

文章编号: 2095-4980(2020)05-0808-06

基于 GDOP 的四星时差定位精确度分析

王卓群, 王 驹, 李亚军*, 李雁斌, 卫 恒

(上海无线电设备研究所, 上海 201109)

摘 要: 针对四星时差定位系统, 提出一种基于几何精度衰减因子(GDOP)的定位精确度分析方法。该方法基于四星时差定位原理推导三维定位精确度模型, 理论分析时差测量误差与站址误差对该三维定位精确度模型的影响。通过仿真验证四星不同布站情况 T 型、Y 型、方型及不规则型对定位精确度的影响, 并进一步研究在不同布站情况下的基线长度、卫星轨道高度、目标高度等对定位精确度的影响。仿真结果表明, 四星时差定位在 Y 型分布时具有最佳的定位精确度; 并且定位精确度随基线长度与卫星轨道高度的增加而提高, 随目标高度的增加而降低。

关键词: 时差定位; 精确度分析; 几何精度衰减因子

中图分类号: TN953⁺.7

文献标志码: A

doi: 10.11805/TKYDA2018158

Precision analysis of four-satellite TDOA location based on Geometric Dilution of Precision

WANG Zhuoqun, WANG Ju, LI Yajun*, LI Yanbin, WEI Heng

(Shanghai Radio Equipment Research Institute, Shanghai 201109, China)

Abstract: A precision analysis method of four-satellite Time Difference Of Arrival(TDOA) location based on Geometric Dilution Of Precision(GDOP) is proposed. Firstly, the 3D location precision model based on TDOA is investigated. Then, the influences of the time measurement error and location error on the above precision model are analyzed. Finally, the GDOP of representative four-Satellite of Y, T, square and anomaly are simulated. The influences of the length of baseline, the satellite and target altitude on location precision are analyzed. The simulation results show that four-satellite location of Y distribution based on TDOA achieves the best precision. The increase in the length of baseline and satellite altitude contributes to improving the precision of location.

Keywords: TDOA location; precision analysis; Geometric Dilution Of Precision(GDOP)

随着雷达技术的日益发展, 电子干扰、反辐射导弹、隐身飞机和低空超低空突防给有源定位带来了一系列新的困难, 从而凸显出无源定位的优越性。无源定位以其隐蔽性好、抗干扰能力强等特点在电子战中占有重要地位^[1-3]。其中, 时差法(TDOA)定位又称为双曲线定位, 它通过采集 3 个或更多测量站的信号到达时间对目标辐射源进行无源定位。辐射源信号到达任意 2 个测量站的时间差可确定一个双曲面, 通过多个测量站形成多个双曲线产生交点, 利用测向信息等其他信息排除虚假点, 确定目标辐射位置^[1]。

定位模型和定位算法能否应用于实际工程中, 必须进行定位精确度评估, 因此, 定位精确度分析方法在实际应用中具有重大意义^[4-6]。文献[7]从 3 个测量站对辐射源联合时差定位原理入手, 总结出基于时差与站址误差相分离的定位误差模型; 文献[8]推导了卫星布站情况、卫星轨道高度对定位精确度的影响, 但没有理论推导时差与站址误差对定位精确度的影响, 也没有分析目标高度的影响。因此, 本文基于四星对辐射源联合定位原理, 提出基于时差与站址误差相互独立的三维定位几何精度衰减因子(GDOP)的误差模型。分析四星不同布站情况下的定位精确度, 如 T 型、Y 型、方型及不规则型; 并讨论了影响时差定位精确度的各种因素, 包括卫

收稿日期: 2018-08-16; 修回日期: 2018-11-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61701309); 上海市自然科学基金资助项目(17ZR1428800; 20ZR1455000)

作者简介: 王卓群(1985-), 女, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为星载合成孔径雷达成像技术。email:wentingwangzhuoqun@126.com

*通信作者: 李亚军 email:liyajun1985happy@163.com

星基线长度、卫星高度、目标高度等因素对定位精确度的影响。

1 四星时差定位的基本原理

在星座系统中，4 颗卫星相距一定的距离，目标辐射源发射的脉冲信号到达 4 颗卫星的时间不同，根据到达时间差，可以确定地面辐射源的位置。4 颗卫星得到 3 个独立的脉冲信号到达时间差，每个时间差可以确定一个单叶双曲面所包含的位置点集，4 颗卫星可构成 3 个单叶双曲面，考虑该曲面相交获得 3 条曲线，其交叉点即为目标辐射源的位置，由此排除虚假点。

四星三维时差定位系统的几何模型如图 1 所示，该系统由 1 颗主星和 3 颗副星构成，其中 S_0 为主星，坐标为 $X_0=(x_0,y_0,z_0)$ ； S_1,S_2,S_3 为副星，坐标分别为 $X_i=(x_i,y_i,z_i)$ ，其中 $i=1,2,3$ ；目标辐射源位置 $X_T=(x_T,y_T,z_T)$ 。由各个卫星、目标辐射源的位置坐标可得

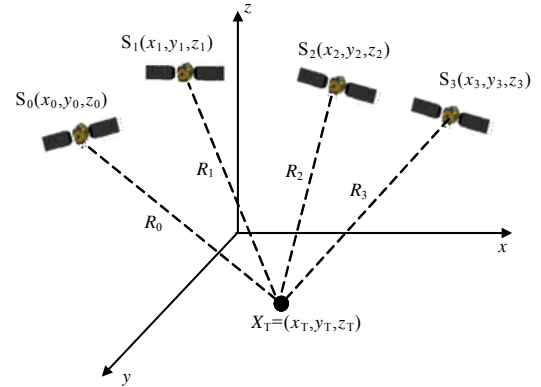


Fig.1 Four-star geometric distribution
图 1 四星几何分布

$$\begin{cases} \Delta R_i = ct_i = R_i - R_0 \\ R_0 = \sqrt{(x_T - x_0)^2 + (y_T - y_0)^2 + (z_T - z_0)^2} \\ R_i = \sqrt{(x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2 + (z_T - z_i)^2} \end{cases} \quad (1)$$

式中： R_i 为卫星 S_i 与目标辐射源之间的距离； R_0 为卫星 S_0 与目标辐射源之间的距离； ΔR_i 为目标辐射源 X_T 和第 i 个卫星之间的径向距离和其与卫星 S_0 之间距离的差值； t_i 为 R_i 与 R_0 之间的到达时间差； c 为光速。

整理方程组，将式(1)进一步简化为：

$$(x_i - x_0)x_T + (y_i - y_0)y_T + (z_i - z_0)z_T = f_i \quad (2)$$

式中 $f_i = R_0 \Delta R_i + (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - x_0^2 - y_0^2 - z_0^2 - \Delta R_i^2) / 2, i=1,2,3$ 。

将式(2)进一步用矩阵表示为：

$$AX = F \quad (3)$$

$$\text{式中：} A = \begin{bmatrix} x_1 - x_0 & y_1 - y_0 & z_1 - z_0 \\ x_2 - x_0 & y_2 - y_0 & z_2 - z_0 \\ x_3 - x_0 & y_3 - y_0 & z_3 - z_0 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}.$$

在卫星位置理想的情况下，矩阵 A 的秩为 3，在该条件下应用伪逆法求解方程，可得

$$X = (A^T A)^{-1} A^T F \quad (4)$$

由此，获得目标辐射源的位置估计值。当方程解均为负值时，该四星构型不能定位；当方程存在 1 个正解时，该四星构型可定位；当方程存在 2 个正解时，出现定位模糊，需通过其他信息来排除该定位模糊，得到目标辐射源位置信息。

2 基于时差误差与站址误差的定位精确度分析

基于四星时差定位的基本原理分析可知，时差定位是在已知各测量站位置坐标的前提下，利用各测量站得到的时间差，以测量站为基准来确定目标位置。如果测量站位置本身存在误差，必然导致目标位置产生误差，从而影响定位精确度。因此，通过理论机理分析可知，目标辐射源位置信息直接与目标辐射源位置与卫星站址误差、时差测量精确度有直接关系。下面推导受时差测量误差与站址误差影响的定位精确度。

由式(1)~式(4)可获得目标辐射源的理论位置，但实际情况下，其卫星位置误差与时差测量精确度等都制约目标辐射源的定位精确度。考虑上述误差影响，为简化后续推导过程，对基本定位测量方程(1)进一步表示为：

$$\Delta R_i = h_i(x_i, y_i, z_i, x_0, y_0, z_0, x_T, y_T, z_T) \quad (5)$$

对式(5)求微分，可得

$$cdt_i = \frac{\partial h_i}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial h_i}{\partial y_i} dy_i + \frac{\partial h_i}{\partial z_i} dz_i + \frac{\partial h_i}{\partial x_0} dx_0 + \frac{\partial h_i}{\partial y_0} dy_0 + \frac{\partial h_i}{\partial z_0} dz_0 + \frac{\partial h_i}{\partial x_T} dx_T + \frac{\partial h_i}{\partial y_T} dy_T + \frac{\partial h_i}{\partial z_T} dz_T \quad (6)$$

将式(6)采用矩阵形式表示, 则

$$cdt = M dX_i + M_0 dX_0 + M_r dX_T \tag{7}$$

$$\text{式中: } M = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \frac{\partial h_1}{\partial y_1} & \frac{\partial h_1}{\partial z_1} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_2} & \frac{\partial h_2}{\partial y_2} & \frac{\partial h_2}{\partial z_2} \\ \frac{\partial h_3}{\partial x_3} & \frac{\partial h_3}{\partial y_3} & \frac{\partial h_3}{\partial z_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_T & y_1 - y_T & z_1 - z_T \\ R_1 & R_1 & R_1 \\ x_2 - x_T & y_2 - y_T & z_2 - z_T \\ R_2 & R_2 & R_2 \\ x_3 - x_T & y_3 - y_T & z_3 - z_T \\ R_3 & R_3 & R_3 \end{bmatrix}; \quad M_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_0} & \frac{\partial h_1}{\partial y_0} & \frac{\partial h_1}{\partial z_0} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_0} & \frac{\partial h_2}{\partial y_0} & \frac{\partial h_2}{\partial z_0} \\ \frac{\partial h_3}{\partial x_0} & \frac{\partial h_3}{\partial y_0} & \frac{\partial h_3}{\partial z_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 - x_T & y_0 - y_T & z_0 - z_T \\ R_0 & R_0 & R_0 \\ x_0 - x_T & y_0 - y_T & z_0 - z_T \\ R_0 & R_0 & R_0 \\ x_0 - x_T & y_0 - y_T & z_0 - z_T \\ R_0 & R_0 & R_0 \end{bmatrix};$$

$$M_r = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_T} & \frac{\partial h_1}{\partial y_T} & \frac{\partial h_1}{\partial z_T} \\ \frac{\partial h_2}{\partial x_T} & \frac{\partial h_2}{\partial y_T} & \frac{\partial h_2}{\partial z_T} \\ \frac{\partial h_3}{\partial x_T} & \frac{\partial h_3}{\partial y_T} & \frac{\partial h_3}{\partial z_T} \end{bmatrix} = -M - M_0; \quad dt = [dt_1 \quad dt_2 \quad dt_3]^T; \quad dX_0 = [dx_0 \quad dy_0 \quad dz_0]^T; \quad dX_i = [dx_i \quad dy_i \quad dz_i]^T;$$

$$dX_T = [dx_T \quad dy_T \quad dz_T]^T$$

由式(6)可得 $dX_T = (M_r^T M_r)^{-1} M_r^T cdt - (M_r^T M_r)^{-1} M_r^T M dX_i - (M_r^T M_r)^{-1} M_r^T M_0 dX_0$ 。

令 $A = (M_r^T M_r)^{-1} M_r^T$, $B = -(M_r^T M_r)^{-1} M_r^T M$, $C = -(M_r^T M_r)^{-1} M_r^T M_0$, 假定测量误差、发射卫星站址误差与接收卫星站址误差互不相关, 且它们的均值为零。测量距离延迟时间方差为 Q_t , 发射卫星站址误差方差为 Q_f , 接收卫星站址误差方差为 Q_r , 则通过计算目标辐射源位置的均值及方差为:

$$P_x = D(dx) = A Q_f A^T + B Q_t B^T + C Q_r C^T \tag{8}$$

故其位置的几何稀释度可表示为:

$$GDOP = \sqrt{\text{trace}(P_x)} \tag{9}$$

3 定位精确度分析

通过三维定位精确度公式, 仿真分析卫星布站情况、卫星基线长度、卫星高度、目标高度对定位精确度的影响。

仿真条件 1: 表 1 为卫星呈 T 型、Y 型、方型及不规则型的 4 种布站情况下的卫星位置坐标, 在卫星位置误差为 6 m、时差测量精确度为 0.5 μs、目标高度为 5 m 的条件下, 研究卫星不同布站对定位精确度的影响。

表 1 4 种布站方式的各星坐标(单位: km)

station type	main star	side star 1	side star 2	side star 3
Y type	(0,0,500)	(500,0,500)	(-300,400,500)	(-300,-400,500)
T type	(0,250,500)	(-500,250,500)	(0,-250,500)	(500,250,500)
square	(-250,250,500)	(250,250,500)	(-250,-250,500)	(250,-250,500)
irregular	(400,100,500)	(200,200,500)	(-100,-100,500)	(-100,-300,500)

假设目标位于 1 000 km×1 000 km 地表范围内, 卫星不同布站情况下的定位精确度等高线如图 2 所示。在相同测量参数条件下, 卫星不同布站的定位精确度差异性较大, Y 型和 T 型相较于其他 2 种布站的定位精确度分布均匀, 且定位误差较小, 方型布站的定位精确度较差, 不规则型布站的定位精确度最差。

仿真条件 2: 在仿真条件 1 的基础上改变卫星之间的基线距离, 其他条件不变, 各卫星坐标如表 2 所示。基于该仿真条件, 研究不同卫星布站情况下的定位精确度分布。

表 2 增大基线长度的四种布站方式的坐标(单位: km)

station type	main star	side star 1	side star 2	side star 3
Y type	(0,0,500)	(750,0,500)	(-450,600,500)	(-450,-600,500)
T type	(0,370,500)	(-750,370,500)	(0,-370,500)	(750,370,500)
square	(-370,370,500)	(370,370,500)	(-370,-370,500)	(370,-370,500)
irregular	(600,150,500)	(300,300,500)	(-150,-150,500)	(-150,-450,500)

图 3 为不同卫星布站情况下的定位精确度分布情况, 结合图 1 的四星几何分布示意图可知, 在增加基线距离且其余仿真条件不变的情况下, 不同卫星布站情况下的定位精确度均得到了提高。

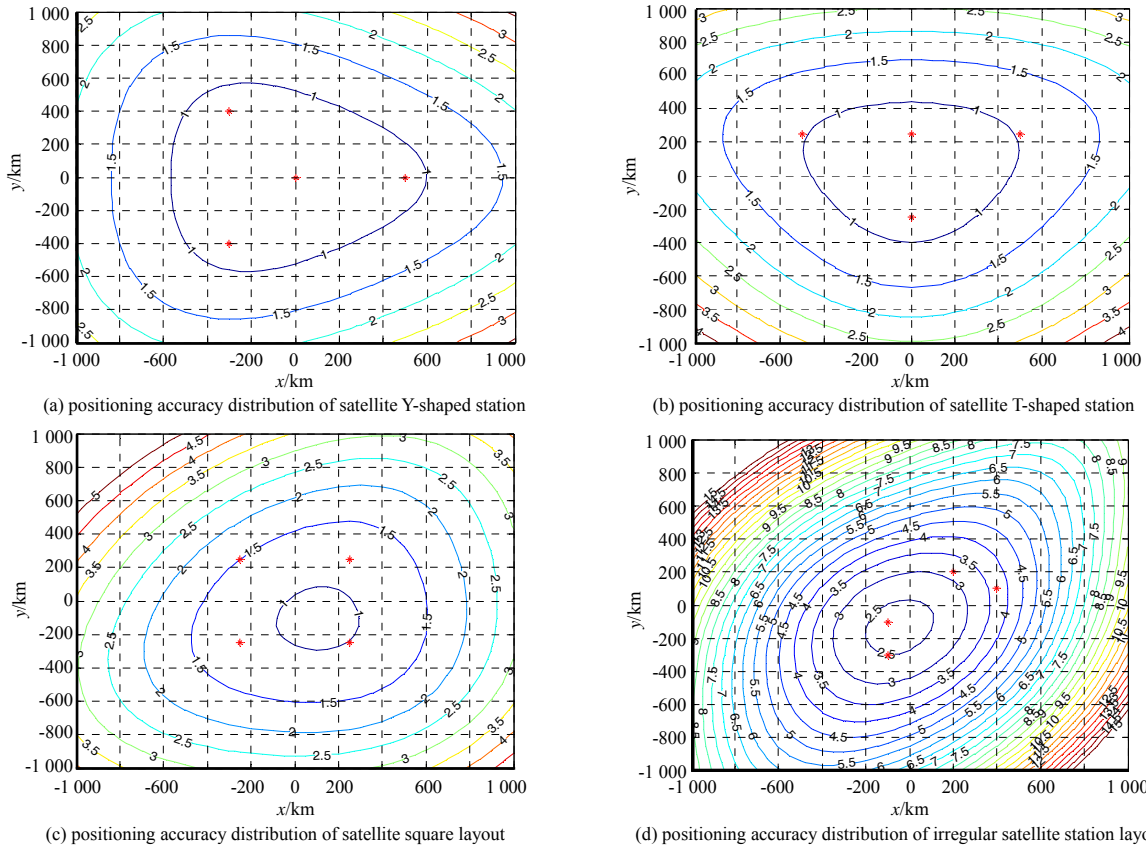


Fig.2 Distribution of positioning accuracy of different satellite stations

图 2 不同卫星布站的定位精确度分布

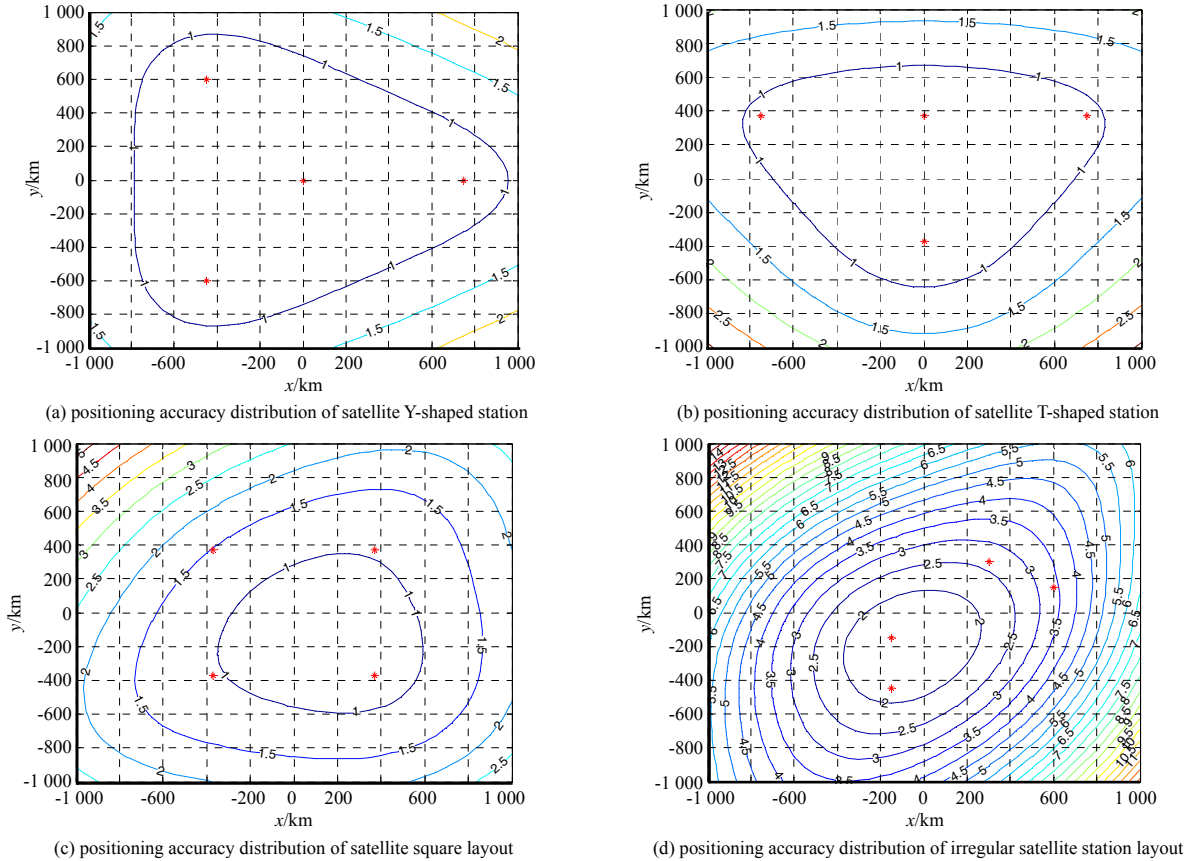


Fig.3 Distribution of positioning accuracy of different satellite stations with increased baseline length

图 3 增加基线长度的不同卫星布站的定位精确度分布

仿真条件 3: 针对 Y 型与不规则型的四星较典型布站系统, 研究卫星和目标高度对定位精确度的影响。在仿真条件 1 的基础上, 假定四星位置高度均为 1 000 km 或目标高度变化为 15 km, 其余参数不变, 其定位误差分布如图 4 所示。

图 4 显示了 Y 型与不规则型布站情况下, 提高卫星或目标高度的定位精确度分布情况, 对比图 1 可知, 当统一增加卫星高度时, Y 型与不规则型卫星布站的定位精确度均有所提高; 当提高目标高度时, Y 型与不规则型卫星布站的定位精确度均降低。

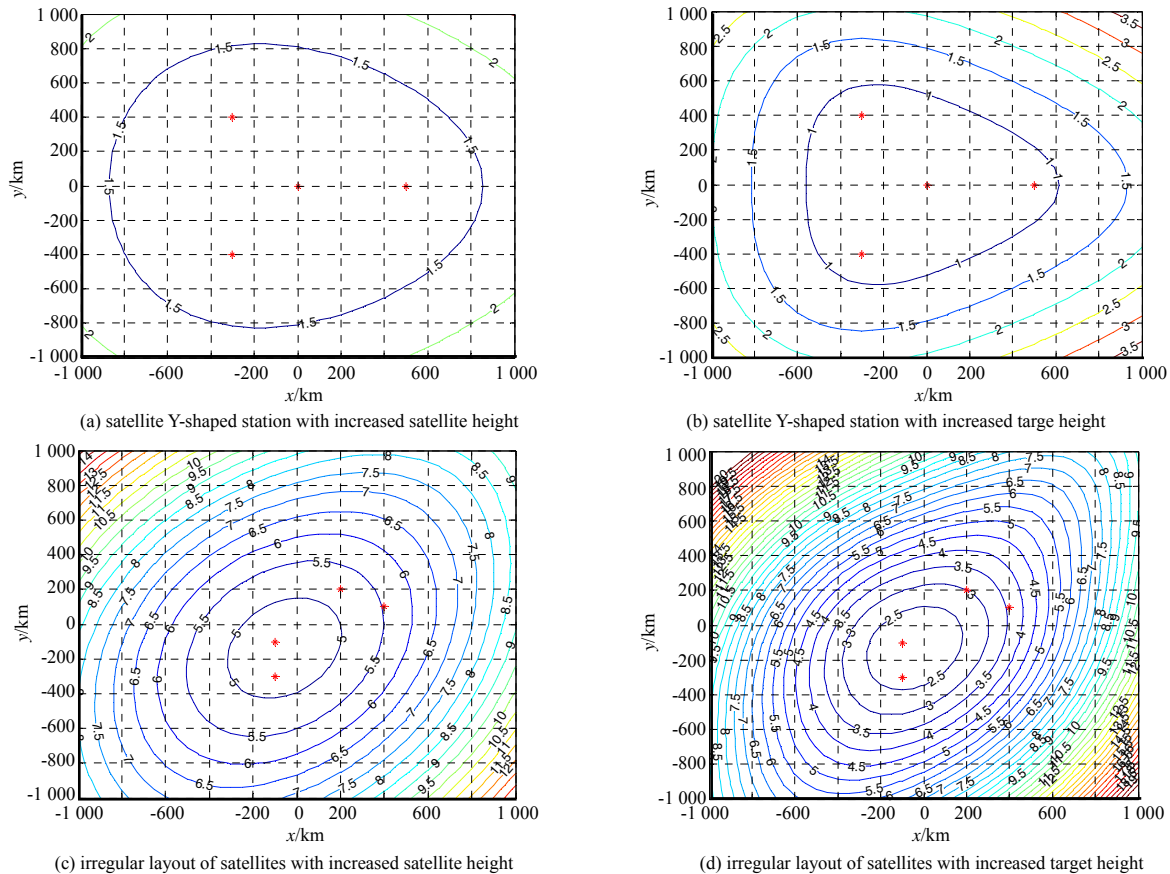


Fig.4 Distribution of positioning accuracy under different deployment of satellites

图 4 卫星不同布站情况下的定位精确度分布

需要说明的是, 定位精确度除了与卫星布站情况、卫星基线长度、卫星高度、目标高度等因素有关外, 也与电离层、对流层、大气层等外部空间的传播介质有关^[9-10], 本文不作为重点分析。

4 结论

本文提出一种基于几何精确度衰减因子的四星时差定位精确度分析方法。基于四星时差定位原理推导了三维定位精确度模型, 并仿真分析了不同布站情况下 T 型、Y 型、方型及不规则型对定位精确度的影响。仿真结果表明, Y 型相较于其他类型布站, 具有较优的定位精确度; 在其他条件不变的情况下, 增加基线长度和卫星轨道高度可提高定位精确度, 增大目标高度, 则定位精确度降低。

参考文献:

- [1] YING W D. Constrained total least squares algorithm for passive location based on bearing-only measurements[J]. Science in China Series F:Information Sciences, 2007,50(4):576-586.
- [2] CHEN Ling,LI Shaohong. IMM tracking of a 3D maneuvering target with passive TDOA system[C]// International Conference on Neural Networks and Signal Processing. Nanjing,China:IEEE, 2003. DOI:10.1109/ICNNSP.2003.1281189.
- [3] 陈永光,李昌锦,李修和. 三站时差定位的精度分析与推算模型[J]. 电子学报, 2004,32(9):15-19. (CHEN Y G,LI C J,LI X H. A precision analyzing & reckoning model in tri-station TDOA location[J]. Acta Electronica Sinica, 2004,32(9):15-19.)

(下转第 819 页)