率和方位, 采用三维立体积分重构干扰协方差矩阵, 进而计算出波束形成权系数。该方法不受相干源的影响, 降低了不精确噪声加干扰对干扰抑制的影响。

2 迭代自适应法

迭代自适应空间谱估计方法是一种基于加权最小二乘的非参数化谱估计方法。其主要思想是把潜在的来波方向 $(-90^\circ \sim 90^\circ)$ 以足够小的角度划分为 $K (K \gg M)$ 个网格点, 假设感兴趣的信号来波方向包含在离散化的各个网格角

度中, 估计第 k 个方向上的空间功率谱 \hat{P}_k , 通过谱峰搜索确定波达方向。

对于阵列观测数据模型

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}\mathbf{s}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (5)$$

式中 $\mathbf{A}(\theta) \triangleq [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_K]$, $\mathbf{a}_k(\theta) = \left[1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d \sin \theta_k}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M-1)d \sin \theta_k} \right]$ 为第 k 个信号源的导向矢量。式(5)中相对应的信号

回波为 $\mathbf{s}(n) = [s_1(n) \ s_2(n) \ \dots \ s_K(n)]$ 。实际中, $\{s_k(t)\}_{k=1}^K$ 中只有在真实信号的来波方向上不等于 0。令 \mathbf{P} 为一个 $K \times K$ 对角矩阵, 其对角线包含每个网格点的功率 $\mathbf{P} = \text{diag}\{p_1, p_2, \dots, p_K\}$, 其对角线上元素 p_k 为第 k 个来波方向上的空间功率谱:

$$\hat{P}_k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\hat{s}_k(n)|^2, \quad k=1, 2, \dots, K \quad (6)$$

IAA 通过求解如下加权最小二乘优化问题:

$$\min_{\hat{\theta}_k, \hat{s}_k} \sum_{t=1}^T [\mathbf{x}(t) - \mathbf{a}(\hat{\theta}_k)\hat{s}_k(t)]^H \mathbf{W} [\mathbf{x}(t) - \mathbf{a}(\hat{\theta}_k)\hat{s}_k(t)] \quad (7)$$

式中 \mathbf{W} 为正定、共轭对称加权矩阵。若 \mathbf{R} 为阵列信号协方差矩阵, $\mathbf{Q}(\theta_k)$ 为 θ_k 以外其他方向上所有干扰和噪声的协方差矩阵。有

$$\mathbf{Q}(\theta_k) = \mathbf{R} - \mathbf{a}(\theta_k)\mathbf{a}^H(\theta_k)\mathbf{P}_k \quad (8)$$

式中 $\mathbf{R} = \mathbf{A}(\theta)\hat{\mathbf{P}}\mathbf{A}^H(\theta)$ 。当加权矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{Q}(\theta_k)^{-1}$ 时, 可以证明加权最小二乘估计的信号均方误差是所有加权矩阵下最小的。此外, 当加权矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1}$ 时, 可以有效减小计算量, 而式(7)结果不变。此时, 式(7)优化问题的解为:

$$\hat{s}_k(t) = \frac{\mathbf{a}^H(\theta_k)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}(t)}{\mathbf{a}^H(\theta_k)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{a}(\theta_k)} \quad (9)$$

IAA 采用最小二乘法估计初值 $\{\hat{P}_k^0\}_{k=1}^K$, 利用上一次迭代的结果 $\{\hat{P}_k^{i-1}\}_{k=1}^K$ 构建新的加权矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{R}^{-1}$, 从而得到新的空间功率谱估计 $\{\hat{P}_k^i\}_{k=1}^K$ 。当第 i 次迭代相对变化 $|\hat{P}_k^i - \hat{P}_k^{i-1}|$ 小于规定的常数时, 迭代停止, 得到功率估计 \hat{P}_k 。

IAA 没有对信号的相关性做任何假设, 直接根据式(6)构造空间功率谱对角阵 \mathbf{P} , 所以可处理相干信号源, 能够精准估计任何类型信号的方位。

3 基于 IAA 的协方差矩阵重构稳健波束形成方法

经典 Capon 波束形成方法, 采用样本协方差代替干扰加噪声协方差, 抑制干扰性能不佳。文献[2]中的协方差矩阵方法改善了干扰加噪声协方差的重构性能, 但是通过扇面积分重构干扰协方差, 必然引入不必要的成分。本文首先利用 IAA 估计精确的干扰功率 \hat{P}_k , 结合高维积分重建矩阵的思想提出基于 IAA 的协方差矩阵重构稳健波束形成方法(IAA-SpaCov), 从而提高波束形成的性能。在文献[9]中, $\hat{\mathbf{R}}_{\text{int}}$ 被重建为:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{int}} = \frac{1}{2} \int_{\partial S_a(\theta \in \Phi_{\text{int}})} \hat{P}_{\text{Capon}} \mathbf{a}\mathbf{a}^H d\theta \quad (10)$$

式中 $\partial S_a(\theta \in \Phi_{\text{int}})$ 为 $S_a(\theta \in \Phi_{\text{int}})$ 高维曲面环的表面。这个积分从两方面进行了改进: 一是降低对阵列误差的敏感度, 二是通过缩小积分区域来减少无用信息。本文用 IAA 求得的干扰功率 \hat{P}_k 代替 \hat{P}_{Capon} , 因此获取重建的干扰协方差矩阵可被描述为:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{int}} = \frac{1}{2} \int_{\partial S_a(\theta \in \Phi_{\text{int}})} \hat{P}_k \mathbf{a}\mathbf{a}^H d\theta \quad (11)$$

式中干扰功率 \hat{P}_k 由 IAA 算法估计得到, 比 \hat{P}_{Capon} 更加精确, 且可用于相干信号。

对于噪声协方差矩阵, 可以通过 $\hat{\mathbf{R}}_{\text{xx}}$ 的最小特征值近似估计, 表示为 $\hat{\sigma}_n^2 \mathbf{I}$ 。最终获得重建的干扰加噪声协方差矩阵为:

$$\hat{\mathbf{R}}_{\text{int+n}} = \hat{\mathbf{R}}_{\text{int}} + \hat{\sigma}_n^2 \mathbf{I} \quad (12)$$

最终得到 IAA-SpaCov 方法最优权矢量的表达式为:

$$\omega_{\text{IAA-SpaCov}} = \frac{\hat{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0) \hat{\mathbf{R}}_{i+n}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0)} \quad (13)$$

4 实验仿真及结果分析

仿真中采用 $M=10$ 个全向传感器组成的均匀线阵列, 阵列间距为半个波长。噪声建模为零均值的高斯分布白噪声。假定 2 个干扰源来波方向角度分别为 $\theta_1=-40^\circ$ 和 $\theta_2=60^\circ$, 且有一干扰信号与期望信号相干, 干扰噪声比(INR) 等于 20 dB; 期望信号为来自 $\theta_0=0^\circ$ 的平面波。假定相位误差和阵元位置误差同时存在, 相位误差为 $[0.025\pi, 0]$ 的正态分布, 阵元位置误差为 $[0.05, 0.1]$ 的正态分布。

在不同 SNR、不同快拍数下, 分别在存在相位和阵元位置误差时, 对 RCB^[10], REC^[2], IAA-SectorCov 方法^[5] 和 IAA-SpaCov 进行仿真对比。

在 IAA-SectorCov 方法中, θ 取值为 $[-5, 5]$, $K=180$, 整个空间范围为 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 。在方法 IAA-SpaCov 中, 基于高维环重构协方差矩阵部分参数的设置为: 假设期望信号和干扰的角扇区分别为 $\Phi = [\theta_0 - 8^\circ, \theta_0 + 8^\circ]$, $\Phi_{\text{int}} = [\theta_1 - 8^\circ, \theta_1 + 8^\circ] \cup [\theta_2 - 8^\circ, \theta_2 + 8^\circ]$ 。因此 Φ 的补集为 $\bar{\Phi} = [-90^\circ, -8^\circ] \cup [8^\circ, 90^\circ]$ 。对于 $\theta_i \in \Phi_{\text{int}}$, 位于 $\partial S_a(\theta \in \Phi_{\text{int}})$ 的导向矢量被构造为:

$$\mathbf{a}_{il} = \bar{\mathbf{a}}(\theta_i) + \zeta / \sqrt{M} [e^{j\phi_0^l}, e^{j\phi_1^l}, \dots, e^{j\phi_{M-1}^l}] \quad (14)$$

式中 $\phi_m^l \in [0, 2\pi)$, $m=0, 1, 2, \dots, M-1$ 。式(14)可看作从 $[e^{j\phi_0^l}, e^{j\phi_1^l}, \dots, e^{j\phi_{M-1}^l}]$ 到 \mathbf{a}_{il} 的映射。因此, 为了在 $\partial S_a(\theta_i)$ 采样, 只需要在 $[0, 2\pi)$ 离散 ϕ_m^l 。令 n_0 表示 $[0, 2\pi)$ 中的采样点的数量。在此统一选择 2 个 $[0, 2\pi)$ 中的值作为 ϕ_m^l 的采样点, $\phi_m^l=0$ 要么 $\phi_m^l=\pi$ 。对于每一个角度 θ_i , 都有 $L=n_0^M=2^M=1024$ 个离散点在 $\partial S_a(\theta_i)$ 中。假设在 Φ_{int} 中的采样点个数 $I=40$ 。

仿真 1: 不同快拍数下的 Capon 与 IAA 谱估计比较

当 SNR 分别为 20 dB 时, 快拍数分别设定为 100, 500 次, 比较 Capon 与 IAA 谱估计的性能。

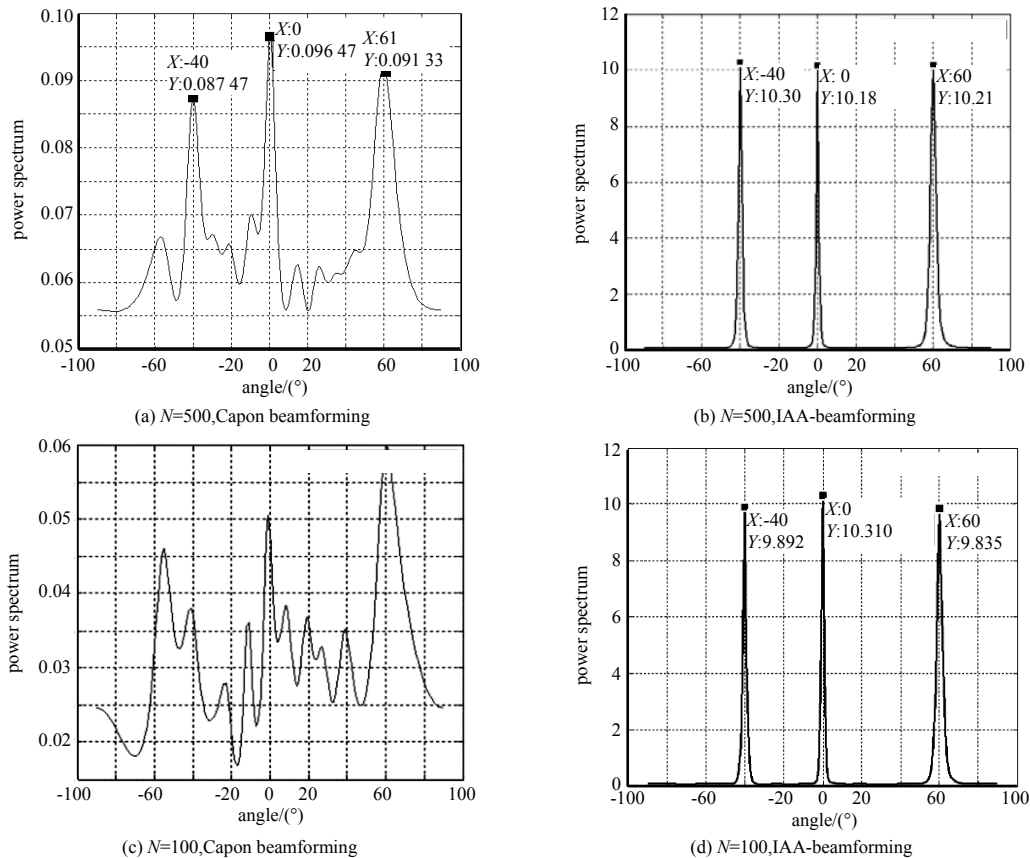


Fig.1 Spatial spectrum versus number of snapshots

图 1 不同快拍数下的空间谱估计

由图 1 可知,对于相干信号,当快拍数较大时,Capon 结果很不理想,但 IAA 谱估计结果很理想,基本不受相干的影响。当快拍数较小时,Capon 谱估计已经失效,对角度和功率谱的估计已不再准确,但 IAA 方法依然没有受到影响,有很好的估计性能。由上面的仿真可知,IAA 方法在小快拍和相干干扰存在的情况下不仅具有很好的角度估计,且能够比较精确地估计该方位上的功率谱。因此本文采用 IAA 估计功率谱来重构干扰协方差矩阵,会取得更好的干扰抑制效果。

仿真 2: 不同信噪比下的波束图

当存在相位误差和阵元位置误差时,将快拍数固定为 1 000 次,图 2(a)~(b)分别比较了 SNR 为 0 dB,20 dB 的情况下,RCB,REB,IAA-SectorCov 和 IAA-SpaCov 的归一化波束图。

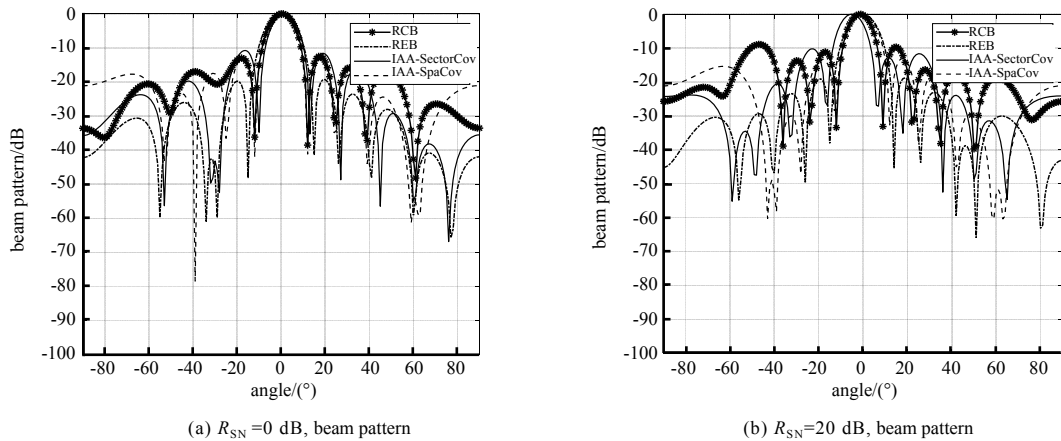


Fig.2 Beam pattern of the beamformers versus SNR

图 2 不同 SNR 下的归一化波束图

图 2(a)~(b)中可以看出,当存在相位误差和阵元位置误差时,无论信噪比的大小,IAA-SpaCov 主波束能够准确地对准期望信号的方向,并且在干扰方向生成零陷。IAA-SpaCov 比 IAA-SectorCov 缩小了积分区域,减少无用信息,因此旁瓣比 IAA-SectorCov 更低,性能更优。

仿真 3: 不同输入 SNR 下的输出 SINR

当存在相位误差和阵元位置误差时,将快拍数固定为 1 000 次。信噪比在-10~20 dB 变化,每个信噪比执行 100 次 Monte-Carlo 实验。图 3 为 RCB,REB,IAA-SectorCov 和 IAA-SpaCov 在不同 SNR 下输出 SINR 的关系曲线。可以看出,当存在相位误差和阵元位置误差时,相较于 RCB 随信噪比的增加,IAA-SpaCov,IAA-SectorCov,REB 方法都显示出优良的 SINR 性能。尤其是随着 SNR 的增加,IAA-SpaCov 逐渐接近最优 SINR。原因是 IAA-SpaCov 将积分区域以平面区域缩小到三维环域区域,提高了协方差重构精确度,输出结果最接近最优输出 SINR。

仿真 4: 随快拍数变化的 SINR

当存在相位误差和阵元位置误差时, $R_{SN}=10$ dB,每一个快拍执行 100 次 Monte-Carlo 实验。图 4 为 RCB,REB,IAA-SectorCov 和 IAA-SpaCov 输出 SINR 随快拍数的变化曲线。

图 4(a)为小快拍情况下的输出 SINR 与样本数的关系。可以看出,当存在相位误差和阵元位置误差时,提出 IAA-SpaCov,IAA-SectorCov,REB 方法在小快拍数条件下,都能很快达到收敛值,且提出方法在输出性能上仍具有明显的优势。图 4(b)为多快拍情况下的输出 SINR 与样本数的关系。当所有方法达到稳健值时,IAA-SpaCov 在这些方法中输出效果最好。原因主要是 IAA-SpaCov 一方面通过 IAA 方法得到了精确的功率谱估计,另一方面,环域三维立体积分减少了无用信息的影响。

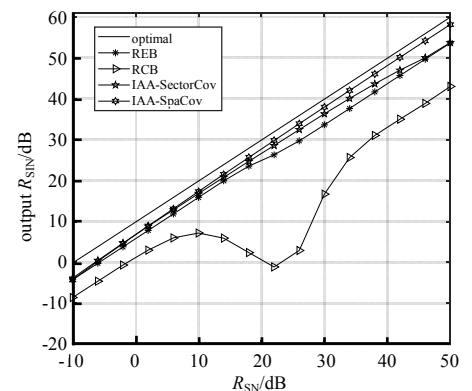


Fig.3 Output SINR versus SNR

图 3 不同 SNR 下的输出 SINR

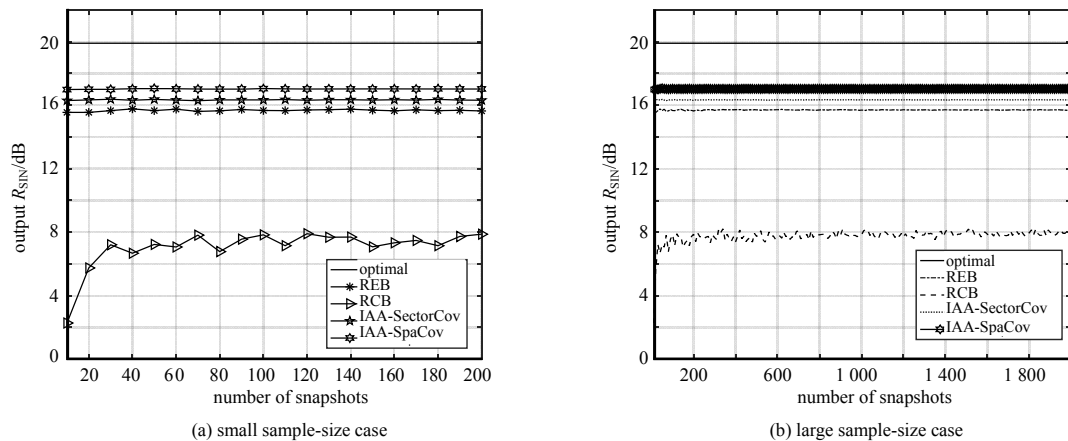


Fig.4 Output SINR versus the number of snapshots
图 4 不同快拍数下的输出 SINR

5 结论

为提升在相干信号及小样本背景下的干扰抑制性能,提出了一种基于 IAA 功率谱积分的协方差矩阵重构稳健波束形成方法。该方法通过 IAA 求得精准的功率谱,进而将积分区域缩小到三维立体环,减少无用信息的影响,精确重构干扰协方差矩阵。IAA 能够在干扰相干的情况下精确得到方位信息,避免了导向矢量估计不准带来的影响。通过三维立体积分精确得到干扰的协方差矩阵,提高了波束形成的性能。仿真实验表明,该方法在相干信号、少快拍、相位及阵元位置误差同时存在的情况下,能够抑制掉干扰信号,输出 SINR 非常接近最优输出 SINR。

参考文献:

- [1] MU P C,LI D,YIN Q,et al. Robust MVDR beamforming based on covariance matrix reconstruction[J]. Science China(Information Sciences), 2013,56(4):1-12.
- [2] GU Y,LESHEM A. Robust adaptive beamforming based on interference covariance matrix reconstruction and steering vector estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012,60(7):3881-3885.
- [3] GONG C,HUANG L,XU D,et al. Knowledge-aided robust adaptive beamforming with small snapshots[J]. Electronics Letters, 2013,49(20):1259-1261.
- [4] HUANG L,ZHANG J,XU X,et al. Robust adaptive beamforming with a novel interference-plus-noise covariance matrix reconstruction method[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015,63(7):1643-1650.
- [5] WANG Y,BAO Q,CHEN Z. Robust adaptive beamforming using IAA-based interference-plus-noise covariance matrix reconstruction[J]. Electronics Letters, 2016,52(13):1185-1186.
- [6] 周荣艳,李孟,谭伟杰. 基于嵌套阵列的稀疏表示稳健波束形成方法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2019,17(3):462-468. (ZHOU Rongyan,LI Meng,TAN Weijie. Sparsity-based robust beamforming method using nested array[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2019,17(3):462-468.)
- [7] DU L,YARDIBI T,LI J,et al. Review of user parameter-free robust adaptive beamforming algorithms[J]. Digital Signal Processing, 2009,19(4):567-582.
- [8] BARCELO M,LOPEZ-VICARIO J,SECO-GRANADOS G. A reduced complexity approach to IAA beamforming for efficient DOA estimation of coherent sources[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2011(1):521265.
- [9] 鲁欢,冯西安. 联合协方差矩阵重构与导向矢量校正的稳健波束形成方法[J]. 探测与控制学报, 2018,40(1):21-26,32. (LU Huan,FENG Xi'an. Joint interferenceplus-noise covariance matrix reconstruction with steering vector calibration for robust beamforming[J]. Journal of Detection & Control, 2018,40(1):21-26,32.)
- [10] LI J,STOICA P,WANG Z. On robust Capon beamforming and diagonal loading[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007,51(7):1702-1715.